

1. Реализуйте персистентный стек, отвечая на все вопросы за $O(1)$. Нужно уметь обрабатывать обычные операции стека (**push**, **pop**, **top**), а также уметь отказываться к версии с данным номером t .
2. Поговорим о персистентной очереди.
 - а) Почему нельзя столь же просто, как в первой задаче, построить персистентную очередь?
 - б) На лекции разбиралось, как реализовать очередь с помощью двух стеков. Чем плоха такая реализация в случае откатов версий?
 - в) Предложите способ реализации персистентной очереди с полной с логарифмическим временем ответа на запрос.
3. К массиву длины n поступает q запросов одного из двух видов: а) изменить число в точке; б) по индексам l и r сообщить сумму $a_l + 2a_{l+1} + 3a_{l+2} + \dots + (r - l + 1)a_r$. Обработайте все запросы за $O(n + q \log n)$.
4. На плоскости заданы n прямоугольников со сторонами, параллельными осям координат. Определите площадь их объединения за $O(n \log n)$.
5. Найдите количество инверсий в массиве длины n за $O(n \log n)$, используя дерево отрезков.
6. В статическом массиве находите k -ю порядковую статистику на подотрезке за $O(\log n)$, где n — длина массива.
7. В статическом массиве находите количество различных элементов на подотрезке за $O(\log n)$, где n — длина массива. Более формально, по индексам l и r определите размер множества $\{a_l, a_{l+1}, \dots, a_r\}$.
- 8*. Поезд едет от станции 1 до станции n , останавливаясь также на станциях $2, 3, \dots, n - 1$ (именно в таком порядке). Всего в поезде s сидений. На поезд продано m билетов, каждый билет характеризуется номером сиденья и парой $i < j$ станций, между которыми едет пассажир. Ваня задаёт кассиру q запросов: можно ли добраться с l -й станции до r -й ($l < r$) новому пассажиру? Если можно, то какое минимальное количество мест ему нужно будет сменить? Запросы независимы, то есть Ваня билеты не покупает. Асимптотика: $O((m + s + n + q) \log(m + s + n + q))$.
9. Задана квадратная таблица чисел $n \times n$. Поступают запросы двух видов: а) изменить число в точке; б) найти сумму в подпрямоугольнике. Отвечайте на каждый запрос за $O(\log^2 n)$.