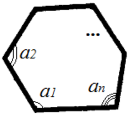
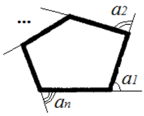
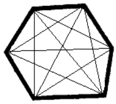
Геометрия - 8 класс

выпуклые многоугольники

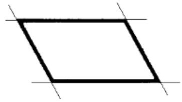
сумма внутренних углов	сумма внешних углов	число диагоналей
$(n-2)\cdot 180°$	$360°$	$\frac{n(n-3)}{2}$



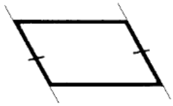
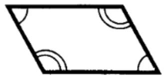
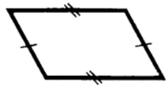
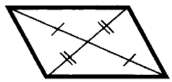




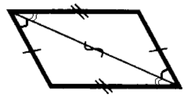
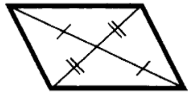
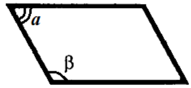
параллелограмм



признаки параллелограмма

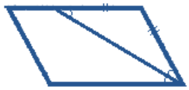





свойства параллелограмма

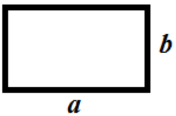
$\alpha + \beta = 180°$

биссектриса отсекает равнобедренный Δ:



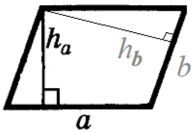
формулы площади

прямоугольник



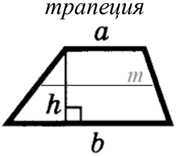
$S = ab$

параллелограмм



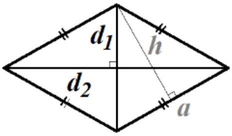
$S = ah_a = bh_b$

трапеция



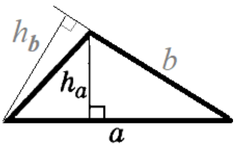
$S = \frac{a+b}{2}h = mh$

ромб



$S = \frac{d_1 d_2}{2} = ah$

треугольник



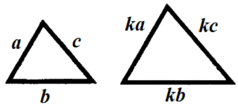
$S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b$

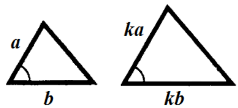
формула Герона

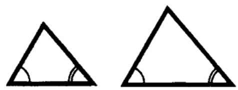
$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$p = \frac{a+b+c}{2}$ полупериметр

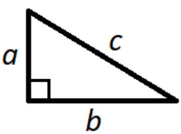
признаки подобия треугольников







теорема Пифагора



$c^2 = a^2 + b^2$

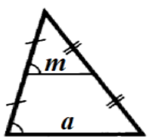
квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов

$\Rightarrow \; c = \sqrt{a^2+b^2}$

$a = \sqrt{c^2-b^2}$

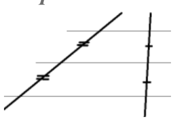
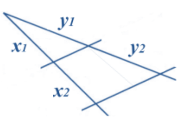
$b = \sqrt{c^2-a^2}$

средняя линия треугольника



$m = \frac{a}{2}$

теорема Фалеса

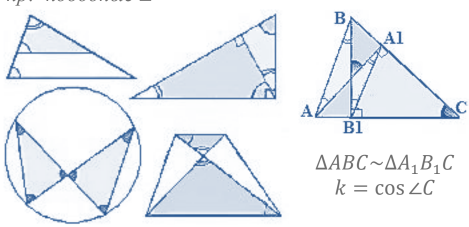
$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$

подобные фигуры

отношение периметров, площадей, объемов

$P_2 = kP_1 \qquad S_2 = k^2 S_1 \qquad V_2 = k^3 V_1$

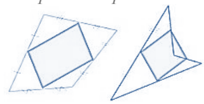
пр: подобные Δ



$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C$

$k = \cos\angle C$

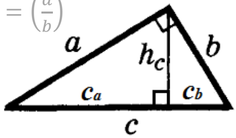
теорема Вариньёна



отрезки, соединяющие середины сторон четырехугольника, образуют параллелограмм

высота, проведенная к гипотенузе

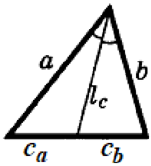
$\frac{c_a}{c_b} = \left(\frac{a}{b}\right)^2$



