

- 1*.** (Бонус, 5 баллов) В магазине n типов футболок, i -й тип имеет целочисленную стоимость $1 \leq c_i \leq C$ и качество q_i (можно считать, что футболок каждого типа бесконечное число). В магазин приходят k покупателей, j -й из которых обладает целочисленной денежной суммой $0 \leq b_j \leq C$. Каждый покупатель придерживается следующей стратегии: пока есть деньги, купить самую дешёвую футболку среди тех футболок лучшего качества, которые он ещё не покупал (точнее, тип которых он ещё не покупал), но ещё может себе позволить. В конце всех покупок сообщите количество купленных футболок каждым покупателем. Асимптотика: $O(n \log n + n \log k + k \log k \log C)$ (можно в среднем).
- 2.** (1 балл) Докажите, что не существует такой архитектуры (реализации) дерева поиска (основанного на сравнениях), в которой запрос добавления элемента осуществлялся бы за $O(1)$ (пусть даже амортизированно).
- 3.** (1 балл) Гарри и Волан-де-Морт попали в министерство магии, в котором находится бесконечно много комнат, занумерованных последовательными натуральными числами, начиная с 1. Происходит q действий: а) либо Волан-де-Морт уничтожает дверь, которая в данный момент имеет некоторый номер, тогда все комнаты с большими номерами уменьшают свои значения на единицу; б) либо Гарри Поттер смотрит на дверь с некоторым номером. На каждое действие второго типа выведите номер этой комнаты в исходной нумерации, до уничтожения каких-либо дверей. Асимптотика: $O(q \log q)$.
- 4.** (2 балла) Собака находится в точке 0, а миски с едой расположены в точках $1, 2, \dots, n$. Известно, что содержимое миски в точке i можно съесть в момент времени t_i или в любой более поздний (еда должна остыть). Собака за одну секунду может переместиться вправо на одну позицию или остаться ждать в текущей позиции. Миски собака опустошает мгновенно. Определите максимальное возможное количество мисок, которые может съесть собака, если она ограничена T секундами. Асимптотика: $O(n \log n)$.