

Геометрия - 7 класс

геометрия - изучает фигуры (состоящие из точек, линий) на плоскости (планиметрия) или в пространстве (стереометрия) - их форму, размеры, взаимное расположение
базовые понятия (без определения) - точка, прямая, плоскость, пространство, расстояние, площадь, объем

аксиомы планиметрии

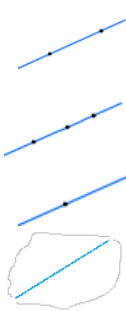
- через любые две точки можно провести прямую, и только одну

- из трех точек прямой только одна лежит между двумя другими

- точка, принадлежащая прямой, разбивает ее на два луча

- прямая, принадлежащая плоскости, разбивает ее на две полуплоскости

- аксиома параллельных прямых («пятый постулат Евклида»): через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную данной, и только одну

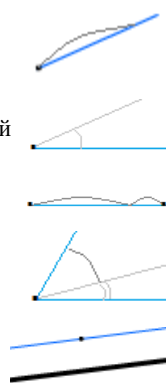


- на луче можно отложить отрезок заданной длины, и только один

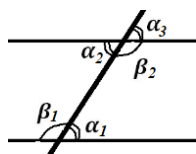
- от луча в полуплоскость можно отложить угол заданной величины, и только один

- длина отрезка равна сумме длин его частей

- величина угла равна сумме величин углов, на которые он разбивается



углы между параллельными прямыми и секущей



$\alpha_2 = \alpha_3$ - вертикальные

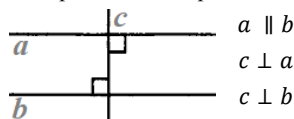
$\alpha_1 + \beta_1 = 180^\circ$ - смежные

$\alpha_1 = \alpha_2$ - внутренние накрест лежащие

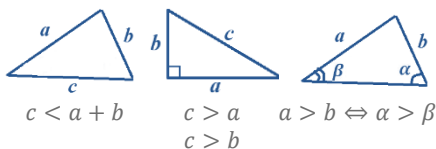
$\alpha_1 + \beta_2 = 180^\circ$ - внутренние односторонние

$\alpha_1 = \alpha_3$ - соответственные

прямая, перпендикулярная параллельным прямым



неравенство треугольника



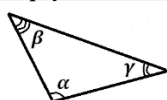
$$c < a + b$$

$$c > a$$

$$c > b$$

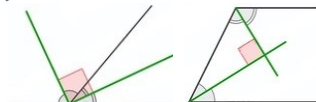
$$a > b \Leftrightarrow \alpha > \beta$$

сумма углов треугольника



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

биссектрисы смежных и внутренних односторонних углов \perp



медиана

биссектриса

высота

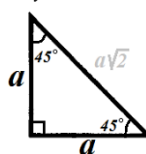


биссектриса треугольника лежит между медианой и высотой ($m \geq b \geq h$)

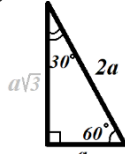
прямоугольный треугольник



с углами 45°

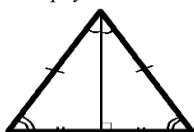


с углами 30° и 60°

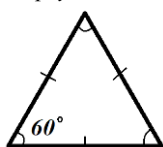


равнобедренный треугольник

равносторонний треугольник

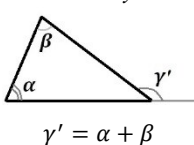


боковые стороны и углы при основании равны
 медиана, биссектриса и высота, проведенные к основанию, совпадают



