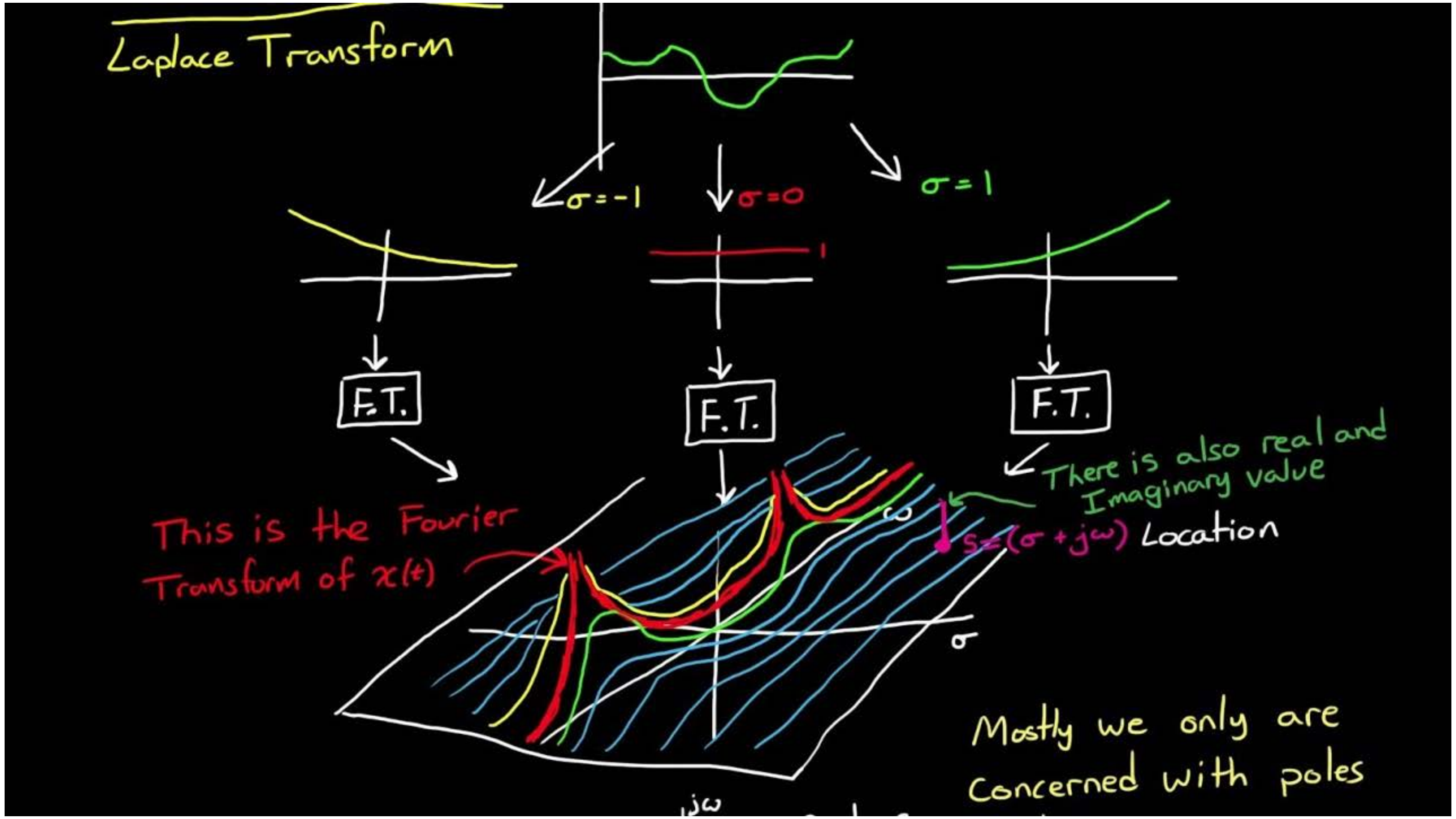
التحكم الحديث 1

Modern Control 1

كلية الهندسة الكهربائية والالكترونية – جامعة حلب
د. أسعد كعدان

المحاضرة 4 – تابع النقل – فضاء الحالة

توابع الانتقال



https://www.youtube.com/watch?v=ZGPtPkTft8g

توابع الانتقال

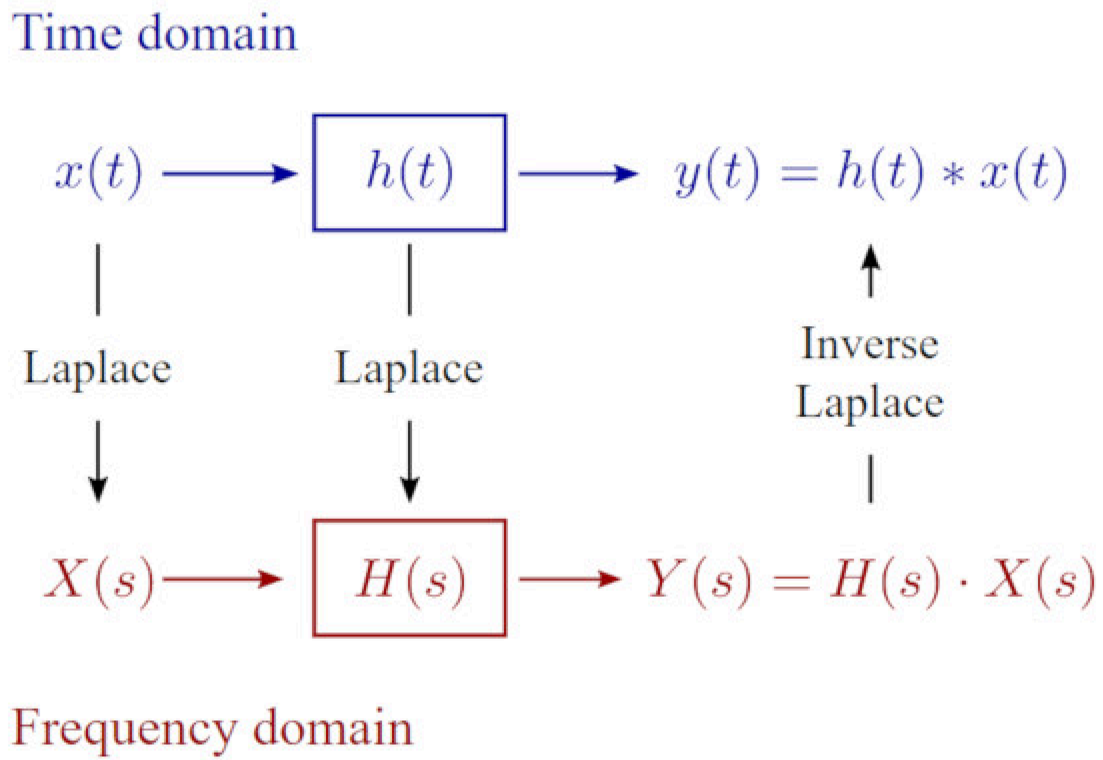
أهم خواص تابع الانتقال

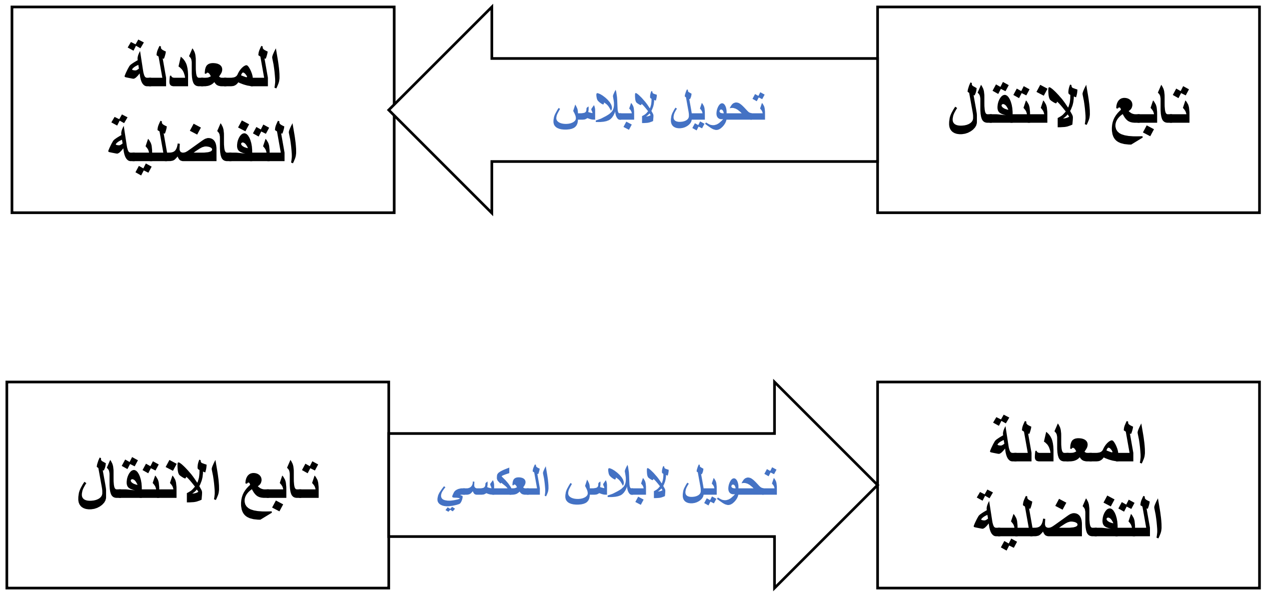
1. لا يتعلق بالشروط الابتدائية للنظام.
2. **هو تحويل لابلاس للاستجابة النبضية للنظام**
3. يربط إشارات دخل النظام بإشارات خارجه
