التحكم الحديث 1

Modern Control 1

كلية الهندسة الكهربائية والالكترونية – جامعة حلب
د. أسعد كعدان

المحاضرة 7 – المجال الترددي

الاستجابة الترددية

من أجل أي نظام خطي غير متغير زمنياً LTI، إذا قمنا بتطبيق إشارة جيبية على دخله فإن خرجه إشارة جيبية **مماثلة بالتردد** ومختلفة بالصفحة والمطال.

- مطال تابع الانتقال هو نسبة مطال إشارة الخرج إلى مطال إشارة الدخل < نسميه **ربح النظام** من أجل تردد معين (تردد إشارة الدخل)

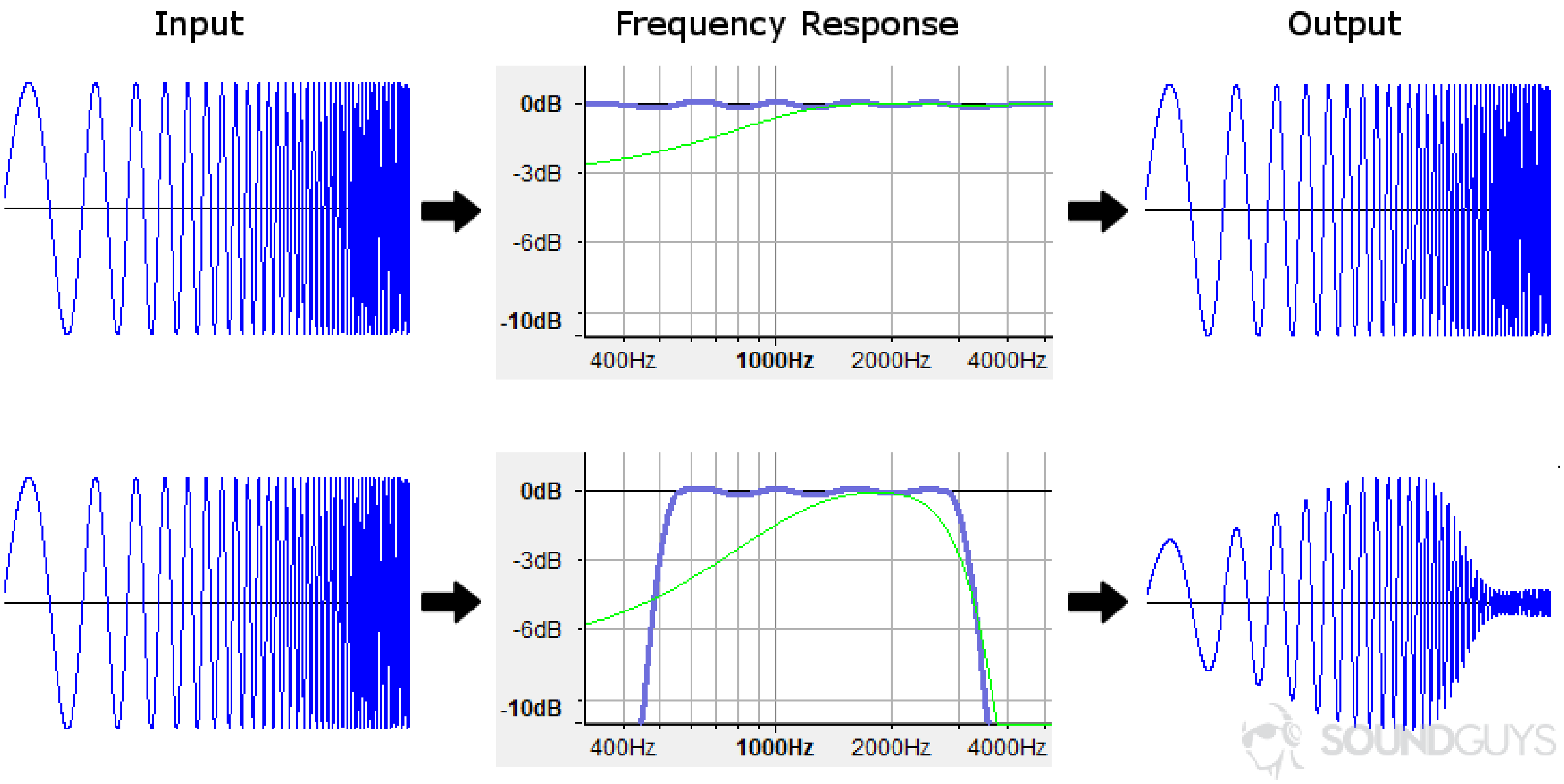
$$s = j\omega_i, \qquad \frac{Y}{X} \triangleq A = |G(j\omega)|\Big|_{\omega=\omega_i}$$

- زاوية تابع الانتقال هي فرق الصفحة بين إشارتي الدخل والخرج < نسميها **فرق صفحة النظام** من أجل تردد معين (تردد إشارة الدخل)

$$s = j\omega_i, \qquad \phi = \angle G(j\omega)\Big|_{\omega=\omega_i} = \tan^{-1}\left[\frac{Im[G(j\omega)]}{Re[G(j\omega)]}\right]\Bigg|_{\omega=\omega_i}$$

تعرف **الاستجابة الترددية Frequency Response** لنظام بأنها علاقة بين ربح النظام A وتردد إشارة الدخل ω وعلاقة بين فرق الصفحة ϕ وتردد إشارة الدخل ω.

