

Hjemmeoppgave

Matematikk 1 for ingeniørfag (REA1141) - frist 17.11.17 (kl 23:59)

```
1 navn: Jonas Johan Solsvik
2 kull: 16HBPROGA
3 linje: Programming [APP|SPILL]
4 institutt: Datateknologi og Informatikk
5 fakultet: Informasjonsteknologi og Elektroteknikk
6 sted: NTNU Gjøvik
```

Oppgave

Tanken med obligen er å anvende matematikk i en praktisk oppgave gjennom bruk av derivasjon, integrasjon og/eller diff.likninger.

Du må selv definere et problem og løse dette. Ikke fortvil, vi stiller ikke skyhøye krav.

NB! Sy sammen besvarelsen din til ett dokument (helst PDF eller Wordfil) før du laster det opp i Blackboard.

Egen oppgavetekst

Jeg har kjøpt meg elbil, og skal på min første 'roadtrip'. Jeg har bestemt meg for å kjøre fra *Lindesnes* til *Nordkapp*. Hva er optimal hastighet? Om jeg kjører fort, kommer jeg fortare frem, men må bruke lengre tid på å lade.

Datainnsamlingi

1. Distanse

Raskeste veg går igjennom sverige, 2364km¹, i følge google maps. Jeg ønsker heller å kjøre en litt lengre veg igjennom Norge, 2533km.²

