

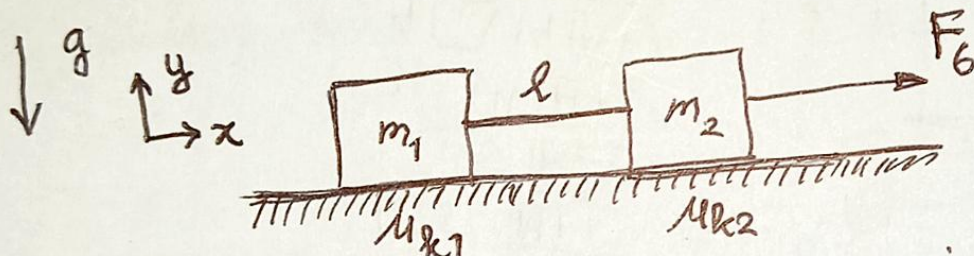
Dinamika Benda Titik 2a

Sparisoma Viridi

Nuclear Physics and Biophysics Research Division
Department of Physics, Institut Teknologi Bandung,
Bandung 40132, Indonesia

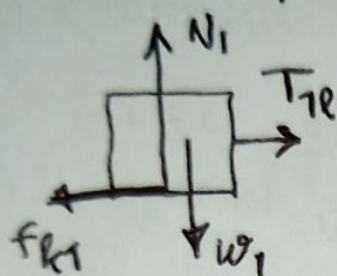
20220912-v1 | <https://doi.org/10.5281/zenodo.7069075>

1. Terdapat dua benda titik yang terhubung dengan tali tak bermassa seperti pada gambar. Gaya luar F_6 menarik benda di sebelah kanan sehingga kedua benda bergerak bersama-sama ke kanan. Massa kedua benda adalah m_1 dan m_2 dan keduanya memiliki koefisien gesek kinetis dengan lantai sebesar μ_{k1} dan μ_{k2} .

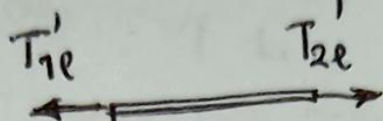


- Gambarkan diagram gaya masing-masing benda dan juga tali.
- Hubungkan rumusan gaya dari ketiga diagram gaya melalui hukum III Newton dan informasi bahwa tali tak bermassa.
- Hitunglah / perolehlah percepatan masing-masing benda bila kedua benda selalu bergerak bersama-sama. Keduanya bergerak dengan kecepatan awal sama, tali selalu tegang dan tidak mulur.

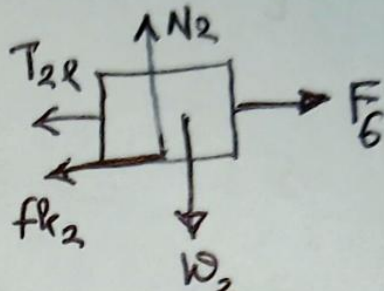
a. Benda m_1



tali



benda m_2



b. Hukum III Newton antara benda m_1 dan tali

$$T_{1e} = T_{1e}' \quad (1)$$

dan antara benda m_2 dan tali

$$T_{2e} = T_{2e}' \quad (2)$$

Tali secara umum (selalu tegang, tidak mulur)
dan bermassa, dengan hukum II Newton

$$\sum F_e = m_e a_e$$

$$T_{2e}' - T_{1e}' = m_e a_e \quad (3)$$

dengan $m_e = 0$

$$T_{2e}' = T_{1e}' \quad (4)$$

Dari Persamaan (1) dan (2) diperoleh
bahwa Persamaan (4) akan menjadi

$$T_{1e} = T_{2e} \quad (5)$$

yang menghubungkan benda m_1 dan benda
 m_2 melalui tali ideal (tak bermassa dan
tak mulur) yang selalu tegang.

