احصاء اور تحلیلی جیومیٹری

خالد خان یوسفزئی

جامعہ کامسیٹ، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

دیباچہ

یہ کتاب اس امید سے لکھی گئی ہے کہ ایک دن اردو زبان میں انجینئری پڑھائی جائے گی۔اس کتاب کا مکمل ہونا اس سمت میں ایک اہم قدم ہے۔ طبیعیات کے طلبہ کے لئے بھی یہ کتاب مفید ثابت ہو گی۔

اس کتاب کو Ubuntu استعمال کرتے ہوئے XeLatex میں تشکیل دیا گیا ہے جبکہ سوالات کے جوابات wxMaxima اور کتاب کی آخر میں جدول Libre Office Calc کی مدد سے حاصل کیے گئے ہیں۔

درج ذیل کتاب کو سامنے رکھتے اس کو لکھا گیا ہے

Advanced Engineering Mathematics by Erwin Kreyszig

جبکہ اردو اصطلاحات چننے میں درج ذیل لغت سے استفادہ کیا گیا۔

- http://www.urduenglishdictionary.org
- http://www.nlpd.gov.pk/lughat/

آپ سے گزارش ہے کہ اس کتاب کو زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچائیں اور کتاب میں غلطیوں کی نشاندہی میرے برقی پتہ پر کریں۔میری تمام کتابوں کی مکمل XeLatex معلومات

https://www.github.com/khalidyousafzai

سے حاصل کی جا سکتی ہیں جنہیں آپ مکمل اختیار کے ساتھ استعمال کر سکتے ہیں۔میں امید کرتا ہوں کہ طلبہ و طالبات اس کتاب سے استفادہ ہوں گے۔

خالد خان یوسفزئی

5 نومبر 2018

میری پہلی کتاب کا دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومتِ پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ کرتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان ازخود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھر پور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعمال ہونے والے تکنیکی الفاظ ہی استعمال کئے جائیں۔جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روز مرہ میں استعمال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔تکنیکی الفاظ کی چنائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظامِ اکائی استعمال کی گئی ہے۔اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظامِ تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہیں۔یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہو گی۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجنیئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعمال کی جائے گی۔اردو زبان میں برقی انجنیئرنگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری ای۔میل پر کریں۔میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

اس کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے ہی سر زد ہوئی ہیں البتہ انہیں درست کرنے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔میں ان سب کا شکریہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

میں یہاں کامسیٹ یونیورسٹی اور ہائر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

خالد خان یوسفزئی

28 اکتوبر 2011

باب 2

حدود اور استمرار

جائزہ

تفاعل کی حد کا تصور ان بنیادی تصورات میں سے ایک ہے جو احصاء کو الجبرا اور تکونیات سے علیحدہ کرتا ہے۔

اس باب میں ہم حدود کے تصور کو پہلے وجدانی طور پر اور بعد میں با ضابطہ وضع کرتے ہیں۔ہم حدود کو استعمال کرتے ہوئے تفاعل f میں تبدیلی پر غور کرتے ہیں۔کچھ تفاعل مسلسل تبدیل ہوتے ہیں جہاں x میں چھوٹی تبدیلی، $f(x)$ میں چھوٹی تبدیلی ہی پیدا ہوتی ہے۔دیگر تفاعل میں x کی چھوٹی تبدیلی، $f(x)$ میں چلانگ یا غیر یقینی تبدیلی پیدا کر سکتی ہے۔ ہم حدود کو استعمال کرتے ہوئے تفاعل کی ترسیم کے مماثل خطوط متعارف کریں گے۔ اس جیومیٹریائی استعمال کی بنا تفاعل کی تفرق کا تصور پیدا ہو گا۔تفاعل کی تفرق، جس پر اگلے باب میں تفصیلاً غور کیا جائے گا، تفاعل کی تبدیلی کو تعین کرتا ہے۔

2.1 تبدیلی کی شرح اور حد

اس حصہ میں ہم تبدیلی کی شرح کی دو مثالیں، رفتار اور نمو آبادی متعارف کرتے ہیں جن سے اس باب کا اصل موضوع، حد کا تصور پیدا ہو گا۔

