KANDIDATNUMMER:

EKSAMEN

EMNENAVN: Matematikk for spillprogrammering

EMNENUMMER: REA2061

EKSAMENSDATO: 03. januar 2013

KLASSE: Spillprogrammering

TID: kl. 9.00–14.00 .

FAGANSVARLIG: Ved evt. spørsmål, kontakt Simon McCallum

ANTALL SIDER UTLEVERT:
3 (innkl. forside)

TILLATTE HJELPEMIDLER:
Programmerbar Kalkulator og trykte/skrevne hjelpemidler.

INNFØRING MED PENN.

Ved innlevering skilles hvit og gul besvarelse og legges i hvert sitt omslag.

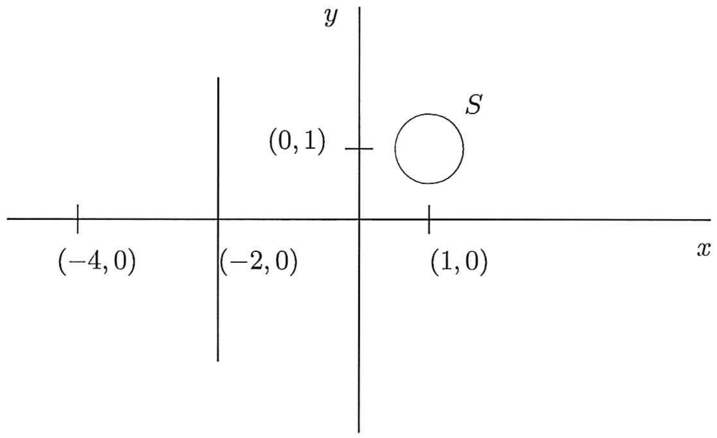
Oppgavetekst, kladd og blåkopi beholder kandidaten.

Husk kandidatnummer på alle ark.

Hver av bokstavpunktene teller likt. Oppgaver uten bokstavpunkter regnes som et bokstavpunkt. Alle svar skal begrunnes og tankegangen skal vises. Svar uten begrunnelse vil bli tillagt liten vekt.

Oppgave 1

Vi har gitt et oppsett for raytracing i 2D. Skjermen befinner seg i $x = -2$ og strekker seg fra -2 til 2 i y-retning. Kameraet befinner seg på x-aksen for $x = -4$. I punktet $(1, 1)$ er det en sirkel S med diameter 1.



a) En linje L går igjennom kamerapunktet $(-4, 0)$ og skjermen i punktet $(-2, 0.5)$. Finn en parameterfremstilling for linjen.

b) Finn en likning for sirkelen og regn ut eventuelle skjæringspunkter mellom linjen L og sirkelen S. Tegn en figur som viser situasjonen.

c) Hvor på skjermen kommer det punktet på sirkelen som ligger nærmest kameraet? Tegn en figur som viser situasjonen.

d) Hvor på sirkelen ligger det punktet som blir tegnet nederst på skjermen. Dvs. du skal finne koordinatene til det punktet på sirkelen som kommer på skjermen med minst mulig y-verdi. Tegn en figur som viser situasjonen.

Oppgave 2

Når vi har bestemt $n + 1$ kontrollpunkter $P_0, P_1, \cdots, P_n$ i planet, så kan vi lage parameterfremstillingen til en Bézier kurve $B_{P_0,P_1,\cdots,P_n}(t)$ av orden n. Bézier kurver kan vi regne ut rekursivt som følger. For ett kontrollpunkt så har vi $B_{P_0} = P_0$. For $n + 1$ punkter så har vi rekursjonen

$$B_{P_0,P_1,\cdots,P_n} = (1-t)B_{P_0,P_1,\cdots,P_{n-1}} + tB_{P_1,\cdots,P_n}, t \in [0, 1].$$

For eksempel, en lineær (1. orden) Bézier-kurve er en rett linje mellom punktene P_0 og P_1 med parameterfremstilling

$$B_{P_0,P_1}(t) = (1-t)B_{P_0}(t) + tB_{P_1}(t) = (1-t)P_0 + tP_1, t \in [0,1].$$

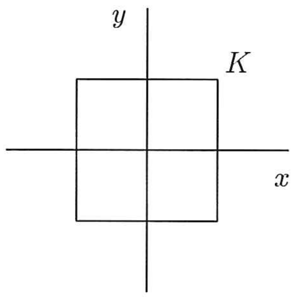
a) Bruk rekursjon til å finne parameterfremstillingen $B_{P_0,P_1,P_2,P_3}(t)$ til en kubisk (3. orden) Bézier kurve.

b) Finn parameterfremstillingen til den kvadratiske (2. orden) Bézier kurven med kontrollpunktene $P_0 = (-1,-1)$, $P_1 = (-1,0)$ og $P_2 = (1,0)$. Regn ut fem punkter på kurven og lag en skisse av kurven.

c) Finn parameterfremstillingen til en kubisk (3. orden) Bézier kurve som er lik den kvadratiske kurven i b). Hva er de fire kontrollpunktene til denne kubiske kurven?

Oppgave 3

Et kvadrat K i planet har hjørner i punktene $(-1,-1), (1,-1), (1,1)$ og $(-1,1)$, som på figuren under.



a) Sett opp en rotasjonsmatrise som roterer 90 grader mot klokka om punktet $P = (1,1)$. Bruk matrisa til å rotere punktet $(-1,1)$. Lag en figur som viser hva som skjer når hele kvadratet roteres om P.

b) Forklar hvordan du kan bruke komplekse tall til å utføre rotasjonen i a). Bruk deretter komplekse tall til å rotere punktet $(1,-1)$ om P.

c) Regn ut hva som skjer når vi bruker matrisa

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

på punktet $(-1,-1)$. Tegn en figur og forklar hva det er M gjør med kvadratet K.

Slutt på oppgavesettet. **Lykke til!**