احصاء اور تحليلي جيوميٹري

خالد خان يوسفر. كي

جامعہ کامسیٹ، اسلام آباد khalidyousafzai@comsats.edu.pk

## عنوان

Vii																																	,	زيباچ	
ix																													4	یبادٍ	، کا د	اب	پہلی کہ انجابی کن	يىرى	
1																														٠	لمومات	مع	ابتدائی	1	
1																									خط	تى :	حقية	اور	راد	اعد	حقيقي		1.1		
15																								Ĺ	زي	ھو	بر برا	. اور	لحوط	، خو	محدد		1.2		
32																														Ĺ	تفاعل		1.3		
54																												غلى	انمذ	م کی	ترسيم	•	1.4		
74																												بل	نفاء	ائی اِتی ا	بنكونيا		1.5		
0.5																																		~	
95																															/		حدود ا	2	,
95																																			
113				•	•	•		•	•			•		•		•	•	•	•	•	٠.		•	عد	فواه	کے	_ 2	_,	ي لر ا	لاتر	<i>כנ</i> "		2.2		
126																																	2.3		
146																																	2.4		
165																															-		2.5		
184	١.	•		•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•		•	•	٠	•	Ł	یا خو	مماسح		2.6		
199	)																																تفرق	3	
199	) .																											, ق	تفر	6.	تفاعل		3.1		
221																												(	رق	ِ تفر	قواعد		3.2		
240																																	3.3		
257	٠.																								ن	فرو	ا تا	ل	نفاء	إتى أ	تكونيا		3.4		
277																																	3.5		
294	١.																						نما	ت	قور	ن	ناطؤ	اور	ق ا	تفرأ	خفی		3.6		
310	) .																										ىلى	تنبد	ح .	شرر	و گیر	,	3.7		

عـــنوان

<ul> <li>325</li> <li>340</li> <li>340</li> <li>341</li> <li>340</li> <li>341</li> <li>352</li> <li>363</li> <li>365</li> <li>361</li> <li>362</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>374</li> <li>391</li> <li>44</li> <li>391</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>53</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>58</li> <li>58</li> <li>59</li> <li>605</li> <li>605</li> <li>605</li> <li>606</li> <li>606</li> <li>607</li> <li>608</li> <li>609</li> <li>600</li> &lt;</ul>		تفرق کا استعال	4
<ul> <li>356</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>37</li> <li>40</li> <li>44</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>50</li> <li>50</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>53</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>57<td></td><td></td><td></td></li></ul>			
<ul> <li>356</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>37</li> <li>40</li> <li>44</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>50</li> <li>50</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>53</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>57<td>اوسط قیمت</td><td>4.2 متله</td><td></td></li></ul>	اوسط قیمت	4.2 متله	
<ul> <li>356</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>37</li> <li>40</li> <li>44</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>50</li> <li>50</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>53</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>57<td>) انتهائی قیمتوں کا یک رتبی تفرقی پر کھ</td><td>4.3 مقائر</td><td></td></li></ul>	) انتهائی قیمتوں کا یک رتبی تفرقی پر کھ	4.3 مقائر	
<ul> <li>391. پرترین بتان کرد بر بر عالب ایزان با ایزان بتان کرد بر بر عالب ایزان بتان کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر تر تر قاصل کرد بر بر تر کرد بر بی بر کرد بر بر تر تر کرد بر بر بر بر بر کرد بر بر بر تر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر کرد بر بر بر کرد بر بر بر کرد بر بر بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر</li></ul>	356	3.1	
