التحكم الحديث 1

Modern Control 1

كلية الهندسة الكهربائية والالكترونية – جامعة حلب
د. أسعد كعدان

المحاضرة 7 – المجال الترددي

الاستجابة الترددية

من أجل أي نظام خطي غير متغير زمنياً LTI، إذا قمنا بتطبيق إشارة جيبية على دخله فإن خرجه إشارة جيبية **مماثلة بالتردد** ومختلفة بالصفحة والمطال.

- مطال تابع الانتقال هو نسبة مطال إشارة الخرج إلى مطال إشارة الدخل < نسميه **ربح النظام** من أجل تردد معين (تردد إشارة الدخل)

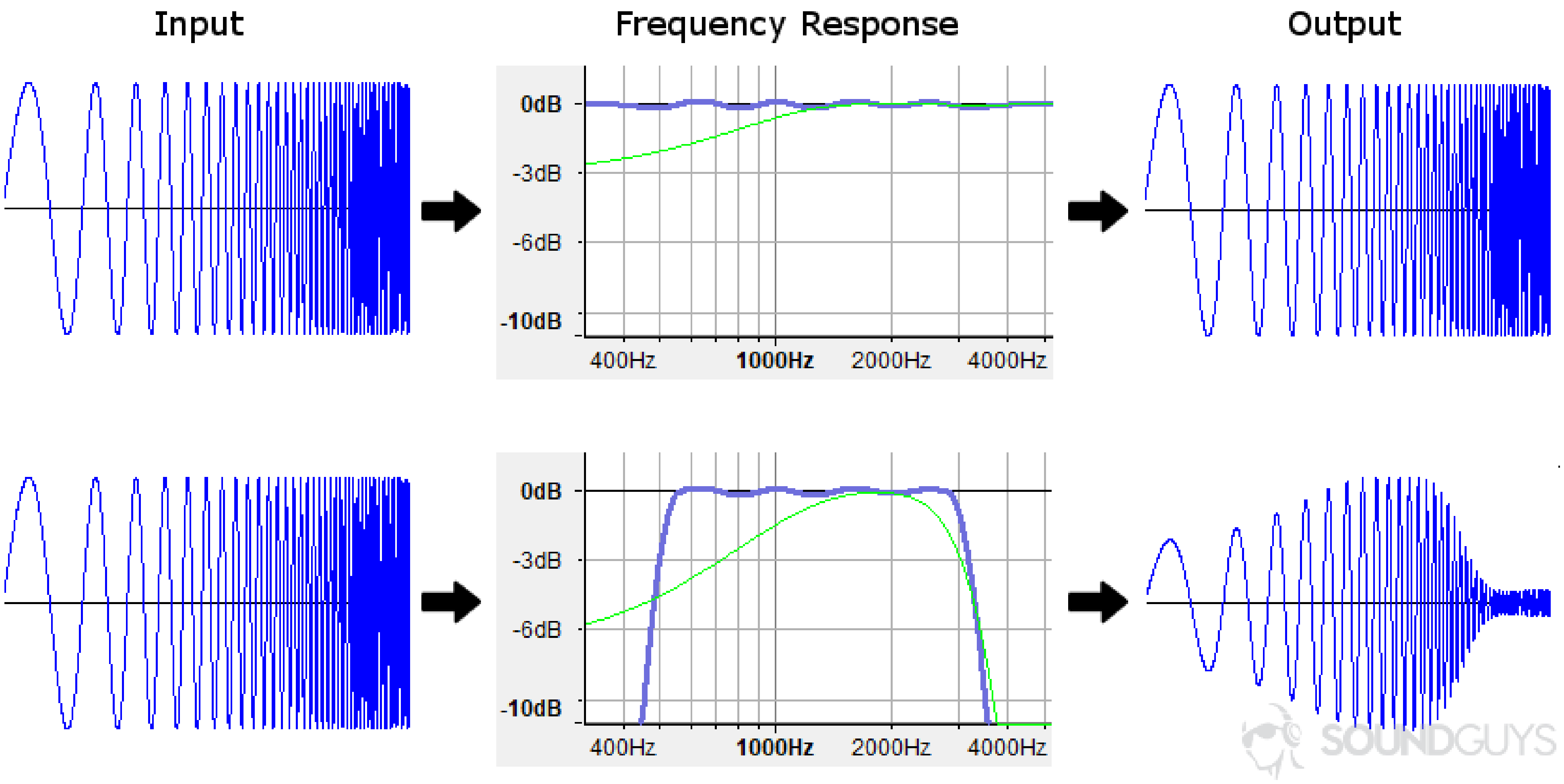
$$s = j\omega_i, \qquad \frac{Y}{X} \triangleq A = |G(j\omega)|\Big|_{\omega=\omega_i}$$

- زاوية تابع الانتقال هي فرق الصفحة بين إشارتي الدخل والخرج < نسميها **فرق صفحة النظام** من أجل تردد معين (تردد إشارة الدخل)

$$s = j\omega_i, \qquad \phi = \angle G(j\omega)\Big|_{\omega=\omega_i} = \tan^{-1}\left[\frac{Im[G(j\omega)]}{Re[G(j\omega)]}\right]\Bigg|_{\omega=\omega_i}$$

تعرف **الاستجابة الترددية Frequency Response** لنظام بأنها علاقة بين ربح النظام A وتردد إشارة الدخل ω وعلاقة بين فرق الصفحة ϕ وتردد إشارة الدخل ω.