$$D = 2533km$$

2. Kapasitet

Elbilen jeg har kjøpt er en Tesla Model S AWD P100D med 100kwh batteri. ³

$$Batterikapasitet = 100kWh$$

3. Forbruk per hastighet

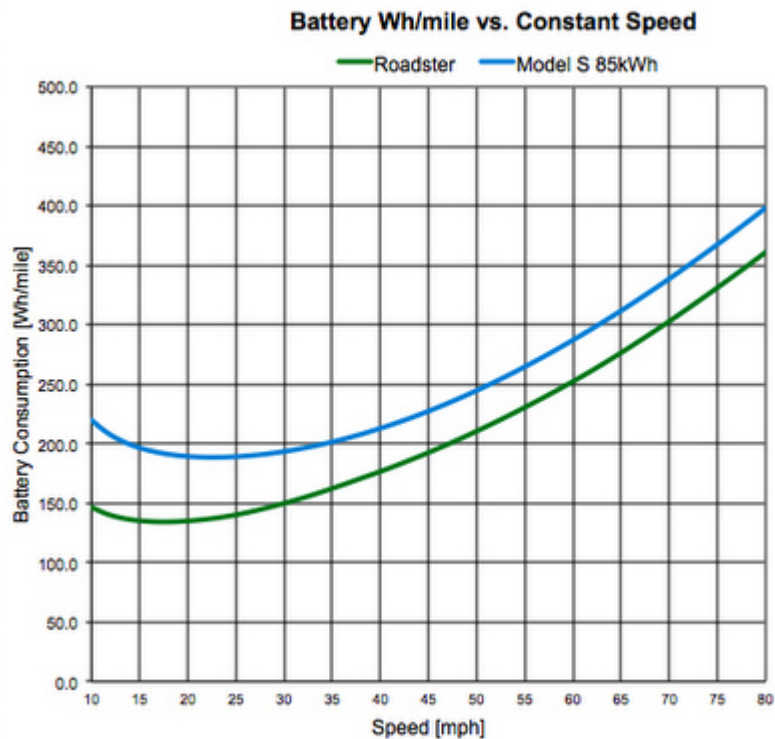
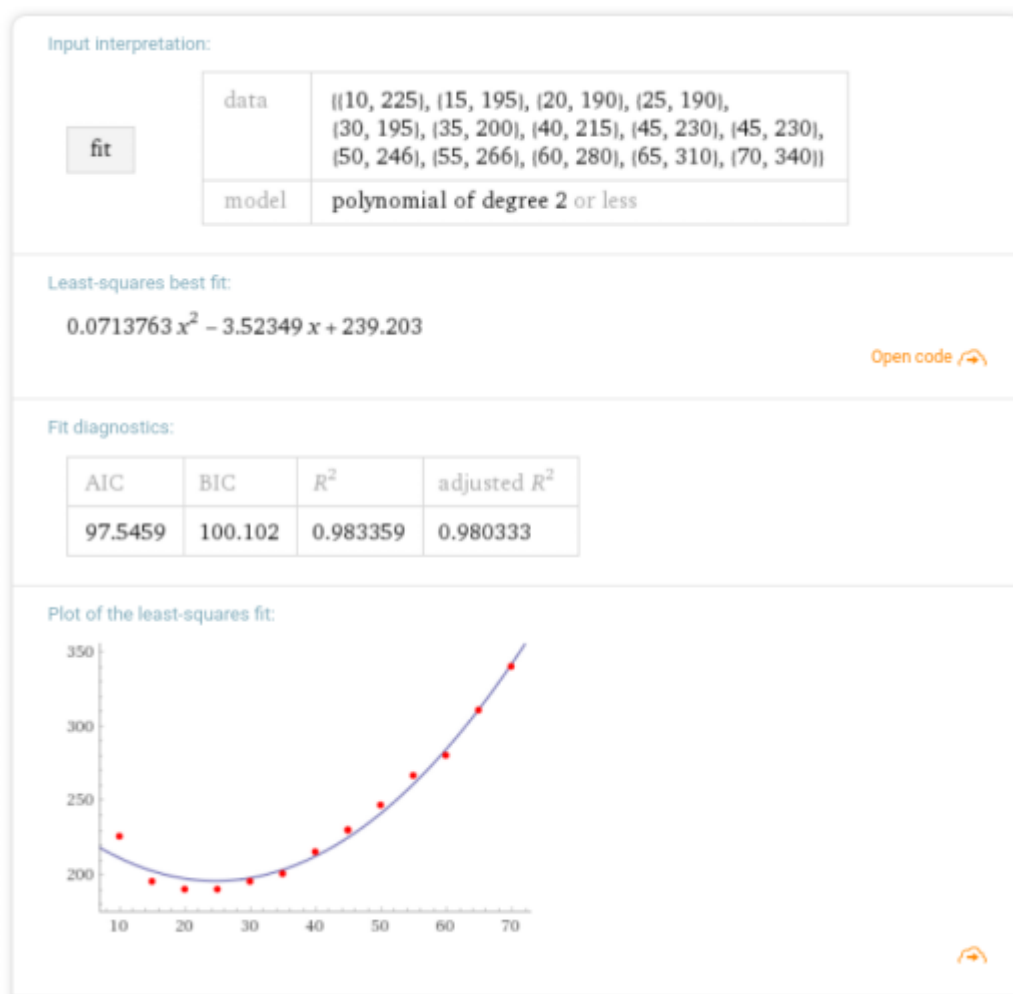


