

1. Разбейте массив длины n на отрезки длины k (если n не делится на k , то последний отрезок будет короче). Храня сумму на каждом таком отрезке, научитесь отвечать на два типа запросов: а) изменение в точке; б) сумма на отрезке. Подберите оптимальное k , чтобы суммарное время ответа на все запросы было минимальным.
2. Дан массив a_1, \dots, a_n . За $O((n+q)\sqrt{n+q})$ обработайте на q запросов трёх типов: а) вставить число (по индексу i и числу x вставить число x между a_{i-1} и a_i , нумерация сдвигается); б) удалить число (по индексу i удалить a_i , нумерация сдвигается); в) найти сумму на отрезке (по индексам l и r найти $a_l + \dots + a_r$).
3. Дан массив a_1, \dots, a_n . За $O((n+q)\sqrt{n+q} \log(n+q))$ обработайте на q запросов трёх типов: а) вставить число (по индексу i и числу x вставить число x между a_{i-1} и a_i , нумерация сдвигается); б) удалить число (по индексу i удалить a_i , нумерация сдвигается); в) найти на отрезке количество чисел, меньших данного (по индексам l и r , а также числу y найти количество чисел среди a_l, \dots, a_r , которые меньше y).
4. Дан пустой граф на n вершинах. Обработайте q запросов трёх типов: а) добавить ребро между вершинами u и v ; б) удалить ребро между u и v ; в) проверить, существует ли в графе путь из u в v . Считайте, что все запросы известны заранее.
5. Дан статический массив a_1, \dots, a_n . Пусть $f(l, r)$ — такая функция от a_l, \dots, a_r , что $f(l, r \pm 1)$ и $f(l \pm 1, r)$ легко пересчитываются через $f(l, r)$. Ответьте на q запросов вычисления f на отрезке (считайте, что все запросы известны заранее), если
 - а) f — количество различных чисел на отрезке;
 - б) f — сумма различных чисел на отрезке;
 - в) $f(l, r)$ — количество пар (i, j) , таких что $l \leq i \leq j \leq r$, и при этом $a_i \oplus \dots \oplus a_j = k$, где k — общая константа;
 - г) $f(l, r)$ — сумма чисел, лежащих в отрезке $[l, r]$, которые при этом не превосходят k , где k — общая константа. Что делать, если k меняется от запроса к запросу?