

# Thème du Projet d'Optimisation Stochastique

## Problème du voyageur de commerce

### 1 Présentation

Le problème du voyageur de commerce consiste à déterminer un circuit hamiltonien de valeur minimale dans un graphe complet dont tous les arcs sont valués par un coût positif ou nul. Un circuit hamiltonien étant un circuit qui passe par tous les sommets du graphe une et une seule fois.

- $G = (V, E)$  un graphe orienté complet de  $n$  sommets,
- $c_{ij}$  est le coût de l'arc  $(v_i, v_j)$ .

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si et seulement si l'arc } (v_i, v_j) \text{ est retenu dans le circuit,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Dans le modèle stochastique, on suppose que les coûts  $\tilde{c}$  sont des variables aléatoires qui suivent une distribution normale dont la moyenne est  $\bar{c}$  et la matrice de variance-covariance est  $\Sigma$ , i.e.,  $\tilde{c} \sim \mathcal{N}(\mu, \Sigma)$ .

### 2 Modèle mathématique

Le problème du voyageur de commerce stochastique peut être formulé à l'aide du programme linéaire stochastique en variables binaires suivant :

$$\min_x \left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \bar{c}_{ij} x_{ij} \right\}$$

s.t.

$$\sum_{i \neq j, j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, n, \quad (1a)$$

$$\sum_{i \neq j, i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n, \quad (1b)$$

$$\sum_{i|v_i \in S} \sum_{j|v_j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \quad S \subset \{v_1, \dots, v_n\} \text{ et } S \neq \emptyset, \quad (1c)$$

$$\mathbb{P}\left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \tilde{c}_{ij} x_{ij} \leq Z \right\} \geq \alpha \quad (1d)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad 1 \leq i, j \leq n, \quad (1e)$$

La fonction objectif exprime le coût total du circuit à minimiser. Les contraintes (1a-1c) expriment les contraintes du voyageur de commerce. La contrainte (1d) est appelée contrainte en probabilité. Elle modélise le risque pris par le voyageur de commerce, et doit être satisfaite dans au moins  $\alpha\%$  des cas. La constante  $Z$  est la valeur de la solution optimale du problème déterministe majorée de 20 à 30%.

### Travail à faire :

Le projet consiste à implémenter le recuit simulé et à utiliser CPLEX pour résoudre le problème du voyageur de commerce déterministe et le problème du voyageur de commerce stochastique décrit par le modèle (1). Pour valider la solution stochastique, des simulations seront faites sur les variables aléatoires et une représentation graphique permettra de montrer le pourcentage de scénarios non réalisables. Les algorithmes de résolution du problème stochastique

seront présentés en cours. Chaque groupe doit fournir les documents suivants :

**Document technique :** ce document décrit plus en détail le sujet traité. Il doit présenter le modèle mathématique commenté. Il doit présenter les voisinages choisis, le(s) type(s) de mouvement(s) ainsi que les réglages nécessaires pour l'algorithme du recuit simulé.

Il doit aussi décrire la résolution avec le logiciel CPLEX. Il est demandé de résoudre les instances obligatoires pour le modèle déterministe et le modèle stochastique pour un sous-ensemble d'instances qui sera précisé ultérieurement.

**Document organique :** ce document présente l'ossature du logiciel de résolution du problème.

Il décrit de manière détaillée les différentes classes (C++, Java) du programme (variables, méthodes, données,...) et leurs rôles dans le logiciel. Il doit présenter aussi les résultats détaillés et commentés des différentes approches et des comparaisons avec les résultats de la littérature qu'on trouve au même endroit que les instances.

**En option un document utilisateur :** ce document décrit le mode d'emploi du logiciel qui doit contenir une interface graphique pour lire et visualiser les instances et les résultats de l'optimisation.

## 4 Evaluation

Le projet donnera lieu à deux notes : une note sur les documents rendus et une note sur la qualité des résultats, la démo et la soutenance. Les 2 notes compteront pour le cours de Programmation stochastique

## 5 Calendrier

- 10 novembre 2018 : le document technique et organique ;
- 17 novembre 2018 : Soutenance et les divers documents corrigés, le logiciel et les jeux de test ;

## 6 Annexe : Données

Les jeux de données doivent être télécharger à l'URL

<http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/>

Le format des jeux des données est très simple. En général, trois informations sont données par nœud : les coordonnées et la distance.