c. Dari gambar sebelumnya dapat diperoleh untuk benda m_1 sebagai berikut.
Benda m_1 tidak bergerak pada arah y sehingga

$$\begin{aligned}\sum F_{1y} &= 0 \\ N_1 - w_1 &= 0 \\ N_1 &= w_1 \\ &= m_1 g,\end{aligned}\tag{6}$$

dan bergerak pada arah x

$$\sum F_{1x} = m_1 a_1\tag{7}$$

$$T_{1e} - f_{k1} = m_1 a_1.$$

Gaya gesek kinetis diperoleh dari

$$\begin{aligned}f_{k1} &= \mu_{k1} N_1 \\ &= \mu_{k1} m_1 g.\end{aligned}\tag{8}$$

Substitusi Persamaan (8) ke Persamaan (7) akan memberikan

$$\begin{aligned}a_1 &= \frac{T_{1e} - \mu_{k1} m_1 g}{m_1} \\ &= \frac{T_{1e}}{m_1} - \mu_{k1} g.\end{aligned}\tag{9}$$

Dan untuk benda m_2 dapat pula diperoleh

$$\sum F_{2y} = 0$$

$$N_2 - W_2 = 0 \quad (10)$$

$$N_2 = W_2 \\ = m_2 g,$$

karena benda tidak bergerak pada arah y , dan untuk arah x

$$\sum F_{2x} = m_2 a_2 \quad (11)$$

$$F_6 - T_{2l} - f_{k2} = m_2 a.$$

Kembali gunakan rumus untuk gaya gesek kinetis

$$f_{k2} = \mu_{k2} N_2 \\ = \mu_{k2} m_2 g. \quad (12)$$

Substitusi persamaan (12) ke persamaan (11) akan menghasilkan

$$a_2 = \frac{1}{m_2} (F_6 - T_{2l} - \mu_{k2} m_2 g) \quad (13) \\ = \frac{F_6}{m_2} - \frac{T_{2l}}{m_2} - \mu_{k2} g.$$

Dari Persamaan (9) dan (13) masih terdapat dua gaya, lebih tepatnya satu, yang tidak diketahui nilainya, yaitu T_{1e} dan T_{2e} .

Bila benda m_1 dan m_2 bergerak bersama-sama maka

$$a_1 = a_2 = a. \quad (14)$$

Jumlahkan Persamaan (7) dan (11) sehingga memberikan

$$\begin{aligned} T_{1e} - \mu_{k1} m_1 g &= m_1 a_1 \\ F_6 - T_{2e} - \mu_{k2} m_2 g &= m_2 a_2 \end{aligned} \quad +$$

$$\begin{aligned} F_6 - \mu_{k1} m_1 g - \mu_{k2} m_2 g \\ + T_{1e} - T_{2e} &= m_1 a_1 + m_2 a_2 \end{aligned} \quad (15)$$

Gurukan Persamaan (5) pada ruas kiri Persamaan (15) dan Persamaan (14) pada ruas kanannya, sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} F_6 - \mu_{k1} m_1 g - \mu_{k2} m_2 g &= (m_1 + m_2) a \\ a &= \frac{F_6 - \mu_{k1} m_1 g - \mu_{k2} m_2 g}{(m_1 + m_2)}. \end{aligned} \quad (16)$$

Bila dimisalkan bahwa $m_1 = 2 \text{ kg}$, $m_2 = 3 \text{ kg}$,
 $\mu_{k1} = 0.2$, $\mu_{k2} = 0.1$, dan $F_6 = 17 \text{ N}$, dengan $g = 10 \text{ m/s}^2$ akan diperoleh

$$a = \frac{17 - 0.2 \cdot 2 \cdot 10 - 0.1 \cdot 3 \cdot 10}{2 + 3} \quad (17)$$
$$= \frac{17 - 4 - 3}{5} = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}^2.$$

