

1. (Ломоносов) Найдите сумму целых чисел $x \in [-11; 5]$, удовлетворяющих неравенству

$$\left(1 - 3 \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi x}{12}\right) \left(1 - \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi x}{12}\right) \left(1 - \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{4} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}\right) \leq 16$$

2. (ОММО) Вычислите

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{43} \cdot \operatorname{tg} \frac{2\pi}{43} + \operatorname{tg} \frac{2\pi}{43} \cdot \operatorname{tg} \frac{3\pi}{43} + \dots + \operatorname{tg} \frac{k\pi}{43} \cdot \operatorname{tg} \frac{(k+1)\pi}{43} + \dots + \operatorname{tg} \frac{2019\pi}{43} \cdot \operatorname{tg} \frac{2020\pi}{43}$$

3. (Ломоносов) Решите неравенство

$$\arcsin \left(\frac{5}{2\pi} \arccos x \right) > \arccos \left(\frac{10}{3\pi} \arcsin x \right)$$

4. (Ломоносов) Функция $y = f(t)$ такова, что сумма корней уравнения $f(\sin x) = 0$ на отрезке $[\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$ равна 33π , а сумма корней уравнения $f(\cos x) = 0$ на отрезке $[\pi; \frac{3\pi}{2}]$ равна 23π . Какова сумма корней второго уравнения на отрезке $[\frac{\pi}{2}; \pi]$?
5. (Физтех) Решите уравнение $(\cos x - 3 \cos 4x)^2 = 16 + 3 \sin^2 3x$