

1. Докажите, что внутри n -угольника можно поставить $\lfloor n/3 \rfloor$ лампочек так, что их свет целиком подсвечивает весь многоугольник, если его границу воспринимать как стену.
2. Приведите пример последовательности многоугольников, для подсветки которых требуется $n/3 - O(1)$ лампочек.
3. Функция $\text{atan2}(y, x)$ находит аргумент точки (x, y) , то есть угол между положительным направлением оси абсцисс и вектором (x, y) . Докажите, что если u, v — два вектора, то $\text{atan2}(\text{cross}(u, v), \text{dot}(u, v))$ равен углу между ними.
4. Дан набор из n полуплоскостей. Определите непустоту пересечения полуплоскостей этого набора за $O(n)$ в среднем.
5. Многоугольник называется звёздчатым, если существует такая точка внутри него, из которой виден весь многоугольник целиком (другими словами, существует точка p , такая что для любой точки многоугольника q отрезок pq не выходит за границы многоугольника). Проверьте, является ли данный многоугольник звёздчатым.
6. На плоскости даны n точек. Найдите диск минимального радиуса, который бы покрывал все эти точки, за $O(n)$ в среднем.
7. В море есть n островов в виде кругов, движение по которым запрещено. Корабль также имеет форму круга и расположен в некоторой точке. Определите, может ли корабль vyplыть из этого архипелага, то есть удалиться на бесконечно большое расстояние от всех островов. Асимптотика: $O(n^3)$.
8. На плоскости расположено n точек. За $O(n \log n)$ найдите две самые близкие из них.