$h_c = \sqrt{c_a \cdot c_b}$

$a = \sqrt{c_a \cdot c}$ $\quad b = \sqrt{c_b \cdot c}$

биссекриса

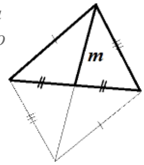


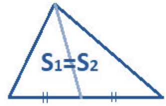
$\frac{c_a}{c_b} = \frac{a}{b}$

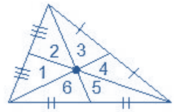
$l_c = \sqrt{ab - c_a c_b}$

медиана

при решении задач удобно достроить до параллелограмма





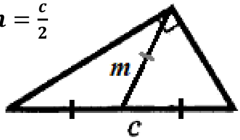


$m_c = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$

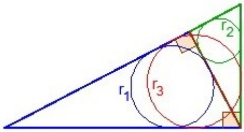
$S_1 = S_2 = \cdots = S_6$

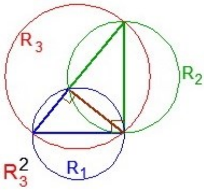
медиана, проведенная к гипотенузе

$m = \frac{c}{2}$



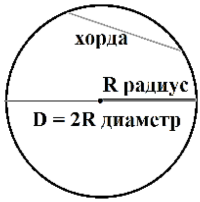
высота, проведенная к гипотенузе, образует три подобных Δ; их гипотенузы и все схожие элементы составляют «теорему Пифагора»



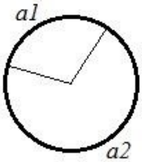


$r_1^2 + r_2^2 = r_3^2$ $\qquad R_1^2 + R_2^2 = R_3^2$

окружность

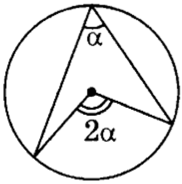


сумма дуг окружности

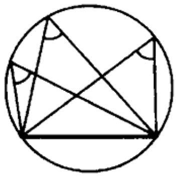


$a1 + a2 = 360°$

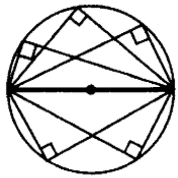
теорема о вписанном угле



вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

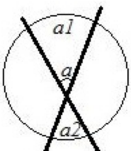


углы, опирающиеся на одну дугу, равны

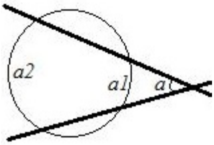


углы, опирающиеся на полуокружность (диаметр) равны 90°

угол между секущими

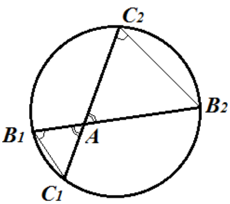


$a = \frac{a1 + a2}{2}$

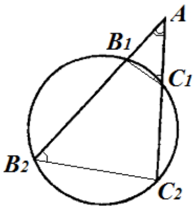


$a = \frac{a1 - a2}{2}$

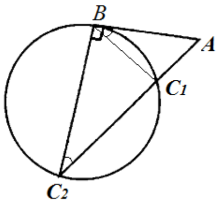
отрезки секущих



$AB_1 \cdot AB_2 = AC_1 \cdot AC_2$

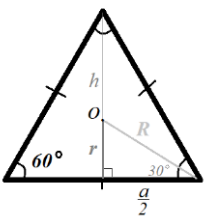


$AB_1 \cdot AB_2 = AC_1 \cdot AC_2$



$AB^2 = AC_1 \cdot AC_2$

равносторонний треугольник и окружности



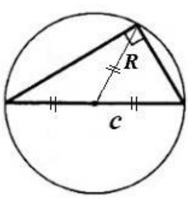
т.O - центр вписанной и описанной окружностей, т. пересечения медиан, высот, биссектрис

