



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ *Робототехники и комплексной автоматизации*

КАФЕДРА *Системы автоматизированного проектирования (РК-6)*

ОТЧЕТ О ВЫПОЛНЕНИИ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

по дисциплине: «Аналитические модели и имитационное моделирование на системном уровне»

Студент Косенков Александр Александрович

Группа РК6-84Б

Тип задания Домашнее задание №1

Тема лабораторной работы Теория массового обслуживания

Студент _____ **Косенков А.А.**
подпись, дата *фамилия, и.о.*

Преподаватель _____ **Берчун Ю.В.**
подпись, дата *фамилия, и.о.*

Оценка _____

Москва, 2021 г.

Оглавление

Задание на лабораторную работу	3
Задача № 1. Проектирование Call-центра.....	3
Задача № 2. Проектирование производственного участка.	4
1. Проектирование Call-центра.....	5
1.1 Система без очереди.	5
1.2 Система с ограниченной очередью.	8
1.3 Система с неограниченной очередью.	17
1.4 Система с неограниченной очередью, учитывающая фактор ухода клиентов из очереди.....	22
2. Проектирование производственного участка.	26

Задание на лабораторную работу

Задача № 1. Проектирование Call-центра.

Известно, что среднее время между звонками клиентов составляет T_c секунд, а среднее время обслуживания T_s секунд. Все потоки случайных событий считать пуассоновскими. Если все операторы заняты, звонок теряется.

1) Рассмотреть систему без очереди. Построить графики от числа операторов:

- вероятности отказа (вплоть до обеспечения отказов менее 1%);
- математического ожидания числа занятых операторов;
- коэффициента загрузки операторов.

2) Рассмотреть систему с ограниченной очередью.

Варьируя число операторов (вплоть до числа каналов, соответствующего 1 % отказов в системе без очереди), построить семейства графиков от числа мест в очереди:

- вероятности отказа;
- математического ожидания числа занятых операторов;
- коэффициента загрузки операторов;
- вероятности существования очереди;
- математического ожидания длины очереди;
- коэффициента занятости мест в очереди.

Варьируя число место в очереди, построить семейства графиков от числа операторов:

- вероятности отказа;
- математического ожидания числа занятых операторов;
- коэффициента загрузки операторов;
- вероятности существования очереди;
- математического ожидания длины очереди;
- коэффициента занятости мест в очереди.

3) Рассмотреть систему без ограничений на длину очереди. Построить графики от числа операторов (вплоть до числа каналов, соответствующего 1% отказов в системе без очереди):

- математического ожидания числа занятых операторов;
- коэффициента загрузки операторов;
- вероятности существования очереди;
- математического ожидания длины очереди.

4) Рассмотреть систему без ограничений на длину очереди, учитывающей фактор ухода клиентов из очереди (среднее приемлемое время ожидания – T_w секунд). Построить графики от числа операторов (вплоть до числа каналов, соответствующего 1% отказов в системе без очереди):

- математического ожидания числа занятых операторов;
- коэффициента загрузки операторов;
- вероятности существования очереди;
- математического ожидания длины очереди.

Задача № 2. Проектирование производственного участка.

Имеется участок с N станками. Среднее время между наладками составляет T_c минут, среднее время наладки – T_s минут. Все потоки случайных событий считать пуассоновскими. Построить графики от числа наладчиков:

- математического ожидания числа простаивающих станков;
- математического ожидания числа станков, ожидающих обслуживания;
- вероятности ожидания обслуживания;
- математического ожидания числа занятых наладчиков;
- коэффициента занятости наладчиков.

Исходные данные для варианта 5:

- Задача № 1: $T_c = 37$, $T_s = 229$, $T_w = 591$.
- Задача № 2: $T_c = 594$, $T_s = 11$, $N = 49$.

В ходе лабораторной работы для программной реализации задач был использован язык Python v3.9.2, а также прикладные библиотеки numpy v1.20.1, matplotlib v3.3.4.

1. Проектирование Call-центра.

Рассматриваемые в данной задаче системы имеют в качестве изменяемых параметров: среднее время между звонками клиентов, среднее время обслуживания. Данные параметры принято рассматривать в виде интенсивностей, где в таком случае λ – интенсивность звонков клиентов, μ – интенсивность обслуживания:

$$\lambda = \frac{1}{T_c}; \mu = \frac{1}{T_s}; \quad (1)$$

Далее рассматриваются различные модификации систем и их прикладные характеристики на основе уравнения Колмогорова и теории вероятностей. Для каждой модели программно был реализован свой класс, методы которого осуществляют расчет параметров системы.

1.1 Система без очереди.

Схематичное представление системы без очереди представлено на рис. 1. В данной схеме $S_i, i = 0, \dots, n$ – состояние, при котором обслуживается i звонков.

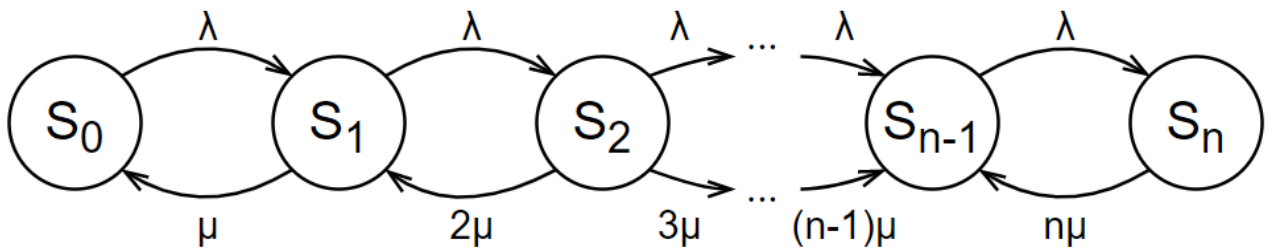


Рисунок 1 – схема состояний системы без очереди

Вероятность состояния S_k из уравнения Колмогорова определяется как:

$$P_k = \frac{\lambda^k}{k! \mu^k} P_0, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (1.1)$$

где P_0 из условия нормировки:

$$\sum_{k=0}^n P_k = 1, \quad (1.2)$$

определяется как:

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^n \frac{\lambda^k}{k! \mu^k}}. \quad (1.3)$$

На основе формул (1.1) и (1.3) становится возможно рассчитать прикладные характеристики системы.

Так, вероятность отказа, определяемую вероятностью самого правого события в схеме (рис. 1) (все операторы заняты), можно вычислить как:

$$P_{\text{отк}} = P_n = \frac{\lambda^n}{n! \mu^n} P_0. \quad (1.4)$$

Математическое ожидание от среднего количества занятых операторов, из формулы мат. ожидания можно вычислить как:

$$\bar{n} = \sum_{k=0}^n k P_k,$$

причем вероятность P_0 соответствует состоянию, когда все операторы свободны, поэтому \bar{n} можно вычислить как:

$$\bar{n} = \sum_{k=1}^n k P_k. \quad (1.5)$$

Коэффициент загрузки числа операторов определяется как:

$$k_n = \frac{\bar{n}}{n}. \quad (1.6)$$

По рассмотренным формулам (1.4), (1.5), (1.6) были построены графики зависимостей прикладных характеристик в зависимости от количества операторов (рис. 2-4), варьируя их число от 1 до количества операторов, при котором достигается условие $P_{\text{отк}} < 0.01$.

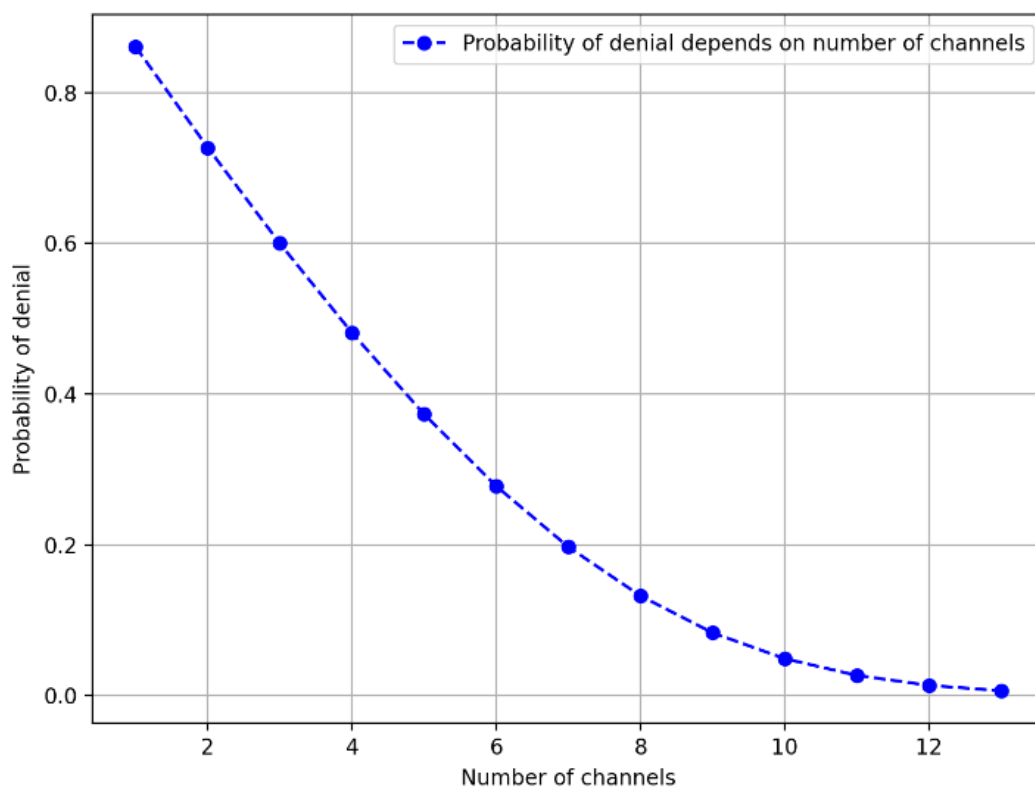


Рисунок 2 – зависимость вероятности отказа от количества операторов для системы без очереди

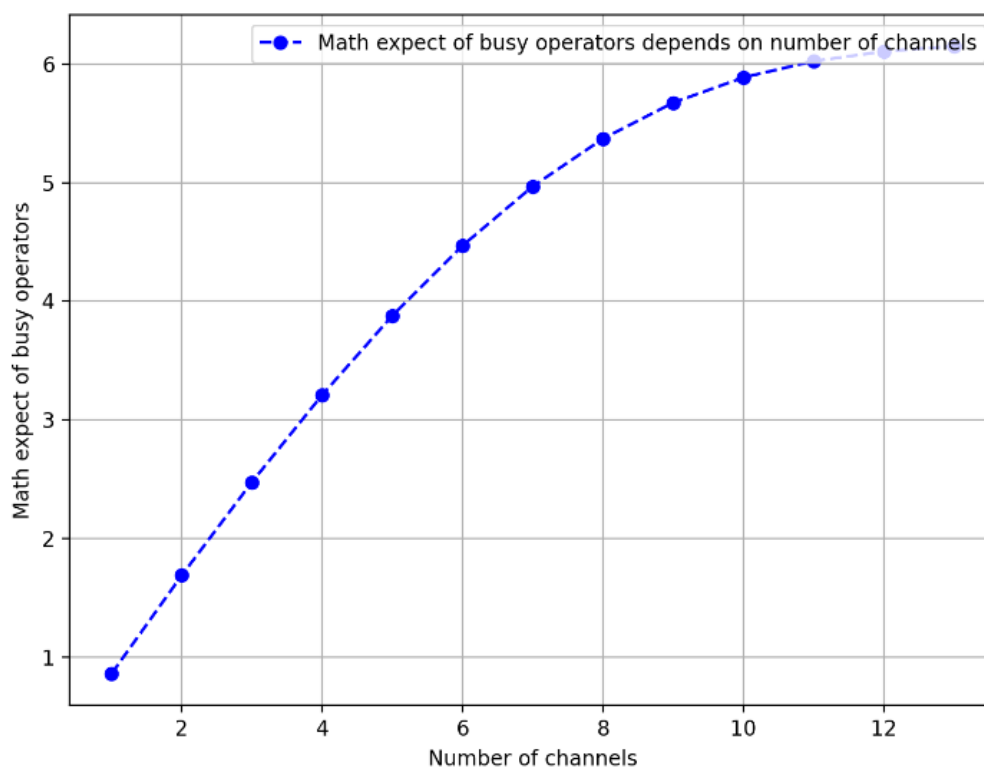


Рисунок 3 – зависимость математического ожидания количества занятых операторов от их количества для системы без очереди

