التحكم الحديث 1

Modern Control 1

كلية الهندسة الكهربائية والالكترونية – جامعة حلب
د. أسعد كعدان

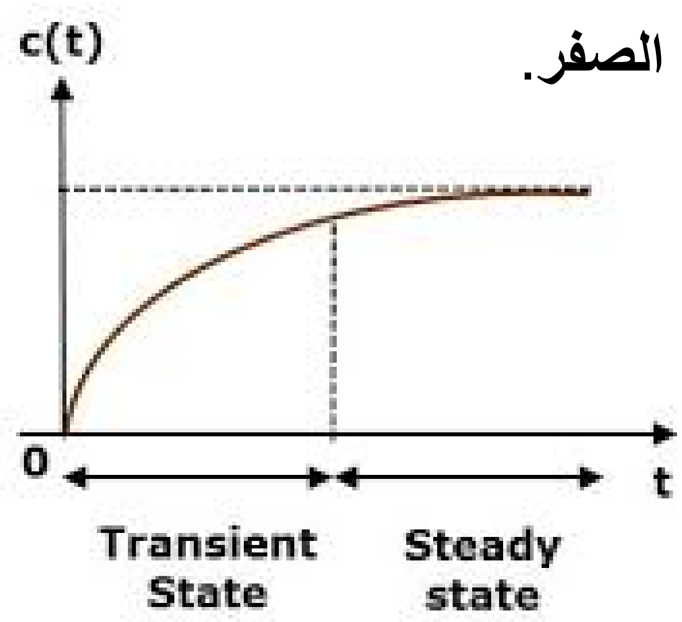
المحاضرة 5 – المجال الزمني

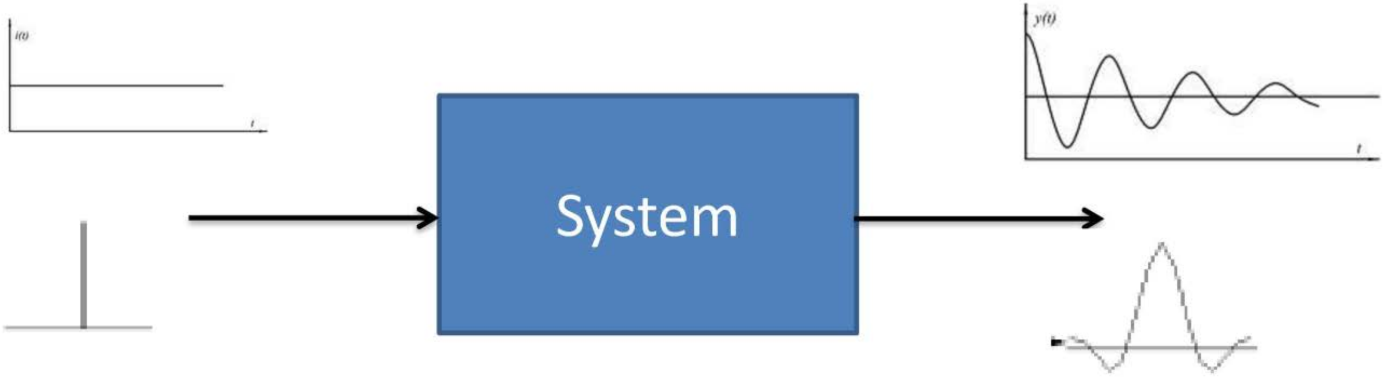
الاستجابة الزمنية

تحليل **الاستجابة الزمنية Time Response** هي دراسة خواص إشارة خرج النظام الزمنية من أجل إشارة دخل قياسية و**علاقة هذه الخواص بثوابت النظام**.

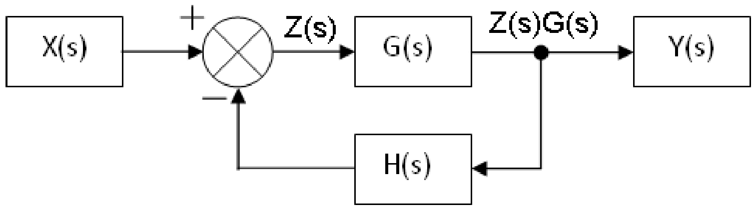
تتكون الاستجابة الزمنية **لنظام خطي** من مجموع استجابتين:

1. **الاستجابة الحرة**: استجابة النظام **لشروط ابتدائية غير صفرية ودخل يساوي الصفر**.
2. **الاستجابة القسرية**: استجابة النظام **لشروط ابتدائية غير صفرية ودخل يختلف عن الصفر**.





