МФТИ

Алгоритмы и структуры данных, осень 2022 Семинар №11. Сумма Минковского, сканирующая прямая

- **1.** На плоскости даны n прямых, не проходящих через (0,0). Какое наибольшее число прямых может пересекать луч, выходящий из (0,0)? Асимптотика: $O(n \log n)$.
- **2.** На плоскости даны n прямых. За $O(n^2)$ найдите количество частей, на которые они разбивают плоскость.
- **3.** Даны три выпуклых многоугольника-города. В каждом их них можно поставить по алтарю. Тогда церковь должна располагаться в точке, равной центру масс этих трёх точек-алтарей. Для q запросов определите, можно ли так поставить алтари, чтобы церковь находилась в заданной точке. Асимптотика: $O(n+q\log n)$, где n— суммарное число вершин в многоугольниках.
- **4.** Даны два выпуклых многоугольника A и B. За O(n+q) ответьте на q запросов вида: найти площадь $(A \cdot u + B \cdot v)$ с данными параметрами u и v, где n суммарное число вершин в многоугольниках.
- 5. Аэропорт и туча представляют собой два выпуклых пересекающихся многоугольника. Определите, за какое минимальное время (при фиксированной скорости движения) туча может очистить небо над аэропортом. Асимптотика: O(n), где n— суммарное число вершин в многоугольниках.
- **6.** Постройте дерево квадратов (стороны которых параллельны осям координат): на плоскости дано семейство квадратов, любые два из которых либо не пересекаются, либо вложены один в другой. Постройте иерархическую систему, отражающую все вложенности квадратов. Асимптотика: $O(n \log n)$, где n— число квадратов.
- 7. Золотой снитч летит по заданной ломаной с заданной скоростью. Гарри Поттер начинает свой полёт в данной точке с данной скоростью (последняя не меньше скорости снитча). Определите минимальное время, в которые Поттер может поймать снитч. Асимптотика: $O(n\log\frac{1}{\varepsilon})$, где n число звеньев ломаной, а ε требуемая точность.
- 8. На плоскости даны несколько попарно непересекающихся многоугольников и несколько точек. Для каждой точки определите, лежит ли она в каком-либо из многоугольников (если да, то в каком). Асимптотика: $O(n \log n)$, где n— суммарное число точек.