الاستجابة الترددية

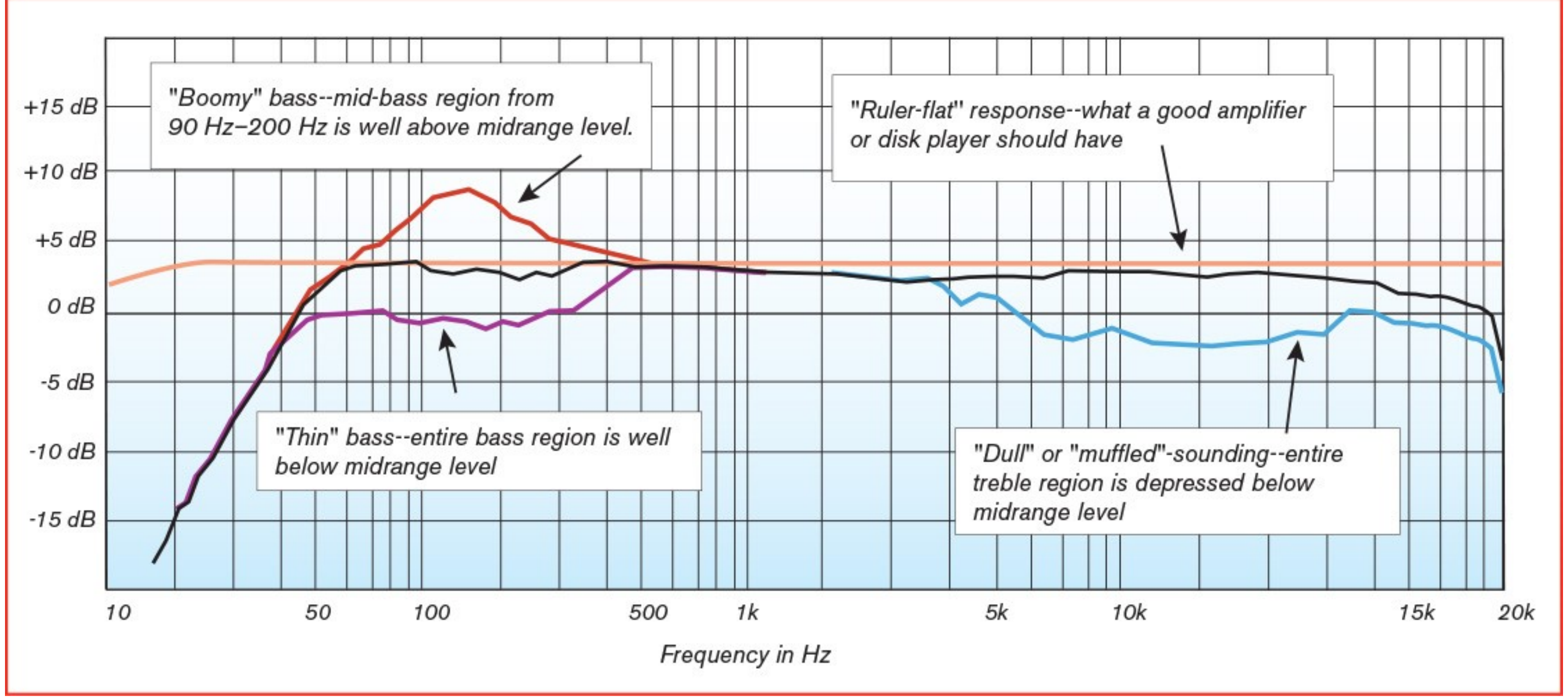


الاستجابة الترددية

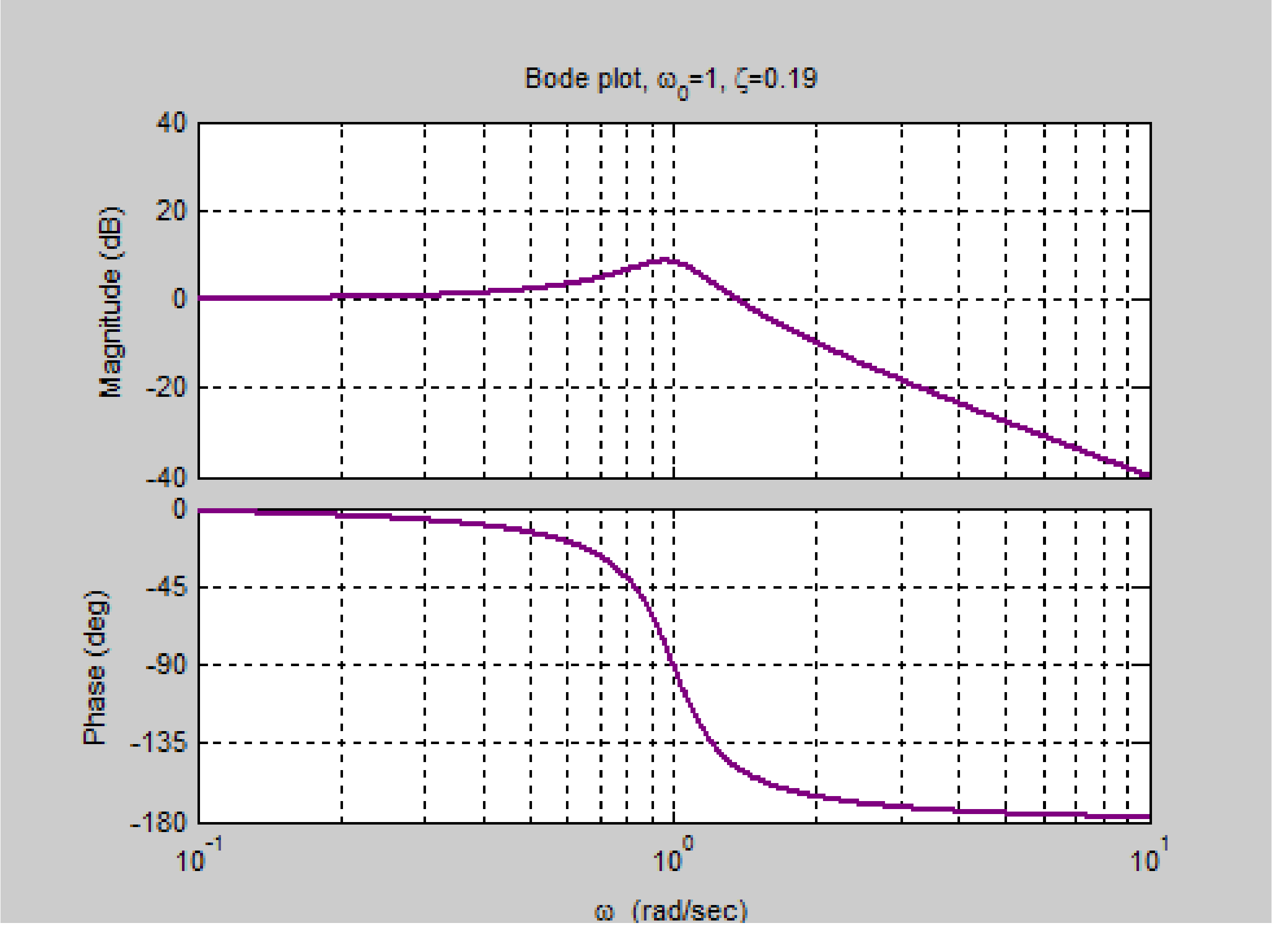
يمكن رسم الاستجابة الترددية للنظام باستخدام إحدى الطرق التالية:

- **مخطط بود Bode Plot أو المنحني اللوغاريتمي**
- **مخطط نايكويست Nyquist Diagram أو المنحني القطبي**
- منحني نيكولس Nichols Diagram أو المنحني اللوغاريتمي للمطال والزاوية

Figure 3 Audio terms shown as frequency responses



مخطط بود



1. مخطط بود Bode Plot أو المنحني اللوغاريتمي

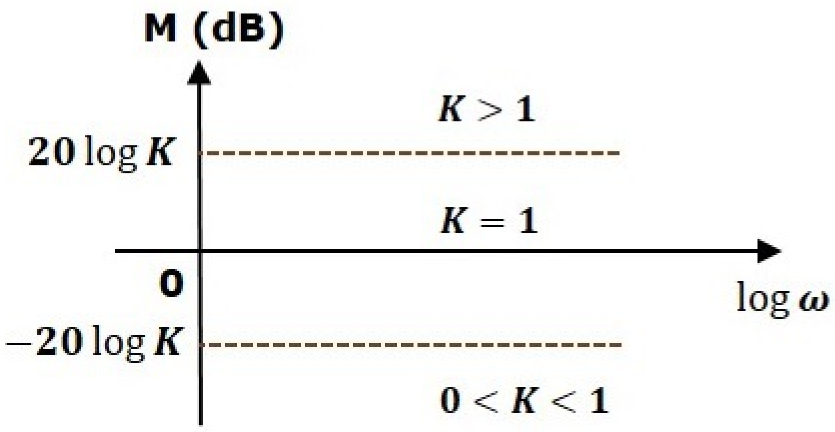
نمثل الاستجابة في مخطط بود بمنحنيين:

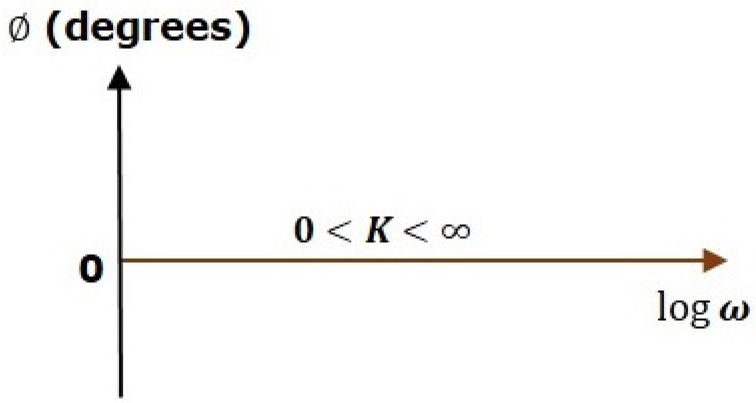
- منحني **مطال تابع انتقال النظام** A وواحدته **الديسيبل dB** كتابع للتردد ω.
- منحني **فرق الصفحة في النظام** ϕ وواحدته **الدرجة** كتابع للتردد ω.
- نقوم بتحليل النظام الخطي إلى مجموعة من العناصر الأساسية: ربح، معامل تفاضلي، معامل تكاملي، معامل من الدرجة الثانية... وسنقوم باستعراض كيفية رسم كل عنصر منها.