رفتار

کسی بھی دورانیے میں متحرک جسم کی اوسط رفتار سے مراد اس وقت میں طے فاصلہ تقسیم دورانیہ ہے۔

مثال 2.1: ایک پتھر $100\,\mathrm{m}$ اونچائی سے گرتا ہے۔ (الف) پہلی دو سیکنڈ میں (ب) پہلی سے دوسری سیکنڈ کے دارانیے میں پتھر کی اوسط رفتار کیا ہو گی؟

حل: ہم جانتے ہیں کہ سطح زمین کے قریب ساکن حالت سے گرتا ہوا جسم پہلی t سیکنڈوں میں

$$y = 4.9t^2$$

میٹر فاصلہ طے کرتا ہے۔یوں پہلی t سیکنڈ میں اوسط رفتار جاننے کے لئے ہم فاصلہ میں تبدیلی Δy کو وقت میں تبدیلی Δt سے تقسیم کرتے ہیں۔

(الف) پہلی دو سیکنڈ میں اوسط رفتار $\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{4.9(2)^2-4.9(0)^2}{2-0} = 9.8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ ہو گی۔

(ب) پہلی اور دوسری سیکنڈ کے دوران اوسط رفتار $\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{4.9(2)^2-4.9(1)^2}{2-1} = 14.7\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ ہو گی۔ □

مثال 2.2: پتھر کی رفتار $t = 1\,\mathrm{s}$ اور $t = 2\,\mathrm{s}$ پر تلاش کریں۔

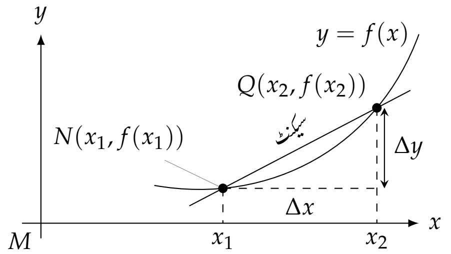
حل: ہم وقتی وقفہ $[t_0, t_0+h]$ پر اوسط رفتار حاصل کرتے ہیں، یعنی:

$$\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{4.9(t_0+h)^2 - 4.9t_0^2}{h}$$

چونکہ کسی بھی عدد کو صفر سے تقسیم نہیں کیا جا سکتا ہے لہٰذا درج بالا کلیہ میں $h = 0$ پر کرتے ہوئے "لمحاتی رفتار" حاصل نہیں کی جا سکتی ہے۔البتہ اس کلیہ کو استعمال کرتے ہوئے ہم کم سے کم دورانیے کے لئے اوسط رفتار حاصل کر سکتے ہیں۔یوں $t_0 = 1$ اور $t_0 = 2$ کے لئے $h = 0.1, 0.01, \cdots$ لیتے ہوئے درج ذیل اوسط رفتار حاصل کیے جا سکتے ہیں۔

h	$t_0 = 1$ پر اوسط رفتار	$t_0 = 2$ پر اوسط رفتار
1	14.7	24.5
0.1	10.29	20.09
0.01	9.84899	19.64899
0.001	9.80489	19.60489
0.0001	9.800489	19.60049

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $t_0 = 1$ کے لئے h کی قیمت کم سے کم کرتے ہوئے اوسط رفتار $9.8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ کے قریب تر ہوتی جاتی ہے جس سے ہم کہہ سکتے ہیں کہ $t_0 = 1$ پر پتھر کی رفتار $9.8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ ہو گی۔اسی طرح $t_0 = 2$ پر پتھر کی رفتار $19.6\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ نظر آئے گی۔ □



شکل 2.1: منحنی کی اوسط شرح تبدیلی سیکنٹ کی ڈھلوان کے برابر ہو گی۔

اوسط شرح تبدیلی اور سیکنٹ خطوط

x کے لحاظ سے تفاعل $f(x)$ کی اوسط شرح تبدیلی کو وقفہ $[x_1, x_2]$ پر حاصل کرنے کی خاطر ہم y کی قیمت میں تبدیلی، $\Delta y = f(x_2) - f(x_1)$ کو x کی قیمت میں تبدیلی h $\Delta x = x_2 - x_1 = h$ سے تقسیم کرتے ہیں۔