418       بیترین بنان       4.6         442       خط بخد کی اور تنو تات         47       خط بخد کی اور تر تات         47       خط بخد کی اور ریانسان نموند کئی       5         477       کسی محلت       5.1         489       کسی محلت       5.2         505       تعلق محلوات، ابتدائی قیت سخلے، اور ریانسانی نموند کئی       5.3         505       تعلی محلی برایم ترکیب بدل نر نیج ترکیب بدل نرتجی تات و تعلق محلیات       5.6         534       نمارن مجموع اور افعلی محلیات       5.5         551       نمارن محبوع اور اوسط قیت سخل       5.7         599       نماری محلی       5.8         605       نماری محلی       5.9         605       نماری محلی       5.10         625       تعلی می بدل       6.2         626       محلی و است محلی اور تح کلیات و الا مرحد         627       کسی اس است محلی اور تح کلیات و الا مرحد         628       کسی اس	اور $y''$ کے ساتھ ترسیم	y' = 4.4	
442       غط بدی کا اور تو تات         465       خیر توشی کلداد         477       4.8         477       5.1         477       5.1         489       5.1         5.2       تقری ساوات، ابتدائی تیب سنت، اور ریافسیاتی موند شی         5.3       5.2         5.5       کلی بدر بید ترایی بیر بید ترای بید تری بید بید تری بید بید تری بید تری بید بید بید تری بید بید بید بید بید بید بید بید بید بی			
465       ریب نیوش       4.8         477       کل       کا         477       خیر تطبی محملات       5.1         489       خیر تطبی محملات       5.2         5.2       تفری سیدان آبید آئی قیت سلخ، اور ریاضیاتی تموند گشی       5.3         5.3       کل       5.3         5.4       اعداده بذریعہ شامی آبید آئی قیت سلخ، اور ادسط قیت سلخ         5.5       ریمان مجموعہ اور ادسط قیت سلخ         5.6       خصوصیات، وتب، اور ادسط قیت سلخ         5.7       نیادی سلخ         5.8       قطبی محمل میں بدل         6.5       اعدادی محمل         6.5       اعدادی محمل         6.5       اعدادی محمل         6.6       محمل محمل اور تخلیات والا سرحد         6.2       اسل محمل اور تخلیات والا سرحد         6.3       محمل محمل اور آبید محمل اور تخلیات         6.4       محمل محمل اور آبید محمل اور تخلیات         6.5       محمل محمل اور آبید محمل اور تخییات         6.6       محمل محمل اور آبید اور مرکز میست         6.7       محمل اور آبید روز تخییت         6.8       محمل محمل اور آبید میل استخال         6.9       محمل اور آبید میل استخال         6.0       محمل مول استخیاری افزاد اور مرکز میست         6.0       محمل مول استخیار			
477       گل       قریق الطاق الله       5.1         489       قریق ساوات، ابتدائی آیت سئط، اور ریاضیاتی موند آشی       5.2         505       تغیلی سرایید تزایی بدر اید تغییری تاعده کا الت اطلاق       5.3         516       تغیلی شریعید تزایی بدر اید تغییری تاعده کا الت اطلاق       5.4         54       اندازه بذر اید شای گموید       5.5         561       تغیادی مسئلد       5.6         578       تغیادی مسئلد       5.7         599       تغیادی مسئلد       5.8         605       تغیادی مسئلد       5.9         605       تغیادی مسئل       5.9         605       تغیادی مسئل       6.1         625       تغیادی مسئل       6.1         629       تغیادی وزاند       6.2         640       مینان کارتج کی کات والا سرحد       6.2         648       تغیال کات کر جم کی حال ال سرح الحال المراح و المراح المراح و الحال المراح و المراح المراح المراح و المراح المراح المراح و المراح المراح و المراح المراح المراح و المراح المراح المراح و المراح			
477       غیر تطعی محملات       5.1         489       ترق سدادات، ابتدائی تیت سخی، اور ریاضیاتی نموند کشی       5.2         505       تعلی بدرایید ترکیب بدل. و نیجری قاعده کا الت اطلاق       5.3         516       بخیری تعلی محمید       5.4         54       بخیری قاعده کا الت الت التی محمید       5.5         561       بخیری محمید       5.6         562       بخیری محمید       5.6         578       بخیری محمید       5.7         599       بخیری محمید       5.8         605       بخیری محمیل       5.9         605       بخیری محمیل       5.0         605       بخیری محمیل       6.1         625       بخیری محمیل       6.1         626       بخیری محمیل       6.2         627       بخیری محمیل       6.3         628       بخیری محمیل       6.3         640       بخیری محمیل       6.3         640       بخیری محمیل اثر اور مرکز کمیت       6.5         6.6       بخیری محمیل اثر اور مرکز کمیت       6.6         6.7       بخیری محمیل اثر اور مرکز کمیت       6.7         71       بادی کشور استمال اور قوت بیالی افتراد کر محمیل استمال اور قوت بیالی انتخال الحمیلی استمال       6.8         740	ب نيو ئن	4.8 ترکیہ	
