

МФТИ, ФПМИ  
Алгоритмы и структуры данных, 2-й семестр, весна 2022  
Программа зачёта

Везде, где не указано б/д, — нужно всё доказывать (корректность и асимптотику).

1. Задача о кузнечике (набор максимальной суммы на массиве). Постановка, алгоритм, корректность, асимптотика.
2. Задача о черепашке (набор минимальной суммы на таблице). Постановка, алгоритм, корректность, асимптотика.
3. Задача о наибольшей общей подпоследовательности. Постановка, алгоритм, корректность, асимптотика.
4. Задача о наибольшей возрастающей подпоследовательности: постановка и решение за  $O(n \log n)$  с помощью дерева отрезков или дерева Фенвика со сжатием координат.
5. Задача о рюкзаке, решение через  $dp[i][w]$ . Постановка, алгоритм, корректность, асимптотика.
6. Бинарное возведение матриц в степень. Постановка, алгоритм, корректность, асимптотика.
7. Количество путей между двумя вершинами длины ровно  $k$  за  $O(n^3 \log k)$ .
8. Кодирование подмножеств  $\{0, 1, \dots, n - 1\}$  с помощью масок. Процедура извлечения бита.
9. Операции над множествами (масками): объединение, пересечение, разность. Проверка, что одна маска является подмножеством другой. Проверка, что число является степенью двойки. Выпишите формулы, доказывать их не нужно.
10. Задача о самом дешёвом гамильтоновом пути: решение за  $O(2^n \cdot n^2)$ .
11. Задача о максимальной клике: решение за  $O(2^n)$ .
12. Определения неориентированного и ориентированного графов, пути, (вершинно) простого пути, рёберно простого пути. Связь вершинной и рёберной простоты. Определение цикла, рёберно простого цикла, (вершинно) простого цикла. Определение достижимости между вершинами, простота пути. Определение связности.
13. Поиск в глубину: алгоритм **dfs** на ориентированном графе. Лемма о белых путях (б/д).
14. Поиск в глубину: множество посещаемых вершин, поиск цикла, достижимого из  $s$ , проверка на ацикличность (вывод из леммы о белых путях).
15. Топологическая сортировка ориентированного ациклического графа: определение и алгоритм поиска (б/д).
16. Отношение сильной связности между вершинами. Компоненты сильной связности. Сильно связный граф.
17. Алгоритм Косарайю (б/д).
18. Конденсация ориентированного графа, ацикличность.
19. Постановка и решение задачи 2SAT (б/д).
20. Алгоритм **dfs** на неориентированном графе. Дерево обхода **dfs**. Классификация рёбер на древесные и обратные. Проверка связности и ацикличности. Компоненты связности.
21. Мосты, точки сочленения. Введение функции **ret**. Критерий того, что ребро является мостом (б/д).
22. Насчёт **ret** в неориентированном графе, нахождение мостов.
23. Нахождение точек сочленения в неориентированном графе (б/д).
24. Определение эйлера цикла. Критерий наличия эйлера цикла в неориентированном графе (б/д).
25. Реализация алгоритма поиска эйлера цикла (б/д).
26. Определение кратчайшего расстояния в невзвешенном/взвешенном графе.
27. Поиск в ширину: алгоритм **bfs** (б/д).
28. Алгоритм 0-K-bfs (б/д).
29. Алгоритм Дейкстры. Условия применимости (б/д). Реализации за  $O(n^2)$ ,  $O(m \log n)$ .

30. Алгоритм Флойда: поиск попарных кратчайших расстояний в графе без отрицательных циклов. Реализация (б/д), асимптотика.
31. Алгоритм Форда—Беллмана: поиск кратчайших расстояний от одной вершины до всех. Реализация (б/д), асимптотика (в случае отсутствия отрицательных циклов).
32. Алгоритм Форда—Беллмана: нахождение кратчайших расстояний от одной вершины до всех в случае наличия отрицательных циклов (б/д).
33. Остовный подграф, остовное дерево. Минимальный остов. Лемма о безопасном ребре (б/д).
34. Алгоритм Прима: доказательство корректности (вывод из леммы о безопасном ребре) и реализации за  $O(n^2)$ ,  $O(m \log n)$ ,  $O(m + n \log n)$ .
35. Система непересекающихся множеств (СНМ). Виды запросов. Эвристика по рангу, эвристика сжатия путей. Асимптотика ответа на запрос при использовании обеих эвристик (б/д).
36. Алгоритм Крускала: реализация, асимптотика.
37. Определение паросочетания в произвольном графе, двудольного графа, увеличивающего пути.
38. Лемма об устройстве неориентированного графа, в котором степени всех вершин не превосходят двух.
39. Теорема Бержа (б/д).
40. Алгоритм Куна. Корректность (б/д), реализация, асимптотика.
41. Определения независимого множества, вершинного покрытия. Связь определений.
42. Алгоритм поиска максимального независимого множества и минимального вершинного покрытия в двудольном графе с помощью разбиения на доли  $L^-$ ,  $L^+$ ,  $R^-$ ,  $R^+$  (б/д).
43. Определения сети, потока, величины потока, остаточной сети. Пример, почему нельзя обойтись без обратных рёбер.
44. Определения разреза, величины разреза, величины потока через разрез. Лемма о равенстве величины потока и величины потока через разрез (б/д).
45. Лемма о связи величины произвольного потока и величины произвольного разреза (б/д).
46. Теорема Форда—Фалкерсона (б/д).
47. Алгоритм Форда—Фалкерсона. Корректность, асимптотика.
48. Алгоритм Эдмондса—Карпа. Реализация, асимптотика.
49. Алгоритм Эдмондса—Карпа с масштабированием, асимптотика (б/д).