الاستجابة الزمنية

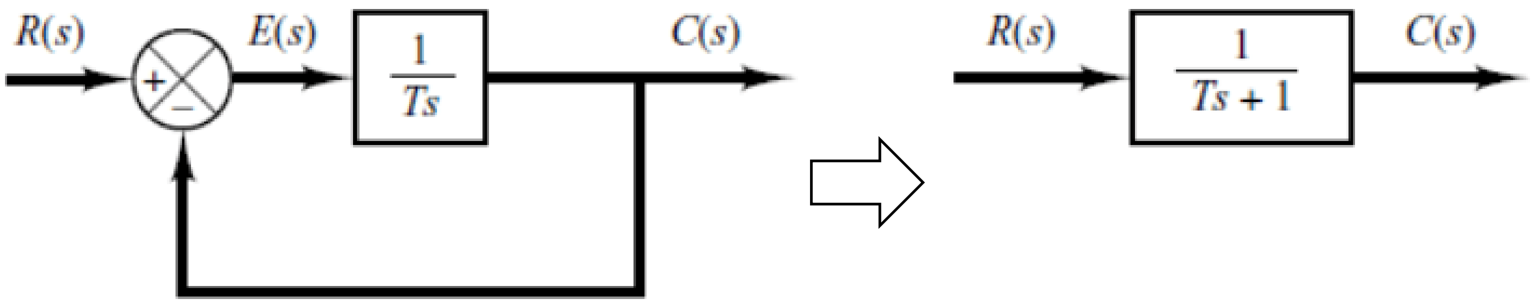


$$G_{CL}(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

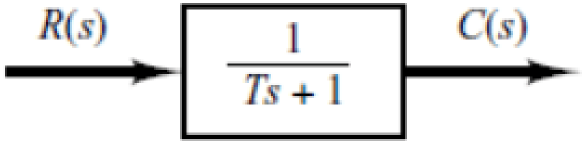
1. الأنظمة الخطية من الدرجة الأولى Linear First-Order Systems

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{Ts + 1}$$

الثابت الزمني
Time Constant



الاستجابة الزمنية



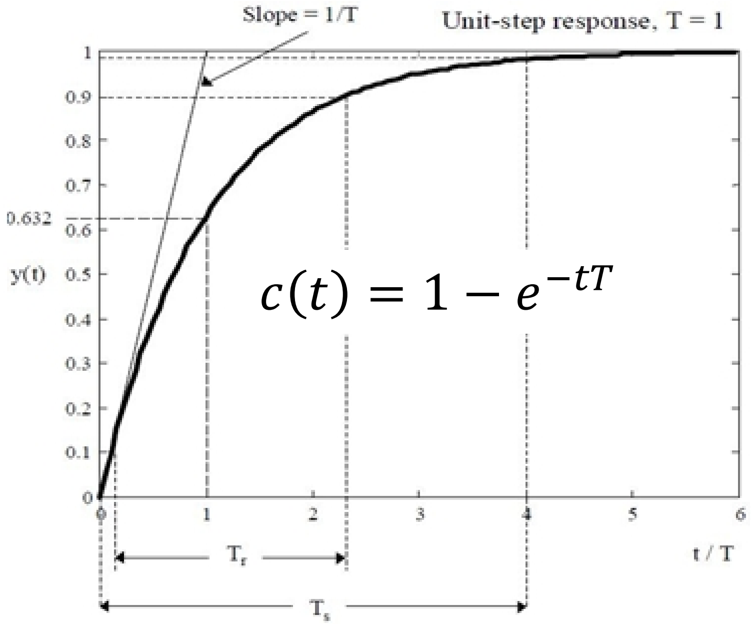
1. الأنظمة الخطية من الدرجة الأولى Linear First-Order Systems