477       غیر تطعی محملات       5.1         489       ترق سدادات، ابتدائی تیت سخی، اور ریاضیاتی نموند کشی       5.2         505       تعلی بدرایید ترکیب بدل. و نیجری قاعده کا الت اطلاق       5.3         516       بخیری تعلی محمید       5.4         54       بخیری قاعده کا الت الت التی محمید       5.5         561       بخیری محمید       5.6         562       بخیری محمید       5.6         578       بخیری محمید       5.7         599       بخیری محمید       5.8         605       بخیری محمیل       5.9         605       بخیری محمیل       5.0         605       بخیری محمیل       6.1         625       بخیری محمیل       6.1         626       بخیری محمیل       6.2         627       بخیری محمیل       6.3         628       بخیری محمیل       6.3         640       بخیری محمیل       6.3         640       بخیری محمیل اثر اور مرکز کمیت       6.5         6.6       بخیری محمیل اثر اور مرکز کمیت       6.6         6.7       بخیری محمیل اثر اور مرکز کمیت       6.7         71       بادی کشور استمال اور قوت بیالی افتراد کر محمیل استمال اور قوت بیالی انتخال الحمیلی استمال       6.8         740	477	کلمل	5
489       ترق سادات، ابتدائی آیت سلے، اور ریاضیاتی نمونہ گئی         505       تحل بذریعہ ترکیب بدل نرنیمی تامیدہ کا الٹ اطال تل 5.3         516       ندازہ بذریعہ تنایس مجموعہ اور قطعی محملات 5.4         534       ندازہ بذریعہ تنایس مجموعہ اور قطعی محملات 5.5         551       5.6         562       نصوعیات، رقب، اور اوسط قیت سئلہ 5.7         578       نیادی سئلہ 5.8         579       5.8         605       5.8         605       5.9         605       تعدادی محملہ 6.5         605       تعدادی محملہ 6.5         625       تعدادی وزرنقہ 6.1         626       منحنیات کے فتی رتب         627       کمیل کا استعمال 6.1         640       منحنیات والا سرحم         640       کمیل سیل کا الے کر قبم کی سائل 7.5         640       کمیل سیل کی سیل کی سیل الے کہ اللے الیاں محملہ اللے الیاں اللے اللے اللے اللے اللے اللے اللے ال		•	5
505       کل بذراید ترایب بدل۔ زئیری قاعدہ کا الف اطلاق       5.3         516       امدازہ بذراید متاباتی تجویم       5.4         54       امدازہ بذراید متاباتی تجویم       5.5         55       ریمان تجویم اور قطعی محملات       5.6         576       بنیادی سئلہ       5.7         578       بنیادی سئلہ       5.8         579       بنیادی سئلہ       5.9         605       بعد الدی محمل میں بدل       6.0         605       اعدادی محمل میں بدل       6.1         625       اعدادی محمل میں بدل       6.2         626       محمل کا استعمال       6.1         640       منتخبیات کے گئی رہتے کی اس میں اور چھلا       6.3         643       بدیل ہول کو کی کی طاش       6.3         664       ہول کے تجار میں اور چھلا       6.5         675       میدار اثر اور مرکز کہتے       6.5         687       میدار اثر اور مرکز کہتے       6.7         710       میدار اثر اور مرکز کہتے       6.8         731       بادی قش اور دیگر نمونی استعمال       6.10         755       بادرائی قتال اور دیگر نمونی استعمال       75	ر با		
516       اندازه بذرایید تثانای مجموعها         534       5.5       5.6       5.5       5.5       5.5       5.5       5.5       5.5       5.5       5.5       5.6       5.6       5.6       5.6       5.6       5.6       5.7       5.8       5.7       5.9       5.8       5.8       5.8       5.9       5.9       5.0       605       606       605       606			