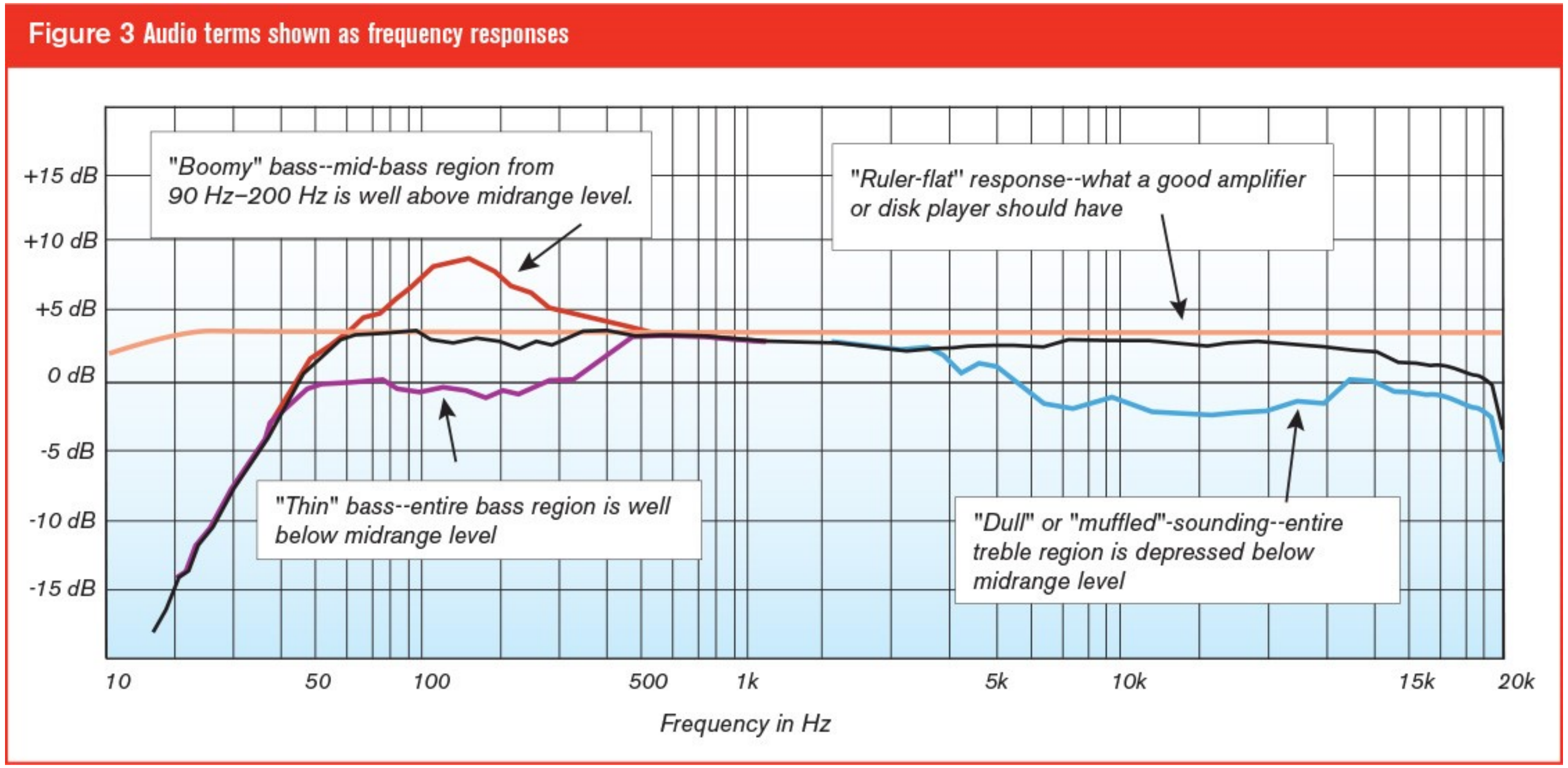
الاستجابة الترددية



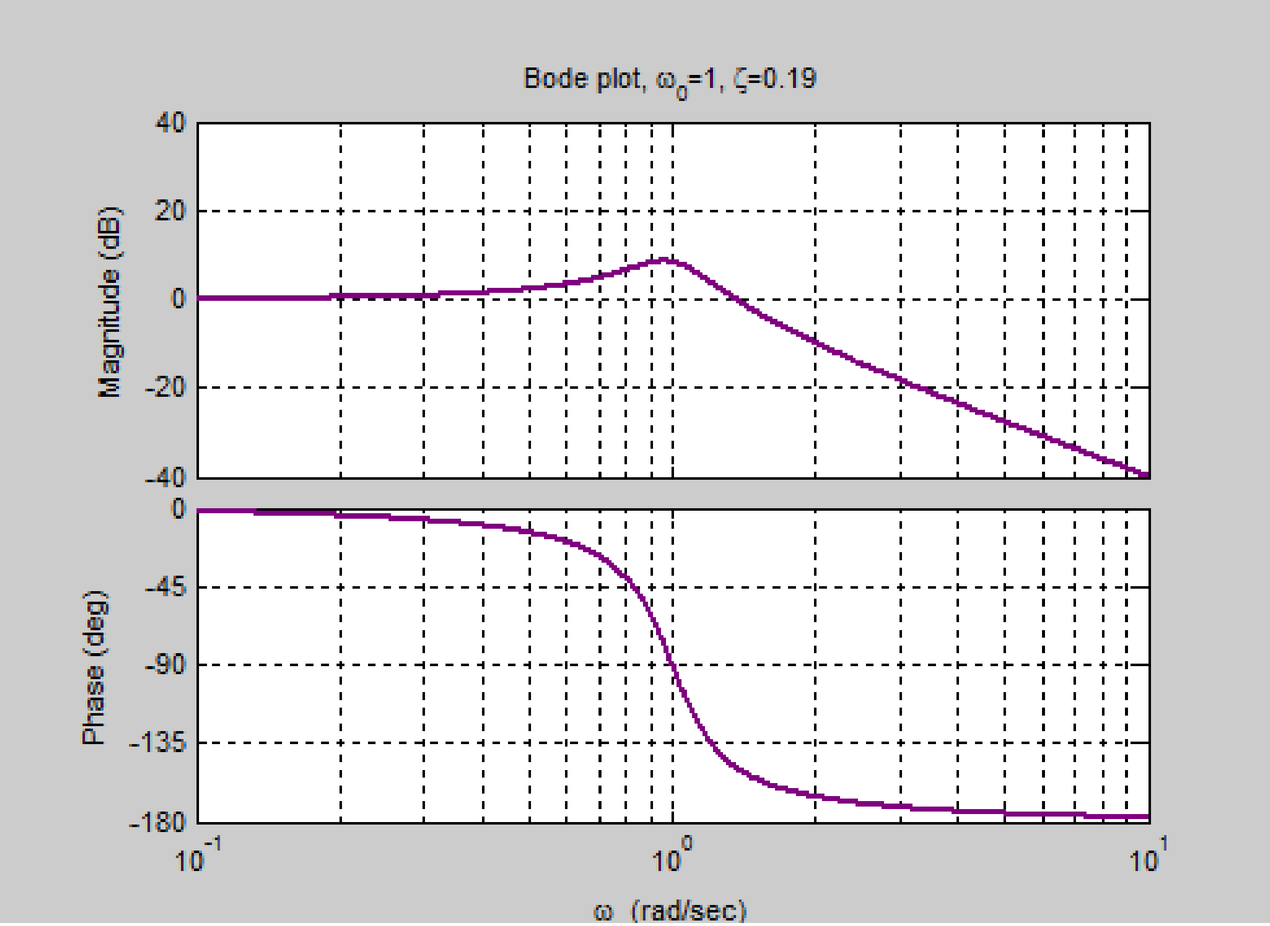
الاستجابة الترددية

يمكن رسم الاستجابة الترددية للنظام باستخدام إحدى الطرق التالية:

- **مخطط بود Bode Plot أو المنحني اللوغاريتمي**
- **مخطط نايكويست Nyquist Diagram أو المنحني القطبي**
- منحني نيكولس Nichols Diagram أو المنحني اللوغاريتمي للمطال والزاوية



مخطط بود



1. **مخطط بود Bode Plot أو المنحني اللوغاريتمي**

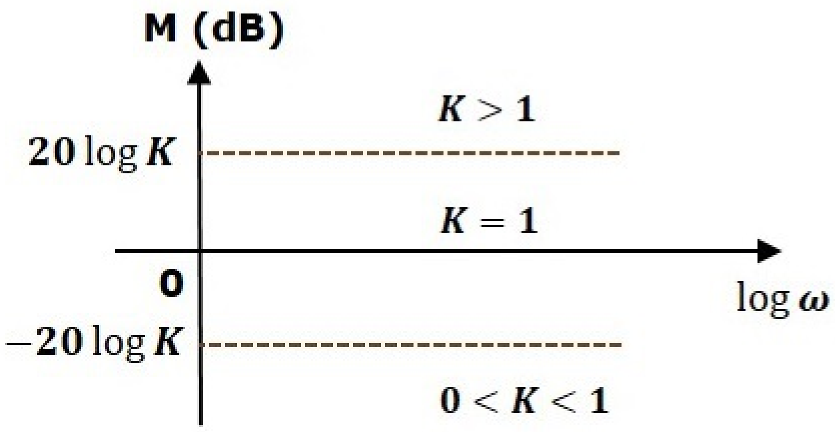
نمثل الاستجابة في مخطط بود بمنحنيين:

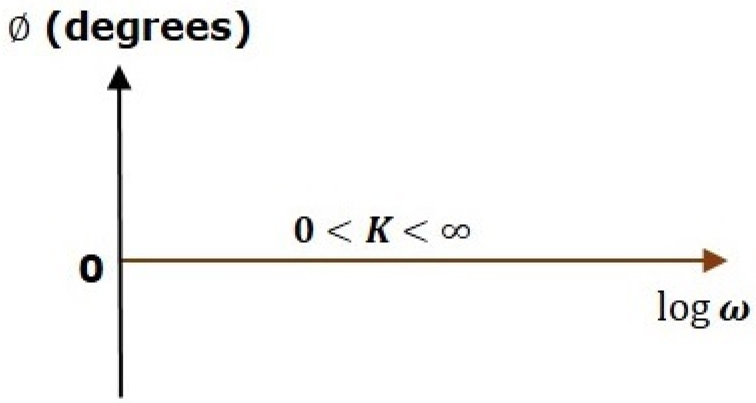
- منحني **مطال تابع انتقال النظام** A وواحدته **الديسيبل dB** كتابع للتردد ω.
- منحني **فرق الصفحة في النظام** ϕ وواحدته **الدرجة** كتابع للتردد ω.
- نقوم بتحليل النظام الخطي إلى مجموعة من العناصر الأساسية: ربح، معامل تفاضلي، معامل تكاملي، معامل من الدرجة الثانية... وسنقوم باستعراض كيفية رسم كل عنصر منها.

مخطط بود

1. مخطط بود للربح K

- منحني المطال هو مستقيم يوازي محور التردد ويقطع المحور اللوغاريتمي عند $20logK$
- منحني الزاوية يساوي الصفر

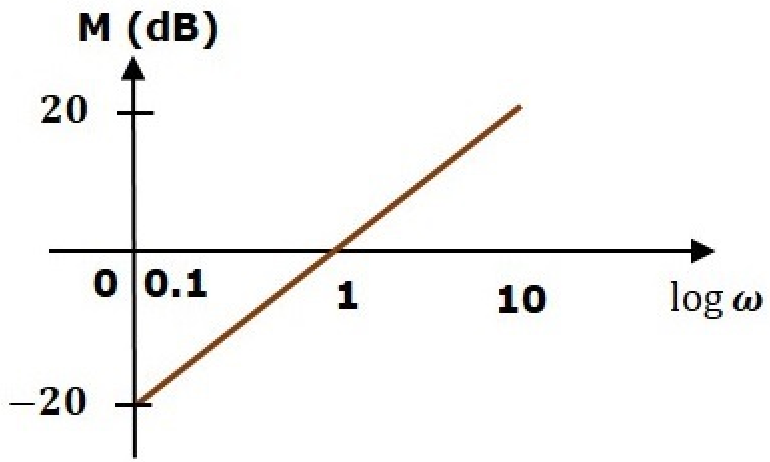


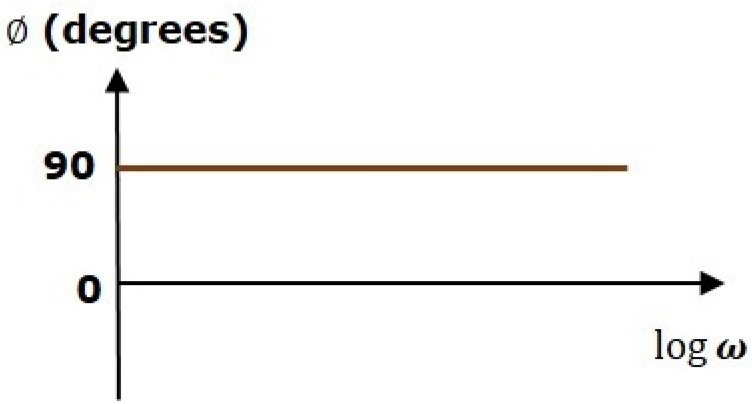


مخطط بود

2. مخطط بود للعنصر التكاملي والتفاضلي $(j\omega)^{\pm 1}$

- منحني المطال هو مستقيم ميله ± 20 ومعادلته $\pm 20\log(\omega)$
- منحني الزاوية هو مستقيم موازي لمحور التردد قيمته ± 90





مخطط بود

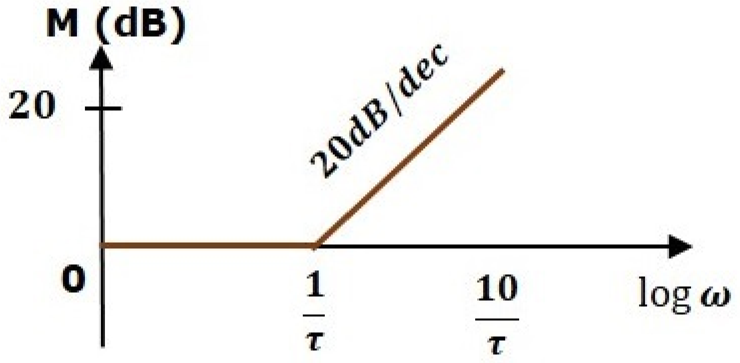
3. مخطط بود للعنصر من الدرجة الأولى $(1 + j\omega T)^{\pm 1}$

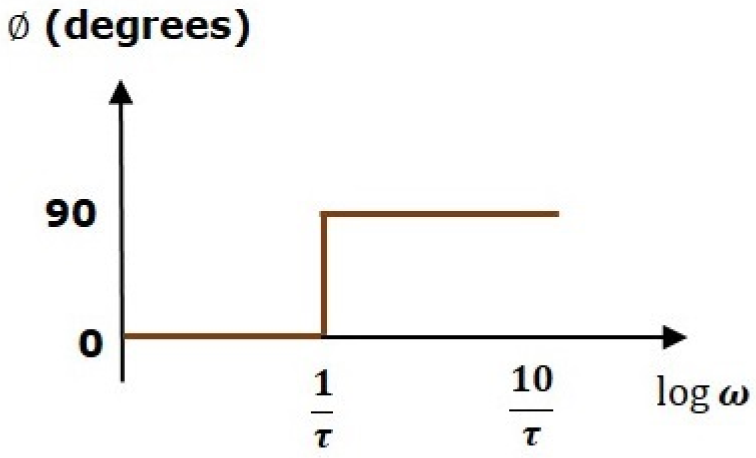
- يمكن أن نجمع الثابت والعنصر التفاضلي سوية