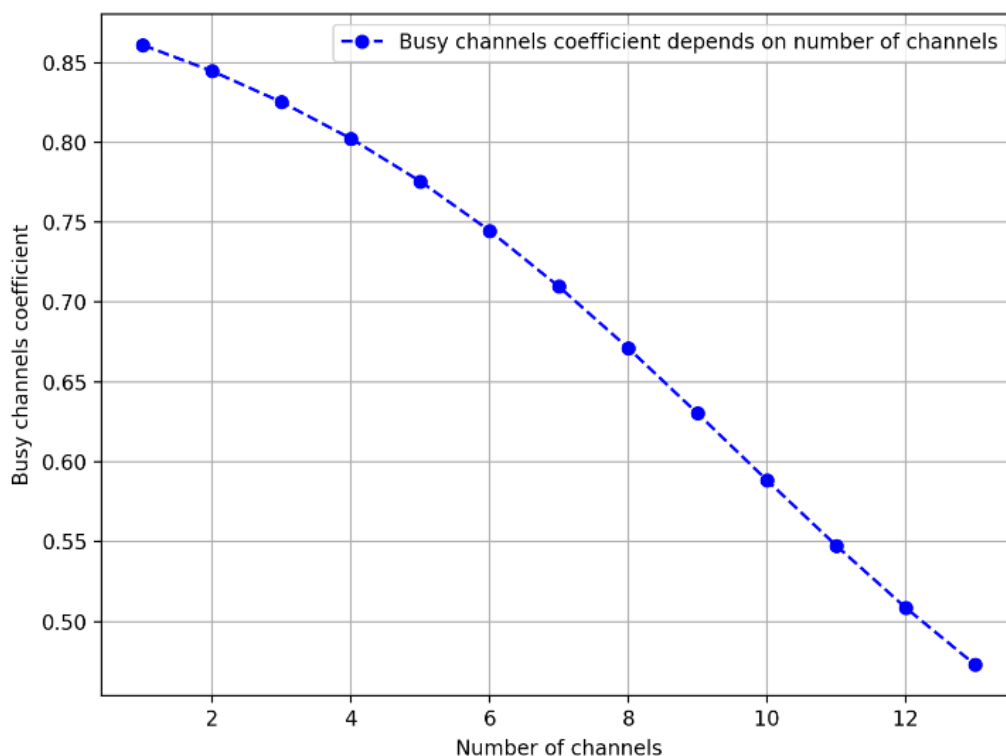


Рисунок 4 – зависимость коэффициента загрузки операторов от их количества для системы без очереди

1.2 Система с ограниченной очередью.

Схематичное представление системы с ограниченной очередью представлено на рис. 5. В данной схеме $S_i, i = 0, \dots, n$ – состояние, при котором обслуживается i звонков, $S_{n+i}, i = 1, \dots, m$ – состояние, при котором в очереди находится i звонков.

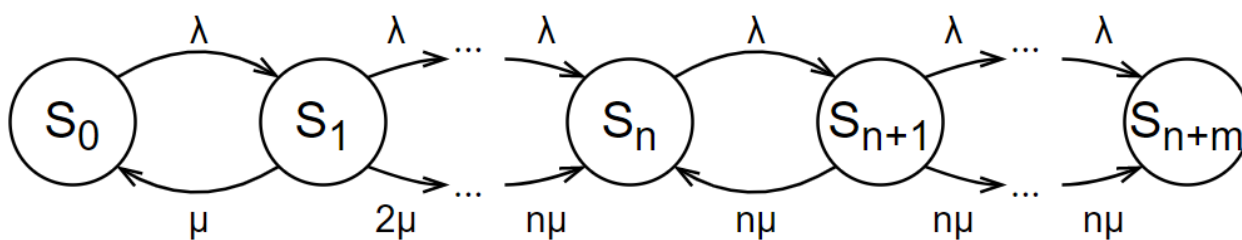


Рисунок 5 – схема состояний системы с ограниченной очередью

Для системы с очередью расчет вероятности состояния S_k осуществляется с помощью 2-х формул для разных случаев:

$$P_k = \frac{\lambda^k}{k! \mu^k} P_0, \quad k = 1, \dots, n, \quad (2.1)$$

где n – количество операторов,

$$P_{n+k} = \left(\frac{\lambda}{n\mu}\right)^k P_n, \quad k = 1, \dots, m, \quad (2.2)$$

где m – максимальная длина очереди.

Таким образом, из условия нормировки:

$$\sum_{k=1}^n P_k + \sum_{k=1}^m P_{n+k} = 1, \quad (2.3)$$

вероятность P_0 определяется как:

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^n \frac{\lambda^k}{k! \mu^k} + \frac{\lambda^n}{n! \mu^n} \sum_{k=1}^m \left(\frac{\lambda}{n\mu}\right)^k}. \quad (2.4)$$

Формулы (2.1), (2.2), (2.4) позволяют определить прикладные характеристики системы.

Так, вероятность отказа, определяемую вероятностью самого правого события в схеме (рис. 1) (все операторы и места в очереди заняты), можно вычислить как:

$$P_{\text{отк}} = P_{n+m} = \left(\frac{\lambda}{n\mu}\right)^k \frac{\lambda^n}{n! \mu^n} P_0. \quad (2.5)$$

Математическое ожидание от среднего количества занятых операторов, из формулы мат. ожидания вычисляется как:

$$\bar{n} = \sum_{k=1}^n k P_k + n \sum_{k=1}^m P_{n+k}. \quad (2.6)$$

Формула (2.6) отличается от (1.5) добавлением дополнительного слагаемого, учитывающего очередь, причем вероятность для каждого события в очередь умножается именно на количество занятых операторов.

Коэффициент загрузки числа операторов определяется по формуле (1.6).

Вероятность существования очереди определяется как сумма вероятностей событий, при которых длина очереди ненулевая:

$$P_Q = \sum_{k=1}^m P_{n+k}. \quad (2.7)$$

Математическое ожидание средней длины очереди определяется как сумма произведений количества заявок в очереди и вероятности для данного события:

$$\bar{Q} = \sum_{k=1}^m k P_{n+k}. \quad (2.8)$$

Коэффициент занятости мест в очереди определяется как:

$$k_Q = \frac{\bar{Q}}{m}. \quad (2.9)$$

По рассмотренным формулам (2.5), (2.6), (1.6), (2.7), (2.8), (2.9) были построены семейства графиков зависимостей прикладных характеристик в зависимости от количества операторов по количеству мест в очереди (рис. 6-11). Количество операторов варьируется от 1 до количества операторов, при котором достигается условие $P_{\text{отк}} < 0.01$ для системы из п. 1.1. Количество мест в очереди варьируется от 1 до 10.

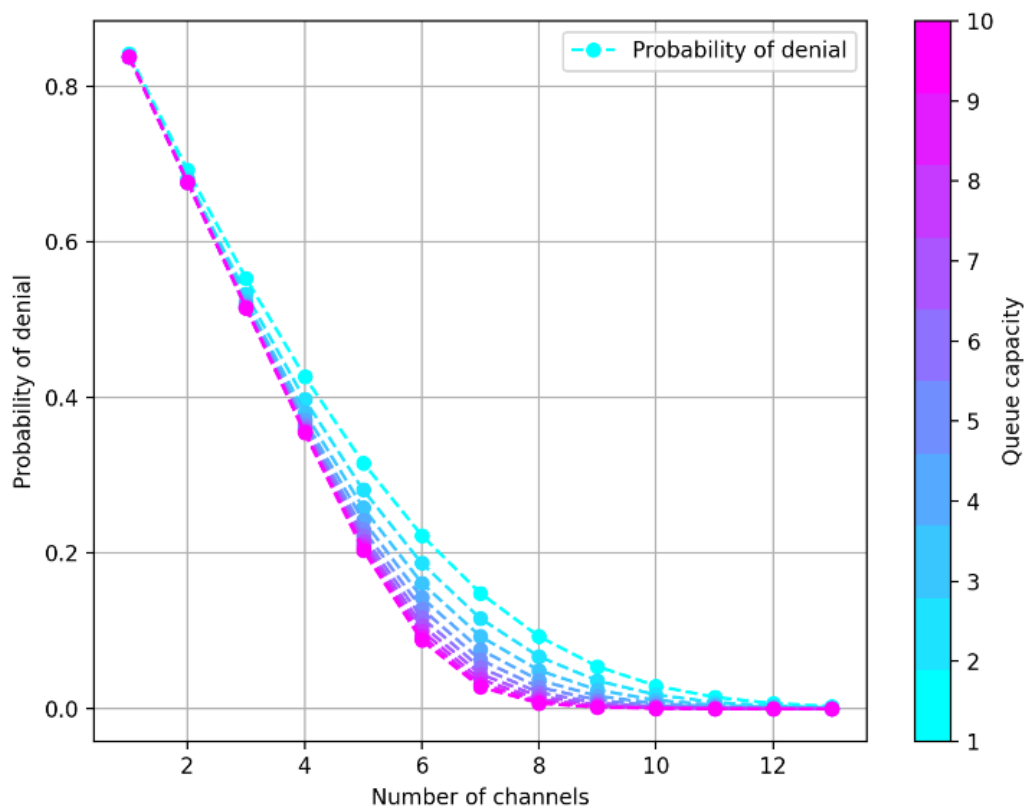


Рисунок 6 – семейство зависимостей вероятности отказа от количества каналов (операторов) для разного количества мест в очереди

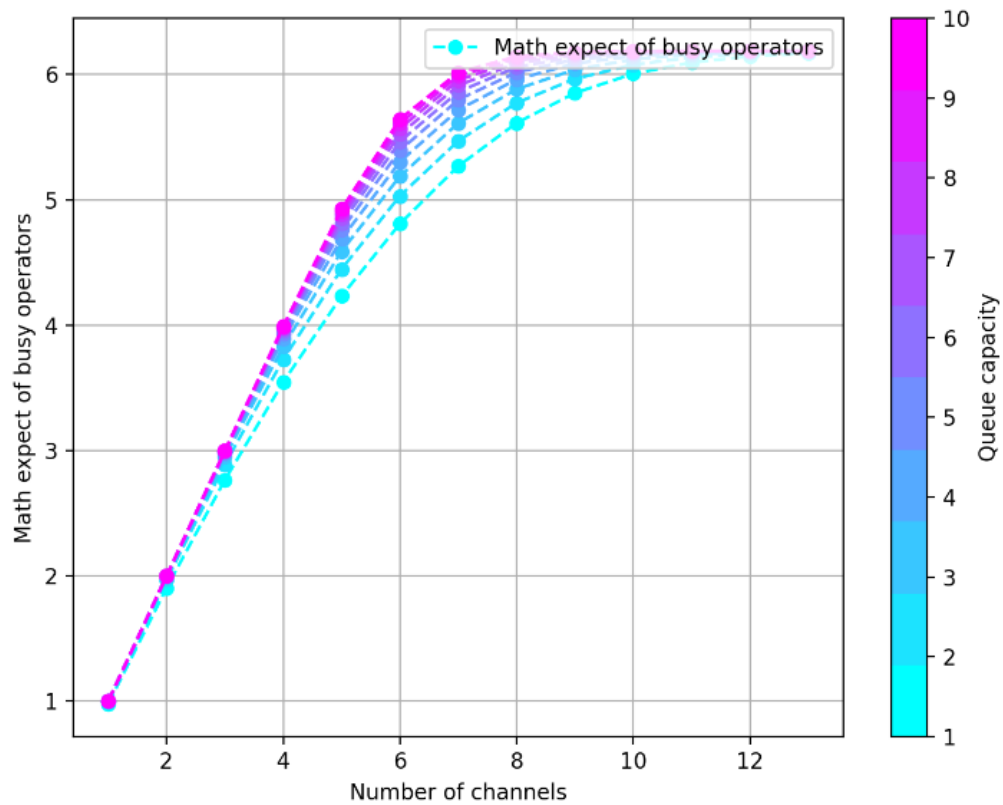


Рисунок 7 - семейство зависимостей математического ожидания среднего количества занятых операторов от их количества для разного количества мест в очереди

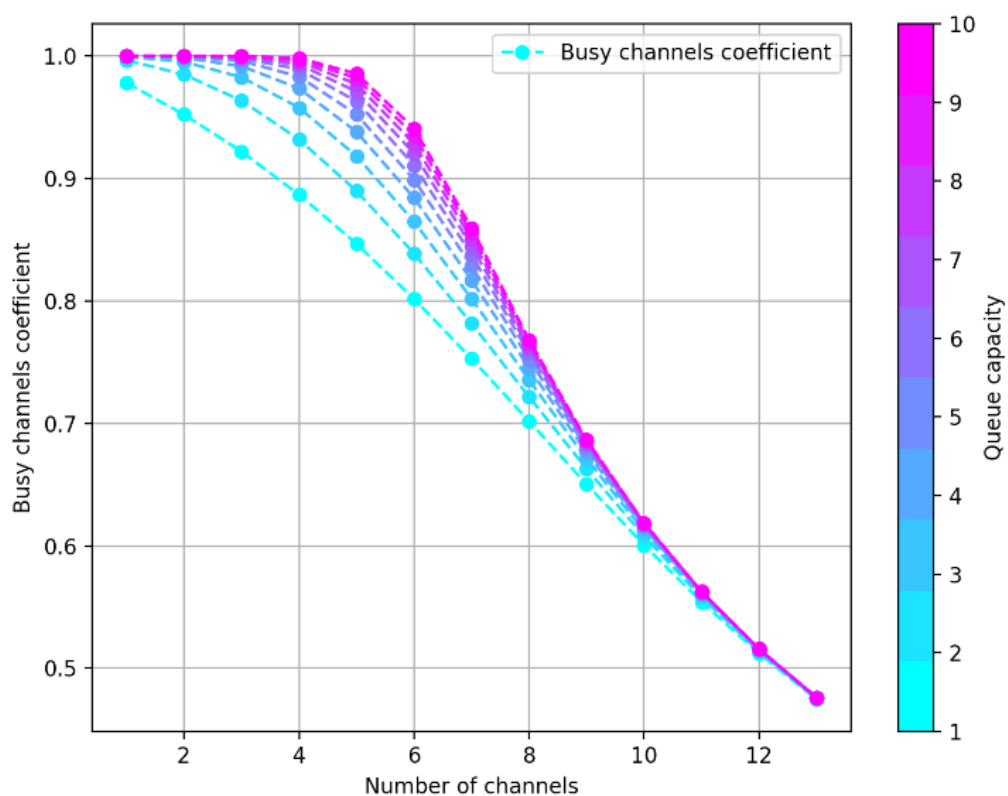


Рисунок 8 - семейство зависимостей коэффициента загрузки операторов от их количества для разного количества мест в очереди