تعریف: x کے لحاظ سے وقفہ $[x_1, x_2]$ پر $y = f(x)$ کی اوسط شرح تبدیلی درج ذیل ہو گی۔

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{h}$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ وقفہ $[x_1, x_2]$ پر f کی اوسط شرح تبدیلی نقطہ $N(x_1, f(x_1))$ اور نقطہ $Q(x_2, f(x_2))$ سے گزرتے ہوئے خط کی ڈھلوان کے برابر ہے (شکل 2.1)۔جیومیٹری میں ترسیم پر کسی دو نقطوں سے گرتے ہوئے خط کو ترسیم کا **سیکنٹ**[1] کہتے ہیں۔یوں x_1 سے x_2 تک اوسط شرح تبدیلی سیکنٹ NQ کی ڈھلوان کے برابر ہے۔

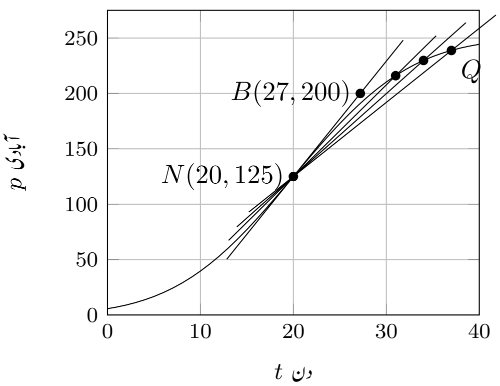
مثال 2.3: نمو آبادی کی اوسط شرح

ایک تجربہ میں قابو ماحول میں مکھیوں کی تعداد کو 40 دن کے عرصہ پر روزانہ گنا گیا۔تعداد بالمقابل دنوں کو ترسیم کرتے ہوئے نقطوں کو ہموار منحنی سے جوڑا گیا (شکل 2.2)۔ 20 ویں دن سے 37 ویں دن تک آبادی کی اوسط شرح تبدیلی دریافت کریں۔

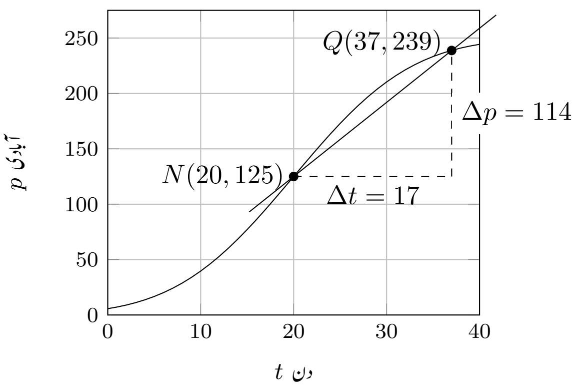
حل: 20 ویں دن آبادی 125 تھی جبکہ 37 ویں دن آبادی 239 تھی۔ یوں $37 - 20 = 17$ دنوں میں آبادی میں $239 - 125 = 114$ تبدیل رونما ہوئی۔یوں شرح تبدیلی درج ذیل ہو گی

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{114}{17} = 6.7 (\text{مکھیاں فی دن})$$

[1] secant



شکل 2.3: مکھی کی بیسویں دن نمو آبادی



شکل 2.2: مکھی کی نمو آبادی

جو شکل 2.2 میں سیکنٹ NQ کی ڈھلوان ہے۔ □

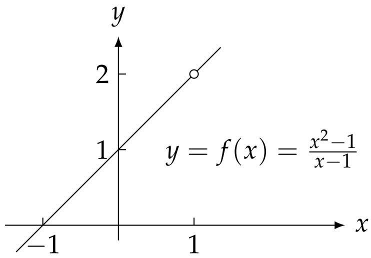
درج بالا مثال میں 20 ویں دن سے 37 ویں دن تک کی اوسط شرح تبدیلی حاصل کی گئی جو ہمیں 20 ویں دن کی تبدیلی کی شرح کے بارے میں کوئی معلومات فراہم نہیں کرتی ہے۔اس کے لئے ہمیں 20 ویں دن کے قریب حساب کرنا ہو گا۔

