

1. (1 балл) Дана статическая квадратная таблица $n \times n$. За $O(n^2 \log^2 n)$ постройте структуру, которая сможет находить минимум в подпрямоугольнике за $O(1)$.
2. (2 балла) Дана строка длины n , состоящая из круглых открывающих и закрывающих скобок. С помощью предподсчёта за $O(n \log n)$ научитесь отвечать на запрос “является ли подстрока с l -го символа по r -й правильной скобочной последовательностью?” за $O(1)$.
3. (4 балла) Дан набор чисел a_1, \dots, a_n , изначально каждое находится в своём собственном множестве. Поступают два вида запросов в общем количестве q : объединить два множества (множества задаются некоторыми своими элементами, точнее, их индексами в исходном массиве); а также по числу x сообщить наименьшее число, большее x , в заданном множестве (вновь множество задаётся некоторым представителем, точнее, его индексом). Обработайте все запросы за $O(n + q \log n)$. Считайте, что все запросы известны заранее.
4. (2 балла) К массиву a_1, a_2, \dots, a_n поступает q запросов четырёх видов: а) по числам pos и x выполнить присваивание $a[pos] := x$; б) по числам l и r вывести $\sum_{l \leq i \leq r} a_i$; в) по числам l и r вывести $\sum_{l \leq i < j \leq r} a_i \cdot a_j$; г) по числам l и r вывести $\sum_{l \leq i < j < k \leq r} a_i \cdot a_j \cdot a_k$. Обработайте запросы за $O(n + q \log n)$.
5. (3 балла) К массиву a_1, a_2, \dots, a_n целых чисел от 0 до $2^{10} - 1$ поступают запросы двух видов: а) xor-равно на отрезке (то есть выполнить $a_l := a_l \oplus x, \dots, a_r := a_r \oplus x$); б) сообщить **and** на отрезке (то есть $a_l \wedge a_{l+1} \wedge \dots \wedge a_r$). Обработайте все запросы за $O(n + q \log n)$.
- 6*. (4 балла) Поезд едет от станции 1 до станции n , останавливаясь также на станциях $2, 3, \dots, n - 1$ (именно в таком порядке). Всего в поезде s сидений. На поезд продано m билетов, каждый билет характеризуется номером сиденья и парой $i < j$ станций, между которыми едет пассажир. Ваня задаёт кассиру q запросов: можно ли добраться с l -й станции до r -й ($l < r$) новому пассажиру, используя только одно место без пересадок? Если можно, то каков минимальный номер места, на котором можно проехать? Запросы поступают онлайн. Асимптотика: $O((m + s + q) \log(m + s + n + q))$ (возможно, получится чуть быстрее).