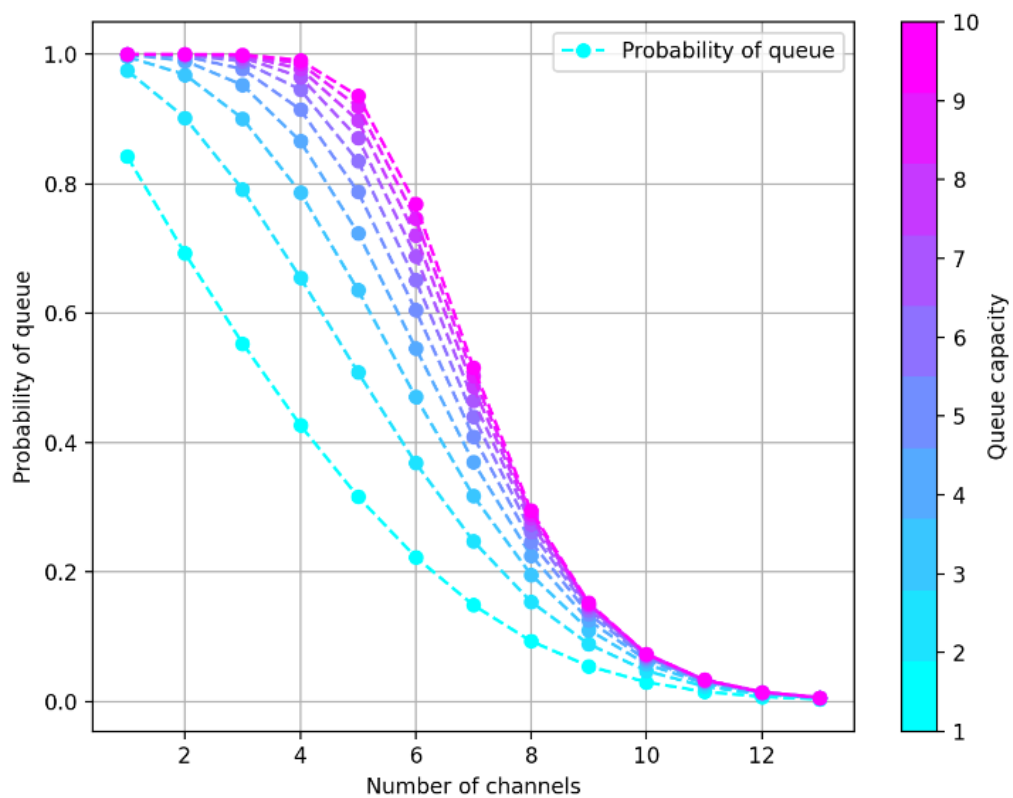


Рисунок 9 - семейство зависимостей вероятности образования очереди от количества каналов для разного количества мест в очереди

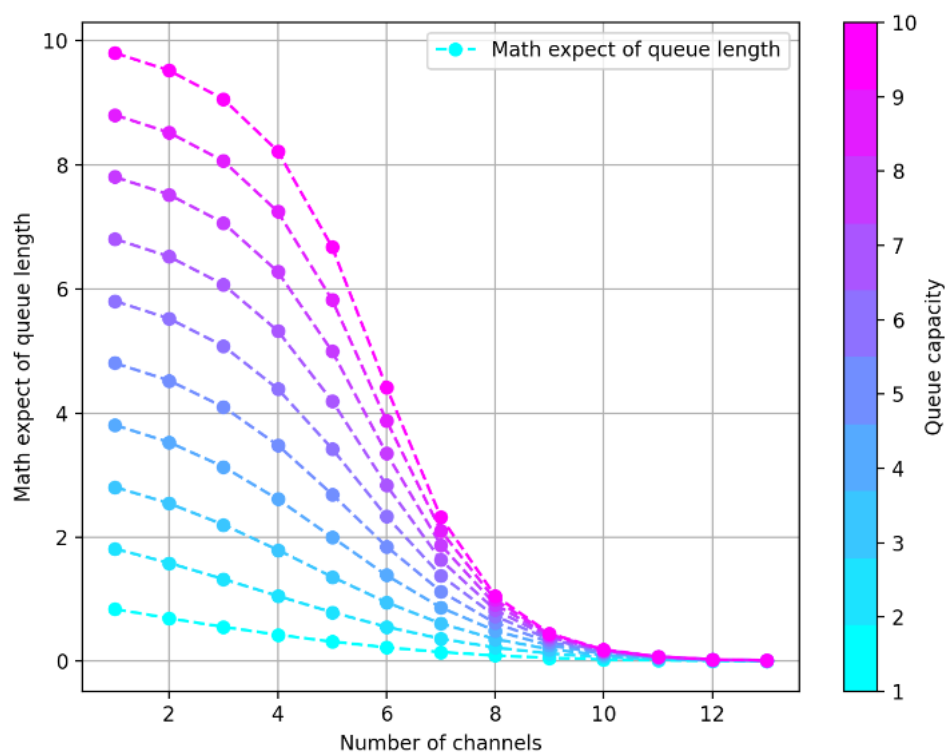


Рисунок 10 - семейство зависимостей математического ожидания средней длины очереди от количества каналов для разного количества мест в очереди

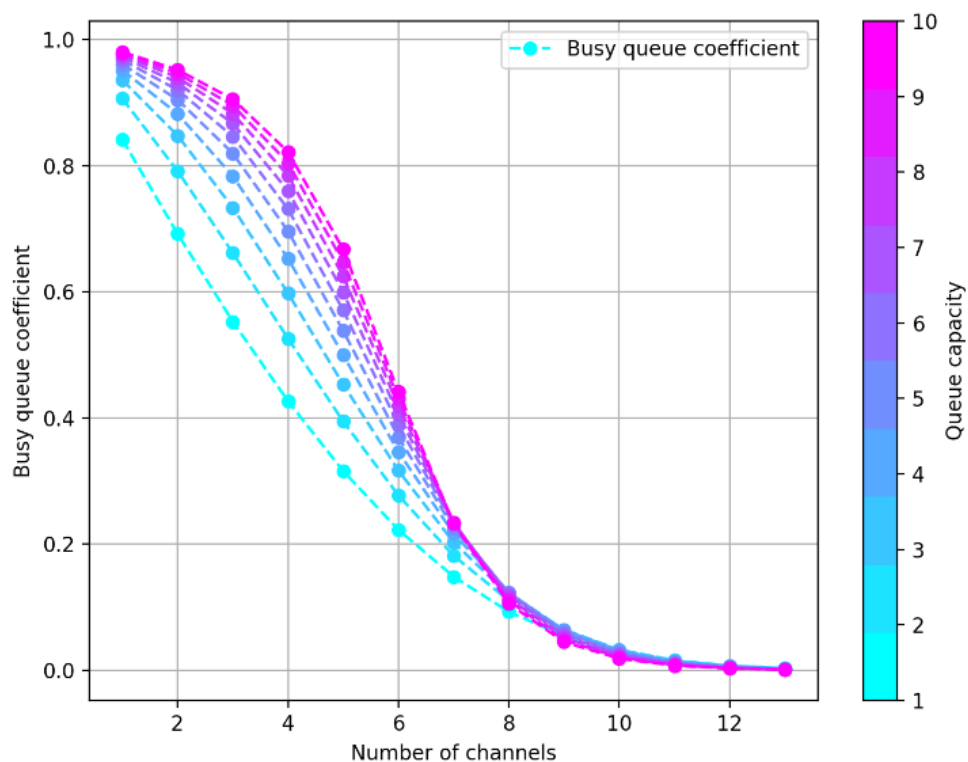


Рисунок 11 - семейство зависимостей коэффициента занятости мест в очереди от количества каналов для разного количества мест в очереди

Такое же получение семейств зависимостей прикладных характеристик было проведено и для зависимостей от количества мест в очереди по числу операторов (рис. 12-17) по количествам мест в очереди. Количество операторов варьируется от 1 до количества операторов, при котором достигается условие $P_{\text{отк}} < 0.01$ для системы из п. 1.1. Количество мест в очереди варьируется от 1 до 10.

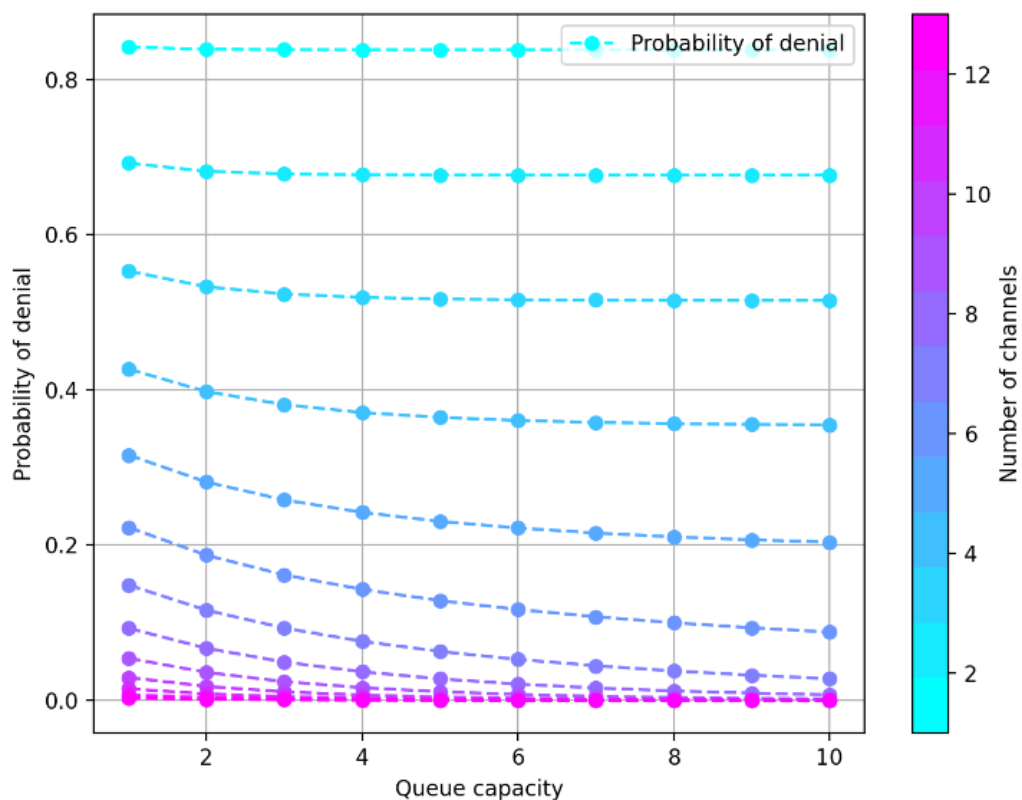


Рисунок 12 - семейство зависимостей вероятности отказа от количества мест в очереди для разного числа операторов