$$1 + j\omega\tau$$

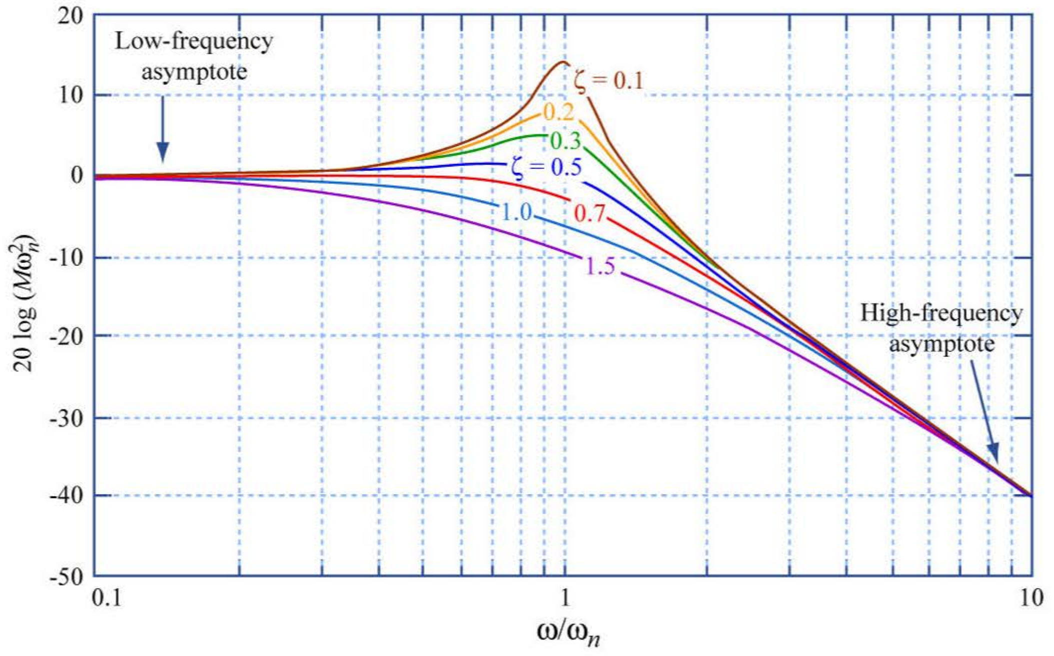
$$\omega < 1/\tau \rightarrow magnitude\ is\ 0\ dB\ and\ phase\ angle\ is\ 0°$$

$$> 1/\tau \rightarrow magnitude\ is\ 20log\omega\tau\ dB\ and\ phase\ angle\ is\ 90°$$





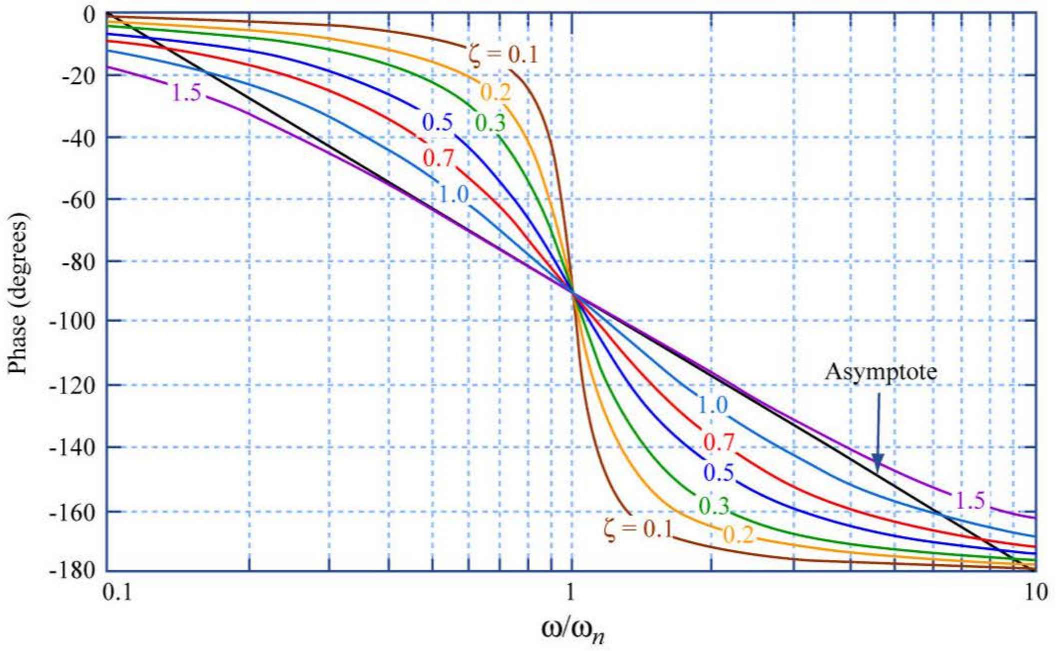
مخطط بود



4. مخطط بود للعنصر من الدرجة الثانية $\frac{\omega_n^2}{(j\omega)^2+2\xi\omega_n(j\omega)+\omega_n^2}$

- يمكن تحويل العنصر من الدرجة الثانية إلى عنصرين من الدرجة الأولى
- يتقاطع المنحنيان عند تردد الانكسار $\omega = \omega_n$
- المطال في الترددات المنخفضة يقارب مستقيم ميله 0
- المطال في الترددات العالية يقارب مستقيم ميله -40 dB/dec
- أما فرق الصفحة:

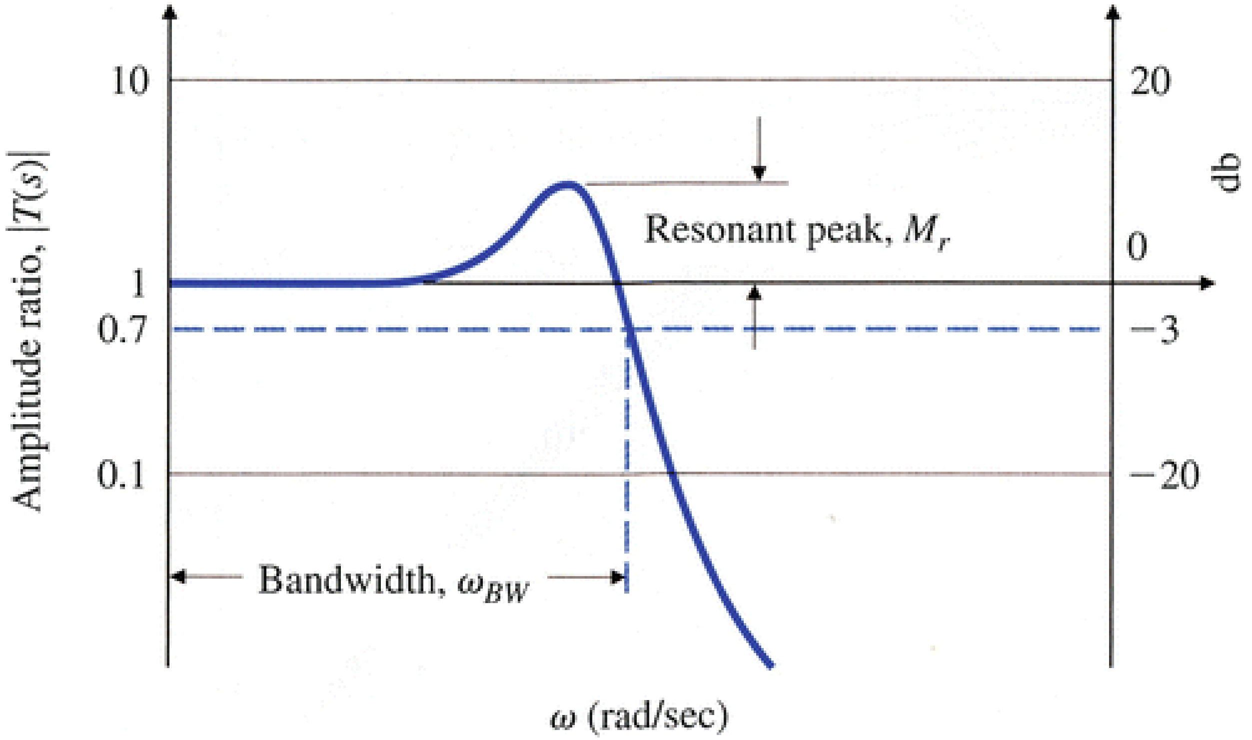
$$\phi = -\tan^{-1}\left[\frac{2\xi\frac{\omega}{\omega_n}}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\right]$$