مخطط بود

1. مخطط بود للربح K

- منحني المطال هو مستقيم يوازي محور التردد ويقطع المحور اللوغاريتمي عند $20logK$
- منحني الزاوية يساوي الصفر

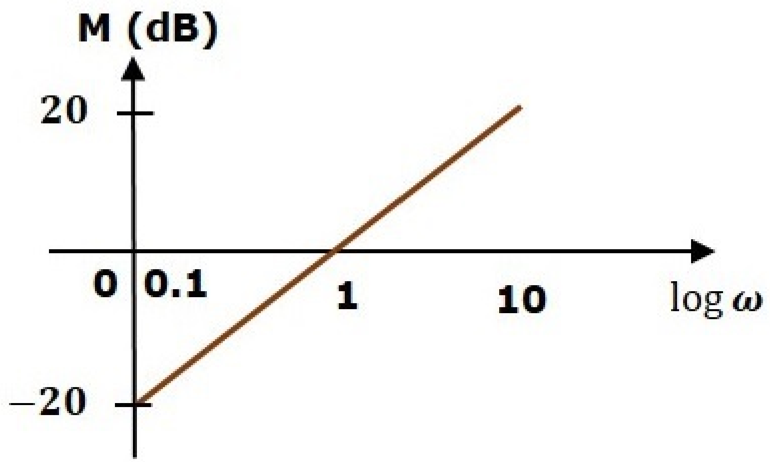


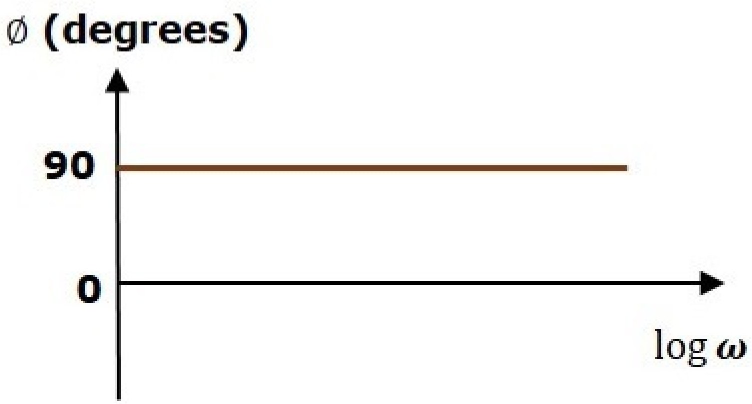


مخطط بود

2. مخطط بود للعنصر التكاملي والتفاضلي $(j\omega)^{\pm 1}$

- منحني المطال هو مستقيم ميله ± 20 ومعادلته $\pm 20\log(\omega)$
- منحني الزاوية هو مستقيم موازي لمحور التردد قيمته ± 90





مخطط بود

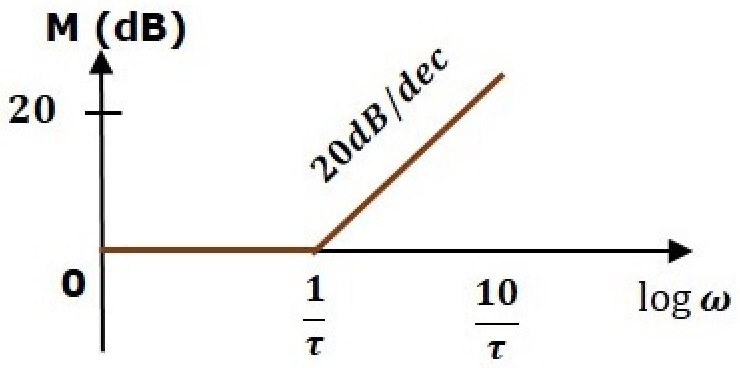
3. مخطط بود للعنصر من الدرجة الأولى $(\mathbf{1} + \boldsymbol{j\omega T})^{\pm 1}$

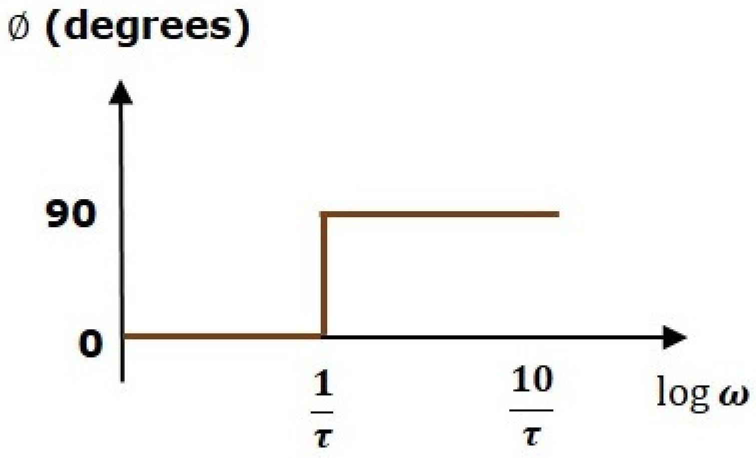
- يمكن أن نجمع الثابت والعنصر التفاضلي سوية

$$1 + j\omega\tau$$

$$\omega < 1/\tau \rightarrow magnitude\ is\ 0\ dB\ and\ phase\ angle\ is\ 0°$$

$$> 1/\tau \rightarrow magnitude\ is\ 20log\omega\tau\ dB\ and\ phase\ angle\ is\ 90°$$