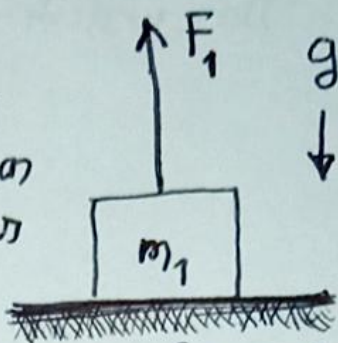
d. Gaya tegang tali dapat pula dicari

$$\begin{aligned} T_{1e} &= m_1 a_1 + \mu_{k1} m_1 g \\ &= 2 \cdot 2 + 0.2 \cdot 2 \cdot 10 \\ &= 4 + 4 \\ &= 8 \text{ N}. \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} T_{2e} &= F_6 - \mu_{k2} m_2 g - m_2 a_2 \\ &= 17 - 0.1 \cdot 3 \cdot 10 - 3 \cdot 2 \\ &= 17 - 3 - 6 \\ &= 17 - 9 \\ &= 8 \text{ N}. \end{aligned} \quad (19)$$

Telah ditunjukkan bahwa Persamaan (5) berlaku dengan hasil dari Persamaan (17) pada Persamaan (18) dan (19).

2. Sebuah benda bermassa $m = 1 \text{ kg}$ terdapat di atas lantai mendatar licin. Gaya luar $F = 8 \text{ N}$ diberikan pada benda secara vertikal sejajar dengan arah percepatan gravitasi $g = 10 \text{ m/s}^2$ akan tetapi dengan arah berlawanan.

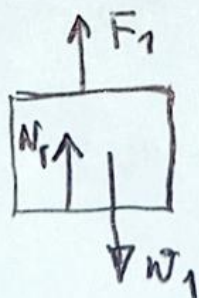


Gambar 2.1.

- Apakah benda bergerak? Bila ya ke arah mana?
- Gambarkan diagram gaya-gaya pada benda.
- Terdapat suatu gaya yang dapat menentukan apakah benda akan bergerak ke atas, dengan meninggalkan lantai, apakah gaya tersebut?
- Rumuskan gaya yang dimaksud tersebut.

- Benda tetap di atas / menempel pada lantai karena $F_1 < w_1$.

b.



Gambar 2.2.

c. Gaya N_1 atau gaya normal dari lantai pada benda. $N_1 \geq 0$.

d. $\sum F_y = ma$ (1)

$$F_1 - W_1 + N_1 = m_1 a.$$

$$\begin{aligned} N_1 &= m_1 a + W_1 - F_1 \\ &= m_1 a + m_1 g - F_1 \end{aligned} \quad (2)$$

Dengan $N_1 \geq 0$ maka

$$m_1 a + m_1 g - F_1 \geq 0 \quad (3)$$

Agar benda tetap diam $a=0$, sehingga

$$\begin{aligned} m_1 g - F_1 &\geq 0 \\ m_1 g &\geq F_1 \end{aligned} \quad (4)$$

$$F_1 \leq m_1 g.$$

Substitusikan kembali Persamaan (1) dengan

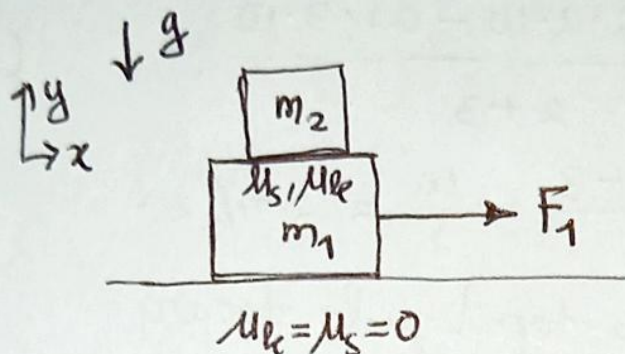
$$a=0$$

$$\begin{aligned} N_1 &= W_1 - F_1 \\ &= m_1 g - F_1 \end{aligned}$$

yang dengan menerapkan $N_1 \geq 0$ akan diperoleh kembali Persamaan (4).

Jadi benda tetap akan meninggalkan lantai saat $N_1 = 0$ atau $F_1 = m_1 g$.