4. جذور كثير حدود البسط تسمى **الأصفار** وجذور كثير حدود المقام تسمى **الأقطاب**

ترددات العمل حيث تكون
استجابة النظام صفرية

ترددات العمل حيث تكون
استجابة النظام أعلى ما يمكن

توابع الانتقال





فراغ الحالة

- يعتبر كل من تابع الانتقال والمعادلة الخارجية توصيفاً خارجياً للنظام – علاقة تربط **الدخل مع الخرج** فقط بدون أخذ العناصر الداخلية للنظام بعين الاعتبار.
- كثير من الأنظمة تحتوي على عناصر وحالات داخلية تؤثر على سلوك النظام >> يجب أخذ **حالة النظام الداخلية** بعين الاعتبار ضمن ما يسمى **فراغ الحالة State Space**.
- يستخدم تمثيل فراغ الحالة متحولات داخلية تسمى **متحولات الحالة State Variables** تربط دخل وخرج النظام مع بعضهما البعض.
- يمكن لمتحولات الحالة أن تمثل **بارمترات حقيقية فيزيائية** في داخل النظام ويمكن أن **تكون وهمية** (مجموع عدد من التأثيرات المعلومة والمجهولة).
- يتم تمثيل أنظمة التحكم في فراغ الحالة باستخدام **المصفوفات والجبر الخطي** >> تمثيل مناسب جداً للأنظمة **متعددة المداخل والمخارج**.

فراغ الحالة

- تساعدنا متحولات الحالة على تحويل معادلة تفاضلية من المرتبة n إلى n معادلة تفاضلية من المرتبة الأولى.

What is State Space Analysis?