534       ريمان مجموع اور قطعي تحمالت       5.5         561       خصوصيات، رقب، اور اوسط قيت سمئله       5.6         578       خمادی سئله       5.7         579       5.8       5.8         605       5.9       6.9         605       6.0       5.0         605       6.0       6.0         605       6.0       6.0         605       6.0       6.0         605       6.0       6.1         605       6.1       6.1         625       6.1       6.1         629       6.1       6.1         640       6.2       6.3         640       6.3       6.3         640       6.4       6.5         641       6.4       6.5         642       6.4       6.5         643       6.5       6.6         644       6.5       6.6         655       6.6       6.6       6.6         669       6.5       6.6       6.6         660       6.6       6.6       6.6       6.6         660       6.6       6.6       6.6       6.6       6.6       6.6 <td></td> <td></td> <td></td>			
561       فصوصیات، رتب، اور اوسط قیت مسئل       5.6         578       5.7       5.7         579       5.8       5.8         605       5.9       5.9         605       5.0       5.10         625       605       6.1         626       6.2       6.1         627       6.1       6.2         640       6.2       6.3         640       6.3       6.3         663       6.4       6.5         664       6.5       6.5         665       6.6       6.6       6.6         670       6.2       6.4         687       6.3       6.5         688       6.5       6.6         699       6.6       6.7       6.7         710       6.8       6.8         731       6.9       6.0         740       6.10       6.10         755       7       10       10	ه بذرایعه متنائلی مجموعه	5.4 انداز	
578       بنیادی سئلد       5.7       5,10       5.8       5.8       5.8       5.8       6.0       5.8       6.0       5.9       5.9       6.0       5.9       6.0       5.0       6.0       6.0       6.0       6.0       6.0       6.1       6.2       6.2       6.2       6.1       6.2       6.3	ی مجموعے اور قطعی تکملات	5.5 ريمار	
599       قطع کمل میں برل       5.8         605       5.9         605       5.9         605       5.10         625       5.10         625       6.1         629       6.1         640       7         6.2       6.2         6.3       6.2         6.4       6.3         6.5       6.4         6.6       6.5         6.6       6.9         6.7       6.7         7       6.7         7       6.8         7       6.9         6.0       6.0         6.1       6.9         6.9       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0			
605       اعدادی گلل       5.9         605       تاعدہ و و و زفتہ       5.10         625       تاعدہ و و و زفتہ       6.1         626       مخدیات کے ختی رقبی ہوئے کلیات والا سرحد       6.1         629       منایاں کاٹ کر تیم کی طاش         640       شایل کاٹ کر تیم کی طاش         642       6.2         643       المحافظ اللہ ہوئے کی کی طاش         663       المحافظ اللہ ہوئے کی لہائیاں         664       معند الرا و در کر کہتے ہے۔         665       معید الرا و در کر کہتے         667       المحافظ اللہ ہوئے ہوئے کی لہائیاں         668       المحافظ اللہ ہوئے کی لہائیاں اور قوت بیال اور قوت بیال اور قوت بیال ور قوت ور قوت ور قوت ور قوت ور قوت و			
605       اعدادی گلل       5.9         605       تاعدہ و و و زفتہ       5.10         625       تاعدہ و و و زفتہ       6.1         626       مخدیات کے ختی رقبی ہوئے کلیات والا سرحد       6.1         629       منایاں کاٹ کر تیم کی طاش         640       شایل کاٹ کر تیم کی طاش         642       6.2         643       المحافظ اللہ ہوئے کی کی طاش         663       المحافظ اللہ ہوئے کی لہائیاں         664       معند الرا و در کر کہتے ہے۔         665       معید الرا و در کر کہتے         667       المحافظ اللہ ہوئے ہوئے کی لہائیاں         668       المحافظ اللہ ہوئے کی لہائیاں اور قوت بیال اور قوت بیال اور قوت بیال ور قوت ور قوت ور قوت ور قوت ور قوت و	<sup>ت</sup> کمل میں بدل	5.8 قطعی	
<ul> <li>5.10 تاعدہ ذوزنقہ</li> <li>5.10 تاعدہ ذوزنقہ</li> <li>625 تاعدہ ذوزنقہ</li> <li>6.1 منحنیات کے ﷺ رقبہ</li> <li>6.1 منحنیات کے ﷺ رقبہ</li> <li>6.1 تبدیل ہوتے کلیات والا سرحد</li> <li>6.2 منیاں کاٹ کر جم کی تلاش</li> <li>6.3 اجمام طواف کے جم ہے قرص اور چھلا</li> <li>6.4 منتوی منحنیات کی لمبائیاں</li> <li>6.5 مستوی منحنیات کی لمبائیاں</li> <li>6.6 میار اثر اور مرکز کمیت</li> <li>6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت</li> <li>6.8 میار اثر اور مرکز کمیت</li> <li>6.9 وسطانی مرکز</li> <li>6.7 میار اور قوت سیال اور قوت سیال</li> <li>6.10 میادرائی تفاعل</li> </ul>			