3. Terdapat dua benda bertumpuk yang terletak pada lantai mendatar seperti pada gambar

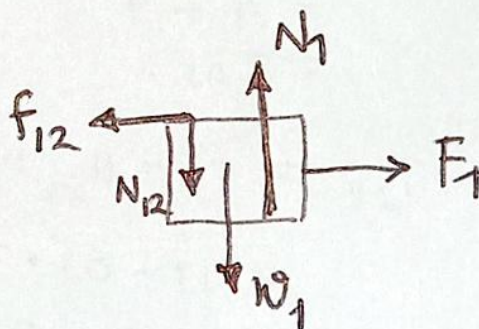
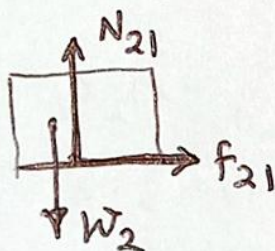


a. Gambarkan diagram gaya-gaya pada kedua benda.

b. Tuliskan rumus-rum F_s dan f_k .

- c. Tentukan besar F_1 agar benda m_2 tertinggal dari m_1 .

a. Benda m_2



Hukum
I Newton

$$\begin{aligned}\sum F_{2y} &= 0 \\ N_{21} - W_2 &= 0 \\ N_{21} &= W_2 \\ &= m_2 g\end{aligned}$$

(1)

$$\sum F_{1y} = 0$$

$$N_1 - W_1 - N_{12} = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned}N_1 &= W_1 + N_{12} \\ &= m_1 g + N_{12}\end{aligned}$$

Hukum
III Newton

$$N_{12} = N_{21}$$

(3)

b. $f_k = \mu_s N$

Dalam hal ini hanya antara benda m_2 dan m_1 .
Tidak ada gesekan antara benda m_1 dan lantai.

f_s bernilai antara 0 dan $\mu_s N$, yang dalam hal ini adalah

$$0 \leq f_s \leq \mu_s N_{21} \quad (4)$$

$$0 \leq f_s \leq \mu_s m_2 g.$$

c. Pada benda m_1

$$\sum F_{1x} = m_1 a_1 \quad (5)$$

$$F_1 - F_{12} = m_1 a_1$$

$$F_{12} = F_1 - m_1 a_1.$$

Pada benda m_2

$$\sum F_{2x} = m_2 a_2 \quad (5.b)$$

$$F_{21} = m_2 a_2.$$

Bila benda m_2 tertinggal dari m_1
maka

$$a_1 > a_2. \quad (6)$$

Dari Persamaan (4) dan (5) dapat dituliskan

$$f_{12} \leq \mu_s m_2 g \quad (7)$$

agar kedua benda bergerak bersama-sama atau agar tidak bergerak bersama (m_1 merenggalkan m_2) maka

$$f_{12} > \mu_s m_2 g. \quad (8)$$

Substitusikan Persamaan (8) ke Persamaan (5) akan menghasilkan

$$F_1 - m_1 a_1 > \mu_s m_2 g, \quad (9)$$

$$F_1 - \mu_s m_2 g > m_1 a_1$$

$$\frac{F_1}{m_1} - \mu_s \frac{m_2}{m_1} g > a_1 \quad (10)$$

dan dari Persamaan (5.b)

$$f_{21} = m_2 a_2 > \mu_s m_2 g$$

$$a_2 > \mu_s g. \quad (11)$$

Resumenkan kembali persamaan (10) dan (11)

$$a_1 < \frac{F_1}{m_1} - \mu_s \frac{m_2}{m_1} g$$

$$a_2 > \mu_s g$$

dan dari persamaan (6)