Image: Tesla.com blog - Model S efficiency and range fra 2012⁴

Grafen ovenfor er hentet fra Tesla sin offisielle blog i 2012

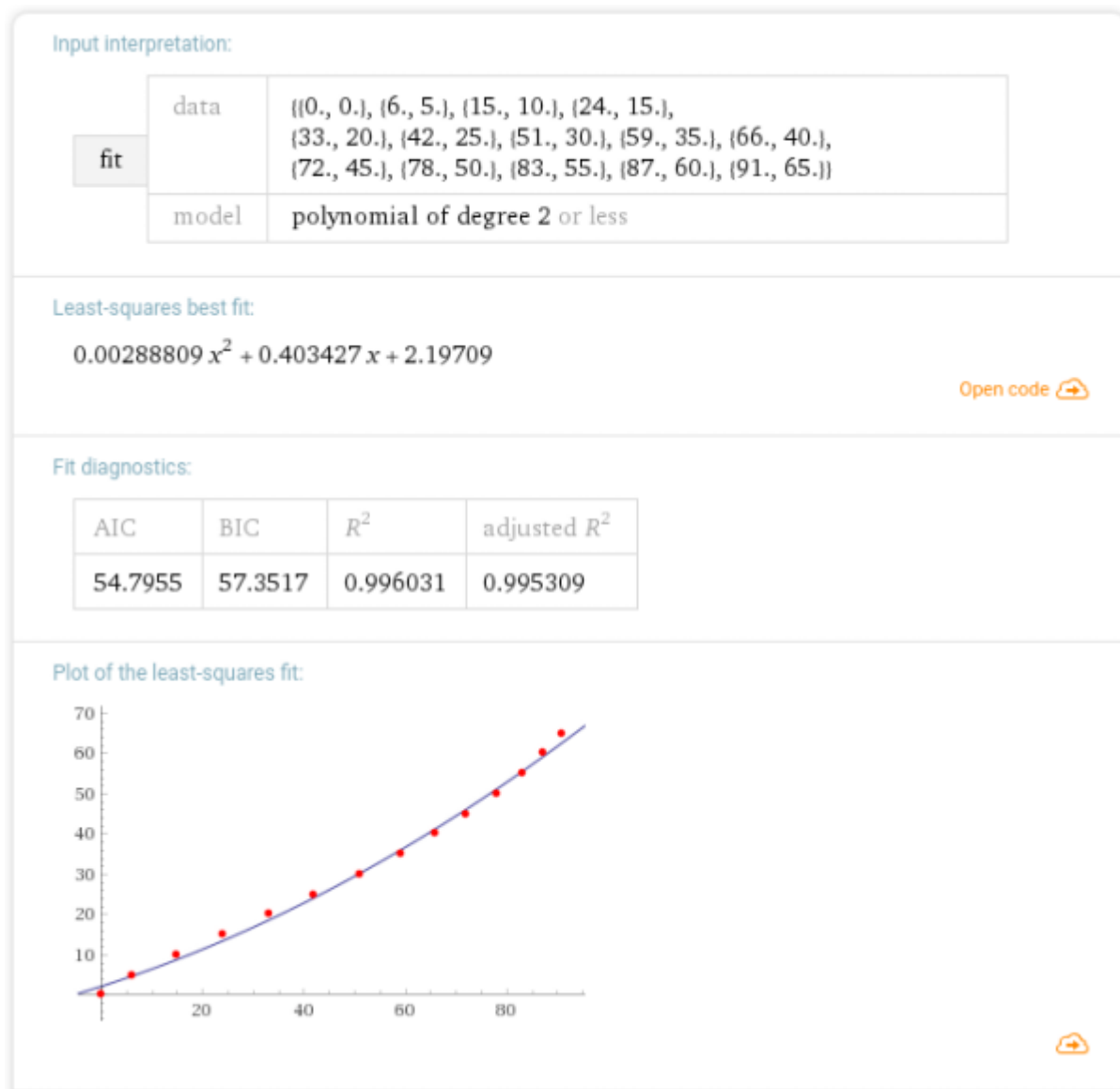


Formel fra Wolframalpha

$$\text{forbruk}(\text{hastighet}) = f(v) = 0.0714v^2 - 3.523v + 239.203 \text{ (Wh/mile)},$$
$$v = [5, 70]$$

4. Tid per prosent lading

Hvor lang tid tar det å lade fra 60-80 prosent sammenlik med med fra 40-60 prosent. Data for dette har jeg hentet fra en youtube-video⁵ av en Tesla-eier som har tatt tiden på hvor fort bilen sin lader fra 0-90% fulladet (0kWh - 90kWh).



Formel fra Wolframalpha

$$\text{Ladetid}(\text{StateOfCharge}) = 0.00289\text{soc}^2 + 0.4034\text{soc} + 2.197 \text{ (} t_{\min} \text{)},$$
$$\text{soc} = [0, 91]$$

OPPGAVE A)

Jeg starter med fulladet bil. Første etappe til min første ladestopp er 200Km. Hvor mye energi i kWh bruker bilen på den første etappen?