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{Ts + 1}$$

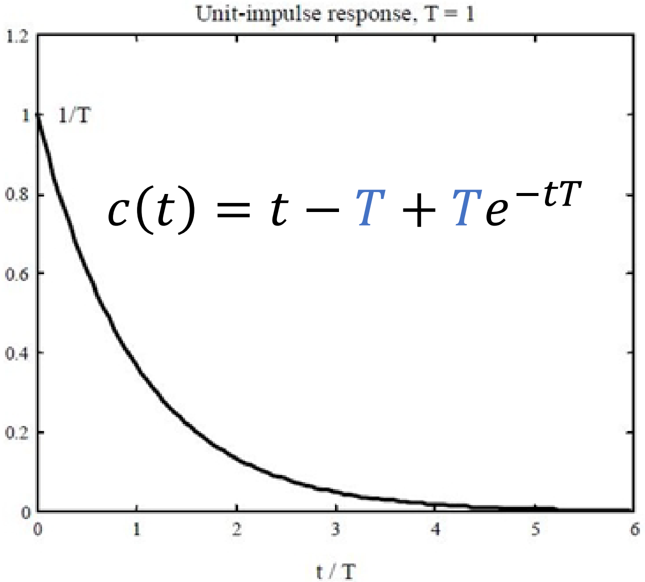
استجابة القفزة الواحدية

الاستجابة النبضية

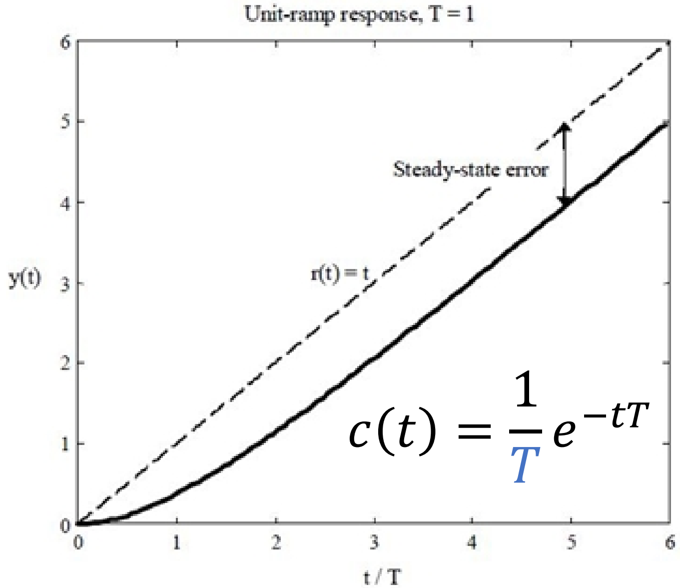
استجابة التابع التصاعدي الواحدي



$$c(t) = 1 - e^{-tT}$$

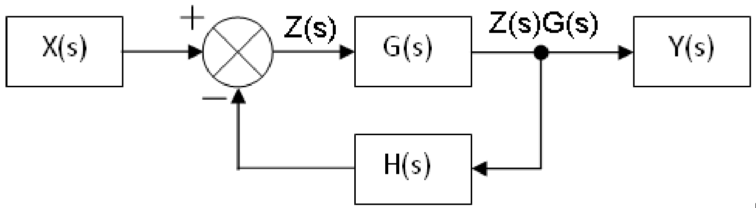


$$c(t) = t - T + Te^{-tT}$$



$$c(t) = \frac{1}{T}e^{-tT}$$

الاستجابة الزمنية



$$G_{CL}(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

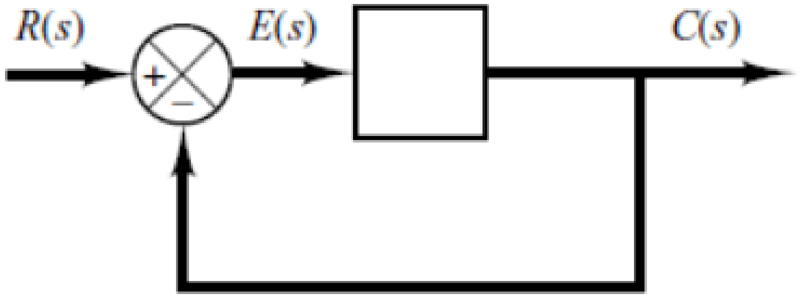
2. الأنظمة الخطية من الدرجة الثانية Linear Second-Order Systems

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

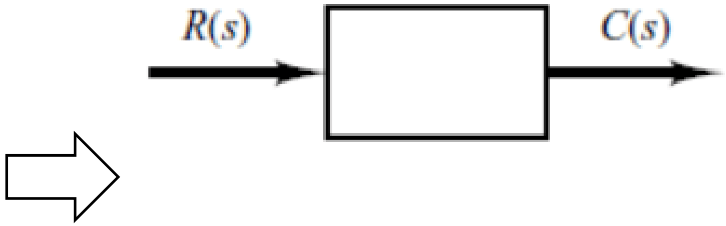
التردد الزاوي الطبيعي غير المتخامد
Undamped Natural Frequency

معامل التخامد
Damping Ratio

$$\frac{\omega_n^2}{s(s + 2\zeta\omega_n)}$$



$$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$



الاستجابة الزمنية

$$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

2. الأنظمة الخطية من الدرجة الثانية Linear Second-Order Systems

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

تحويل لابلاس > الحل الجبري > تحويل لابلاس العكسي

$$c(t) = 1 - e^{-\zeta\omega_n t}\left(\cos\omega_d t + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin\omega_d t\right)$$

التردد الزاوي
التخامدي Damped
Frequency

$$\omega_d \triangleq \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

يختلف شكل الاستجابة حسب
قيم معامل التخامد

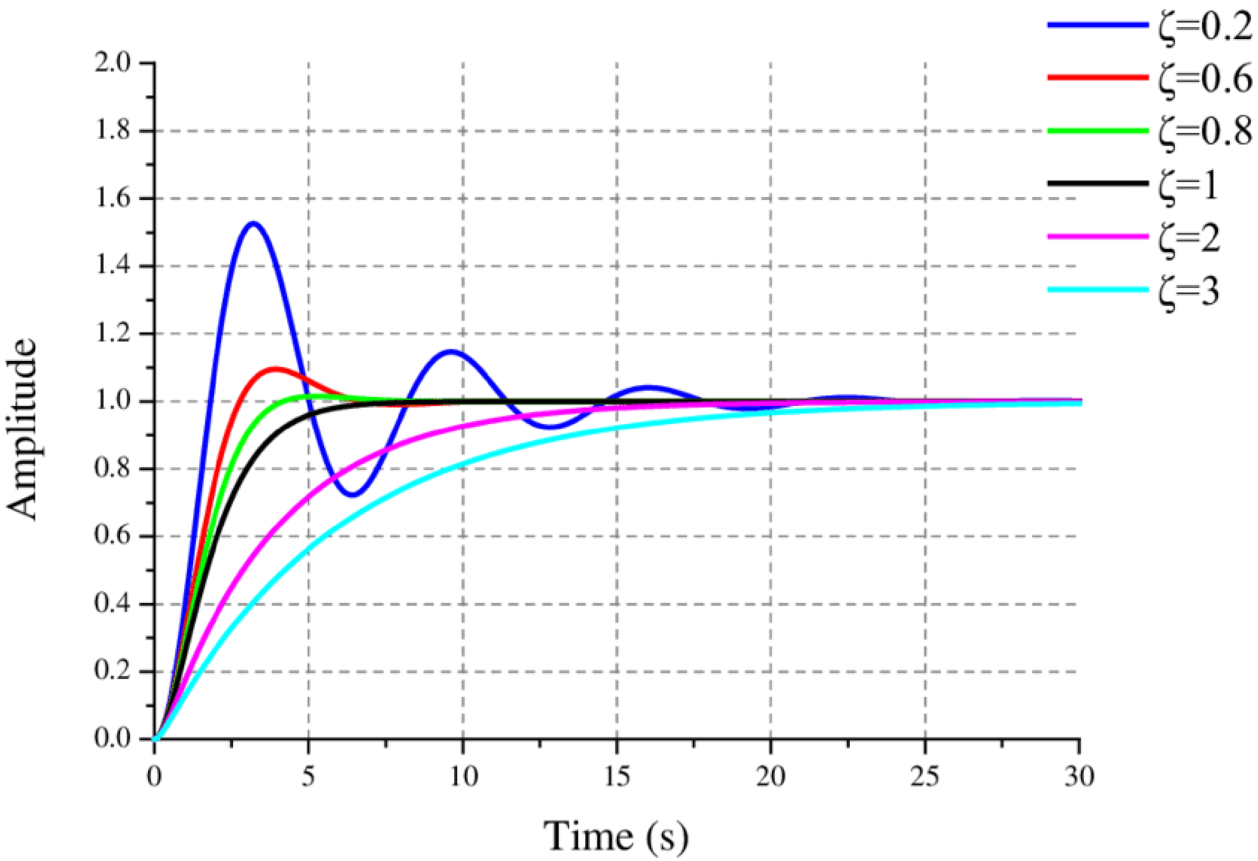
$\zeta > 1$	$\zeta = 1$	$0 < \zeta < 1$	$\zeta = 0$
استجابة متخامدة غير اهتزازية	استجابة متخامدة غير اهتزازية	استجابة اهتزازية متخامدة	استجابة اهتزازية غير متخامدة