$$a_2 < a_1$$

$$\mu_s g < a_2 < a_1 < \frac{F_1}{m_1} - \mu_s \frac{m_2}{m_1} g, \quad (12)$$

merupakan syarat untuk a_1 dan a_2 .
Selanjutnya

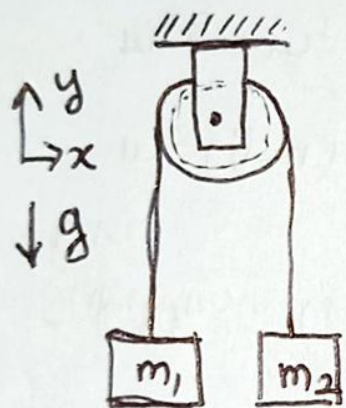
$$\frac{F_1}{m_1} - \mu_s \frac{m_2}{m_1} g \gg \mu_s g$$

$$F_1 - \mu_s m_2 g \gg m_1 \mu_s g$$

$$F_1 \gg \mu_s (m_1 + m_2) g, \quad (13)$$

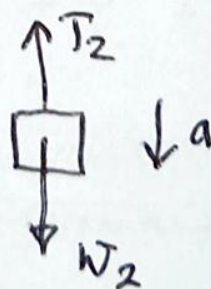
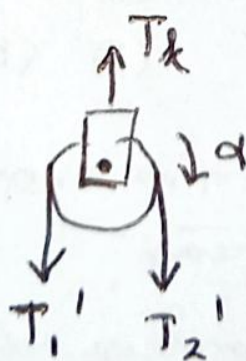
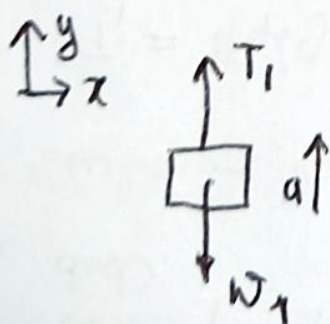
adalah syarat untuk F_1 agar m_1
tidak lagi bergerak bersama-sama dengan
 m_2 atau m_1 meninggalkan m_2 .

4. Dua buah benda m_1 dan $m_2 > m_1$ terhubung dengan tali ideal (tak bermassa, tak mulur) yang selalu tegang melewati suatu katrol tak bermassa dan tak bergesek.



- Tentukan / gambarkan diagram gaya pada masing-masing benda dan katrol.
- Tuliskan hukum-hukum Newton pada benda dan katrol.
- Tentukan percepatan kedua benda.

a. Benda m_1 katrol benda m_2



b. Hukum I
Newton

$$\sum F_k = 0$$

$$T_k - T_1' - T_2' = 0 \quad (1)$$

Hukum II Newton

$$\begin{aligned} \Sigma F_1 &= m_1 a_1 & \Sigma \tau_k &= I \alpha & \Sigma F_2 &= m_2 a_2 \\ T - w_1 &= m_1 a_1 & T_2' R - T_1' R &= I \alpha & w_2 - T_2 &= m_2 a \\ T_1 - m_1 g &= m_1 a_1 & I &= \frac{1}{2} M R^2 & m_2 g - T_2 &= m_2 a \\ T_1 &= m_1 (a_1 + g) & (3) & & T_2 &= m_2 (g - a) \\ &= m_1 (g + a_1) & & & (4) & \end{aligned}$$

(2)

Kawat tak bermassa

$$M_k = 0 \rightarrow I = 0$$

$$T_2' R = T_1' R = 0$$

$$T_2' = T_1'$$

$$T_1' = T_2'$$

Hukum III Newton

$$T_1 = T_1'$$

$$T_2' = T_2$$

$$T_1 = T_2 \quad (5)$$

c. Persamaan (5) dengan Persamaan (2) dan (4) akan memberikan

$$T_1 = T_2$$

$$m_1 (g + a_1) = m_2 (g - a_2)$$

Keduanya bergerak bersama (tali tak melor, sebagai tegang) $a_1 = a_2 = a$ sehingga

$$m_1 (g + a) = m_2 (g - a)$$

$$(m_1 + m_2) a = (m_2 - m_1) g$$

$$\rightarrow a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right) g \quad (6).$$

5.