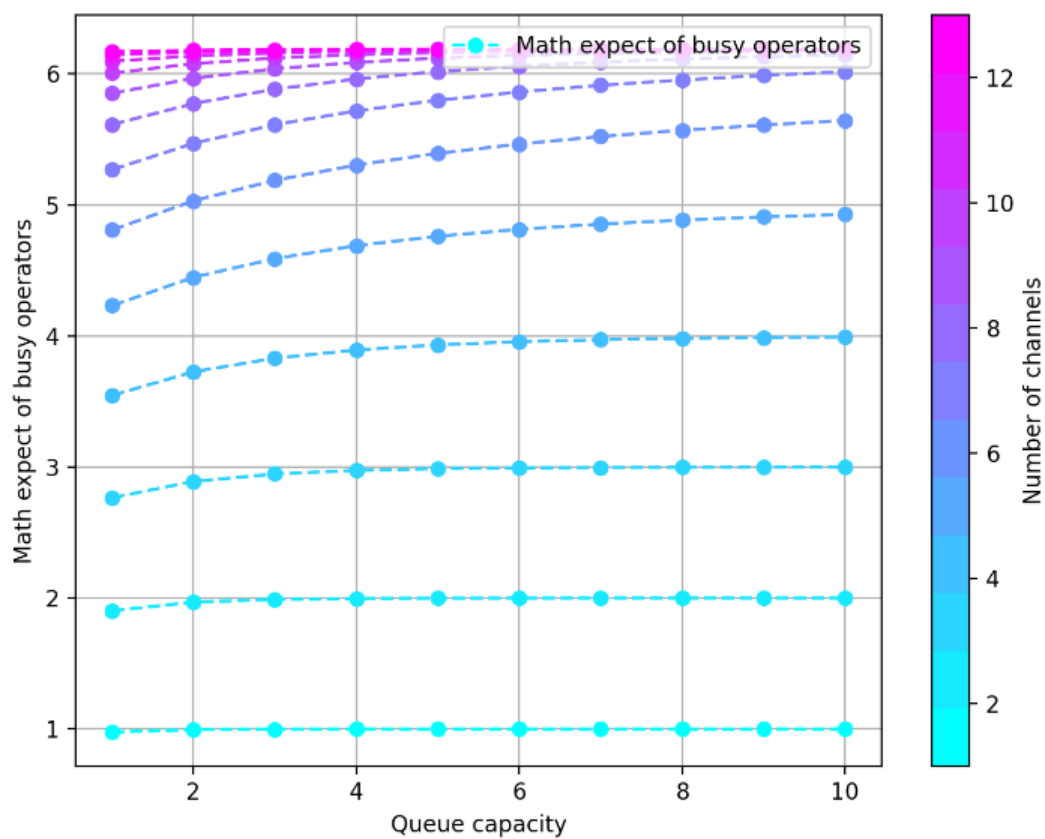


Рисунок 13 - семейство зависимостей математического ожидания среднего количества занятых операторов от количества мест в очереди для разного числа операторов

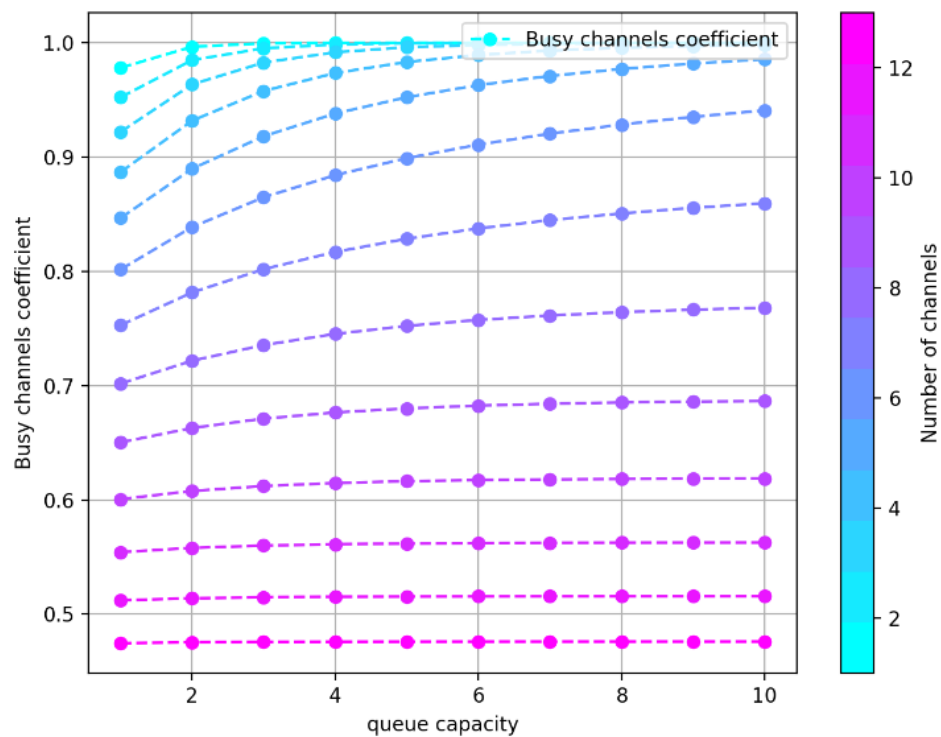


Рисунок 14 - семейство зависимостей коэффициента загрузки операторов от количества мест в очереди для разного числа операторов

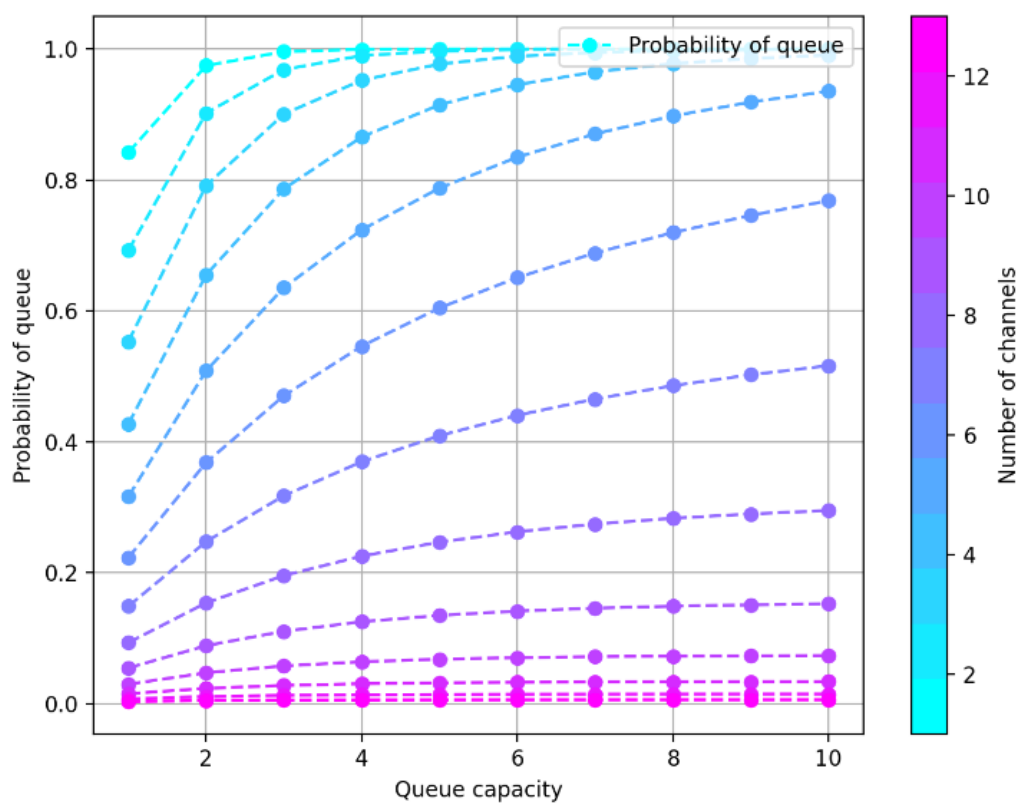


Рисунок 15 - семейство зависимостей вероятности образования очереди от количества мест в очереди для разного числа операторов

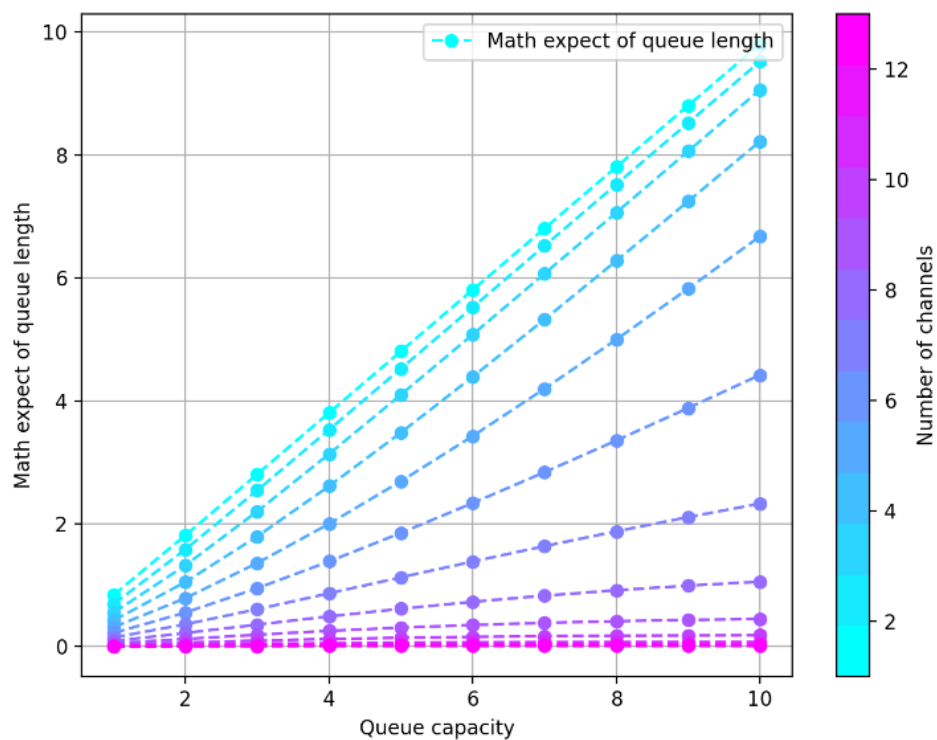


Рисунок 16 - семейство зависимостей математического ожидания средней длины очереди от количества мест в очереди для разного числа операторов

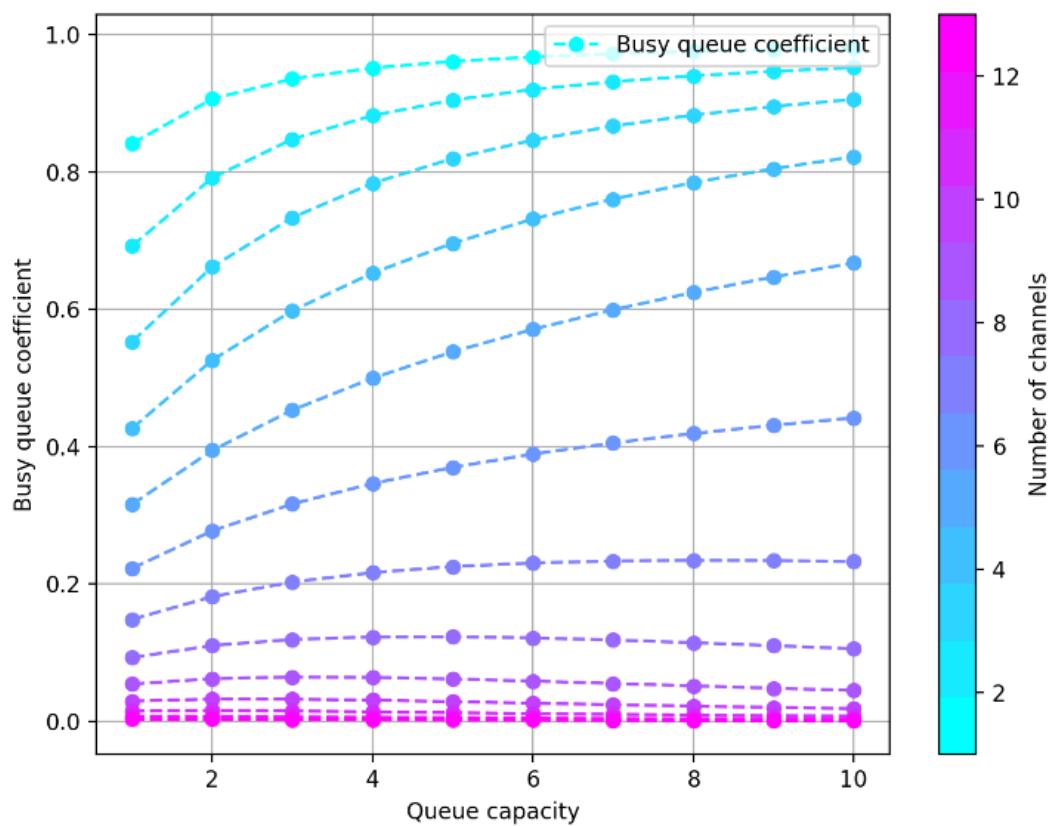


Рисунок 17 - семейство зависимостей коэффициента загрузки мест в очереди от их количества для разного числа операторов

1.3 Система с неограниченной очередью.

Схематичное представление системы с неограниченной очередью представлено на рис. 18. В данной схеме $S_i, i = 0, \dots, n$ – состояние, при котором обслуживается i звонков, $S_{n+i}, i = 1, 2, \dots$ – состояние, при котором в очереди находится i звонков.

