

1. Дан массив чисел a_1, \dots, a_n . Обработайте q запросов двух видов: а) увеличить все числа на отрезке $[l, r]$ на величину val ; б) сообщить число на позиции pos . Асимптотика: $O(n + q \log n)$. Обойдитесь без проталкиваний.
2. К массиву a_1, a_2, \dots, a_n поступают запросы изменения элемента в точке. После каждого запроса сообщите подотрезок массива с максимальной суммой (он может иметь нулевую длину). Асимптотика: $O(n + q \log n)$, где q — число запросов.
3. Дан массив длины n из нулей и единиц. Обработайте два типа запросов: а) обновить элемент ($a_{pos} := val$); б) вывести позицию k -го нуля на отрезке $[l, r]$. Ответ на запрос за $O(\log n)$. Не сводите задачу к отрезку $[1, r]$.
4. Дан массив чисел a_1, \dots, a_n . Обработайте q запросов двух видов: а) выполнить присваивание в точке (то есть $a_{pos} := x$); б) по позиции pos и числу val сообщить длину максимального по длине отрезка массива, содержащего pos , все элементы которого не превосходят val . Асимптотика: $O(n + q \log n)$.
5. К массиву чисел длины n поступают запросы трёх типов: а) выполнить присваивание на отрезке (то есть $a_l := val, \dots, a_r := val$); б) выполнить увеличение на отрезке (то есть a_l увеличить на x, \dots, a_r увеличить на x); в) сообщить сумму на подотрезке. Ответ на запрос за $O(\log n)$.
6. Дана строка s из круглых открывающих и закрывающих скобок длины n . Обработайте q запросов двух видов: а) изменить символ на позиции pos (то есть заменить тип скобки s_{pos}); б) сообщить, является ли подстрока на позициях с l по r правильной скобочной последовательностью. Обработайте все запросы за $O(n + q \log n)$.
7. Вспомним алгоритм с лекции, как находить количество чисел $\geq x$ на отрезке статического массива. Для этого строим дерево **MergeSort**, затем нужный отрезок $[l, r]$ разбиваем на $O(\log n)$ отрезков в этом дереве, наконец, в каждом из них запускаем бинарный поиск. Приведите пример запроса, который требует $\Omega(\log^2 n)$ действий при такой обработке.
8. На числовой прямой расположено n отрезков, i -й из которых начинается в точке l_i , заканчивается в точке r_i и имеет вес w_i . Известно, что объединение всех этих отрезков составляет отрезок $[1, m]$. За $O((n + m) \log(n + m))$ найдите такое подсемейство отрезков, что они покрывают весь $[1, m]$, и при этом разность между максимальным и минимальным весом отрезка подсемейства минимальна.