الاستجابة الزمنية

$$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

2. الأنظمة الخطية من الدرجة الثانية Linear Second-Order Systems

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$



$$c(t) = 1 - e^{-\zeta\omega_n t}\left(\cos \omega_d t + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_d t\right)$$

$$\zeta = 0$$

استجابة اهتزازية غير متخامدة بمطال ثابت
وتردد ω_n راديان / ثانية

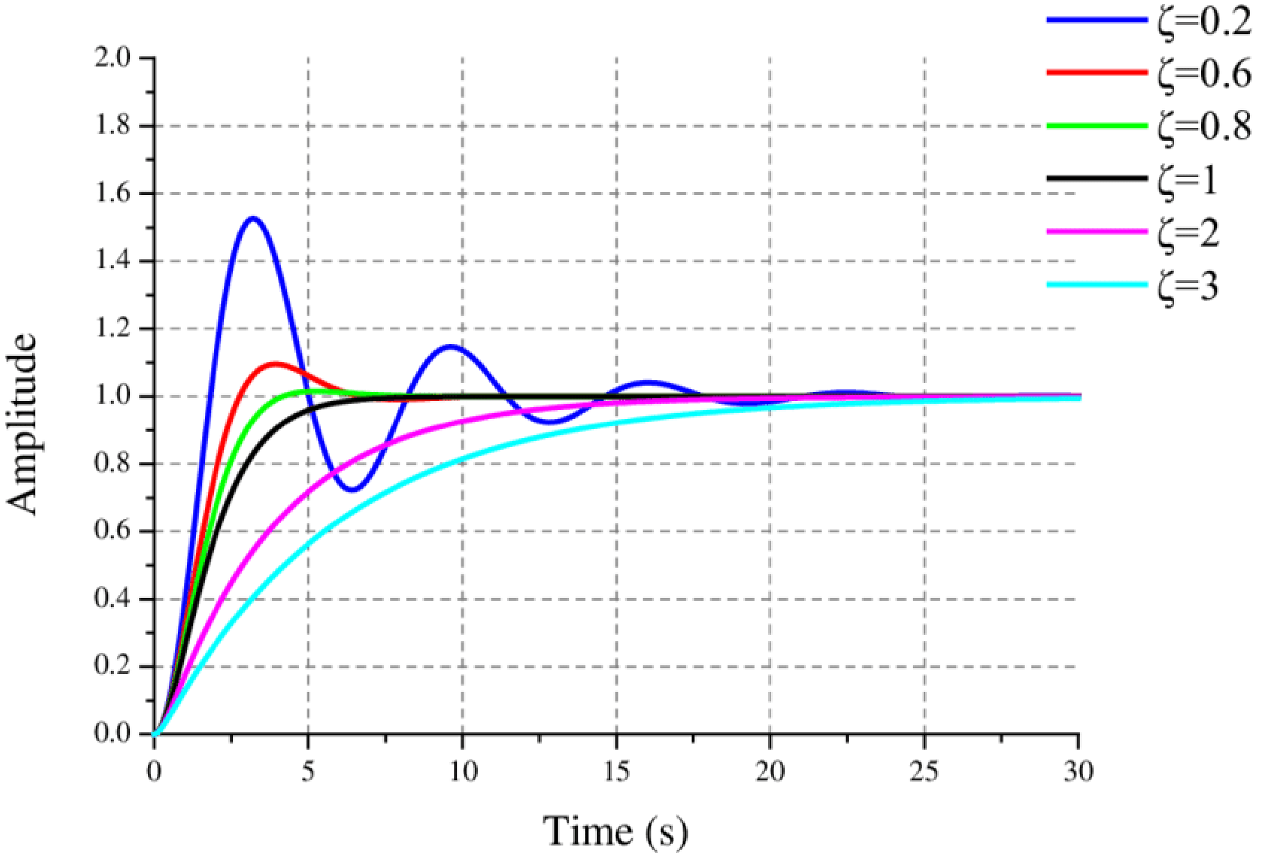
$$c(t) = 1 - \cos \omega_n t$$

الاستجابة الزمنية

$$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

2. الأنظمة الخطية من الدرجة الثانية Linear Second-Order Systems

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$



$$c(t) = 1 - e^{-\zeta\omega_n t}\left(\cos \omega_d t + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_d t\right)$$

$$0 < \zeta < 1$$

استجابة اهتزازية متخامدة (إشارة جيبية
مضروبة لتابع أسي متناقص)