مثال 2.4: مثال 2.3 میں 20 ویں دن آبادی میں تبدیلی کی شرح کیا ہے؟
حل: ہمیں نقطہ Q کو نقطہ N کے قریب سے قریب تر کرتے ہوئے شرح حاصل کرنی ہو گی (شکل 2.3)۔یوں درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

Q	$\frac{\Delta p}{\Delta t}$
$(37,239)$	$\frac{239-125}{37-20} = 6.7$
$(35,230)$	$\frac{230-125}{35-20} = 7$
$(32,216)$	$\frac{216-125}{32-20} = 7.6$
$(27,200)$	$\frac{200-125}{27-20} = 10.7$

جیسے جیسے Q کو بائیں منتقل کیا جائے، خط NQ نقطہ N کے گرد گھڑی کی الٹ رخ گھومتا ہے۔ہم دیکھتے ہیں کہ یہ خط آخر کار NB کو چھوتا ہے۔اس خط کو دیے گئے منحنی کا **مماس**[2] کہتے ہیں۔اس طرح ہم توقع کرتے ہیں کہ 20 ویں دن آبادی کی تبدیلی کی شرح 10.7 مکھیاں فی دن ہو گی۔ □

[2] tangent



شکل 2.4: شکل برائے مثال 2.5

لمحہ $t = 1$ اور لمحہ $t = 2$ پر گرتے ہوئے پتھر کی رفتار یا 20 ویں دن شرح تبدیلی کو **لمحاتی شرح تبدیلی**[3] کہتے ہیں۔جیسا آپ نے دیکھا، ہم اوسط شرح تبدیلی کی تحدیدی قیمت سے لمحاتی شرح تبدیلی حاصل کرتے ہیں۔درج بالا مثال میں ہم نے خط مماس کو بطور خط سیکنٹ کی تحدیدی صورت پیش کیا۔لمحاتی شرح اور مماس کا گہرا تعلق ہے جو دیگر موضوعات میں بھی پیش آتا ہے۔اس تعلق کو مزید سمجھنے کی خاطر ہمیں تحدیدی قیمتوں کا تعین کرنا سیکھنا ہو گا جنہیں ہم **حد**[4] کہتے ہیں۔

تفاعل کی تحدیدی قیمتیں

تحدیدی قیمت کی تعریف سے پہلی ایک اور مثال دیکھتے ہیں۔

مثال 2.5: تفاعل $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ نقطہ $x = 1$ کے قریب کیسا رویہ رکھتا ہے؟

حل: چونکہ صفر سے کسی بھی عدد کو تقسیم نہیں کیا جا سکتا ہے لہٰذا ماسوائے $x = 1$ کے، یہ کلیہ تمام حقیقی اعداد کے لئے f تعین کرتا ہے۔کسی بھی $x \neq 1$ کے لئے ہم اس کلیہ کی سادہ صورت حاصل کر سکتے ہیں:

$$f(x) = \frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = x+1 \qquad (x \neq 1)$$

یوں خط $y = x + 1$ جس سے نقطہ $x = 1$ یعنی $(1, 2)$ خارج کیا گیا ہو اس تفاعل کو ظاہر کرتا ہے۔اس نقطہ کو شکل 2.4 میں بطور سوراخ دکھایا گیا ہے۔اگرچہ نقطہ $f(1)$ غیر معین ہے، ہم x کی قیمت 1 کے قریب سے قریب لیتے ہوئے $f(x)$ کی قیمت 2 کے جتنی قریب چاہیں کر سکتے ہیں۔

[3] instantaneous rates of change

[4] limits

$x(\neq 1)$	$f(x) = \frac{x^2-1}{x-1} = x+1, \ (x \neq 1)$
0.9	1.9
1.1	2.1
0.99	1.99
1.01	2.01
0.999	1.999
1.001	2.001
0.999999	1.999999
1.000001	2.000001