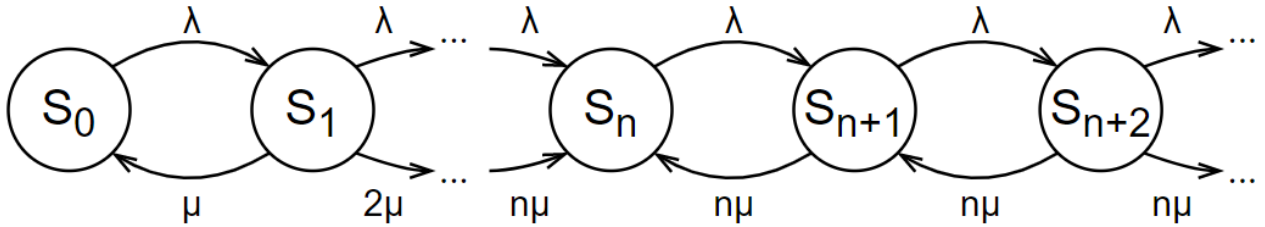


Рисунок 18 - схема состояний системы с неограниченной очередью

Для системы с неограниченной очередью расчет вероятности состояния S_k осуществляется с помощью формул (2.1) и (2.2) также, как и для случая с ограниченной очередью.

Из условия нормировки (2.3) вероятность P_0 определяется как:

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^n \frac{\lambda^k}{k! \mu^k} + \frac{\lambda^n}{n! \mu^n} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{n\mu} \right)^k}. \quad (3.1)$$

Бесконечная сумма в (3.1) преобразуется по формуле суммы членов геометрической прогрессии:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{n\mu} \right)^k = \frac{\lambda}{n\mu} + \left(\frac{\lambda}{n\mu} \right)^2 + \dots = \left| a = \frac{\lambda}{n\mu} \right| = \frac{a}{1 - a} = \frac{\lambda}{n\mu - \lambda},$$

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^n \frac{\lambda^k}{k! \mu^k} + \frac{\lambda^n}{n! \mu^n} \frac{\lambda}{n\mu - \lambda}}. \quad (3.2)$$

Формулы (2.1), (2.2), (3.2) позволяют определить прикладные характеристики системы.

Вероятность отказа для данной модификации системы не рассматривается, так как из самого смысла бесконечной очереди следует, что $P_{\text{отк}} = 0$.

Математическое ожидание от среднего количества занятых операторов, из формулы мат. ожидания, раскрывая сумму членов бесконечной геометрической прогрессии, вычисляется как:

$$\begin{aligned}\bar{n} &= \sum_{k=1}^n kP_k + n \sum_{k=1}^{\infty} P_{n+k} = \sum_{k=1}^n kP_k + nP_n \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{n\mu}\right)^k = \\ &= \sum_{k=1}^n kP_k + nP_n \frac{\lambda}{n\mu - \lambda}.\end{aligned}\quad (3.3)$$

Коэффициент загрузки числа операторов определяется по формуле (1.6).

Вероятность существования очереди определяется как сумма вероятностей событий, при которых длина очереди ненулевая:

$$P_Q = \sum_{k=1}^{\infty} P_{n+k} = P_n \frac{\lambda}{n\mu - \lambda}.\quad (3.4)$$

Математическое ожидание средней длины очереди определяется как сумма произведений количества заявок в очереди и вероятности для данного события:

$$\bar{Q} = \sum_{k=1}^{\infty} kP_{n+k} = nP_n a(1 + 2a + 3a^2 + \dots) = nP_n a \frac{d}{da} \left(\frac{a}{1-a}\right) = \frac{nP_n a}{(1-a)^2}.\quad (3.5)$$

Коэффициент занятости мест в очереди определить для данной системы невозможно, так как формула (2.9) требует конечного числа мест в очереди.

По рассмотренным формулам (3.3), (1.6), (3.4), (3.5) были построены графики зависимостей прикладных характеристик в зависимости от количества операторов (рис. 21-24). Количество операторов варьируется от 1 до количества операторов, при котором достигается условие $P_{\text{отк}} < 0.01$ для системы из п. 1.1.

При этом важным замечанием является то, что раскрытие бесконечных рядов в формулах (3.2) – (3.5) возможно при $\frac{\lambda}{n\mu} = a < 1$, иначе ряд устремляется к бесконечности и $P_0 \rightarrow 0$, что приводит к равенству 0 всех прикладных характеристик. Анализ графиков без предварительной обработки (рис. 19, 20) дает понять, что существует такое количество каналов, при котором условие удовлетворяется и ряд геометрической прогрессии сходится к определенному числу. Рис. 21-24 были получены с учетом определенного минимально-необходимого числа каналов.

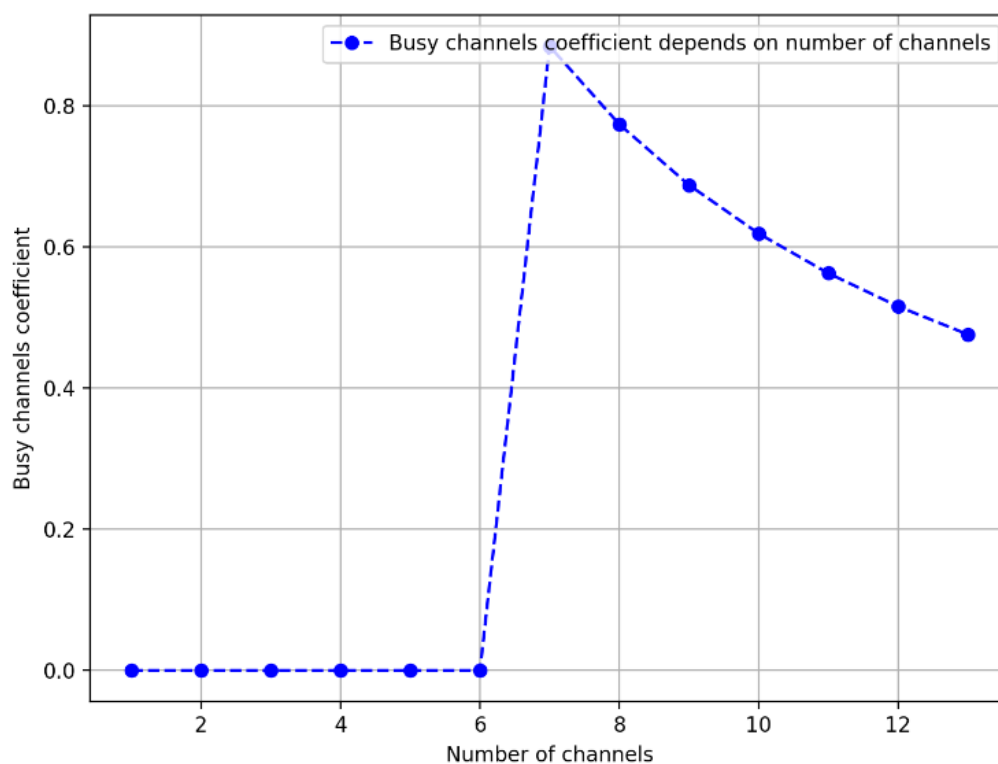


Рисунок 19 - зависимость коэффициента занятости операторов от их количества для системы с неограниченной очередью (с учетом нарушения условия $a < 1$)

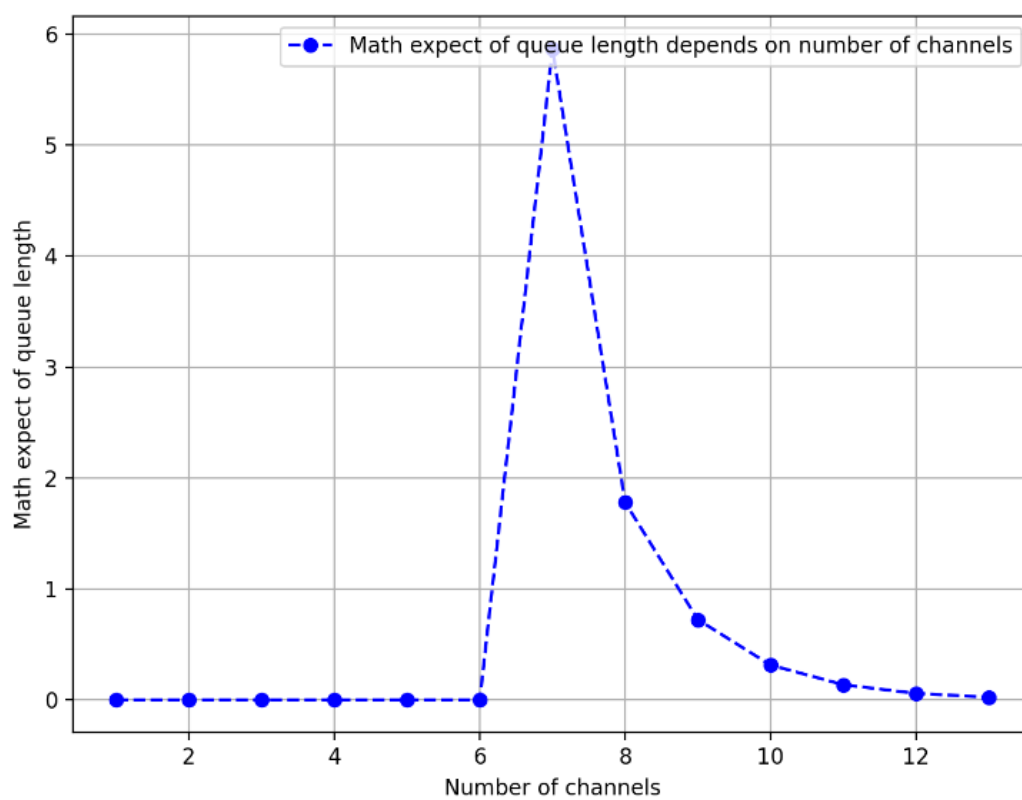


Рисунок 20 - зависимость математического ожидания длины очереди от количества операторов для системы с неограниченной очередью (с учетом нарушения условия $a < 1$)

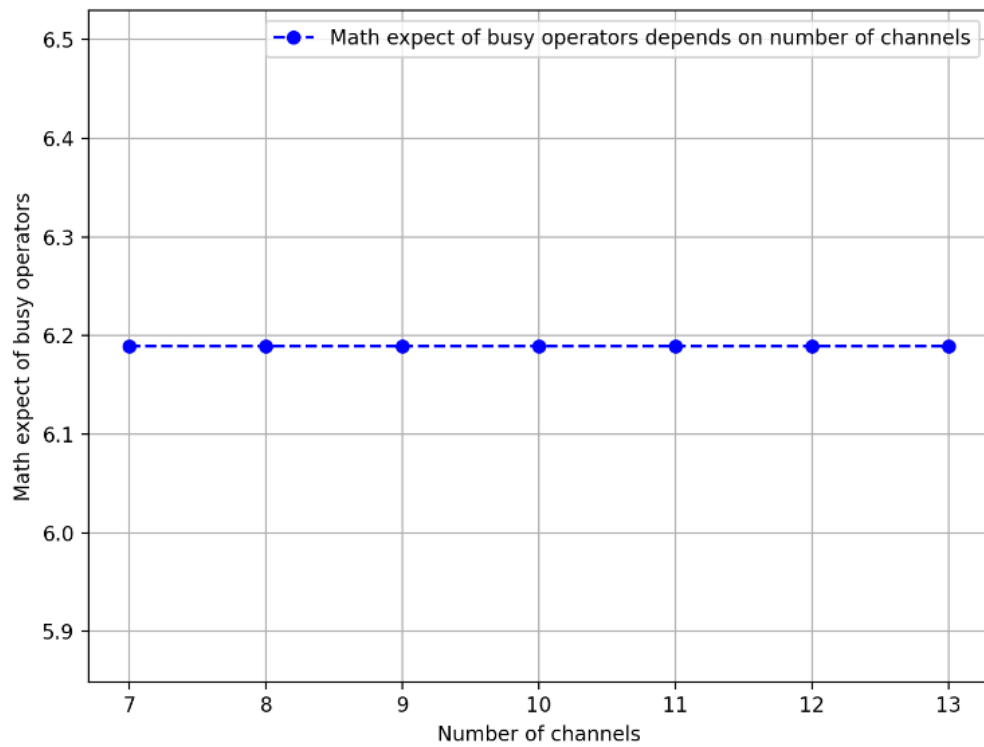


Рисунок 21 - зависимость математического ожидания числа занятых операторов от их количества для системы с неограниченной очередью