مخطط بود

Type of term	G(jω)H(jω)	Slope(dB/dec)	Magnitude (dB)	Phase angle(degrees)
Constant	K	0	$20\log K$	0
Zero at origin	$j\omega$	20	$20\log\omega$	90
'n' zeros at origin	$(j\omega)^n$	$20\,n$	$20\,n\log\omega$	$90\,n$
Pole at origin	$\frac{1}{j\omega}$	-20	$-20\log\omega$	$-90\ or\ 270$
'n' poles at origin	$\frac{1}{(j\omega)^n}$	$-20\,n$	$-20\,n\log\omega$	$-90\,n\ or\ 270\,n$
Simple zero	$1+j\omega r$	20	$0\ for\ \omega < \frac{1}{r}$ $20\ \log\omega r\ for\ \omega > \frac{1}{r}$	$0\ for\ \omega < \frac{1}{r}$ $90\ for\ \omega > \frac{1}{r}$
Simple pole	$\frac{1}{1+j\omega r}$	-20	$0\ for\ \omega < \frac{1}{r}$ $-20\ \log\omega r\ for\ \omega > \frac{1}{r}$	$0\ for\ \omega < \frac{1}{r}$ $-90\ or\ 270\ for\ \omega > \frac{1}{r}$
Second order derivative term	$\omega_n^2\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}+\frac{2j\delta\omega}{\omega_n}\right)$	40	$40\ \log\ \omega_n\ for\ \omega < \omega_n$ $20\ \log\ (2\delta\omega_n^2)\ for\ \omega = \omega_n$ $40\ \log\ \omega\ for\ \omega > \omega_n$	$0\ for\ \omega < \omega_n$ $90\ for\ \omega = \omega_n$ $180\ for\ \omega > \omega_n$
Second order integral term	$\frac{1}{\omega_n^2\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}+\frac{2j\delta\omega}{\omega_n}\right)}$	-40	$-40\ \log\ \omega_n\ for\ \omega < \omega_n$ $-20\ \log\ (2\delta\omega_n^2)\ for\ \omega$	$-0\ for\ \omega < \omega_n$ $-90\ for\ \omega = \omega_n$ $-180\ for\ \omega > \omega_n$

تحليل الاستجابة الترددية للعنصر من الدرجة الثانية



- تسمى القيمة المقابلة للتردد الطنيني **بالقيمة الأعظمية الطنينية**

$$\boldsymbol{M_r} = |G(j\omega_r)| = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

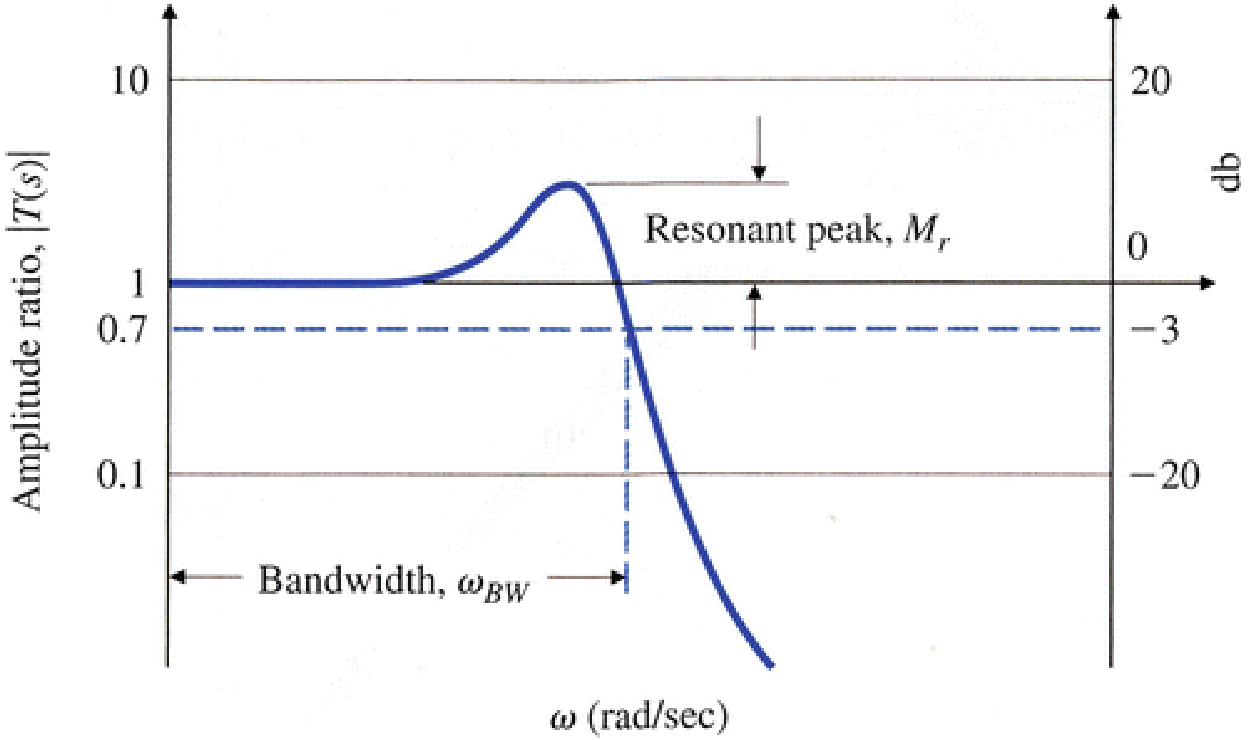
- **تردد القطع cutoff frequency** $\boldsymbol{\omega_b}$ هو التردد المقابل لانخفاض بالمطال بمقدار **3 ديسيبل**

$$\boldsymbol{M_r} = |G(j\omega_r)| = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

- **عرض الحزمة Bandwidth** هو المجال الترددي $[\boldsymbol{0,\omega_b}]$ ويعبر عن درجة ملاحقة النظام لإشارة الدخل الجيبية.

- **معدل القطع Cutoff Rate** ميل منحني المطال اللوغاريتمي حول تردد القطع وهو يشير إلى مدى تمييز النظام لإشارة الدخل من الضجيج.