General State Space form of Physical System

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \text{State equation}$$

$$y = Cx + Du \quad \text{output equation}$$

x = state vector

$\dot{x}$ = derivative of the state vector with respect to time

y = output vector

u = input or control vector

A = system matrix

B = input matrix

C = output matrix

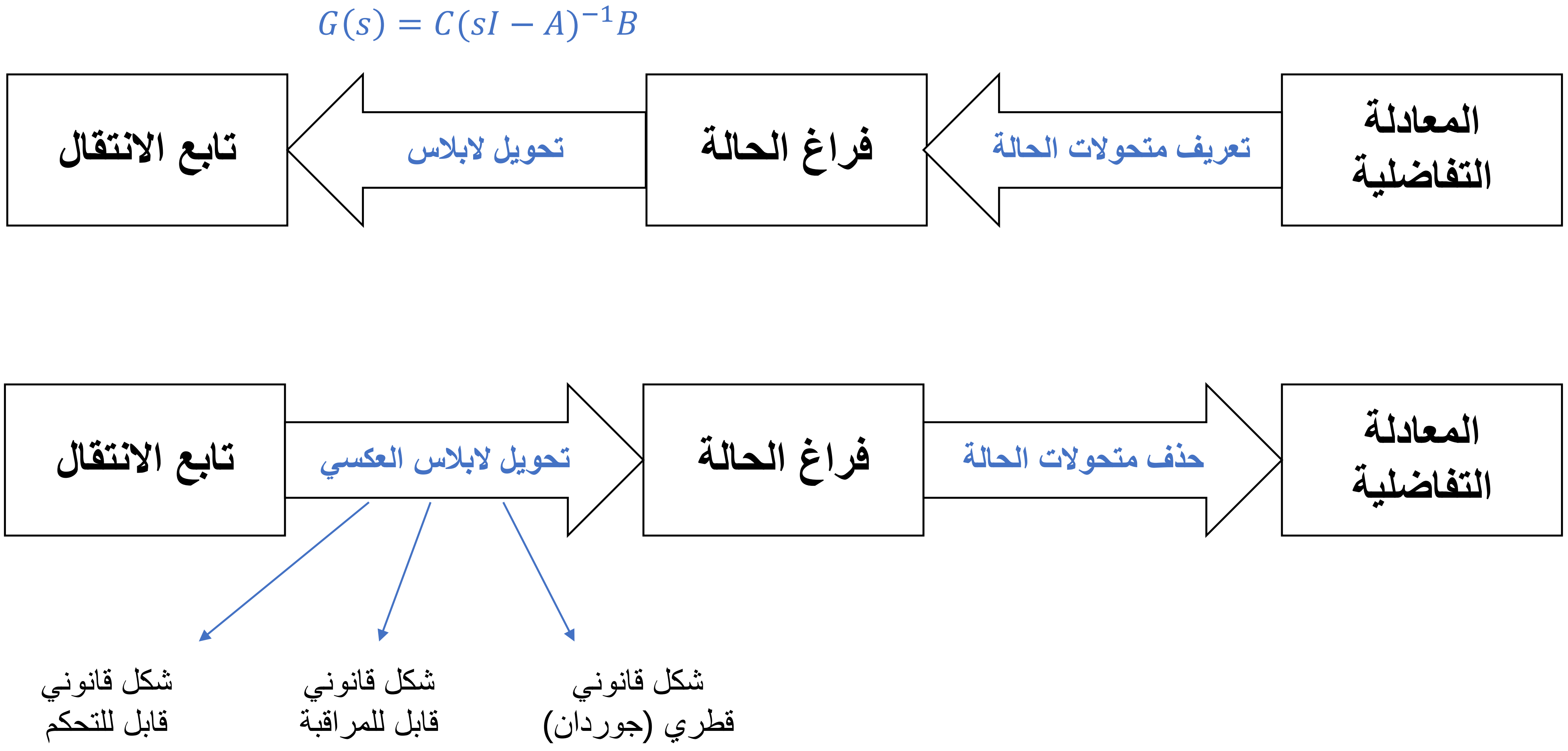
D = Feed forward matrix

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx + Du$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_n \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_{n-1} \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -a_{n-2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_1 \end{bmatrix}; \mathrm{B} = \begin{bmatrix} b_n - a_n b_0 \\ b_{n-1} - a_{n-1} b_0 \\ b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}; D = b_0$$