$h = 3r \qquad R = 2r$

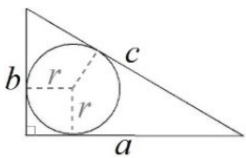
$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad R = \frac{a\sqrt{3}}{3} \qquad r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

$S = \frac{1}{2}a^2 \sin 60° = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

прямоугольный треугольник и окружности



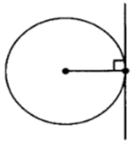
$R = \frac{c}{2} = m$



$c = (a-r) + (b-r) \Rightarrow$

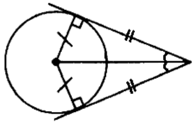
$r = \frac{a+b-c}{2}$

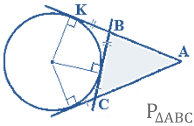
касательная



ГМТ геометрическое место точек - точки, удовлетворяющие заданному условию

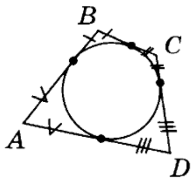
отрезки касательных





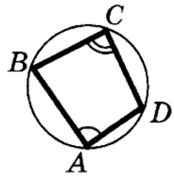
$P_{\Delta ABC} = 2AK$

описанный четырехугольник



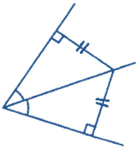
$AB + CD = BC + AD$

вписанный четырехугольник



$\angle A + \angle C = 180°$
$\angle B + \angle D = 180°$

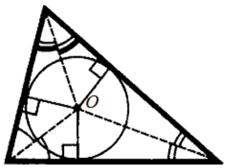
биссектриса

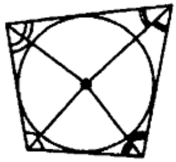


ГМТ равноудаленных от сторон угла

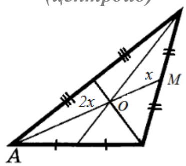
четыре замечательные точки треугольника

пересечение биссектрис и центр вписанной окружности



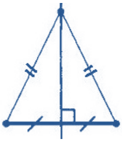


пересечение медиан *(центроид)*



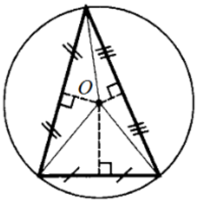
$AO : OM = 2 : 1$

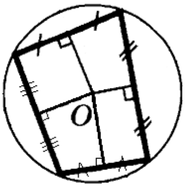
серединный перпендикуляр



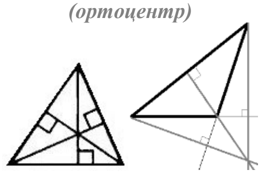
ГМТ равноудаленных от концов отрезка

пересечение серединных перпендикуляров и центр описанной окружности





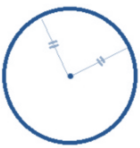
пересечение высот *(ортоцентр)*



$h_a : h_b : h_c = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c}$

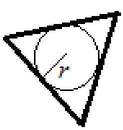
$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$

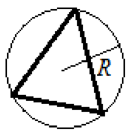
окружность



ГМТ равноудаленных от центра

площадь треугольника и окружности





$S = pr$

$p = \frac{a+b+c}{2}$

$S = \frac{abc}{4R}$

для вписанного четырехугольника:

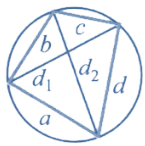
теорема Птолемея:

$ac + bd = d_1 d_2$

формула Брахмагупты:

$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$

(подходит для равнобед. трапеции)

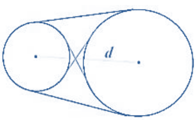


для описанного: $S = pr$

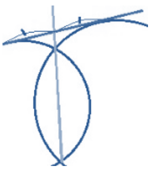
для (одновременно) вписанного и описанного:

$S = \sqrt{abcd}$

отрезки общих внешних и внутренних касательных равны $\sqrt{d^2 - (R \mp r)^2}$



общая хорда пересек-ся окружностей делит пополам отрезок их общей касат-ой



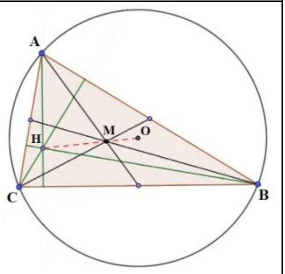
биссектриса и серед. перпенд-р к противоп-ой стороне пересекаются на описанной окружности

