Пример билета.

Билет № 1

1. Теорема Вейерштрасса о достижимости точной верхней (нижней) грани непрерывной функции.

2. Правило Лопиталя (доказательство $\{0/0\}$).

3. Пусть функция $f$ имеет конечную производную в каждой точке и

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} f(x) = 0.$$

Доказать, что существует точка $c$, для которой $f'(c) = 0$.

Теоремы с доказательством:

Предел функции, непрерывность.

1. Два определения предела функции в точке, их эквивалентность.

2. Свойства функций, имеющих предел в точке (ограниченность; сохранение знака; неравенство между пределами двух функций; лемма о двух милиционерах).

3. Арифметические операции над функциями, имеющими предел в точке.

4. Критерий Коши существования предела функции в точке.

5*. Непрерывность функции в точке. Определения, основные свойства (ограниченность; сохранение знака; арифметические свойства).

6. Односторонние пределы. Пределы монотонных функций. Классификация точек разрыва.

7. Теорема Коши о промежуточном значении.

8. Непрерывность обратной функции.

9. Непрерывность сложной функции.

10. Показательная функция. Свойства показательной функции.

11. Первый и второй замечательные пределы.

12. Определения и свойства элементарных функций. Следствия из замечательных пределов.

13. Ограниченность функции непрерывной на отрезке.

14. Теорема Вейерштрасса о достижимости точной верхней (нижней) грани непрерывной функции.

15. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

Дифференцируемость.

1. Дифференцируемость функции. Необходимое условие дифференцируемости функции. Эквивалентность дифференцируемости и существования производной в точке.

2. Арифметические свойства дифференцируемых функций.

3. Производная обратной функции.

4. Производная сложной функции.

5. Таблица производных элементарных функций.

6. Геометрический смысл производной. Условия монотонности функции. Теорема Ферма.

7. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о среднем. Следствия теоремы Лагранжа.

8. Правило Лопиталя (доказательство $\{0/0\}$).

9. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.

10. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.

11. Ряды Тейлора для элементарных функций, их сходимость.

12. Достаточные условия экстремума и выпуклости функции в точке.

13. Необходимые условия выпуклости функции на отрезке.

14. Достаточные условия выпуклости функции на отрезке.

Примеры задач для подготовки из задачника Б.П.Демидовича:

626, 669, 671, 672, 673, 737, 742, 751, 752, 755, 791, 801.1, 804, 812, 992, 993, 1014, 1015, 1104.1, 1105, 1225, 1237, 1238, 1241, 1246.1, 1317.