ہم کہتے ہیں کہ x کی قیمت 1 تک پہنچنے سے $f(x)$ کی قیمت 2 تک پہنچتی ہے یا x ایک تک پہنچنے سے $f(x)$ تحدیدی قیمت 2 تک پہنچتی ہے یا حد 2 تک پہنچتی ہے، جس کو درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$\lim_{x\to 1} f(x) = 2 \quad \text{یا} \quad \lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x-1} = 2$$

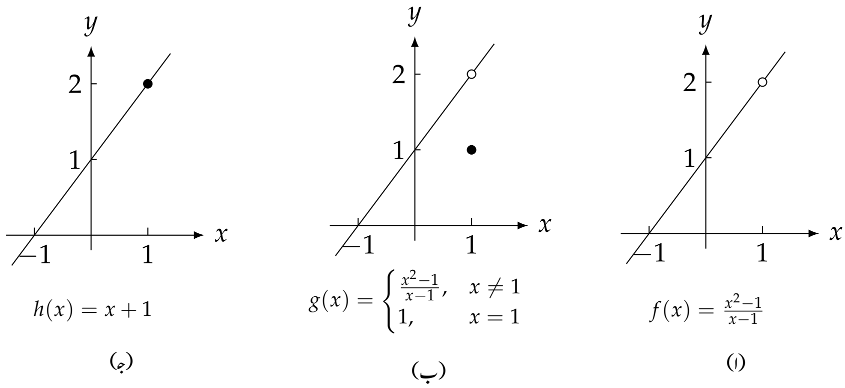
x کی قیمت x_0 تک پہنچنے کو $x \to x_0$ لکھا جاتا ہے۔ □

تعریف: **حد کی غیر رسمی تعریف**
فرض کریں کہ x_0 کی پڑوس میں ایک کھلے وقفہ پر تفاعل $f(x)$ معین ہے۔یہ تفاعل نقطہ x_0 پر غیر معین ہو سکتا ہے۔ اگر x_0 کے کافی قریب x کی تمام قیمتوں کے لئے $f(x)$ کی قیمتیں L کے کافی قریب پائی جاتی ہوں تب ہم کہتے ہیں کہ x کی قیمت x_0 تک پہنچنے سے f کی قیمت **حد** L تک پہنچتی ہے۔ اس کو ہم درج ذیل لکھتے ہیں۔

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = L$$

اس تعریف کو غیر رسمی اس لئے کہا گیا ہے کہ "کافی قریب" کی طرز کے فقرے بہت ٹھیک نہیں ہیں۔ خراد پر کام کرنے والے ماہر کے لئے کافی قریب سے مراد $10\,\mu\text{m}$ ہو سکتا ہے جبکہ ماہر فلکیات کے لئے اس کا مطلب چند ہزار نوری سال ہو سکتا ہے۔البتہ یہ تعریف اتنی درست ضرور ہے کہ ہم حد کو پہچان سکیں اور اس کی قیمت حاصل کر سکیں۔ ہم حد کی بالکل ٹھیک تعریف جلد پیش کریں گے۔

مثال 2.6: $x \to x_0$ کی صورت میں f کی حد کی وجودیت x_0 پر f کی تعریف کے تابع نہیں ہے۔ شکل 2.5 میں f کا $x \to 1$ پر حد 2 ہے اگرچہ $x = 1$ پر f غیر معین ہے۔تفاعل g کا $x \to 1$ پر حد 2 ہے اگرچہ $x = 1$ پر $g(1) = 1$ ہے۔یوں $\lim_{x\to 1} g(x) \neq g(1)$ ہو گا۔صرف تفاعل h کا $x \to 1$ پر حد اور قیمت دونوں 2 کے برابر ہیں یعنی $\lim_{x\to 1} h(x) = h(1)$ ۔ □



شکل 2.5: $\lim_{x\to 1} f(x) = \lim_{x\to 1} g(x) = \lim_{x\to 1} h(x) = 2$

بعض اوقات $\lim_{x\to x_0} f(x)$ کی قیمت $f(x_0)$ سے حاصل کی جا سکتی ہے۔اس کی مثال تفاعل $f(x)$ ہے جو کثیر رکنی اور تکونیاتی تفاعل کا الجبرائی مجموعہ ہے اور جہاں x_0 پر $f(x_0)$ معین ہو۔