Vi har allerede "forbrukshastighet" fra dataene. Da er det bare å lage et bestemt integral for å få totalforbruket. Vi integrerer med hensyn på kilometer:

$$\begin{aligned} \text{BestemtForbruk}(km, v) &= \int_{start_{km}}^{slutt_{km}} \text{forbruk}(v) \, dkm \\ \text{BestemtForbruk}(v) &= \int_0^{200} (0.0714v^2 - 3.523v + 239.203) \, dkm \\ &= \left((0.0714v^2 - 3.523v + 239.203) \, km \right)_0^{200} \\ &= \underline{(0.0714v^2 - 3.523v + 239.203) \times 200 \times (0.6214 \text{ mile}/km)} \end{aligned}$$

Vi antar at forbruket er konstant for en gitt hastighet men, i en bil med fossilt drivstoff, så vil forbruket også være en funksjon av kilometer, fordi etterhvert som en bruker opp drivstoffet, så blir bilen lettere og forbruket går dermed ned. I en elektrisk bil trenger vi ikke å ta hensynet til dette, siden drivstoffet er elektroner som har neglisjerbar vekt. Forbruket varierer også som en funksjon av vindretning, vindhastighet, høydemeter både opp og ned.

Utskrift

1	Kjører 200km i ulike hastigheter:		
2	-----		
3	km/h	kwh/km	Forbruk kWh
4	-----		
5	40	0.122	24.33
6	50	0.123	24.69
7	60	0.129	25.74
8	70	0.137	27.47
9	80	0.149	29.90
10	90	0.165	33.00
11	100	0.184	36.79
12	110	0.206	41.27
13	120	0.232	46.43
14	130	0.261	52.28
15	140	0.294	58.81
16	150	0.330	66.03
17	160	0.370	73.94
18	170	0.413	82.53

OPPGAVE B)

Jeg starter med 100% (100kWh) kapasitet på batteriet. Hva er "State of Charge"(SOC) i % når jeg kommer frem til første lader etter 200km?

$$\begin{aligned} \text{LadestartSOC}(v) &= \text{startkWh} - \text{BestemtForbruk}(v) \\ &= \underline{100kWh - (0.0714v^2 - 3.523v + 239.203) \times 200 \times (0.6214\text{mile}/\text{km})} \end{aligned}$$

1	Kjører 200km i ulike hastigheter:	
2	-----	
3	km/h	State of charge[%]
4	-----	
5	40	75.67
6	50	75.31
7	60	74.26
8	70	72.53
9	80	70.10
10	90	67.00
11	100	63.21
12	110	58.73
13	120	53.57
14	130	47.72
15	140	41.19
16	150	33.97
17	160	26.06
18	170	17.47

OPPGAVE C)

Hvor lang tid tar det for meg å lade opp til 90% som en funksjon av hastighet v , før jeg kan kjøre videre? Gitt at jeg started med 100% kapasitet?

$$\begin{aligned}
 \text{BestemtLadetid}(v) &= \int_{\text{Start}_{SOC}(v)}^{\text{Slutt}_{SOC}} \text{Ladetid}'(soc) dsoc \\
 &= \left(\text{Ladetid}(soc) \right)_{\text{Start}_{SOC}(v)}^{\text{Slutt}_{SOC}} \\
 &= \text{Ladetid}(\text{Slutt}_{SOC}) - \text{Ladetid}(\text{Start}_{SOC}(v)) \\
 &= \text{Ladetid}(\text{Slutt}_{SOC}) - \text{Ladetid}(\text{startkWh} - \text{TotalForbruk}(v)) \\
 &= \text{Ladetid}(\text{Slutt}_{SOC}) - \text{Ladetid}(\text{startkWh} - \int_{\text{start}_{km}}^{\text{slutt}_{km}} \text{forbruk}(v) dkm) \\
 &= \text{Ladetid}(\text{Slutt}_{SOC}) - \text{Ladetid}(\text{startkWh} - (\text{forbruk}(v) \times \text{slutt}_{km} - \text{forbruk}(v) \times \text{start}_{km}))
 \end{aligned}$$