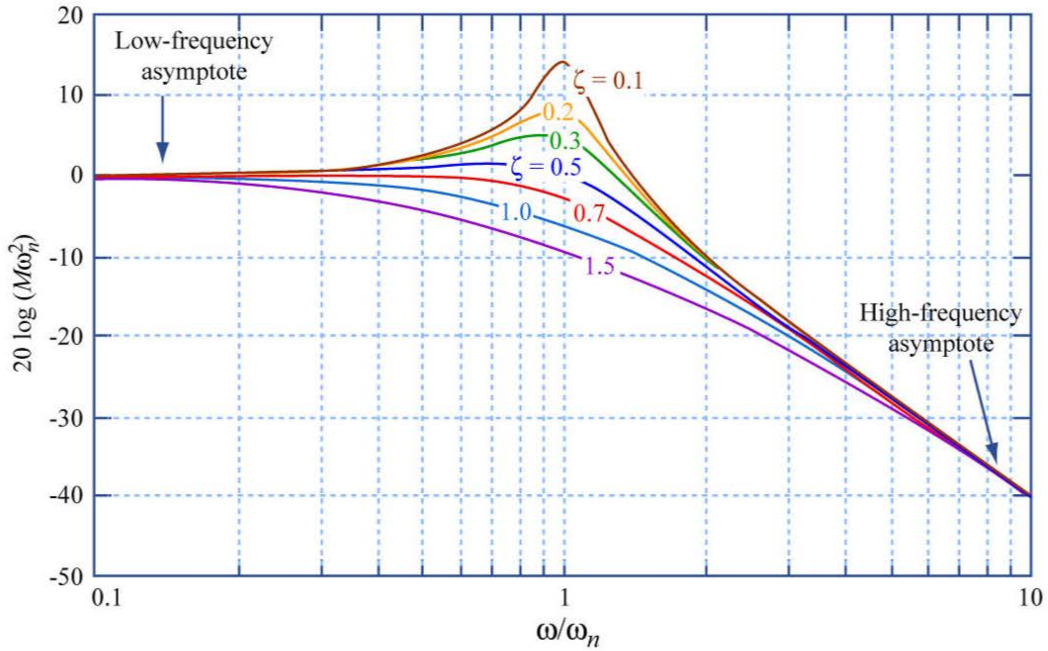


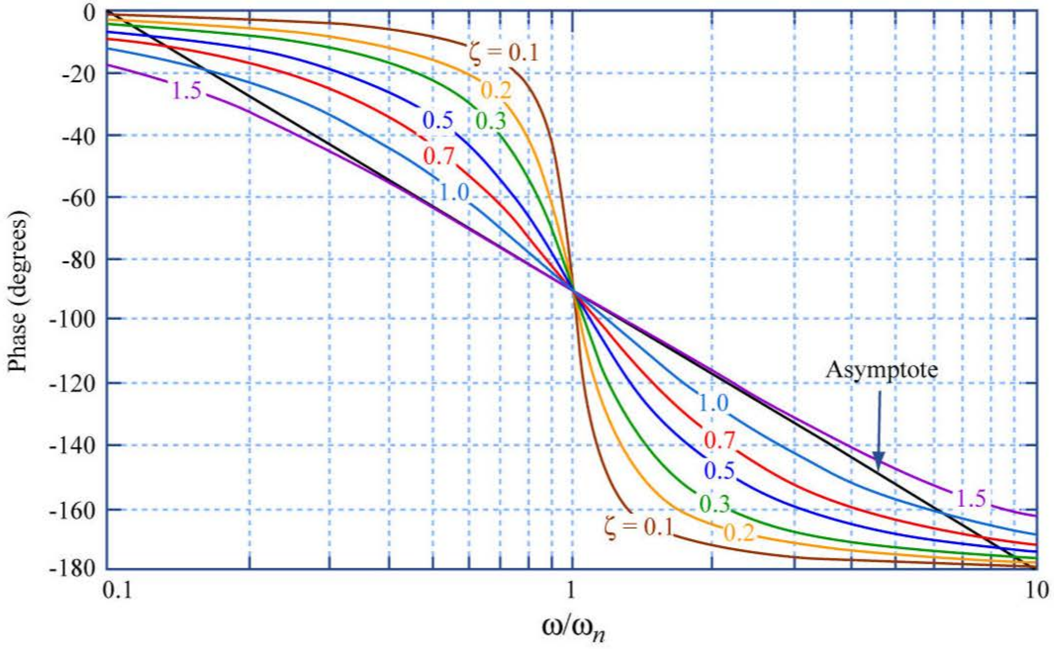
مخطط بود

4. مخطط بود للعنصر من الدرجة الثانية $\frac{\omega_n^2}{(j\omega)^2+2\zeta\omega_n(j\omega)+\omega_n^2}$

- يمكن تحويل العنصر من الدرجة الثانية إلى عنصرين من الدرجة الأولى
- يتقاطع المنحنيان عند تردد الانكسار $\omega = \omega_n$
- المطال في الترددات المنخفضة يقارب مستقيم ميله 0
- المطال في الترددات العالية يقارب مستقيم ميله -40 dB/dec
- أما فرق الصفحة:

$$\phi = -\tan^{-1}\left[\frac{2\xi\frac{\omega}{\omega_n}}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\right]$$