Dapatkan ~~per-~~ percepatan kedua benda bila katrol bermassa M_k . Tali selalu bergerak bersama berputarnya katrol dan tidak slip sehingga $a = \alpha R$, a percepatan linier dan α percepatan angular (percepatan sudut).

Tuliskan kembali dari hasil pembahasan soal sebelumnya

$$T_1 = m_1(g + a) \quad (1)$$

$$T_2 = m_2(g - a) \quad (2)$$

$$T_2 R - T_1 R = I \alpha \quad (3)$$

$$I = \frac{1}{2} M_k R^2$$

$$\alpha = \frac{a}{R}$$

$$T_2 R - T_1 R = \frac{1}{2} M_k R^2 \cdot \frac{a}{R}$$

$$T_2 - T_1 = \frac{1}{2} M_k a \quad (4)$$

Substitusikan (1) dan (2) ke (4) akan memberikan

$$m_2(g - a) - m_1(g + a) = \frac{1}{2} M_k a$$

$$m_2 g - m_1 g = \left(\frac{1}{2} M_k + m_1 + m_2 \right) a$$

$$a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + \frac{1}{2} M_k} \right) g, \quad (5)$$

yang bila katrol dianggap tak bermassa akan menjadi

$$a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right) g \quad (6)$$

seperti pada soal sebelumnya.

Dengan menggunakan $M_k = 0$ pada Persamaan (5) untuk mendapatkan Persamaan (6) merupakan salah satu cara memeriksa hasil penemuan.

Bila $m_2 = 40 \text{ kg}$, $m_1 = 10 \text{ kg}$, $M_k = 20 \text{ kg}$
tentuk a dan bandingkan bila katrol tak bermassa.

Untuk katrol bermassa

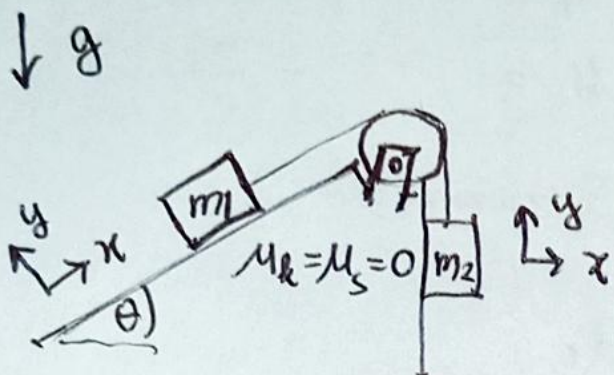
$$a = \frac{40 - 10}{40 + 10 + \frac{1}{2} \cdot 20} \cdot 10 = \frac{30}{60} \cdot 10 = 5 \text{ m/s}^2$$

dan katrol tak bermassa

$$a = \frac{40 - 10}{40 + 10} \cdot 10 = \frac{30}{50} \cdot 10 = 6 \text{ m/s}^2$$

Pada kenyataannya katrol selalu bermassa. Pendekatan katrol tak bermassa dapat dilakukan bila $m_2 > m_1 \gg M_k$.

6. Sebuah katrol, dua buah massa dan sebuah bidang miring licin membentuk sistem seperti pada gambar.

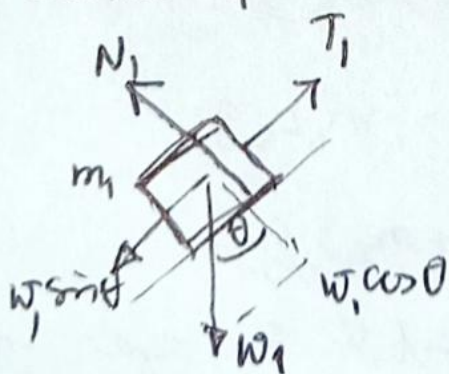


a. Gambarkan diagram gaya-gaya pada benda. Katrol tidak bermassa.