تحليل الاستجابة الترددية للعنصر من الدرجة الثانية



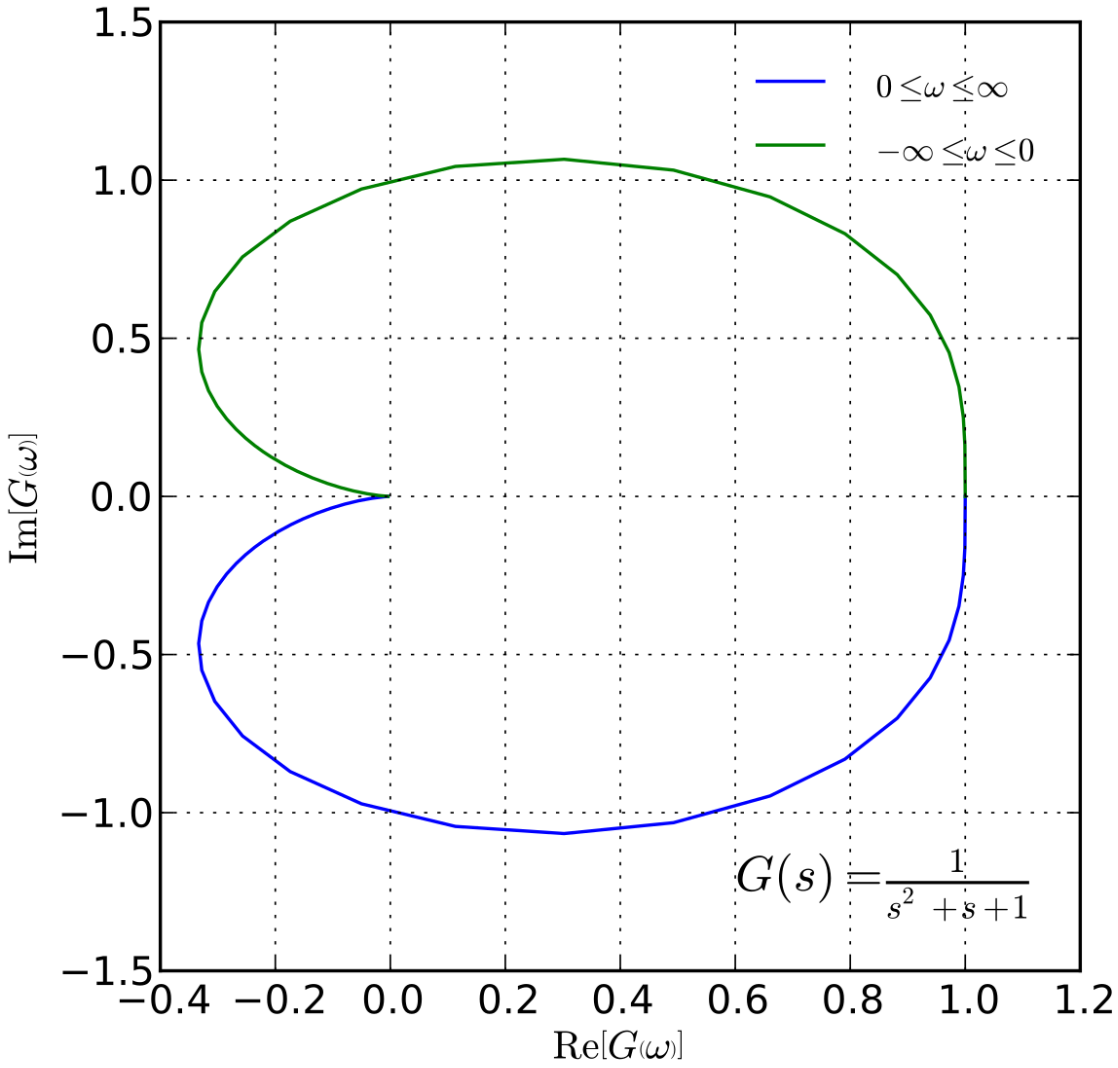
إن مواصفات **عرض الحزمة المطلوبة** في الحلقة المغلقة **متناقضة**:

1. تتعلق بمقدرة النظام على توليد إشارة الدخل (أي ملاحقة خرج النظام لدخله بدقة) **وكلما كان عرض الحزمة أكبر كلما كانت استجابة النظام أسرع**

2. ضرورة ترشيح الضجيج عند الترددات العالية **وكلما كان عرض الحزمة أصغر كلما كانت مقدرة النظام على ترشيح الإشارات ذات الترددات العالية أكبر**

بالتالي يتطلب التصميم الجيد إيجاد قيمة أمثلية لعرض الحزمة

منحني نايكويست

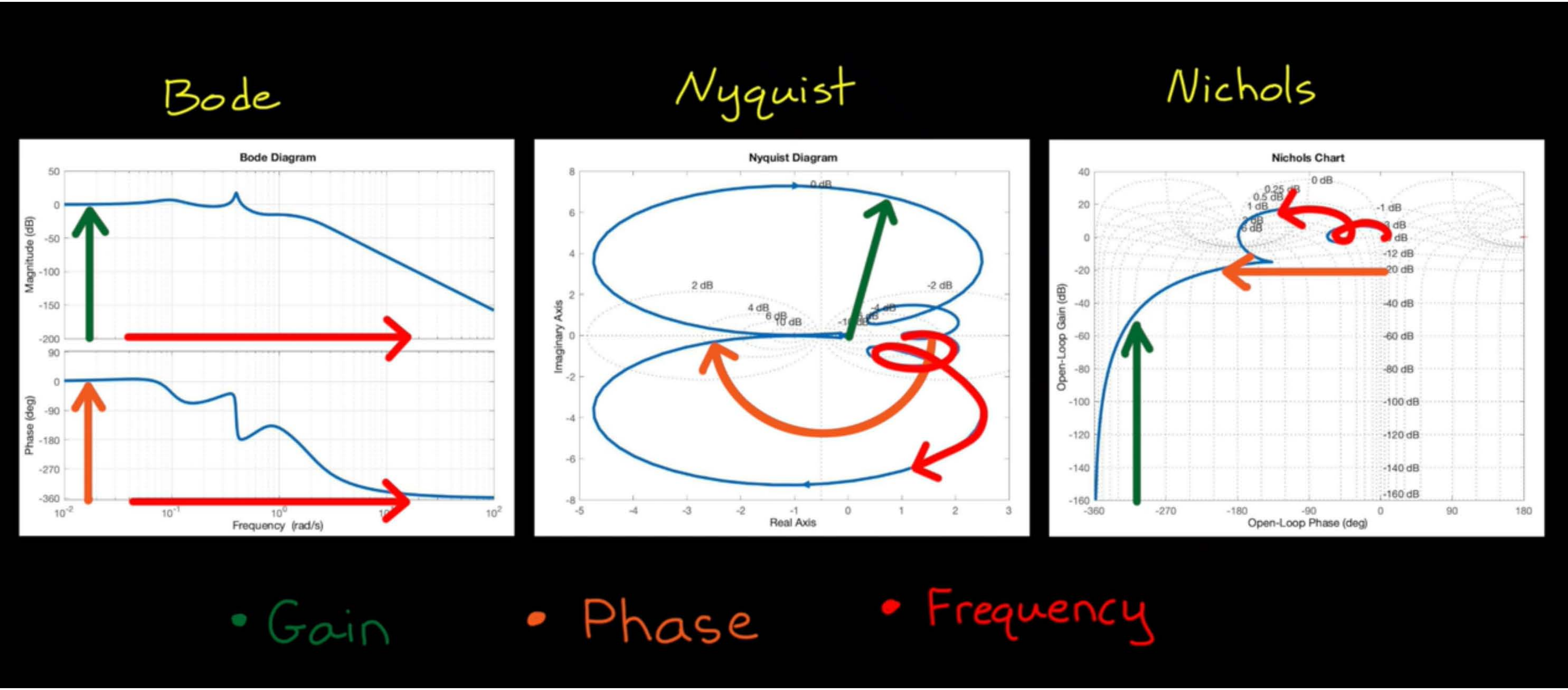


.2 منحني نايكويست Nyquist Plot أو المنحني القطبي

يمثل العلاقة بين **منحني مطال تابع الانتقال ومنحني الزاوية عند تغيير التردد من الصفر إلى اللانهاية في الاحداثيات القطبية** (أي أن كل قيمة عقدية تمثل بشكل قطبي)

- المطال يرسم بشكل خطي وليس لوغاريتمي وهو المسافة من نقطة الصفر.
- الصفحة فهي الزاوية عن المحور الحقيقي.
- أما التردد فهو موجود في جميع النقط أثناء الرسم

الاستجابة الترددية



تصميم المتحكمات في المجال الترددي

وجدنا عند تحليل الاستجابة الترددية أن **شكل الاستجابة يحدد أداء النظام** (زمن استجابة النظام، زمن ومطال الاهتزازات، ...). حتى يكون **أداء النظام في الحلقة مغلقة جيداً يجب أن تكون للاستجابة الترددية قي الحلقة المفتوحة المواصفات التالية:**

