

1. *ММО (2 балла)* В коллекции Игоря есть два типа предметов: значки и браслеты. Значков больше, чем браслетов. Алик заметил, что если он увеличит количество браслетов в некоторое (не обязательно целое) число раз, не изменив количества значков, то в его коллекции будет 100 предметов. А если, наоборот, он увеличит в это же число раз первоначальное количество значков, оставив прежним количество браслетов, то у него будет 101 предмет. Сколько значков и сколько браслетов могло быть в коллекции Алика?
2. *Ломоносов (2 балла)* В треугольнике ABC , площадь которого равна 20, проведена медиана CD . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если известно, что $AC = \sqrt{41}$, а центр окружности, вписанной в треугольник ACD , лежит на окружности, описанной около треугольника BCD .
3. *ОММО (2 балла)* Бригада рабочих тудилась на заливке катка на большом и малом полях, причём площадь большого поля была в 2 раза больше площади малого поля. В той части бригады, которая работала на большом поле, было на 4 рабочих больше, чем в той части, которая работала на малом поле. Когда заливка большого катка закончилась, часть бригады, которая была на малом поле, ещё работала. Какое наибольшее число рабочих могло быть в бригаде?
4. *Физтех (2 балла)* Решите уравнение

$$\frac{\cos x \cdot \cos \left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{7 \cos^2 x + 5 \sin^2 x - 6} + \frac{\cos x \cdot \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{6 - 5 \cos^2 x - 7 \sin^2 x} = \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sqrt{2}}$$

1. *ММО (2 балла)* В коллекции Игоря есть два типа предметов: значки и браслеты. Значков больше, чем браслетов. Алик заметил, что если он увеличит количество браслетов в некоторое (не обязательно целое) число раз, не изменив количества значков, то в его коллекции будет 100 предметов. А если, наоборот, он увеличит в это же число раз первоначальное количество значков, оставив прежним количество браслетов, то у него будет 101 предмет. Сколько значков и сколько браслетов могло быть в коллекции Алика?
2. *Ломоносов (2 балла)* В треугольнике ABC , площадь которого равна 20, проведена медиана CD . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если известно, что $AC = \sqrt{41}$, а центр окружности, вписанной в треугольник ACD , лежит на окружности, описанной около треугольника BCD .
3. *ОММО (2 балла)* Бригада рабочих тудилась на заливке катка на большом и малом полях, причём площадь большого поля была в 2 раза больше площади малого поля. В той части бригады, которая работала на большом поле, было на 4 рабочих больше, чем в той части, которая работала на малом поле. Когда заливка большого катка закончилась, часть бригады, которая была на малом поле, ещё работала. Какое наибольшее число рабочих могло быть в бригаде?
4. *Физтех (2 балла)* Решите уравнение

$$\frac{\cos x \cdot \cos \left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{7 \cos^2 x + 5 \sin^2 x - 6} + \frac{\cos x \cdot \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{6 - 5 \cos^2 x - 7 \sin^2 x} = \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sqrt{2}}$$