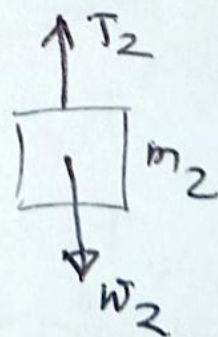
b. Hubungkan gaya-gaya pada m_1 dengan m_2 .

c. Tentukan syarat benda m_1 bergerak naik dan kapan bergerak turun. Kaitkan dengan θ .

a. Benda m_1



benda m_2



b. Katrol tidak bermassa

$$T_1' = T_2' \quad (1)$$

Hukum III Newton

$$T_1' = T_1 \quad (2)$$

$$T_2' = T_2 \quad (3)$$

Substitusi persamaan (2) dan (3) ke persamaan (1) akan memberikan

$$T_1 = T_2, \quad (4)$$

sehingga dengan

$$\sum F_1 = m_1 a$$

$$T_1 - W_1 \sin \theta = m_1 a$$

$$\begin{aligned} T_1 &= m_1 a + W_1 \sin \theta \\ &= m_1 a + m_1 g \sin \theta \end{aligned} \quad (3)$$

dan

$$\sum F_2 = m_2 a$$

$$W_2 - T_2 = m_2 a$$

$$\begin{aligned} T_2 &= W_2 - m_2 a \\ &= m_2 g - m_2 a \end{aligned} \quad (4)$$

diperoleh

$$m_1 a + m_1 g \sin \theta = m_2 g - m_2 a$$

$$(m_1 + m_2) a = (m_2 - m_1 \sin \theta) g$$

$$a = \left(\frac{m_2 - m_1 \sin \theta}{m_2 + m_1} \right) g$$

18

Benda naik
 $m_1 (a > 0)$

$$\begin{aligned} m_1 \sin \theta &< m_2 \\ \sin \theta &< \frac{m_2}{m_1} \end{aligned}$$

Benda m_1 turun ($a < 0$)
 $\sin \theta > \frac{m_2}{m_1}$

7. Sebuah benda dapat diam di atas bidang miring kasar. Tentukan hubungan antara μ_s dan θ .

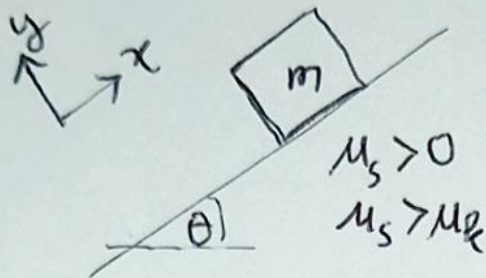
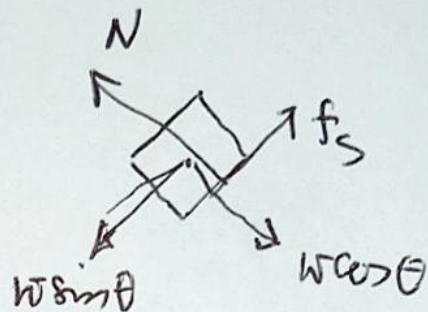


Diagram gaya



$$\sum F_y = 0$$

$$N - W \cos \theta = 0 \quad (1)$$

$$N = W \cos \theta$$

$$= mg \cos \theta$$

$$\sum F_x = 0$$

$$W \sin \theta - f_s = 0 \quad (2)$$

$$W \sin \theta = f_s$$

$$mg \sin \theta = f_s$$

$$f_s \leq \mu_s N = \mu_s mg \cos \theta$$

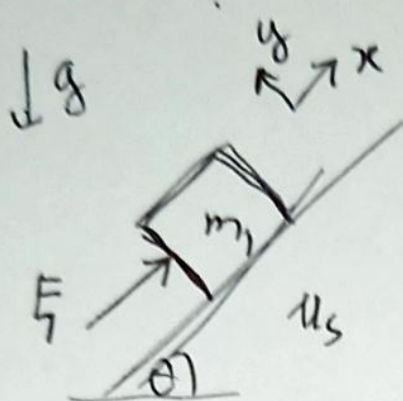
$$mg \sin \theta \leq \mu_s mg \cos \theta$$

$$\tan \theta \leq \mu_s, \quad (3)$$

atau

$$\mu_s \geq \tan \theta.$$

8.