1. يجب أن يكون **الربح عند الترددات المنخفضة كبيراً** **<<< لتقليل الخطأ الستاتيكي**
2. يجيب أن يكون **ميل مميزة بود عند تردد القطع 20 dB/decade- ويمتد على مجال كبير من الترددات حول تردد القطع** **<<< لتأمين استقرار نسبي جيد للنظام**
3. يجب **تقليل الربح عند الترددات العالية بأكبر قدر ممكن** **<<< لتقليل تأثير إشارات الضجيج على النظام**

نستطيع تصحيح شكل الاستجابة الترددية للنظام في الحلقة المفتوحة عن طريق اجراء بعض التعديلات:

A. ضبط ربح النظام

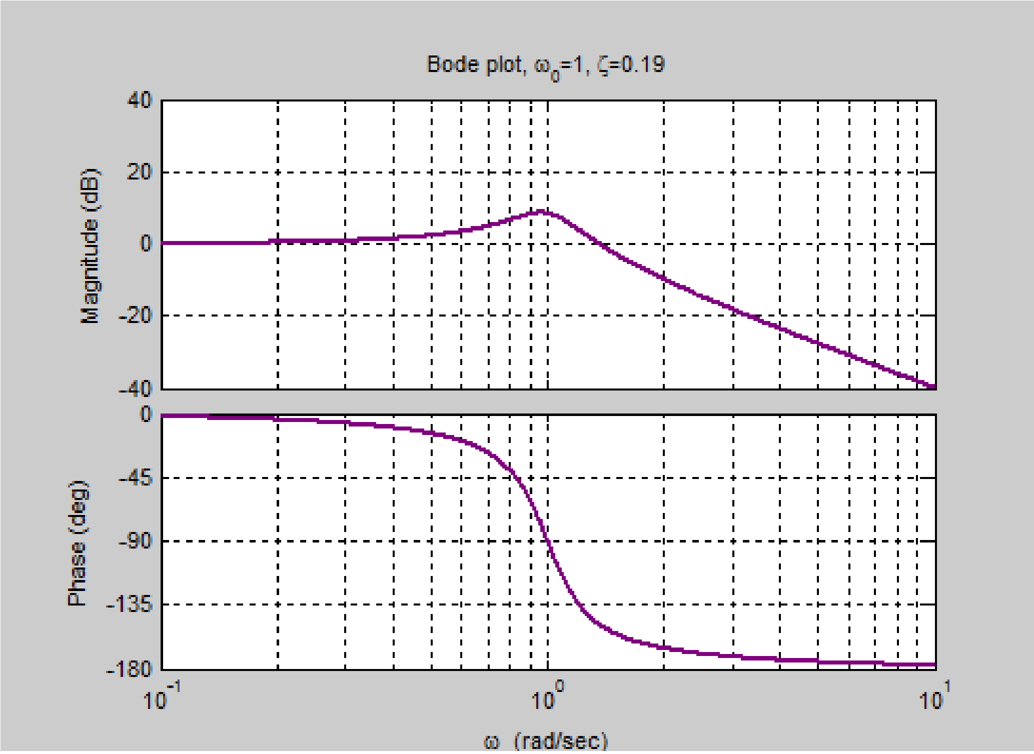
B. تصميم شبكة تقديم صفحة **Lead Network Design**

C. تصميم شبكة تأخير صفحة **Lag Network Design**

تصميم المتحكمات في المجال الترددي

نستطيع تصحيح شكل الاستجابة الترددية للنظام في الحلقة المفتوحة عن طريق اجراء بعض التعديلات:

A. ضبط ربح النظام



- قيمة الربح K لا تغير شكل الاستجابة فقط مقياس الرسم
- بالتالي تغير فقط القمة الطنينية M_r دون تغيير التردد الطنيني ω_r
- **زيادة القمة الطنينية > زيادة الربح عند الترددات المنخفضة > تقليل الخطأ الستاتيكي + تقليل زمن الصعود > ولكن زمن ومطال الاهتزازات يزدادان >**
  نحتاج إلى إضافة شبكة تقديم أو تأخير للصفحة

B. تصميم شبكة تقديم صفحة Lead Network Design

وصل نظام في الحلقة المفتوحة مع شبكة تقديم صفحة يحصل تخميد لطويلة تابع الانتقال وتقديم في الصفحة.

C. تصميم شبكة تأخير صفحة Lag Network Design

وصل نظام في الحلقة المفتوحة مع شبكة تأخير صفحة يحصل تضخيم لطويلة تابع الانتقال وتأخير في الصفحة.