$$c(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_d t + \phi)$$

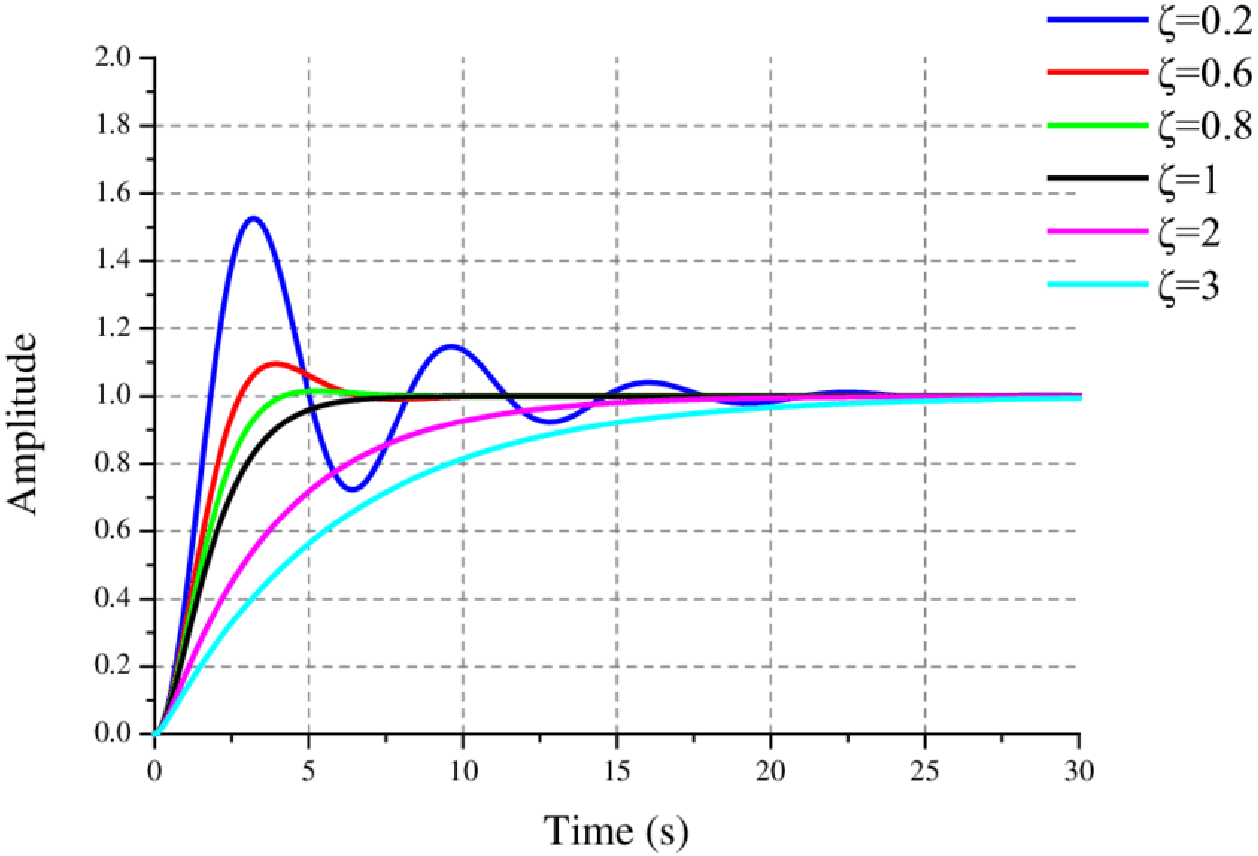
$$\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\cos \phi}{\sin \phi}$$

الاستجابة الزمنية

$$\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

2. الأنظمة الخطية من الدرجة الثانية Linear Second-Order Systems

$$G(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$



$$c(t)=1-e^{-\zeta\omega_n t}\left(\cos\omega_d t+\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin\omega_d t\right)$$

$$\zeta=1$$

استجابة متخامدة غير اهتزازية (تابع أسي متناقص)