Tentukan rentang F_1 agar benda tetap diam di atas bidang miring kasar

- a. F_1 minimum bila benda tepat akan ^{bergerak} turun.
 b. F_1 maksimum bila benda tepat akan naik.

$$\Sigma F_y = 0$$

$$N - W \cos \theta = 0$$

$$N = W \cos \theta \\ = mg \cos \theta$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$(1) \quad F_1 - W \sin \theta \pm f_s = 0 \quad (2) \\ = ?$$

- a. Tepat akan turun f_s menegak, benda turun

$$\Sigma F_x = 0$$

$$F_1 - W \sin \theta + f_s = 0$$

$$f_s = W \sin \theta - F_1 \\ = mg \sin \theta - F_1 \quad \dots (3)$$

$$f_s \leq \mu_s N$$

$$mg \sin \theta - F_1 \leq \mu_s mg \cos \theta$$

$$mg (\sin \theta - \mu_s \cos \theta) \leq F_1 \quad (4)$$

b. $F_1 - W \sin \theta - f_s = 0$

$$f_s = F_1 - W \sin \theta$$

$$f_s \leq \mu_s N$$

$$F_1 - W \sin \theta \leq \mu_s W \cos \theta$$

$$F_1 \leq \mu_s mg \cos \theta + mg \sin \theta$$

$$\leq (\mu_s \cos \theta + \sin \theta) mg$$

(5)

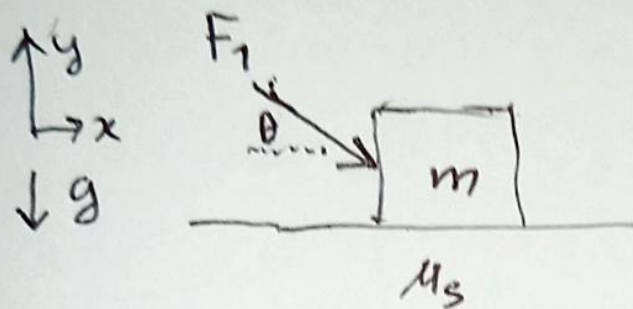
Gabungan bersamaan (4) dan (5)

$$mg (\sin \theta - \mu_s \cos \theta) \leq F_1 \leq (\mu_s \cos \theta + \sin \theta) mg$$

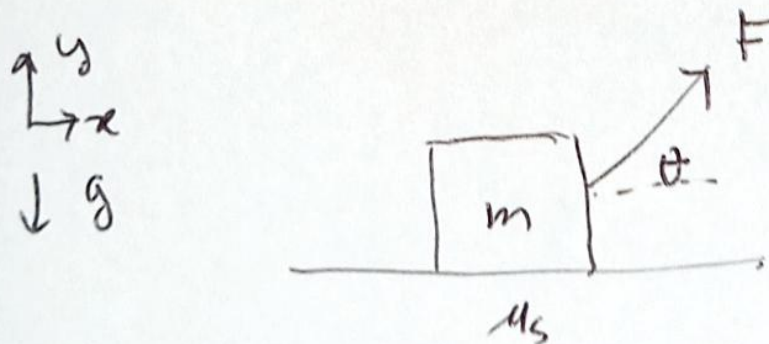
$$mg (\sin \theta - \mu_s \cos \theta) \leq F_1 \leq mg (\sin \theta + \mu_s \cos \theta),$$

adalah rentang F_1 agar benda tetap
diam di atas bidang miring kasar dengan
kemiringan θ . (6)

9. Sebuah gaya luar F_1 diberikan dengan besaran sama tetapi arahnya berbeda-beda θ . Tentukan θ yang dapat membuat benda bergerak.



10. Lakukan hal yang mirip dengan soal sebelumnya.





Terima kasih