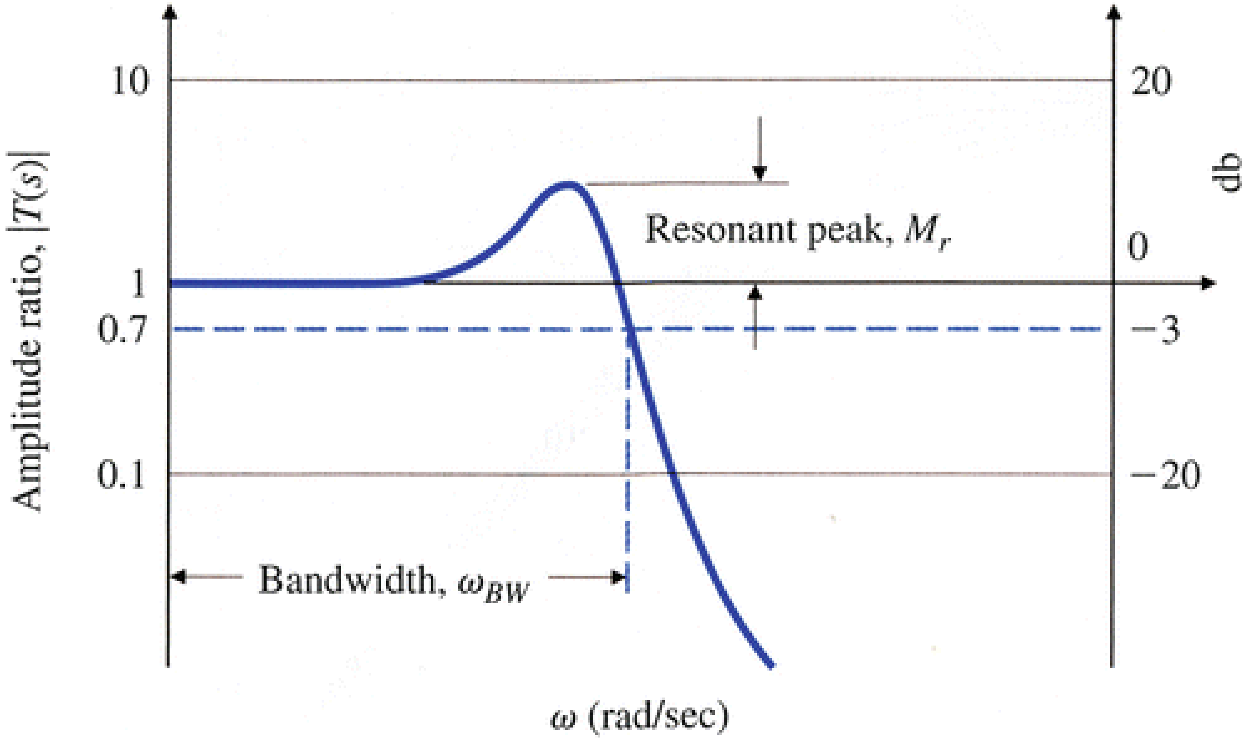




مخطط بود

Type of term	G(jω)H(jω)	Slope(dB/dec)	Magnitude (dB)	Phase angle(degrees)
Constant	K	0	$20\log K$	0
Zero at origin	$j\omega$	20	$20\log\omega$	90
'n' zeros at origin	$(j\omega)^n$	$20\,n$	$20\,n\log\omega$	$90\,n$
Pole at origin	$\frac{1}{j\omega}$	-20	$-20\log\omega$	$-90\ or\ 270$
'n' poles at origin	$\frac{1}{(j\omega)^n}$	$-20\,n$	$-20\,n\log\omega$	$-90\,n\ or\ 270\,n$
Simple zero	$1+j\omega r$	20	$0\ for\ \omega < \frac{1}{r}$ $20\ \log\omega r\ for\ \omega > \frac{1}{r}$	$0\ for\ \omega < \frac{1}{r}$ $90\ for\ \omega > \frac{1}{r}$
Simple pole	$\frac{1}{1+j\omega r}$	-20	$0\ for\ \omega < \frac{1}{r}$ $-20\ \log\omega r\ for\ \omega > \frac{1}{r}$	$0\ for\ \omega < \frac{1}{r}$ $-90\ or\ 270\ for\ \omega > \frac{1}{r}$
Second order derivative term	$\omega_n^2\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}+\frac{2j\delta\omega}{\omega_n}\right)$	40	$40\ \log\ \omega_n\ for\ \omega < \omega_n$ $20\ \log\ (2\delta\omega_n^2)\ for\ \omega = \omega_n$ $40\ \log\ \omega\ for\ \omega > \omega_n$	$0\ for\ \omega < \omega_n$ $90\ for\ \omega = \omega_n$ $180\ for\ \omega > \omega_n$
Second order integral term	$\frac{1}{\omega_n^2\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}+\frac{2j\delta\omega}{\omega_n}\right)}$	-40	$-40\ \log\ \omega_n\ for\ \omega < \omega_n$ $-20\ \log\ (2\delta\omega_n^2)\ for\ \omega$	$-0\ for\ \omega < \omega_n$ $-90\ for\ \omega = \omega_n$ $-180\ for\ \omega > \omega_n$

تحليل الاستجابة الترددية للعنصر من الدرجة الثانية



- تسمى القيمة المقابلة للتردد الطنيني **بالقيمة الأعظمية الطنينية**

$$\boldsymbol{M_r} = |G(j\omega_r)| = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\zeta^2}}$$

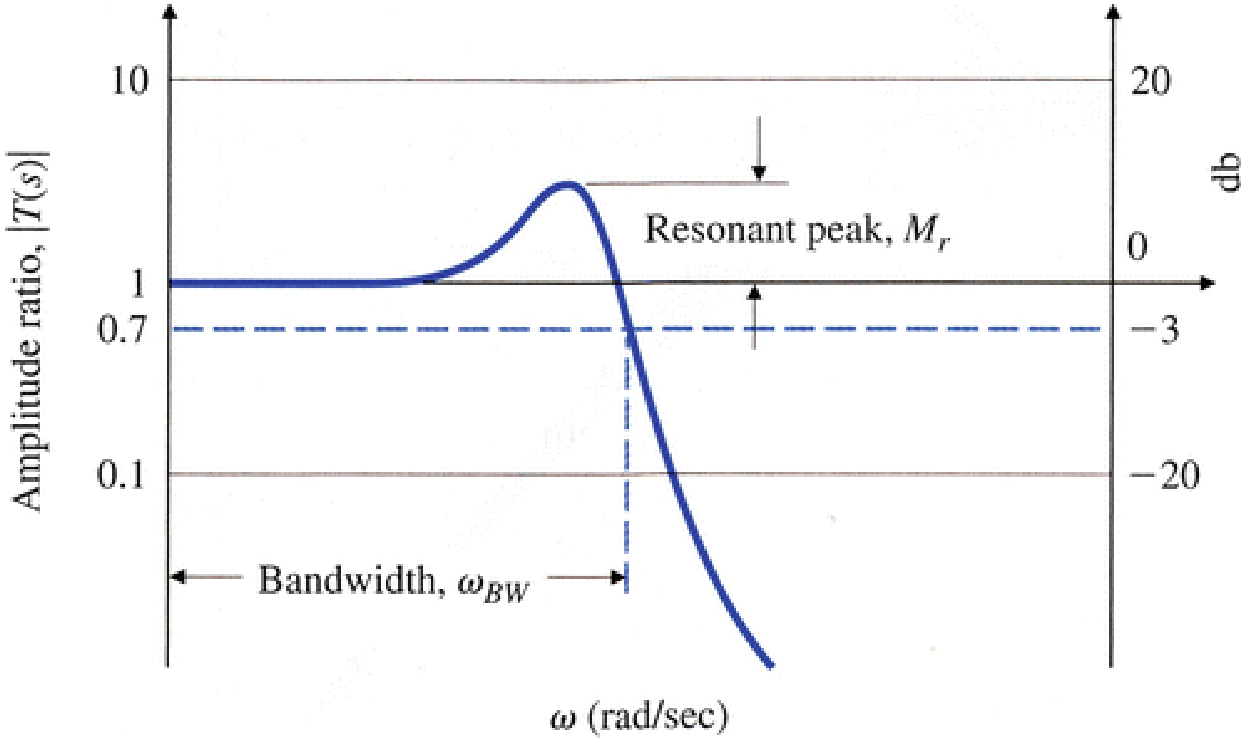
- **تردد القطع cutoff frequency $\boldsymbol{\omega_b}$** هو التردد المقابل لانخفاض بالمزال بمقدار **3 ديسيبل**