مثال 2.7:

ا. $\lim_{x\to 2}(4) = 4$

ب. $\lim_{x\to 13}(4) = 4$

ج. $\lim_{x\to 3} x = 3$

د. $\lim_{x\to 2}(5x - 3) = 10 - 3 = 7$

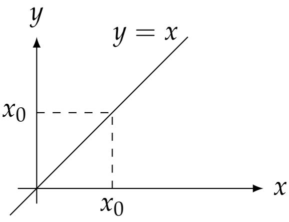
ہ. $\lim_{x\to -2} \frac{3x+4}{x+5} = \frac{-6+4}{-2+5} = -\frac{2}{3}$

□

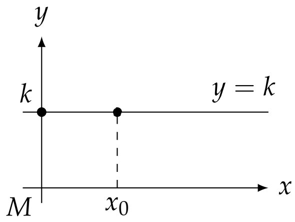
مثال 2.8:

ا. اگر f مماثلی تفاعل $f(x) = x$ ہو تب x_0 کے کسی بھی قیمت کے لئے درج ذیل ہو گا (شکل 2.6-ل)۔

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} x = x_0$$



(ا) مماثل تفاعل



(ب) مستقل تفاعل

شکل 2.6: اشکال برائے مثال 2.7

ب. اگر f مستقل تفاعل $f(x) = k$ ہو (جہاں k مستقل ہے) تب x_0 کے کسی بھی قیمت کے لئے درج ذیل ہو گا (شکل 2.6-ب)۔

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} k = k$$

□

مثال 2.9: عین ممکن ہے کہ تفاعل کے دائرہ کار میں تفاعل کا حد نہ پایا جاتا ہو۔
درج ذیل تفاعل کا $x \to 0$ پر رویہ کیسا ہو گا؟

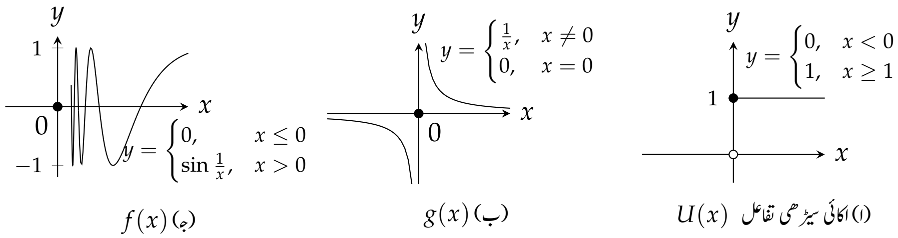
ا. $$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

ب. $$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

ج. $$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \sin \frac{1}{x}, & x > 0 \end{cases}$$

حل:

ا. اکائی سیڑھی تفاعل $U(x)$ کا $x \to 0$ پر کوئی حد نہیں پایا جاتا ہے چونکہ اس نقطہ پر تفاعل کی چھلانگ پائی جاتی ہے۔ 0 کے کافی قریب x کی منفی قیمتوں کے لئے U کی قیمت 0 ہے جبکہ 0 کے کافی قریب x کی مثبت قیمتوں کے لئے U کی قیمت 1 ہے۔یوں 0 کے قریب پہنچنے سے U کی منفرد قیمت نہیں پائی جاتی ہے (شکل 2.7-ا)۔



شکل 2.7: اشکال برائے مثال 2.9

ب. $x = 0$ کے کافی قریب تفاعل کی قیمت بے قابو بڑھتی ہے اور کسی ایک منفرد قیمت تک پہنچنے کی کوشش نہیں کرتی ہے (شکل 2.7-ب)۔

ج. $x = 0$ کے کافی قریب تفاعل بہت زیادہ ارتعاش کرتا ہے۔اس کی قیمت کسی مخصوص قیمت تک پہنچنے کی کوشش نہیں کرتی ہے (شکل 2.7-ج)۔

□

سوالات