прямая Эйлера

ортоцентр, центр описанной окружности и точка пересечения медиан лежат на одной прямой

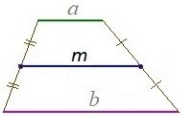
$MH = 2 \cdot MO$

$AH = 2 \cdot \rho(O, CB)$



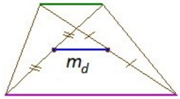
свойства трапеции

средняя линия



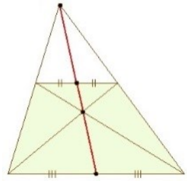
$$m = \frac{a+b}{2}$$

отрезок, соединяющий середины диагоналей

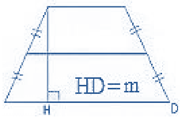


$$m_d = \frac{a-b}{2}$$

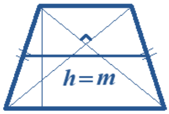
в трапеции четыре точки лежат на одной прямой: пересечение диагоналей, пересечение (продолжений) боковых сторон; середины оснований



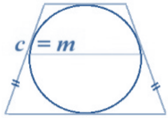
равнобед. трапеция



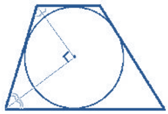
равнобед. трапеция с ⊥ диагоналями



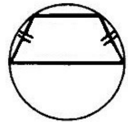
равнобед. трапеция описанная



трапеция описанная



трапеция вписанная ⇒ равнобед.



метод сдвига диагонали: $MB \parallel AC \Rightarrow$

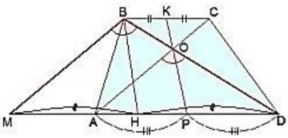
$S_{MBD} = S_{ABCD}$

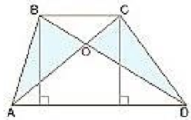
$\angle MBD = \angle AOD$

ΔMBD – равноб. $\Leftrightarrow$

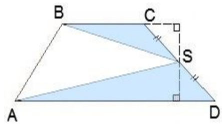
$ABCD$ – равноб.

$BH = KP$





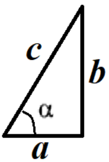
$$S_{ABO} = S_{DCO}$$



$$S_{ABS} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$$

Основы тригонометрии

отношения сторон в прямоугольном треугольнике



$\sin\alpha = \frac{b}{c}$ — ***противолежащий катет к гипотенузе***

$\cos\alpha = \frac{a}{c}$ — ***прилежащий катет к гипотенузе***

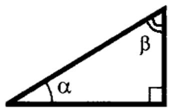
$tg\ \alpha = \frac{b}{a}$ — ***противолежащий катет к прилежащему***

$ctg\ \alpha = \frac{a}{b}$ — ***прилежащий катет к противолежащему***

выражение сторон прямоугольного треугольника с помощью тригонометрических функций:

$b = c \cdot \sin\alpha$	$a = c \cdot \cos\alpha$	$c = \frac{b}{\sin\alpha}$
$b = a \cdot tg\ \alpha$	$a = b \cdot ctg\ \alpha$	$c = \frac{a}{\cos\alpha}$

дополнительные углы



$\beta = 90° - \alpha$

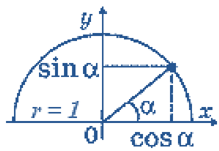
$\sin\beta = \cos\alpha$

$\cos\beta = \sin\alpha$

$tg\ \beta = ctg\ \alpha$

$ctg\ \beta = tg\ \alpha$

тригонометрический круг



основное тригонометрическое тождество

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

другие тригонометрические равенства

$$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} \qquad 1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$tg\ \alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \qquad tg\ \alpha \cdot ctg\alpha = 1$$

значения тригонометрических функций основных углов

	0°	30°	45°	60°	90°
sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tg α	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-
ctg α	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0