$$\boldsymbol{M_r} = |G(j\omega_r)| = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\zeta^2}}$$

- **عرض الحزمة Bandwidth** هو المجال الترددي $[\boldsymbol{0,\omega_b}]$ ويعبر عن درجة ملاحقة النظام لإشارة الدخل الجيبية.

- **معدل القطع Cutoff Rate** ميل منحني المطال اللوغاريتمي حول تردد القطع وهو يشير إلى مدى تمييز النظام لإشارة الدخل من الضجيج.

تحليل الاستجابة الترددية للعنصر من الدرجة الثانية

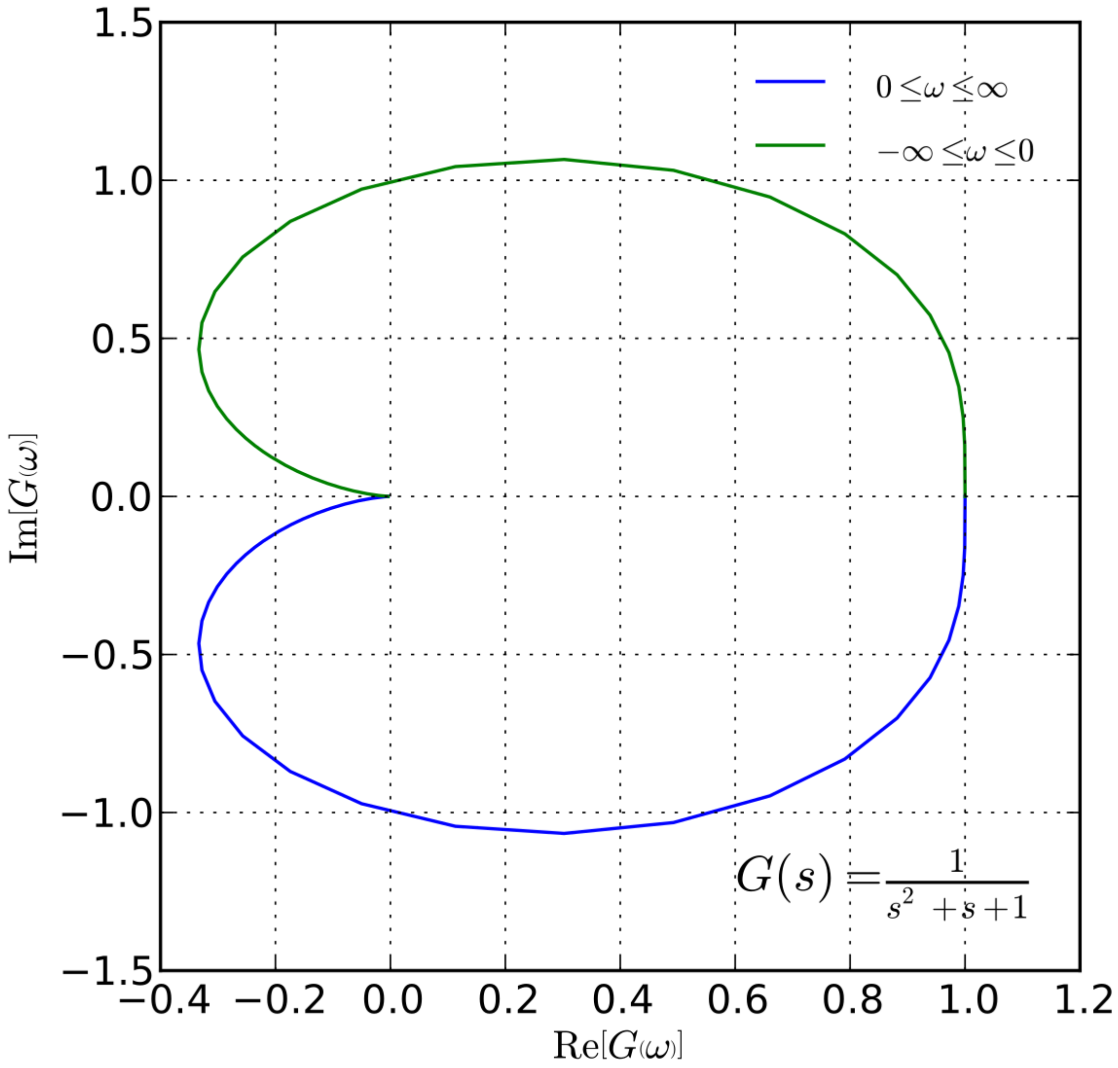


إن مواصفات **عرض الحزمة المطلوبة** في الحلقة المغلقة **متناقضة**:

1. تتعلق بمقدرة النظام على توليد إشارة الدخل (أي ملاحقة خرج النظام لدخله بدقة) **وكلما كان عرض الحزمة أكبر كلما كانت استجابة النظام أسرع**
2. ضرورة ترشيح الضجيج عند الترددات العالية **وكلما كان عرض الحزمة أصغر كلما كانت مقدرة النظام على ترشيح الإشارات ذات الترددات العالية أكبر**

بالتالي يتطلب التصميم الجيد إيجاد قيمة أمثلية لعرض الحزمة

منحني نايكويست

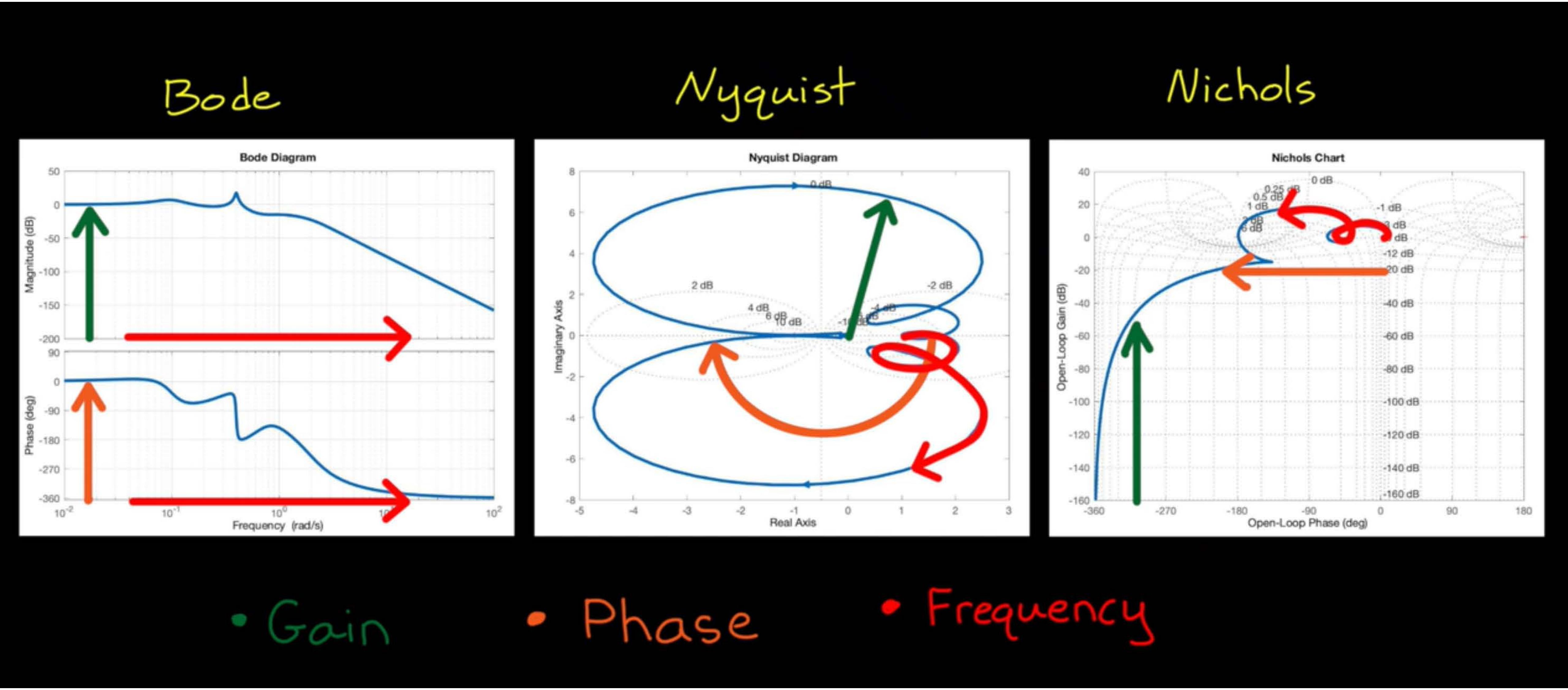


1. منحني نايكويست **Nyquist Plot** أو المنحني القطبي

يمثل العلاقة بين **منحني مطال تابع الانتقال ومنحني الزاوية عند تغيير التردد من الصفر إلى اللانهاية في** الاحداثيات القطبية (أي أن كل قيمة عقدية تمثل بشكل قطبي)

- المطال يرسم بشكل خطي وليس لوغاريتمي وهو المسافة من نقطة الصفر.
- الصفحة فهي الزاوية عن المحور الحقيقي.
- أما التردد فهو موجود في جميع النقط أثناء الرسم

الاستجابة الترددية



أمثلة ومسائل محلولة للامتحان

- مثال 1-7
- مسائل محلولة ص45-50
- أمثلة 1-2 2-2 3-2 4-2 5-2 6-2 7-2 8-2 9-2 10-2 13-2 14-2 15-2 21-2 22-2 23-2 24-2 30-2
- مسائل محلولة وغير محلولة الفصل الثاني
- أمثلة 3-4 4-4 5-4 12-4 13-4
- مسائل محلولة وغير محلولة الفصل الرابع
- أمثلة 2-5 3-5 4-5 4-5 6-5 7-5