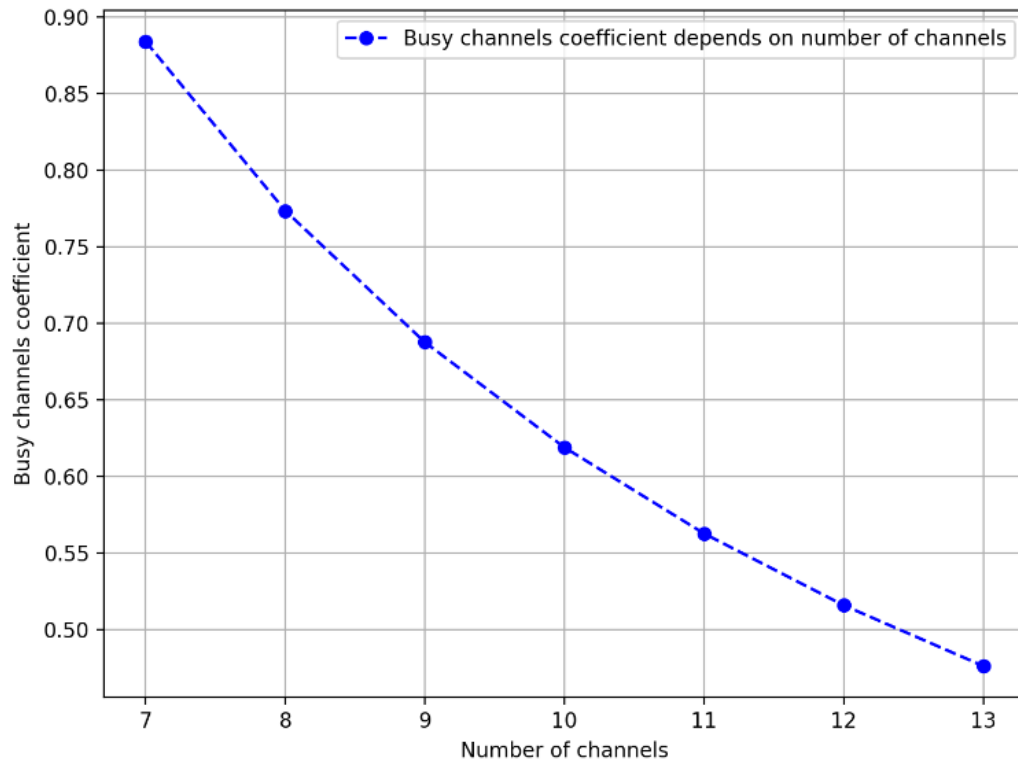


Рисунок 22 - зависимость коэффициента занятости операторов от их количества для системы с неограниченной очередью

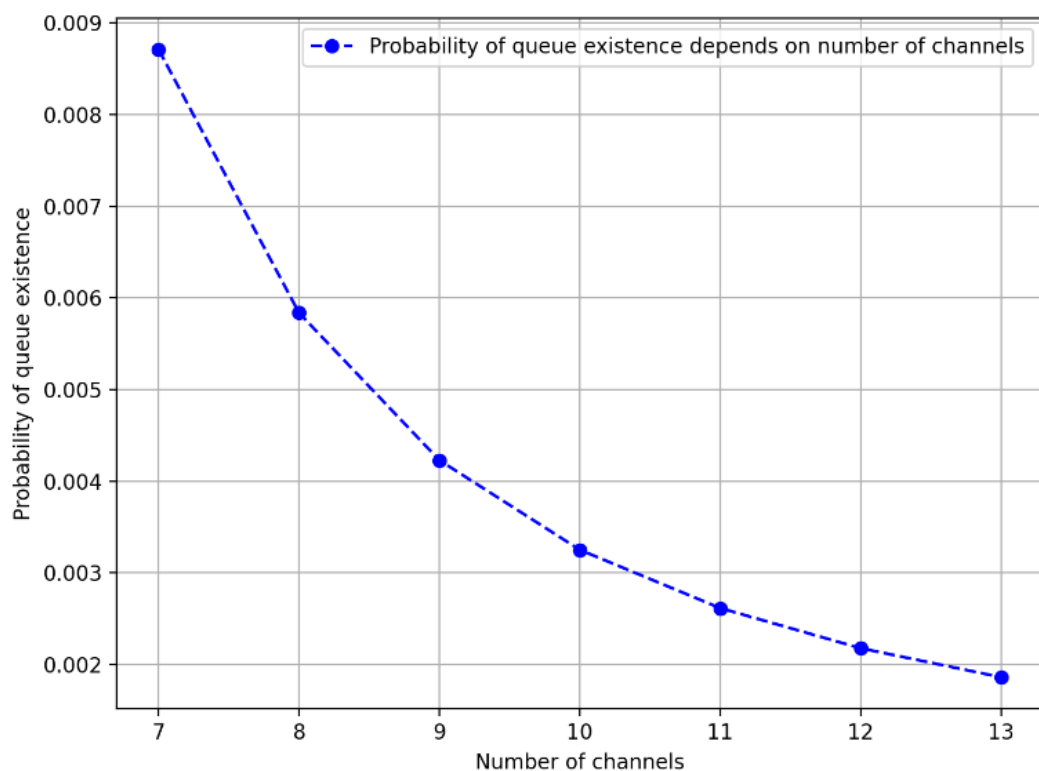


Рисунок 23 - зависимость вероятности образования очереди от количества операторов для системы с неограниченной очередью

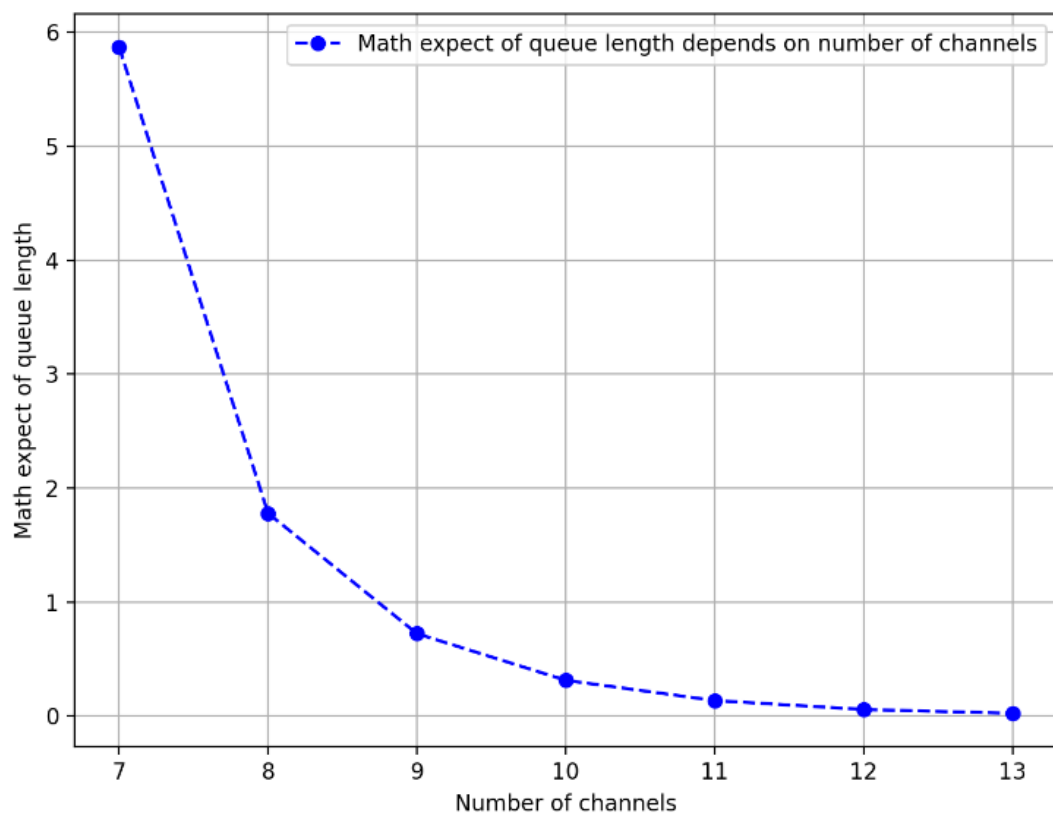


Рисунок 24 - зависимость математического ожидания длины очереди от количества операторов для системы с неограниченной очередью

1.4 Система с неограниченной очередью, учитывающая фактор ухода клиентов из очереди.

Модификация системы, при которой учитывается фактор ухода клиентов из очереди, дополняет параметры системы параметром ν – интенсивностью ухода клиентов, который зависит от T_w – среднего времени ожидания клиентов в очереди:

$$\nu = \frac{1}{T_w}. \quad (4.1)$$

Схематичное представление системы с неограниченной очередью и учетом фактора ухода клиентов из нее представлено на рис. 25. В данной схеме $S_i, i = 0, \dots, n$ – состояние, при котором обслуживается i звонков, $S_{n+i}, i = 1, 2 \dots$ – состояние, при котором в очереди находится i звонков.

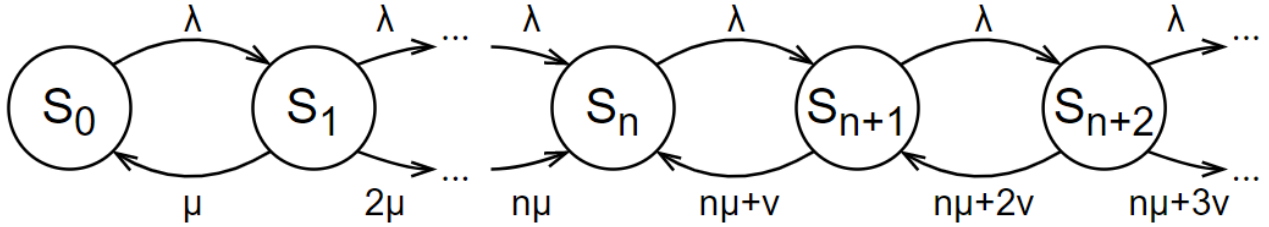


Рисунок 25 - схема состояний системы с неограниченной очередью и учетом фактора ухода клиентов из очереди

Для системы с неограниченной очереди и учетом фактора ухода клиентов из нее расчет вероятности состояния S_k осуществляется с помощью 2-х формул для разных случаев: когда очередь пустая (2.1) и когда все операторы заняты (очередь не пустая):

$$P_{n+k} = \frac{\lambda^k}{\prod_{i=1}^k (n\mu + i\nu)} P_n, \quad k \in [1; \infty]. \quad (4.2)$$

Из условия нормировки (2.3) вероятность P_0 определяется как:

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^n \frac{\lambda^k}{k! \mu^k} + \frac{\lambda^n}{n! \mu^n} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^k}{\prod_{i=1}^k (n\mu + i\nu)}}. \quad (4.3)$$

Формула (4.3) содержит бесконечную сумму, раскрыть которую по аналогии с (3.1) не представляется возможным. Аналитическая оценка предела данной последовательности также является сложной задачей, поэтому было принято решение вычислять данный ряд численно с определенной точностью:

$$|s_{i+1} - s_i| < \varepsilon, \quad (4.4)$$

где s_i – очередное значение суммы ряда i элементов, ε – точность вычисления, которая была положена:

$$\varepsilon = 1e - 6. \quad (4.5)$$

Формулы (2.1), (4.2), (4.3) позволяют определить прикладные характеристики системы.

Вероятность отказа для данной модификации системы не рассматривается, так как из самого смысла бесконечной очереди следует, что $P_{\text{отк}} = 0$.

Математическое ожидание от среднего количества занятых операторов, из формулы мат. ожидания, вычисляется как:

$$\bar{n} = \sum_{k=1}^n kP_k + n \sum_{k=1}^{\infty} P_{n+k} = \sum_{k=1}^n kP_k + nP_n \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^k}{\prod_{i=1}^k (n\mu + i\nu)}, \quad (4.6)$$

где бесконечный ряд вычисляется численно с точностью, определяемой (4.4) и (4.5).

Коэффициент загрузки числа операторов определяется по формуле (1.6).

Вероятность существования очереди определяется как сумма вероятностей событий, при которых длина очереди ненулевая:

$$P_Q = \sum_{k=1}^{\infty} P_{n+k} = P_n \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^k}{\prod_{i=1}^k (n\mu + i\nu)}, \quad (4.7)$$

где бесконечный ряд вычисляется численно с точностью, определяемой (4.4) и (4.5).

Математическое ожидание средней длины очереди определяется как сумма произведений количества заявок в очереди и вероятности для данного события:

$$\bar{Q} = \sum_{k=1}^{\infty} kp_{n+k} = P_n \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k\lambda^k}{\prod_{i=1}^k (n\mu + i\nu)}, \quad (4.8)$$

где бесконечный ряд вычисляется численно с точностью, определяемой (4.4) и (4.5).

По рассмотренным формулам (4.6), (1.6) (4.7), (4.8) были построены графики зависимостей прикладных характеристик в зависимости от количества операторов (рис. 26-29). Количество операторов варьируется от 1 до количества операторов, при котором достигается условие $P_{\text{отк}} < 0.01$ для системы из п. 1.1.

