

Пример билета.

Билет № 1

1. Теорема Вейерштрасса о достижимости точной верхней (нижней) грани непрерывной функции.

2. Правило Лопиталя (доказательство $\{0/0\}$).

3. Пусть функция f имеет конечную производную в каждой точке и

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0.$$

Доказать, что существует точка c , для которой $f'(c) = 0$.

Теоремы с доказательством:

1. Предел функции, непрерывность.

1. Два определения предела функции в точке, их эквивалентность.

2. Свойства функций, имеющих предел в точке (арифметические операции; ограниченность; отделимость от нуля; переход к пределу в неравенствах; лемма о двух милиционерах).

3. Критерий Коши существования предела функции в точке.

4. Предел сложной функции.

5*. Непрерывность функции в точке. Определения, основные свойства (ограниченность; сохранение знака; арифметические свойства).

6. Односторонние пределы. Пределы монотонных функций. Классификация точек разрыва. Примеры разрывных функций.

7. Теорема Коши о промежуточном значении.

8. Непрерывность обратной функции.

9. Показательная функция. Свойства показательной функции (кроме непрерывности).

10. Непрерывность показательной функции.

11*. Определения и свойства элементарных функций.

12. Замечательные пределы и их следствия.

13*. Эквивалентность функций и o символика

14. Ограниченность функции непрерывной на отрезке.

15. Теорема Вейерштрасса о достижимости точной верхней (нижней) грани непрерывной функции.

16. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

2. Дифференцируемость.

1. Дифференцируемость функции. Необходимое условие дифференцируемости функции. Эквивалентность дифференцируемости и существования производной функции в точке.

2. Арифметические свойства дифференцируемых функций.

3. Производная обратной функции. Производная сложной функции.

4. Таблица производных основных элементарных функций.

5. Геометрический смысл дифференцируемости. Уравнение касательной. Дифференциал.

6. Теоремы о монотонности дифференцируемой функции в точке и теорема Ферма об экстремумах.

7. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о среднем. Следствия теоремы Лагранжа.

8. Правило Лопиталя (доказательство $\{0/0\}$).

9. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.

10. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Формулы Тейлора для основных элементарных функций.

11. Достаточные условия экстремума и выпуклости функции в точке.

12. Необходимые и достаточные условия выпуклости функции на отрезке.

3. Примеры задач для подготовки из задачника Б.П.Демидовича:

470, 607, 626, 669, 672, 673, 737, 742, 751, 752, 754, 791, 801.1, 806.1, 812, 814, 954, 965.1, 993, 998, 1014, 1015, 1021, 1104.1, 1105, 1224, 1225, 1237, 1242, 1246.1, 1290, 1317.

Экзамен состоит из ψ частей.

-1. Допуск.

0*. Коллоквиум для тех кто его не сдал.

1. Вытягивание билета, формулировка теорем и понятий в вытянутом билете без подготовки.

2. Доказательство теорем, решение задачи. Беседа по содержанию курса.

3. Дополнительные вопросы и задачи для неопределившихся с оценкой.

Часть -1. Все, кто не смог набрать за практику 40 баллов из 100 (20 в брс с коэффициентом 0,5) **получают итоговую оценку неудовлетворительно** и могут не приходить на экзамен, он на итоговую оценку не повлияет. У вас есть три недели добрать баллы у преподавателя практики (крайняя точка - итоговое контрольное мероприятие ака зачет или дедлайн последней ДКР). В противном случае баллы за практику придется добирать в феврале, а в марте или позже сдавать экзамен. Итоговая табличка с баллами (пятиминутки, коллоквиум, практики) появится 30 декабря, не получившие допуск будут отмечены красным.

Часть 0. Если вы по любой причине не сдавали коллоквиум, на экзамене придется сдавать все темы. Рекомендуется разбить сдачу экзамена на 2 дня: в первый день сдать коллоквиум, в другой экзамен независимо от группы. Для всех сдавших коллоквиум на 6 и больше его вопросы и задачи на экзамен не выносятся, но знать основные понятия рекомендуется.

Часть 1. Нужно без подготовки сформулировать две теоремы (пункты 1 и 2 в билете) и ориентироваться в словах, содержащихся в этих теоремах, а также задаче (пункт 3). Если справились, забираете билет и идете 5 - 530 минут разбираетесь со следующими пунктами. Не справились - идете в коридор осознать произошедшее.

Часть 2. Доказательство двух теорем и одной задачи. В вопросах со звездочкой 5, 11, 13 нужно знать только формулировки, доказательств там нет или они очевидны, поэтому в билетах этих вопросов не будет.

Один раз в любой момент экзамена можно в течение 5 минут посмотреть свой конспект, чтобы убедиться что все хорошо, восстановить пропущенный шаг доказательства или найти подсказку для решения задачи (баллы за это не снимаются, а за отказ пользоваться этой возможностью не добавляются). Также разрешается приносить и неограниченно пользоваться справочными материалами не относящимися к содержанию курса - таблица сложения, тригонометрические формулы, орфографический словарь...

После рассказа билета может последовать беседа по основным идеям и понятиям, необязательно связанным с билетом.

Экзамен считается сданным на минимум (40 баллов с коэффициентом 0,3, в БРС – 12 баллов), если выполнены не менее 1,5 пунктов билета, то есть, например, полностью аккуратно доказана одна теорема и частично решена задача. При этом знание базовых понятий - определение предела, производная арктангенса... это необходимое условие сдачи экзамена и является дискретным множителем 0 или 1 и на баллы не влияет. Если аккуратно доказаны две теоремы, решена задача и получены ответы на все уточняющие вопросы - это школьная пятерка (80 баллов с коэффициентом 0,3), чтобы получить больше пятерки, необходимо отвечать на доп. вопросы - верно ли утверждение, построить контрпример, сформулировать свойство, решить задачу...

Часть 3. Если ваш итоговый балл близок к порогу оценки (40, 60 или 80), то преподаватель может задавать сходящуюся последовательность дополнительных вопросов или задач для уточнения итогового результата. В любой момент можно остановиться на меньшей оценке (например 78) и не продолжать экзамен.

Вопросы вроде какая тема самая непонятная и что хорошо/плохо на лекциях/практиках на баллы не влияют, но могут быть важны преподавателю в качестве обратной связи.

P.S. Стоит потратить хотя бы пол дня на решение задач. Какие то из этих задач будут на экзамене в билетах или в качестве доп вопросов. В задачнике "Антидемидович т1" есть вполне доступные объяснения. Например, задача 752 на странице 103, а задача 1241 на стр. 148. Также спросить разбор всех сложных задач можно будет на консультации перед экзаменом.