فراغ الحالة


$G(s) = C(sI - A)^{-1}B$
المعادلة التفاضلية
تعريف متحولات الحالة
فراغ الحالة
تحويل لابلاس
تابع الانتقال
المعادلة التفاضلية
حذف متحولات الحالة
فراغ الحالة
تحويل لابلاس العكسي
تابع الانتقال
شكل قانوني قطري (جوردان)
شكل قانوني قابل للمراقبة
شكل قانوني قابل للتحكم

فراغ الحالة

1. الشكل القانوني القابل للتحكم Controllable Canonical Form

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \cdots + b_{n-1}s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1}s + a_n}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} b_n - a_n b_0 & b_{n-1} - a_{n-1} b_0 & \cdots & b_2 - a_2 b_0 & b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + b_0 u$$

فراغ الحالة

2. الشكل القانوني القابل للمراقبة Canonical Form **Observable**

$$G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{b_0s^n+b_1s^{n-1}+\cdots+b_{n-1}s+b_n}{s^n+a_1s^{n-1}+\cdots+a_{n-1}s+a_n}$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \vdots\\ \dot{x}_{n-1}\\ \dot{x}_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & \dots & -a_n\\ 1 & 0 & 1 & \dots & -a_{n-1}\\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & 1 & 0 & -a_2\\ 0 & 0 & 0 & 1 & -a_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_{n-1}\\ x_n\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}b_n-a_nb_0\\ b_{n-1}-a_{n-1}b_0\\ \vdots\\ b_2-a_2b_0\\ b_1-a_1b_0\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}0 & 0 & \cdots & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_{n-1}\\ x_n\end{bmatrix}+b_0u$$

فراغ الحالة

3. الشكل القانوني القطري **Diagonal** Canonical Form

$$G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{b_0 s^n+b_1 s^{n-1}+\cdots+b_{n-1}s+b_n}{s^n+a_1 s^{n-1}+\cdots+a_{n-1}s+a_n}=b_0+\frac{c_1}{s+p_1}+\frac{c_2}{s+p_2}+\cdots+\frac{c_n}{s+p_n}$$

أقطاب حقيقية
مميزة فقط

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \vdots\\ \dot{x}_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-p_1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & -p_2 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & -p_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 1\\ \vdots\\ 1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}c_1 & c_2 & \cdots & c_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{bmatrix}+b_0 u$$

تقريب نظام لاخطي

يمكن **تقريب نظام غير خطي إلى نموذج خطي** حول **نقاط توازن Equilibrium Points** كما يلي:

1. إيجاد معدلات الحالة للنظام

$$\dot{x}(t) = f(x,u)$$
$$y(t) = h(x,u)$$

2. إيجاد نقاط التوازن (دخل معين، حالة معينة)

$$(x_0, u_0)$$

3. تقريب النظام حول نقطة التوازن باستخدام منشور سلسلة تايلور

$$\Delta\dot{x}(t) = A\Delta x(t) + B\Delta u(t)$$
$$\Delta y(t) = C\Delta x(t) = D\Delta u(t)$$

$$A = \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(x_0,u_0)}, \qquad B = \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{(x_0,u_0)}, \qquad C = \left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{(x_0,u_0)}, \qquad D = \left.\frac{\partial h}{\partial u}\right|_{(x_0,u_0)}$$

مراجعة رياضية

- الملحق الأول: **الجبر الخطي والمصفوفات**
- الملحق الثاني: **تحويل لابلاس**