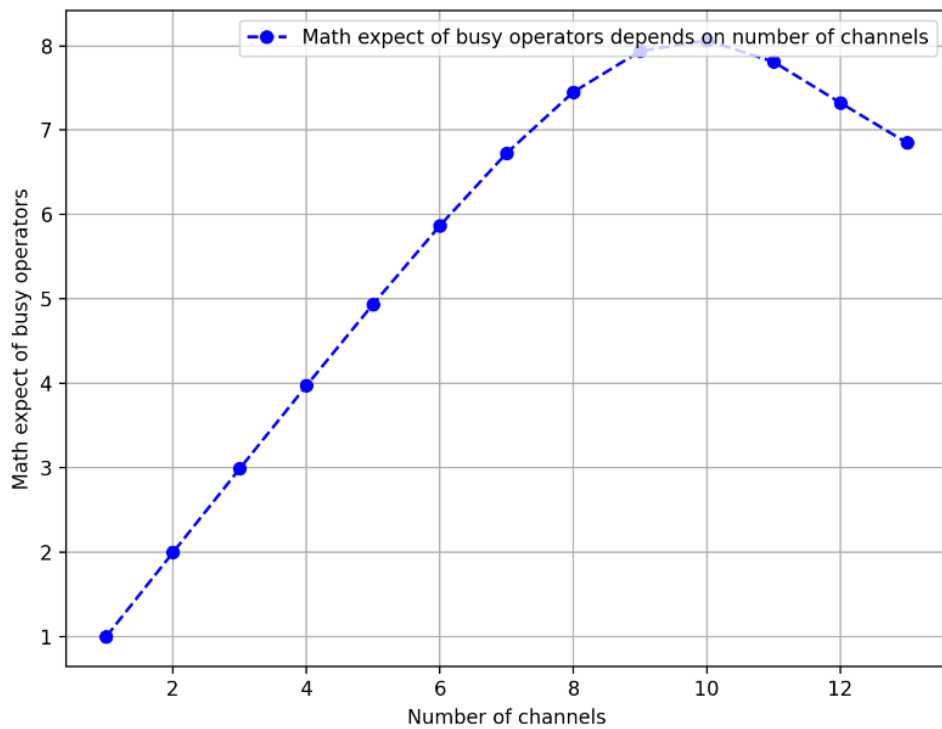


Рисунок 26 - зависимость математического ожидания числа занятых операторов от их количества для системы с неограниченной очередью и учетом фактора ухода клиентов из очереди

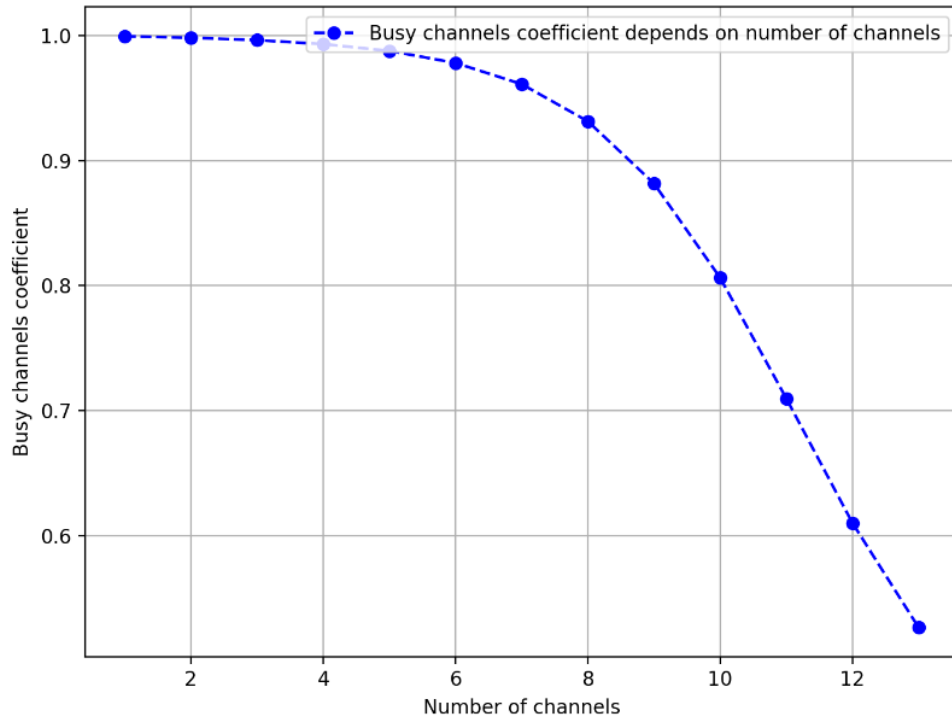


Рисунок 27 - зависимость коэффициента занятости операторов от их количества для системы с неограниченной очередью и учетом фактора ухода клиентов из очереди

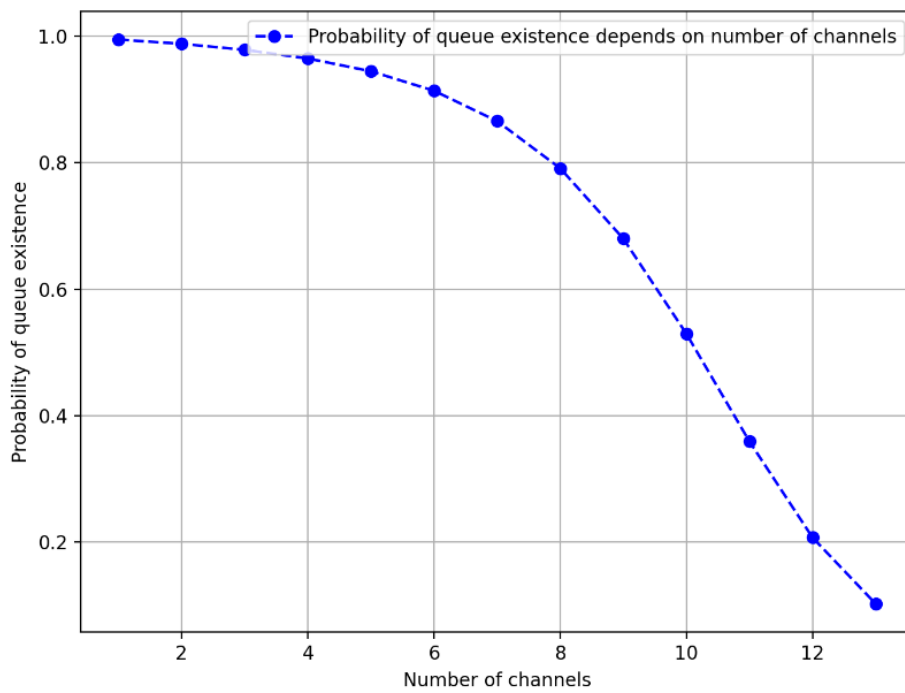


Рисунок 28 - зависимость вероятности существования очереди от количества операторов для системы с неограниченной очередью и учетом фактора ухода клиентов из очереди

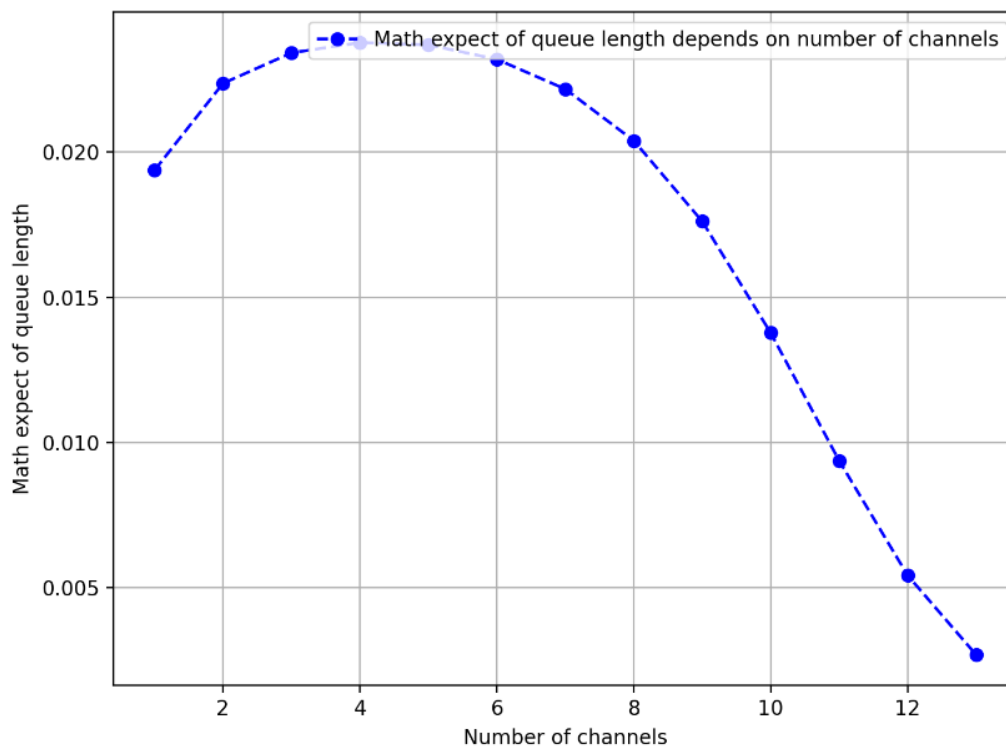


Рисунок 29 - зависимость математического ожидания длины очереди от количества операторов для системы с неограниченной очередью и учетом фактора ухода клиентов из очереди

2. Проектирование производственного участка.

В качестве параметров данной системы выступают интенсивности, аналогичные системам, рассмотренным в пунктах 1.1 - 1.4 (1), но имеют иной смысл: λ – интенсивность поломок / вызова наладчиков, μ – интенсивность отладки:

$$\lambda = \frac{1}{T_c}; \mu = \frac{1}{T_s}; \quad (5.1)$$

При этом к станкам в системе приставляется определенное количество отладчиков, определяемое n . В свою очередь количество станков определяется N .

Схематичное представление подобной системы представлено на рис. 30. В данной схеме $S_i, i = 0, \dots, N$ – состояние, при котором обслуживания требуют i станков.

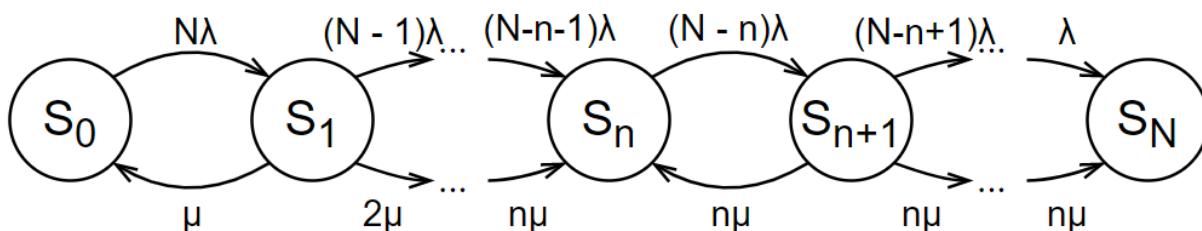


Рисунок 30 - схема состояний замкнутой системы с отладчиками

Для системы с отладчиками расчет вероятности состояния S_k осуществляется с помощью формул:

$$P_k = \frac{N!}{(N-k)!k!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k P_0, \quad k = 1, \dots, n. \quad (5.2)$$

$$P_{n+k} = \frac{(N-n)!}{(N-n-k)!} \left(\frac{\lambda}{n\mu}\right)^k P_n, \quad k = 1, \dots, N-n. \quad (5.3)$$

Как видно из формул (5.2) и (5.3), а также из схемы системы (рис. 30) – изменение числа наладчиков изменяет интенсивность обслуживания, тем самым изменяя вероятности событий S_i и разделяя формулу ее вычисления на 2 разных случая – при задействовании всех наладчиков (5.3) и при наличии хотя бы одного свободного (5.2).

Из условия нормировки:

$$\sum_{k=1}^N P_k + \sum_{k=1}^{N-n} P_{n+k} = 1 \quad (5.4)$$

вероятность P_0 определяется как:

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^n \frac{N!}{(N-k)!k!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k + \frac{N!}{(N-n)!n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \sum_{k=1}^{N-n} \frac{(N-n)!}{(N-n-k)n} \left(\frac{\lambda}{n\mu}\right)^k}. \quad (5.5)$$

Формулы (5.2), (5.3), (5.5) позволяют определить прикладные характеристики системы.

Математическое ожидание числа простаивающих станков определяется по формуле:

$$M_{\text{нераб}} = \sum_{k=1}^N k P_k, \quad (5.6)$$

которая исходит из схемы (рис. 30), в которой состояние S_0 – состояние, при котором все станки работают, а $S_i, i = 1, \dots, N$ – состояния, при которых простаивают i станков.

Математическое ожидание числа станков, ожидающих обслуживания, ($S_i, i = n, \dots, N$), определяется как:

$$M_{\text{ожид}} = \sum_{k=1}^{N-n} k P_{n+k}. \quad (5.7)$$

Вероятность ожидания обслуживания определяется как сумма вероятностей для $S_i, i = n, \dots, N$:

$$P_A = \sum_{k=1}^{N-n} P_{n+k}. \quad (5.8)$$

Математическое ожидание числа занятых наладчиков определяется как:

$$\bar{n} = \sum_{k=1}^n k P_k + n \sum_{k=1}^{N-n} P_{n+k}. \quad (5.9)$$

Коэффициент занятости наладчиков определяется как:

$$k_n = \frac{\bar{n}}{n}. \quad (5.10)$$

По рассмотренным формулам (5.6)–(5.10) были построены графики зависимостей прикладных характеристик в зависимости от количества наладчиков (рис. 31-35).