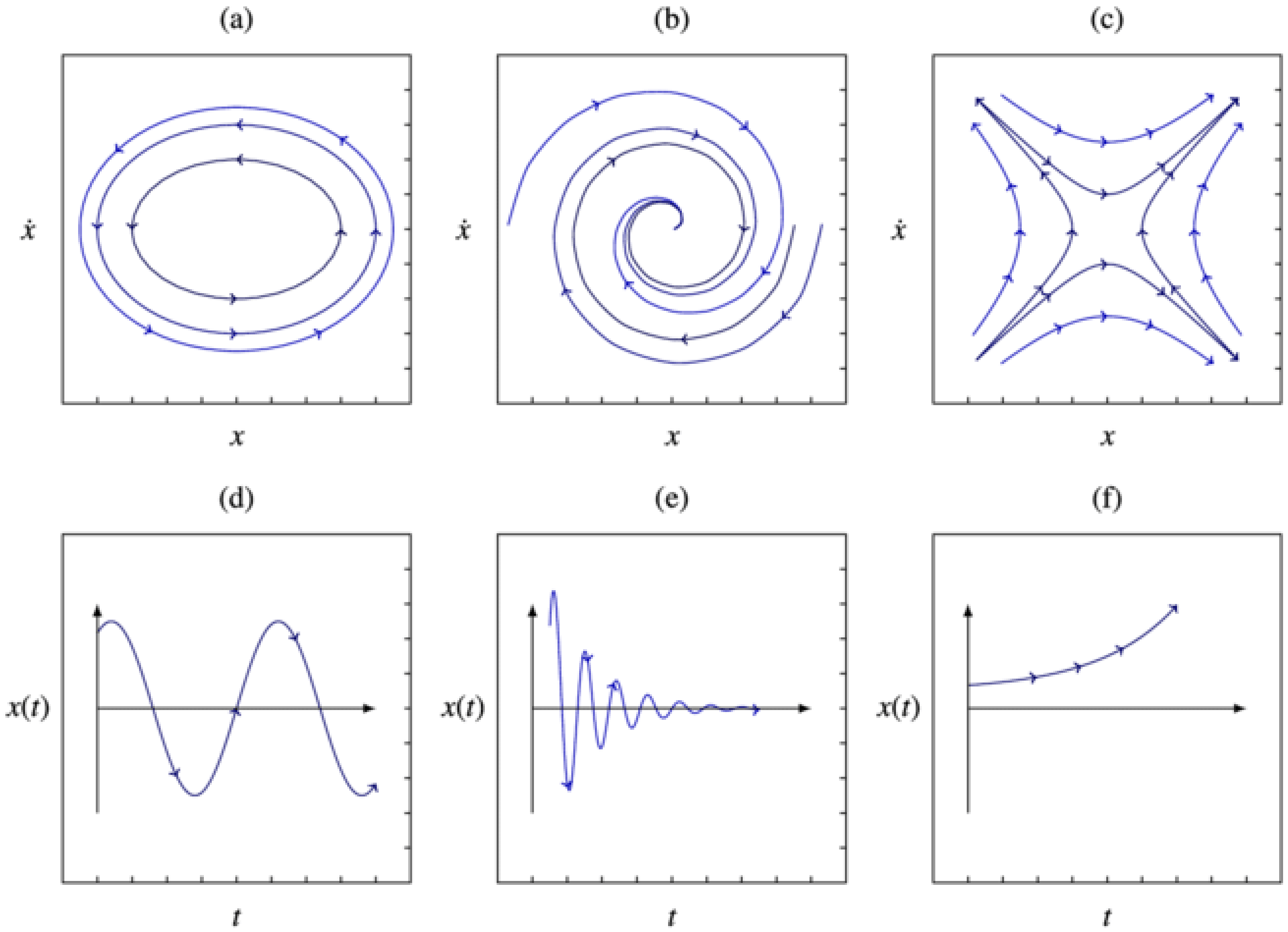
استقرار الأنظمة الخطية

- نقول عن نظام خطي أنه مستقر إذا كان خرجه محدوداً من أجل دخل محدود
- نقوم بدراسة استقرار النظام على كامل مجال عمله الترددي
- لاستقرار الأنظمة الخطية علاقة مباشرة بمواضع الأقطاب

استقرار حرج
(استقرار ليابونوف
(Lyapunov

استقرار متقارب
asymptotically stable

غير مستقر
Unstable



مخطط الصفحة

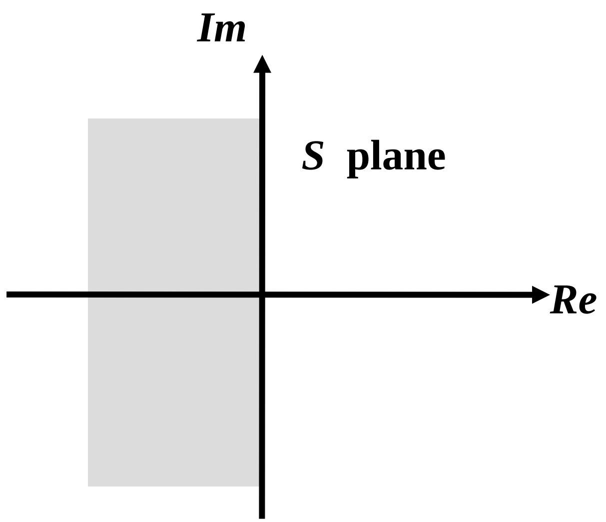
الاستجابة الزمنية

استقرار الأنظمة الخطية

الشرط اللازم والكافي لاستقرار نظام خطي أن يكون القسم الحقيقي للأقطاب ذا
قيمة سالبة >> أي تكون جميع الأقطاب على يسار المحور التخيلي

Eigenvalue	Stability/Behavior		
	Stability	Oscillatory behavior	Notation
All real and +	unstable	none	unstable node
All real, + and coincide	unstable	none	unstable inflected node
All real and -	stable	none	stable node
All real, - and coincide	stable	none	stable inflected node
Mixed + and -,real	unstable	none	unstable saddle node
Complex, $\lambda_r > 0$	unstable	undamped	unstable spiral
Complex, $\lambda_r < 0$	stable	damped	stable spiral
Complex, $\lambda_r = 0$	un-/stable	un-/damped	un-/stable limit cycle

القسم الحقيقي



استقرار الأنظمة الخطية

قاعدة راوث للاستقرار Routh Rule for Stability

- هناك طرق جبرية لتحديد استقرار النظام **بدون الحاجة لحساب أقطاب النظام**
- طريقة راوث تعتمد على الخواص الزمنية للنظام. نستطيع تحديد وجود قطب أو أكثر في النصف الأيمن من المستوي (أي نظام غير مستقر) بدون حساب القطب:

1. ايجاد كثير الحدود المميز للنظام في الحلقة المغلقة من تابع الانتقال (أي مقام تابع الانتقال)

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{5}{s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5} \rightarrow s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5 = 0$$

2. إذا كانت جميع حدود كثير الحدود موجودة ومن اشارة واحدة >> نشكل جدول راوث وإلا فإن **النظام غير مستقر**

3. إذا كانت جميع ثوابت العمود الأول لجدول راوث من إشارة واحدة فقط فالنظام مستقر >> إذا كان هناك **تغير في الإشارة بالتالي يوجد قطب غير مستقر للنظام**

استقرار الأنظمة الخطية

قاعدة راوث للاستقرار Routh Rule for Stability

1. ايجاد كثير الحدود المميز للنظام في الحلقة المغلقة من تابع الانتقال (أي مقام تابع الانتقال)

2. إذا كانت جميع حدود كثير الحدود موجودة ومن اشارة واحدة << نشكل جدول راوث وإلا فإن **النظام غير مستقر**

3. إذا كانت جميع ثوابت العمود الأول لجدول راوث من إشارة واحدة فقط فالنظام مستقر << إذا كان هناك **تغير في الإشارة بالتالي يوجد قطب غير مستقر للنظام**

$$
\begin{array}{cccccc}
s^n & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \cdots \\
s^{n-1} & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \cdots \\
s^{n-2} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & \cdots \\
s^{n-3} & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & \cdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \\
s^2 & e_1 & e_2 & & & \\
s^1 & f_1 & & & & \\
s^0 & g_1 & & & &
\end{array}
$$

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}, b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}, b_3 = \frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1}$$

$$c_1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1}, c_2 = \frac{b_1 a_5 - a_0 b_3}{b_1}, c_3 = \frac{b_1 a_7 - a_1 b_4}{b_1}$$

$$d_1 = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{c_1}, d_2 = \frac{c_1 b_3 - b_1 c_3}{c_1}$$

استقرار الأنظمة الخطية

قاعدة راوث للاستقرار Routh Rule for Stability

1. ايجاد كثير الحدود المميز للنظام في الحلقة المغلقة من تابع الانتقال (أي مقام تابع الانتقال)
2. إذا كانت جميع حدود كثير الحدود موجودة ومن اشارة واحدة >> نشكل جدول راوث وإلا فإن **النظام غير مستقر**
3. إذا كانت جميع ثوابت العمود الأول لجدول راوث من إشارة واحدة فقط فالنظام مستقر >> إذا كان هناك **تغير في الإشارة بالتالي يوجد قطب غير مستقر للنظام**

مثال 2-6:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{5}{s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5} \rightarrow s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5 = 0$$

s^4	1	3	5
s^3	2	4	0
s^2	1	5	
s^1	-6		
s^0	5		

بما أن ثوابت العمود الأول تحتوي على إشارة سالبة >> **فالنظام غير مستقر** وعدد الأقطاب غير المستقر يساوي 2 لأن هناك تغييرين في إشارة العمود الأول من + إلى – ومن – إلى +

أمثلة ومسائل محلولة للامتحان

- مثال 1-7
- مسائل محلولة ص45-50
- أمثلة 1-2 2-2 3-2 4-2 5-2 6-2 7-2 8-2 9-2 10-2 13-2 14-2 15-2 21-2 22-2 23-2 24-2 30-2
- مسائل محلولة وغير محلولة الفصل الثاني
- أمثلة 3-4 4-4 5-4 12-4 13-4
- مسائل محلولة وغير محلولة الفصل الرابع
- أمثلة 2-5 3-5 4-5 4-5 6-5 7-5
- أمثلة 2-6 3-6