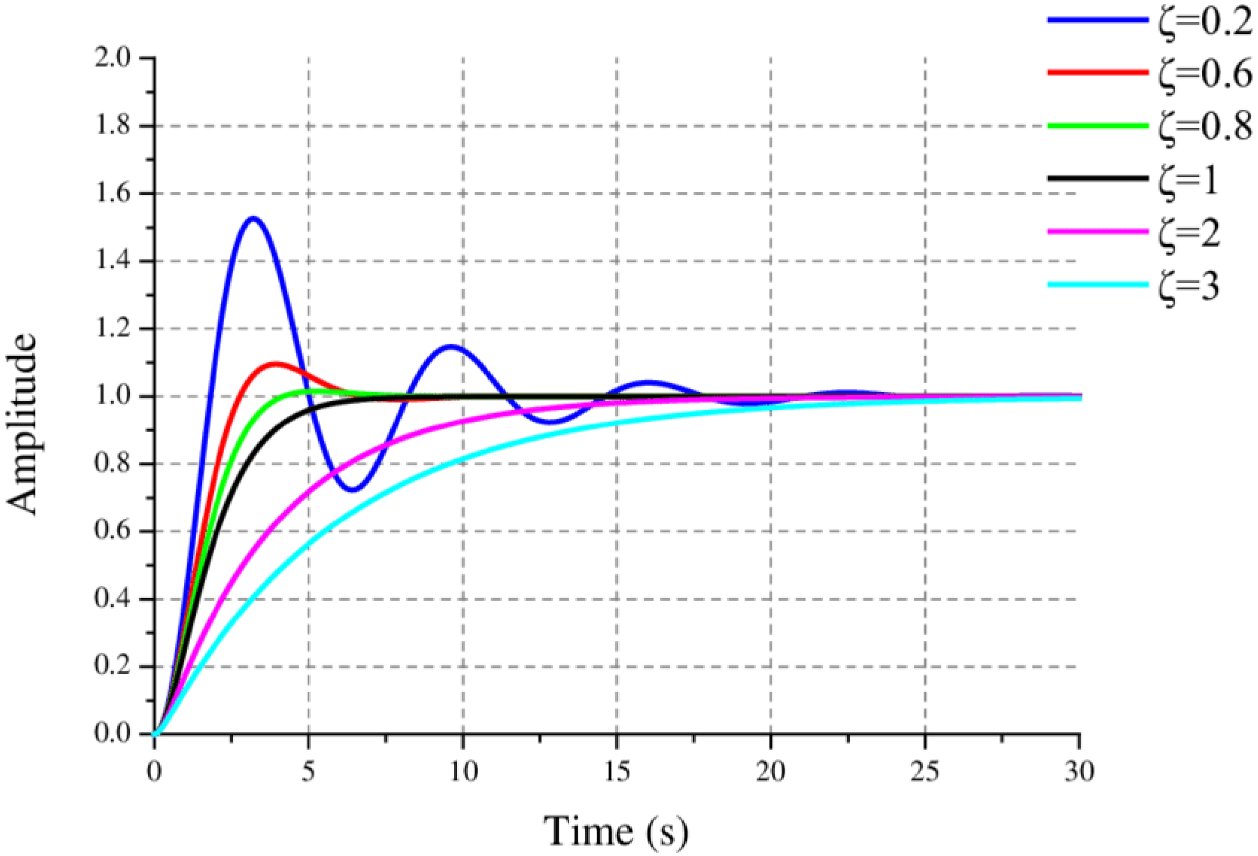
$$c(t)=1-e^{-\omega_n t}\sin(1+\omega_n t)$$

الاستجابة الزمنية

$$\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

2. الأنظمة الخطية من الدرجة الثانية Linear Second-Order Systems

$$G(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$



$$c(t)=1-e^{-\zeta\omega_n t}\left(\cos\omega_d t+\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin\omega_d t\right)$$

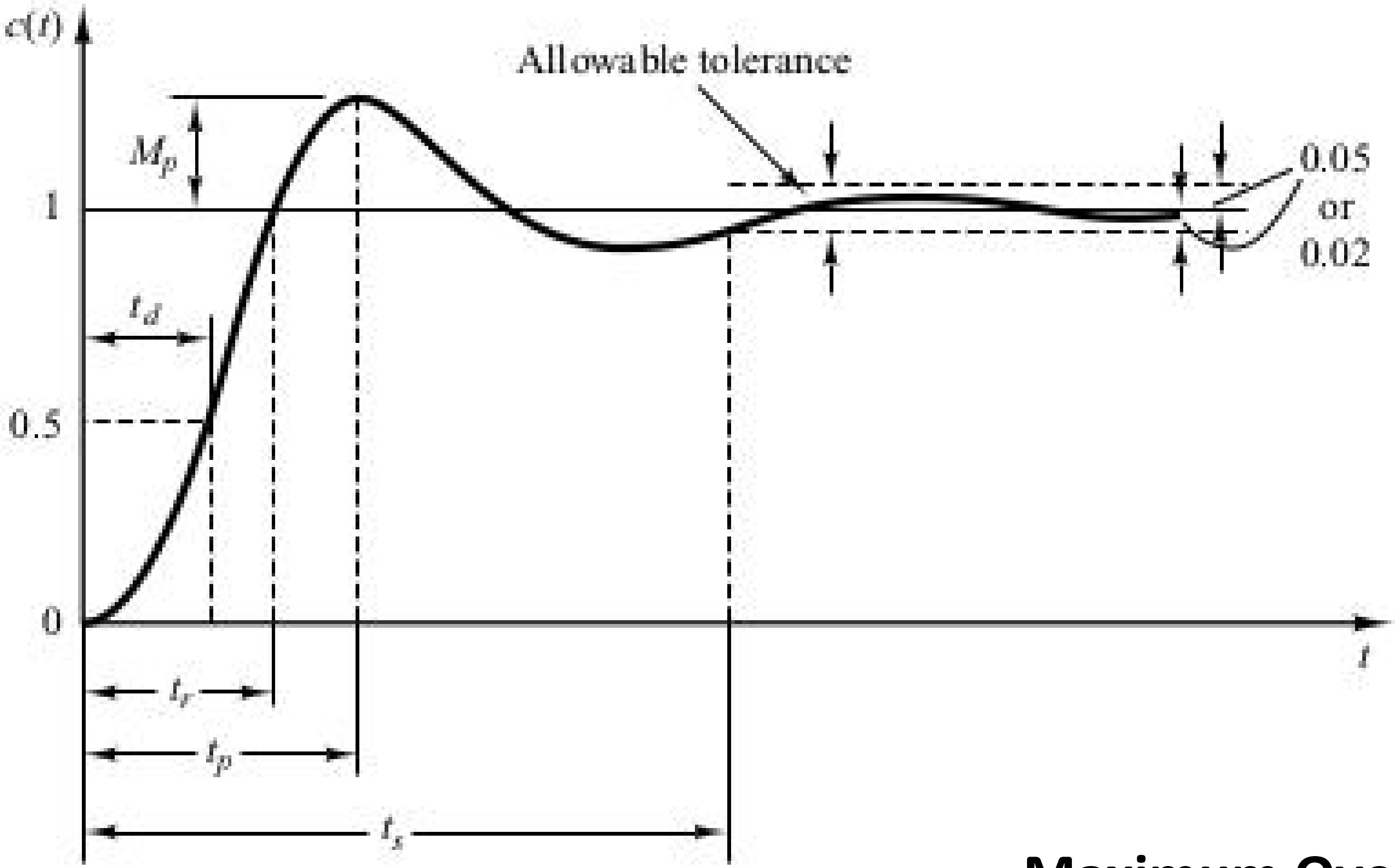
$$\zeta>1$$

استجابة متخامدة غير اهتزازية
(مجموع تابعين أسيين متناقصين)