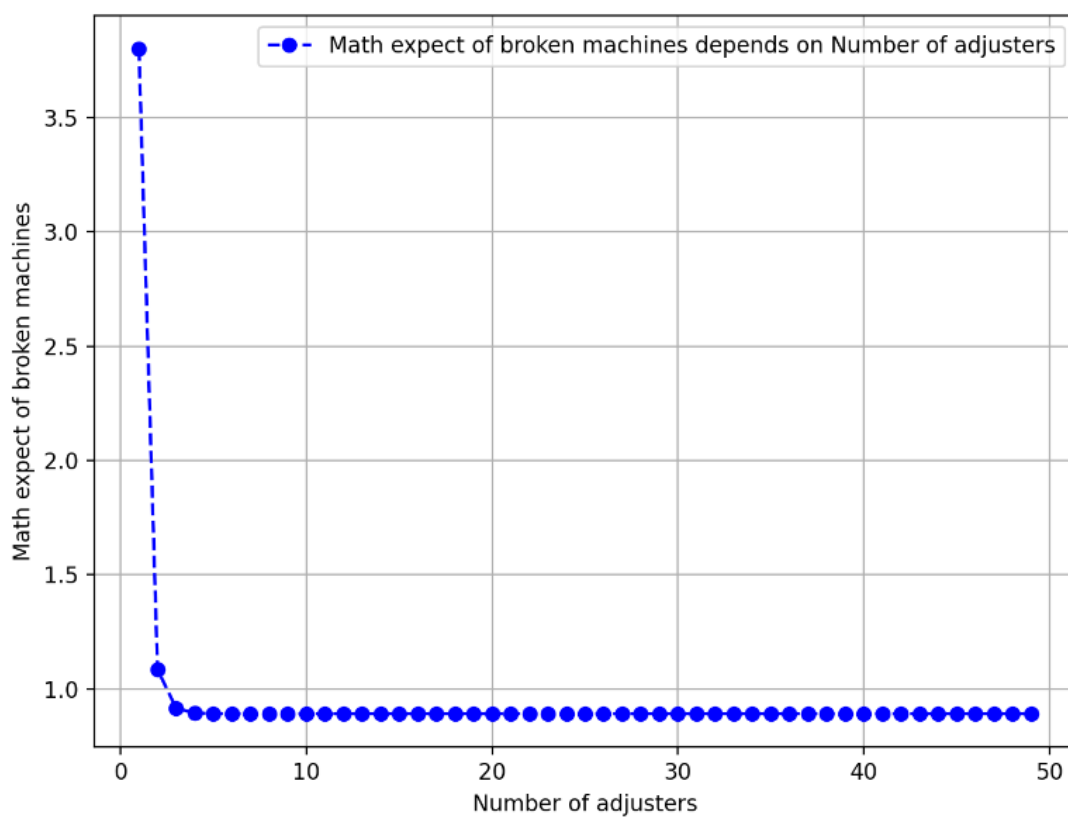


Рисунок 31 - зависимость математического ожидания количества простаивающих станков от количества наладчиков для системы производственного участка

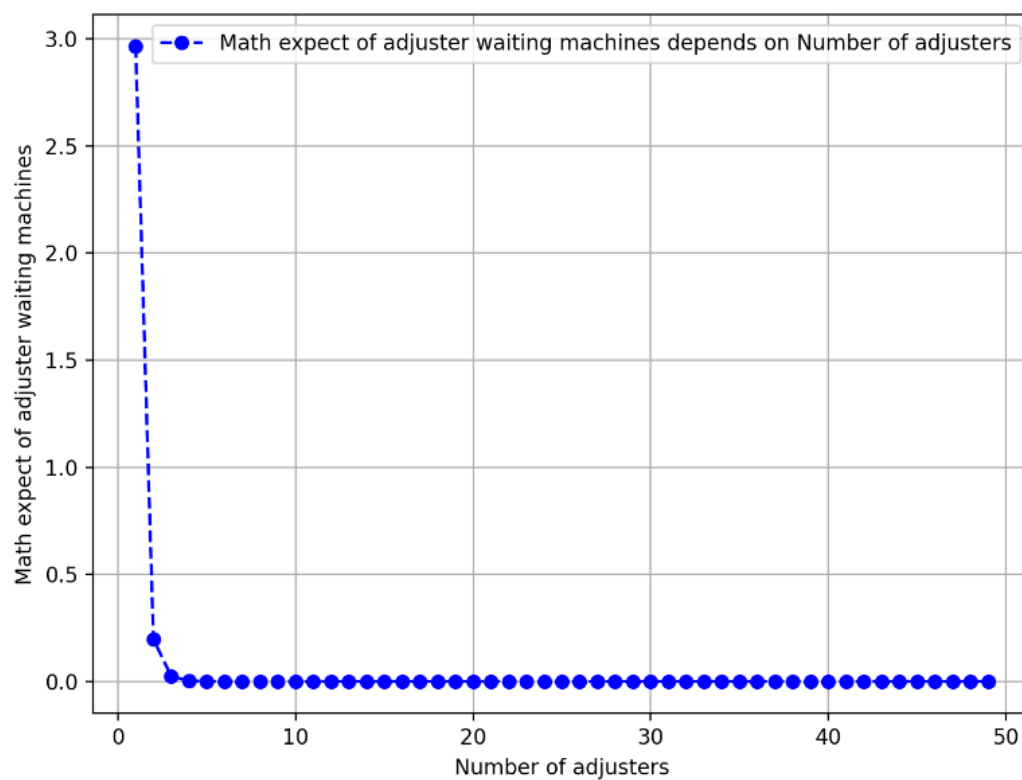


Рисунок 32 - зависимость математического ожидания количества ожидающих обслуживания станков от количества наладчиков для системы производственного участка

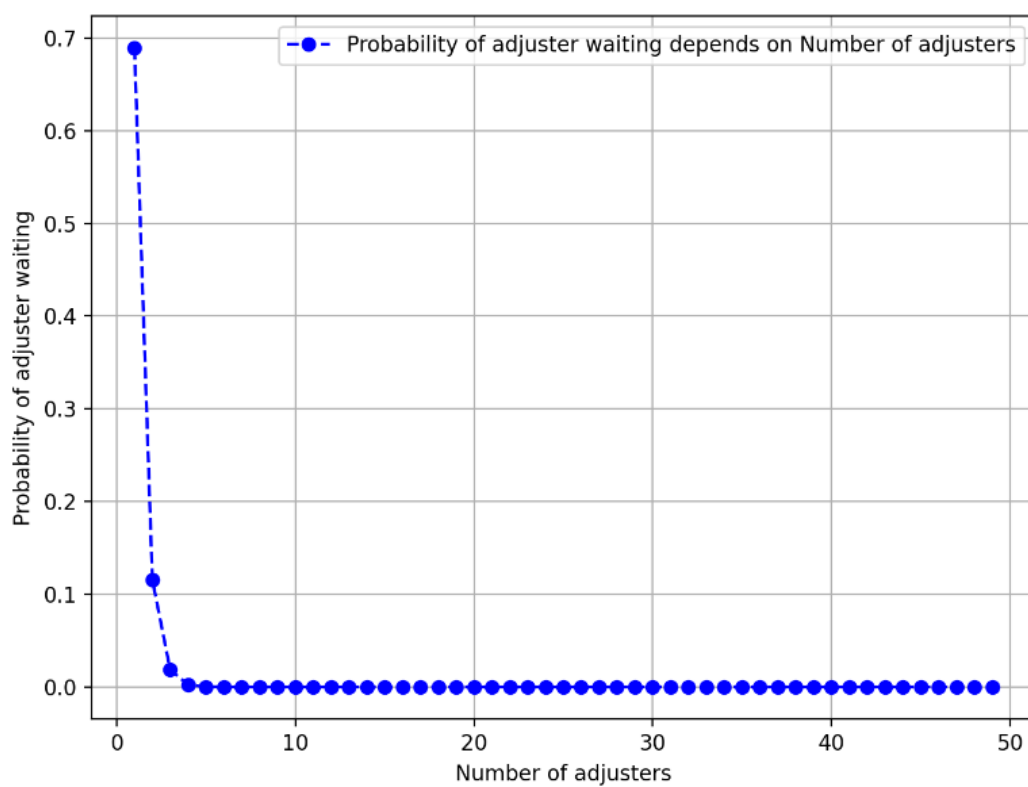


Рисунок 33 - зависимость вероятности ожидания наладчика от их количества для системы производственного участка

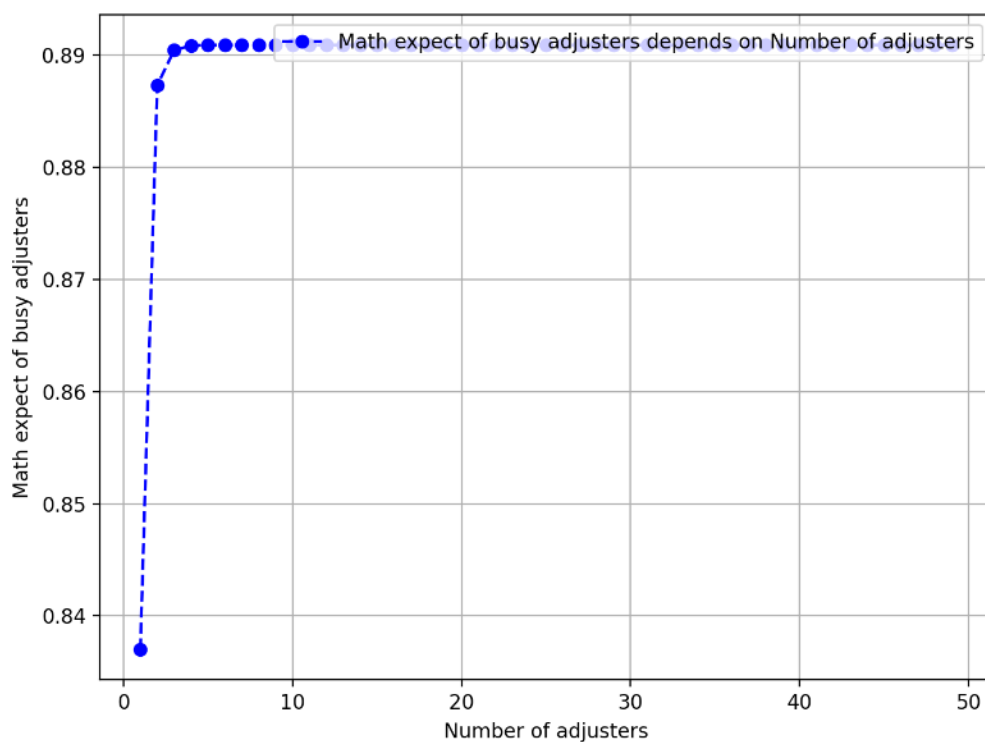


Рисунок 34 - зависимость математического ожидания загруженных наладчиков от их количества для системы производственного участка

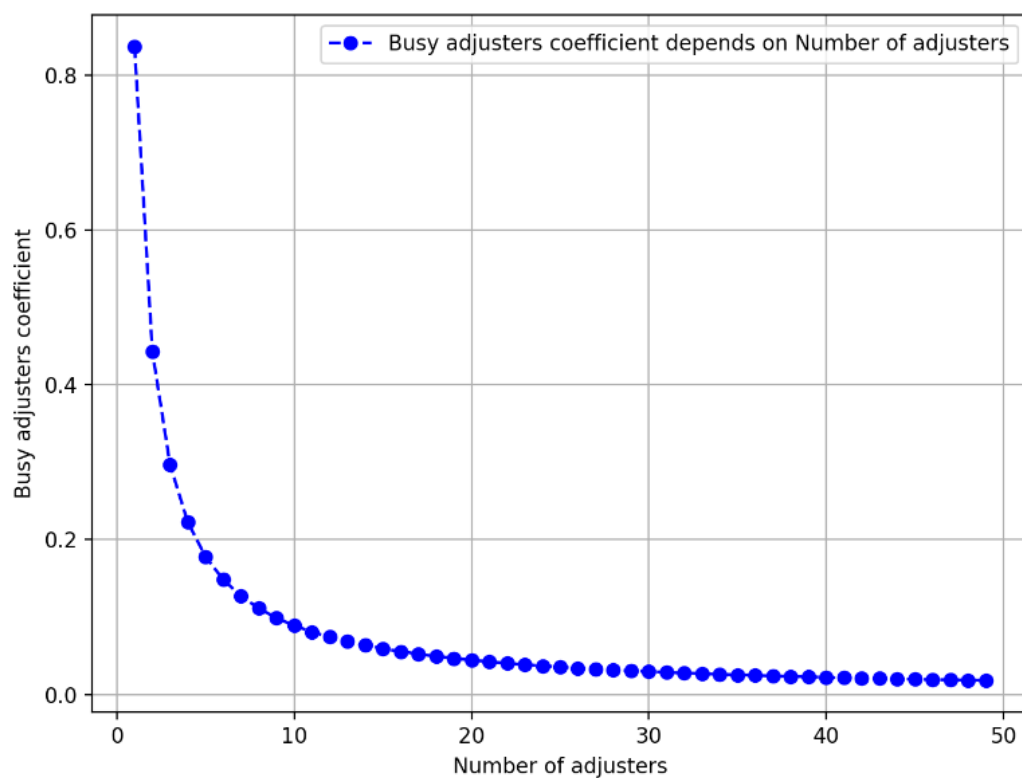


Рисунок 35 - зависимость коэффициента загрузки наладчиков от их количества для системы производственного участка