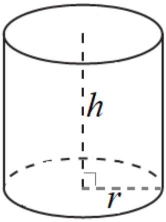
Геометрия - 11 класс

Тела вращения

цилиндр *(вращение прямоугольника)*



h - высота цилиндра
r - радиус основания

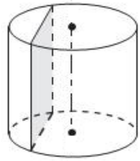
$S_{\text{пов}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$

$S_{\text{осн}} = \pi r^2$

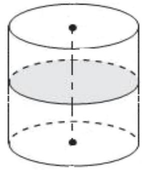
$S_{\text{бок}} = 2\pi r h$

$V = S_{\text{осн}} h = \pi r^2 h$

осевое сечение

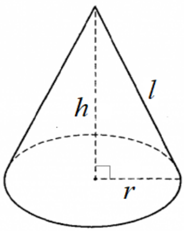


сечение, параллельное оси



сечение, параллельное основанию

конус *(вращение прямоугольного треугольника вокруг катета)*



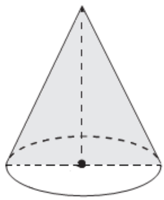
h - высота конуса
r - радиус основания
l - образующая

$S_{\text{пов}} = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$

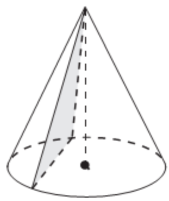
$S_{\text{осн}} = \pi r^2$

$S_{\text{бок}} = \pi r l$

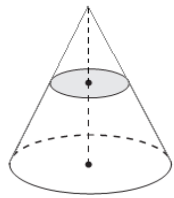
$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h = \frac{1}{3}\pi r^2 h$



осевое сечение

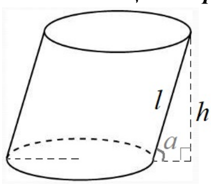


сечение через вершину и хорду



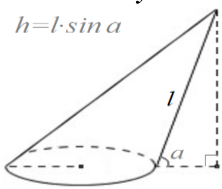
сечение, параллельное основанию

наклонный цилиндр и наклонный конус



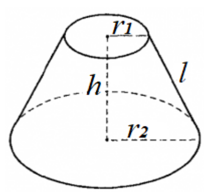
$V = S_{\text{осн}} h = S_{\perp} l$

$h = l \cdot \sin a$



$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h$

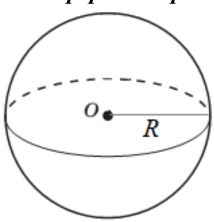
усеченный конус



$S_{\text{пов}} = S_1 + S_2 + S_{\text{бок}} = \pi r_1^2 + \pi r_2^2 + \pi(r_1 + r_2) l$

$V = \frac{1}{3}\left(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}\right) h = \frac{1}{3}\pi\left(r_1^2 + r_2^2 + \sqrt{r_1 r_2}\right) h$

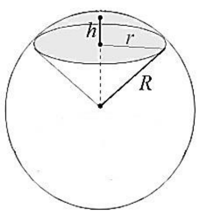
сфера и шар



$S_{\text{пов}} = 4\pi R^2$

$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

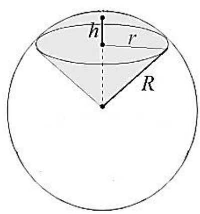
шаровой сегмент



$S_{\text{пов}} = 2\pi R h + \pi r^2$

$V = \pi h^2 \left(R - \frac{1}{3} h\right)$

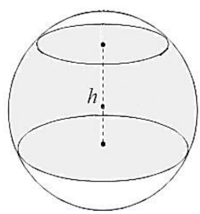
шаровой сектор



$S_{\text{пов}} = 2\pi R h + \pi r R$

$V = \frac{2}{3}\pi R^2 h$

шаровой слой



$S_{\text{пов}} = 2\pi R h + \pi {r_1}^2 + \pi {r_2}^2$

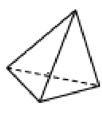
$V = V_{\text{ш}} - (V_{\text{сег1}} + V_{\text{сег2}})$

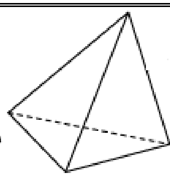
уравнение сферы: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$ *с центром в точке* $(x_0; y_0; z_0)$ *и радиусом R*

подобные фигуры: соотношение периметров, площадей, объемов

$P_2 = kP_1 \qquad S_2 = k^2 S_1 \qquad V_2 = k^3 V_1$

если все линейные размеры фигуры изменить в k раз, то периметр изменится в k раз, площадь - в k^2 *раз, объем - в* k^3 *раз*

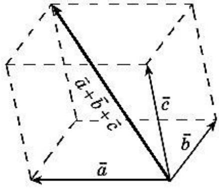




Векторы и метод координат в пространстве

(см. векторы и метод координат на плоскости)

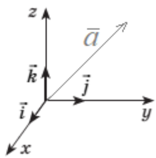
сложение векторов,
правило параллелепипеда:



коллинеарные *векторы:* $\vec{a} \parallel \vec{b}$
$\Rightarrow \frac{x_a}{x_b} = \frac{y_a}{y_b} = \frac{y_a}{z_b}$ (или $x_b = y_b = z_b 0$)

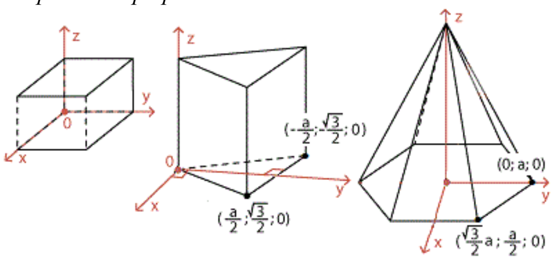
компланарные *векторы: при откладывании от одной точки лежат в одной плоскости (один из этих векторов можно разложить по двум другим)*

разложение вектора по трем некомпланарным векторам:
$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$



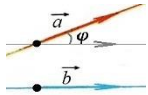
все действия с векторами в пространстве аналогичны действиям с векторами на плоскости,
но в трехмерном пространстве вектор имеет три координаты $\vec{a}(x; y; z)$

удобное расположение прямоугольной системы координат при решении задач:

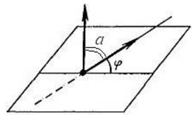


углы в пространстве:

угол между прямыми
- угол между направляющими векторами прямых

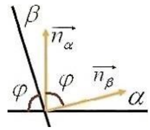


угол между прямой и плоскостью
- угол, дополнительный к углу между направляющим вектором прямой и нормалью к плоскости



$\sin\varphi = \cos\alpha$

угол между плоскостями - угол (острый) между нормалями к плоскостям



чтобы найти *нормаль* $\vec{n}$ *к плоскости* $(\vec{a}, \vec{b})$, нужно решить уравнения $\vec{n}\vec{a} = 0$ и $\vec{n}\vec{b} = 0$, одну координату можно выбрать произвольно, например, равной 1 (или 0, если 1 не подойдет)

уравнение плоскости:
$\vec{n}(A; B; C) \Rightarrow Ax + Dy + Cz + D = 0$
(чтобы найти коэффициент D нужно подставить координаты какой-нибудь точки плоскости)

расстояние от точки до плоскости:
$\boldsymbol{M(x_0; y_0; z_0)} \Rightarrow \rho(M, \alpha) = \frac{|Ax_0 + Dy_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

иногда расстояния удобно находить *методом объемов*