$$c(t)=1-\frac{\omega_n}{2\sqrt{\zeta^2-1}}\left(\frac{e^{-s_1 t}}{s_1}-\frac{e^{-s_2 t}}{s_2}\right)$$

$$s_1=\left(\zeta+\sqrt{\zeta^2-1}\right)\omega_n,\qquad s_2=\left(\zeta-\sqrt{\zeta^2-1}\right)\omega_n$$

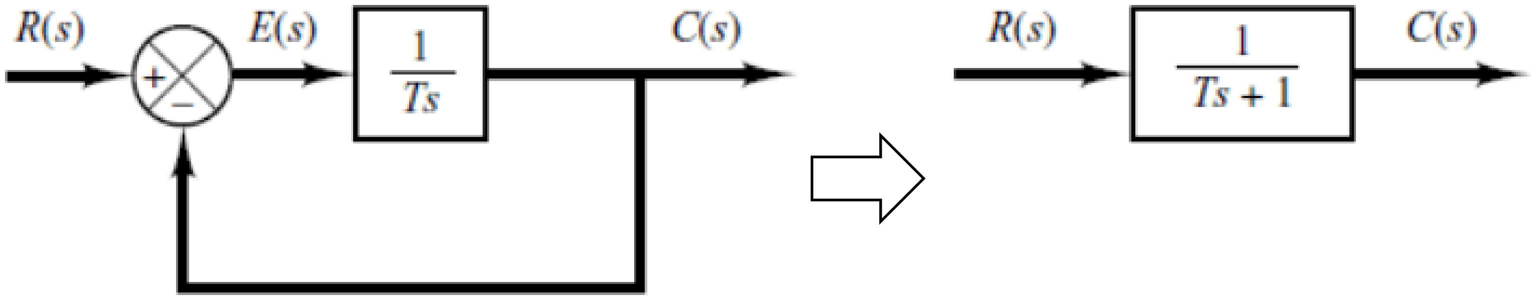
خواص الاستجابة الزمنية لتابع القفزة الواحدية



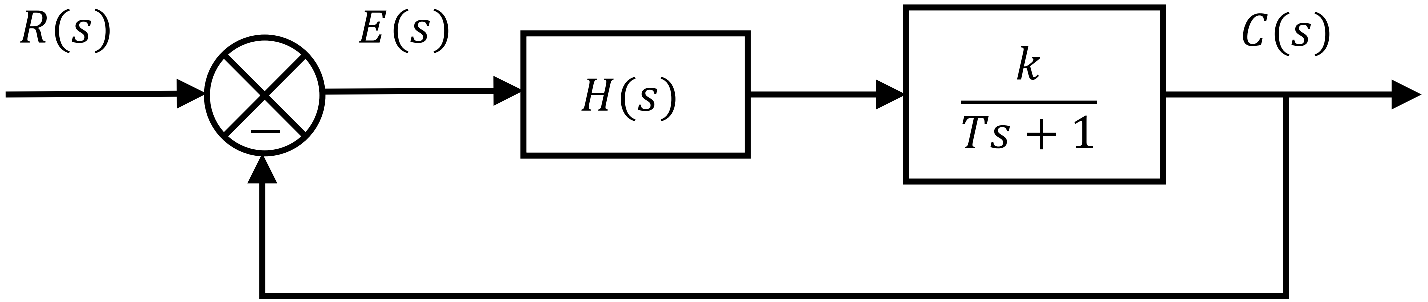
1. زمن التأخير Delay Time t_d
2. **زمن الصعود Rise Time t_r**
3. زمن الذروة Peak Time t_p
4. **تجاوز الهدف الأعظمي Maximum Overshoot M_p**
5. **زمن الاستقرار Settling Time t_s**

تصميم المتحكمات في المجال الزمني

1. تصميم متحكمات للأنظمة الخطية من الدرجة الأولى

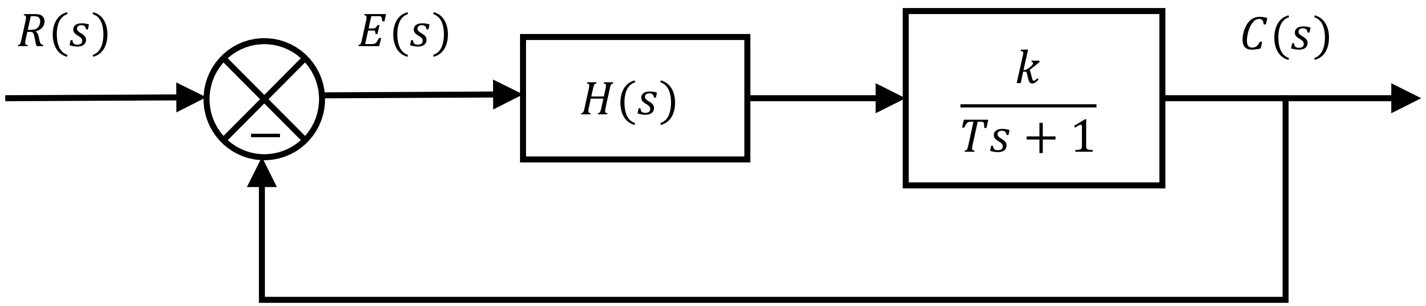


لنقم بإضافة متحكم ***H(s)*** وإغلاق الحلقة:



تصميم المتحكمات في المجال الزمني

1. تصميم متحكمات للأنظمة الخطية من الدرجة الأولى



الهدف من المتحكم ***H(s)*** هو جعل الاستجابة الزمنية للنظام في الحلقة المغلقة تحقق المواصفات المرغوبة التالية:

1. خطأ ستاتيكي يساوي الصفر من أجل دخل تابع القفزة الواحدية
2. استجابة زمنية لتابع القفزة الواحدية غير دورية **بدون تجاوز هدف** وبزمن صعود مرغوب t_{rd}

بالاستنتاج نجد تابع الانتقال المرغوب للنظام في الحلقة المغلقة:

$$G_d(s) = \frac{k}{T_d s + 1}, \qquad T_d = 0.45 \cdot t_{rd}$$

وتابع انتقال المتحكم:

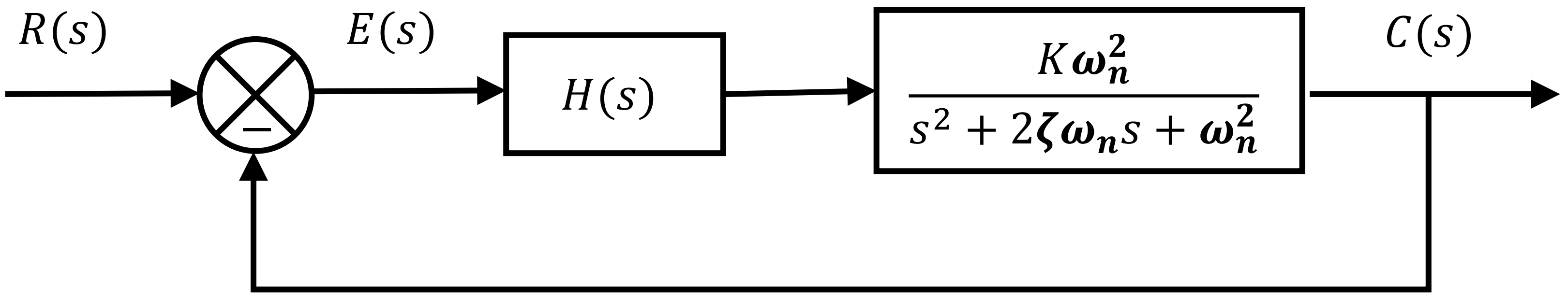
$$H(s) = \frac{Ts+1}{KT_d s} = \frac{T}{KT_d} + \frac{1}{KT_d s} = \boldsymbol{K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)}$$

مثال 4-12 صفحة 202

تصميم المتحكمات في المجال الزمني

2. تصميم متحكمات للأنظمة الخطية من الدرجة الثانية

ليكن لدينا نظام خطي من الدرجة الثانية في الحلقة المغلقة:

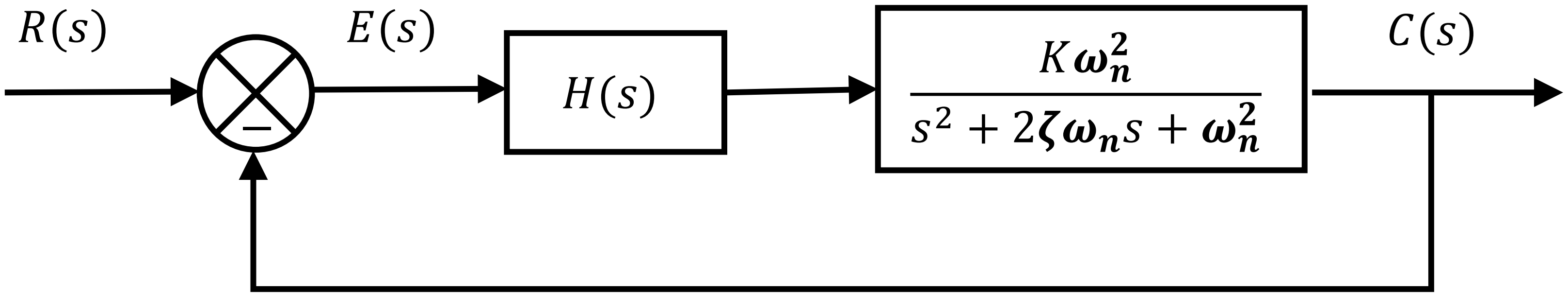


الهدف من المتحكم ***H(s)*** هو جعل الاستجابة الزمنية للنظام في الحلقة المغلقة تحقق المواصفات المرغوبة التالية:

1. خطأ ستاتيكي يساوي الصفر من أجل دخل تابع القفزة الواحدية
2. استجابة زمنية لتابع القفزة الواحدية غير دورية **بتجاوز هدف أعظمي** M_{pd} وبزمن صعود مرغوب t_{rd}

تصميم المتحكمات في المجال الزمني

2. تصميم متحكمات للأنظمة الخطية من الدرجة الثانية



بالاستنتاج نجد تابع الانتقال المرغوب للنظام في الحلقة المغلقة:

$$G_d(s) = \frac{\omega_{nd}^2}{s^2 + 2\zeta_d \omega_{nd} s + \omega_{nd}^2}$$

وتابع انتقال المتحكم التناسبي-التكاملي-التفاضلي:

$$H(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$$

مثال 4-13 صفحة 208