МФТИ

Алгоритмы и структуры данных, осень 2022

Домашнее задание №12. Простая геометрия

1. (2 балла) На плоскости даны три непересекающихся круга. Найдите точку, из которой все три круга видны под одинаковыми углами. Считайте, что круги не загораживают друг друга.

2. (3 балла) Река заключена между двумя прямыми-берегами. В реке есть n круглых островков, движение по которым запрещено. Определите максимальный радиус корабля, который может проплыть по этой реке, избежав столкновения с островами, за $O(n^2 \log(1/\varepsilon))$, где ε — необходимая точность ответа.

3. (4 балла) На плоскости расположено n точек. За $O(n \log n)$ найдите треугольник минимального периметра с вершинами трёх различных точках этого множества.

4. (3 балла) На плоскости расположено n точек. За $O(n \log n)$ найдите прямоугольник минимальной площади (его стороны не обязаны быть параллельны осям координат), который содержит в себе все n точек.

5. (1 балл) На плоскости даны n точек. Далее поступает q запросов, каждый из которых — очередная прямая. Для каждого запроса определите, является ли прямая запроса разделяющей, то есть найдутся ли две точки исходного множества, лежащие по разные стороны от прямой. Асимптотика: $O((n + q) \log n)$.

6. (3 балла) Стоимостью массива b длины n назовём $\sum\limits_{i=1}^{n} b_i \cdot i$. Дан массив $a_1, \ldots, a_n$. Разрешается переставить один элемент в любое место массива. Найдите максимальную возможную стоимость массива после такой операции. Асимптотика: $O(n \log n)$.