Gitt at:

- SluttSOC = 90%
- startkWh = 100kWh(100%)
- sluttkm = 200km
- startkm = 0km

$$\begin{aligned}
 \text{BestemtLadetid}(v) &= (0.00289 \times 90^2 + 0.4034 \times 90 + 2.197) \\
 &- \text{Ladetid}(100 - (0.0714v^2 - 3.523v + 239.203) \times 200 \times (0.6214))
 \end{aligned}$$

1	Kjører 200km i ulike hastigheter:	
2	-----	
3	km/h	Lade til 90%[min]
4	-----	
5	40	13
6	50	13
7	60	14
8	70	15
9	80	17
10	90	20
11	100	23
12	110	26
13	120	30
14	130	34
15	140	38
16	150	43
17	160	47
18	170	52

OPPGAVE D)

Hva er totaltiden brukt, kjøretid + ladetid som en funksjon av v ?

$$Kjoretid(v) = \frac{km}{v}$$

$$Totaltid(v) = BestemtLadetid(v) + Kjoretid(v)$$

1	Kjører 200km i ulike hastigheter:			
2	-----			
3	km/h	Kjøretid[min]	+ Lade 90%[min]	= Total tid
4	-----			
5	40	300	13	313
6	50	240	13	253
7	60	200	14	214
8	70	171	15	187
9	80	150	17	167
10	90	133	20	153
11	100	120	23	143
12	110	109	26	135
13	120	100	30	130
14	130	92	34	126
15	140	86	38	124
16	150	80	43	123
17	160	75	47	122
18	170	71	52	122

OPPGAVE F)

Hvilken hastighet er den idelle hastigheten, for å minimere den totale kjøre+ladetiden ? For å finne det så må vi finne nullpunktet av den deriverte $Totaltid'(v)$

$$Totaltid'(v) = \left(BestemtLadetid(v) + Kjoretid(v) \right)' = 0$$

$$Totaltid'(v) = BestemtLadetid'(v) + Kjoretid'(v) = 0$$

Dette blir en veldig stygg derivasjon som jeg ikke har tenkt til å gjøre. En kan likevel se ut i fra tabellen ovenfor at dette nullpunktet må ligge i nærheten av *170 km/h.

Konklusjon

- Ladehastigheten på elektriske biler har blitt så rask, at det alltid lønner seg tidsmessig å kjøre raskest mulig fra A - B, innenfor lovlige grenser, selv om dette vil føre til betydelig lengre ladetid.
 - Du vil likevel nå et punkt der hastigheten, og forbruket deretter, blir så stor at du ikke vil nå destinasjonen din. Dette vil sette et tak på hvor fort det er teoretisk mulig å komme frem.
 - Dersom du er begrenset på økonomi i stedet for tid, så vil det motsatte gjelde. Du vil bruke mindre og mindre penger dess saktere du har mulighet til å kjøre. Elektriske biler er veldig effektive selv i lave hastigheter.
-

1. Sweedish-route , <https://goo.gl/maps/IYmrfFIHUI42> - 15.11.17↵

2. Norwegian-route, <https://goo.gl/maps/ukhx6uGBVx82> - 15.11.17↵

3. Tesla energy consumption, https://en.wikipedia.org/wiki/Tesla_Model_S#Energy_consumption - 15.11.17↵

4. Tesla blog model s efficiency, https://www.tesla.com/no_NO/blog/model-s-efficiency-and-range?redirect=no - 15.11.17↵

5. Supercharging P100D to 90%, Bjorn Nyland, <https://youtu.be/qS3ulrEhLAG>, - 15.11.17↵