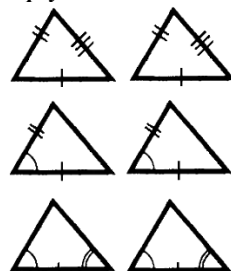
все стороны и все углы равны

внешний угол



$$\gamma' = \alpha + \beta$$

признаки равенства треугольников

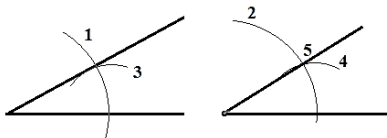


пр:
равные Δ

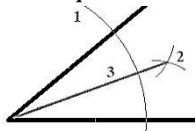


Задачи на построение

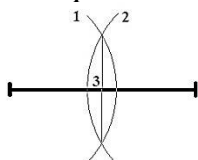
угол, равный данному



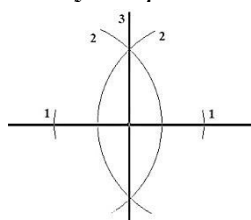
биссектриса



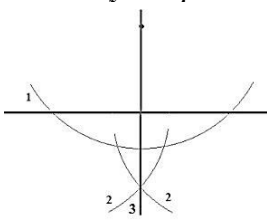
деление отрезка пополам



перпендикулярная прямая через точку лежащую на прямой



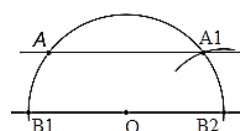
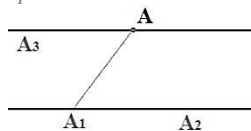
не лежащую на прямой



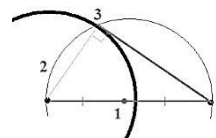
параллельная прямая через точку

первый способ: возьмем на прямой любые две точки A_1 и A_2 , построим угол A_1AA_3 , равный AA_1A_2

второй способ: проведем окружность через точку A с центром в любой точке O прямой, точки пересечения B_1 и B_2 , окружность радиуса AB_1 с центром в точке B_2 пересекает первую окружность в точке A_1 , искомая прямая AA_1

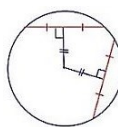


касательная к окружности из точки вне окружности



центр окружности

точка пересечения серединных перпендикуляров к любым двум хордам

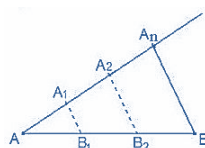


неразрешимые задачи:

трисекция угла - разбить угол на три равные части;
удвоение куба - построить ребро куба вдвое большего по объему, чем данный куб; квадратура круга - построить квадрат, равный по площади данному кругу; построить треугольник по трём биссектрисам; если не задан отрезок единичной длины, то нельзя построить a^2 и \sqrt{a}

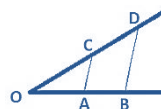
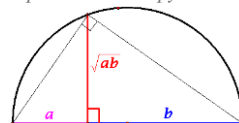
деление отрезка на n равных частей

из точки A провести любую прямую и отложить на ней n равных отрезков любой длины, соединить точки A_n и B , из точек A_1 провести прямые параллельно A_nB



среднее геометрическое \sqrt{ab}

построим окружность радиуса $a + b$ и проведем перпендикуляр из точки соединения отрезков до пересечения с окружностью

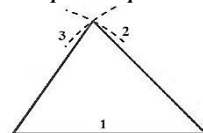


четвертое пропорциональное $\frac{bc}{a}$

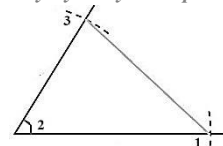
построим любой угол с вершиной в точке O , на одной стороне угла отложим отрезки $OA=a$, $OB=b$, на другой стороне отрезок $OC=c$, соединим точки A и C , через точку B проведем прямую BD параллельно OC , OD - искомый отрезок

треугольник

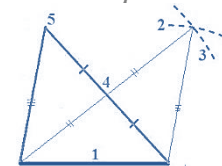
по трем сторонам



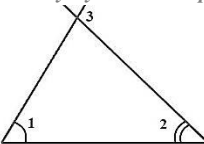
по углу и двум сторонам



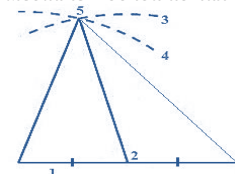
по двум сторонам и медиане к третьей



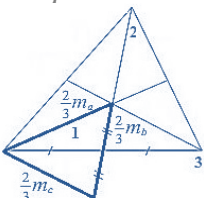
по двум углам и стороне



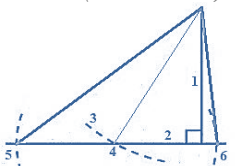
по двум сторонам и медиане к одной из них



по трем медианам



по стороне, медиане и высоте (к этой стороне)



по трем высотам