625       متخدیات کے نی رقبہ       6.1         629       متخدیات کے اگر رقبہ       6.1.1         640       تدیل ہوتے کلیات والا سرحد       6.2         640       شکل کا کٹر جم کی طاش       6.3         648       باب کوس اور چھلا       6.4         650       مستوی منحنیات کی لمبائیاں       6.5         687       مستوی منحنیات کی لمبائیاں       6.6         699       معیار اثر اور مرکز کمیت       6.7         711       وسطانی مرکز       6.8         731       وسطانی مرکز       6.8         731       فشار سیال اور قوت سیال       6.9         740       بنیادی نقش اور ویگر نمونی استعال       7         7 ماورائی نقاعل       7			
625       متخدیات کے نی رقبہ       6.1         629       متخدیات کے اگر رقبہ       6.1.1         640       تدیل ہوتے کلیات والا سرحد       6.2         640       شکل کا کٹر جم کی طاش       6.3         648       باب کوس اور چھلا       6.4         650       مستوی منحنیات کی لمبائیاں       6.5         687       مستوی منحنیات کی لمبائیاں       6.6         699       معیار اثر اور مرکز کمیت       6.7         711       وسطانی مرکز       6.8         731       وسطانی مرکز       6.8         731       فشار سیال اور قوت سیال       6.9         740       بنیادی نقش اور ویگر نمونی استعال       7         7 ماورائی نقاعل       7		کا ب	_
629       تدريل ہوتے کليات والا سرحد         640       6.2         640       6.2         6.3       6.3         6.4       6.3         6.5       6.4         6.6       6.5         6.7       6.6         6.8       6.9         6.7       6.7         711       6.8         731       6.8         731       6.0         740       6.10         755       30	0_0		6
640       گیاں کاٹ کر قجم کی طاش         648       اجمام طواف کے قجم۔ قرص اور چھلا         65       اجمام طواف کے قجم۔ قرص اور چھلا         65       6.4         676       شوی متحدیات کی لمبائیاں         687       6.6         689       6.7         70       معیاد اثر اور مرکز کمیت         67       6.71         711       0.71         68       6.71         716       وسطانی مرکز         6.8       مارائی نقاعل اور قیر نمونی استعال         740       ماورائی نقاعل			
648       اجمام طواف کے تجم ۔ قرص اور چھلا       6.3         663       شکلی چھلے       6.4         676       مستوی منحنیات کی لمبائیاں       6.5         687       6.6       6.9         699       6.7       6.7         711       6.7       7         688       7.1       6.8         731       6.8       7         740       بنیادی نقش اور دیگر نمونی استعال       6.10         755       ماورائی نقاعل       7	. 6 تبديل ہوتے قليات والا سرحد	1.1	
663       بکی چیلے       6.4         676       مستوی منحنیات کی لمبائیاں       6.5         687       6.6       6.6         699       6.7       6.7         711       6.7       7         711       6.7       7         711       6.8       7         710       6.8       7         731       10       6.0         740       6.10       6.10         755       10       6.10       7	) کاٹ کر بم کی تلاش	6.2 تليار	
676       مستوی منحنیات کی لمبائیاں         687       6.5         688       6.6         699       6.7         70       معیاد اثر اور مرکز کمیت         6.7       6.7.1         70       6.8         731       8         740       6.10         755       ماورائی تفاعل	•		
687       شطح طواف کا رقبہ         699       6.7         711       6.7         711       6.7.1         716       9         6.8       731         700       6.10         701       6.10         702       6.10         703       6.10         704       6.10         705       6.10         706       6.10         707       6.10	663	6.4 نککی	
6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر الله 6.8 کام 6.8 کام 6.9 نشار سال اور قوت سال 6.9 نشار سال اور قوت سال 6.10 نیادی نقش اور دیگر نمونی استعال 6.10 کم اورائی نقاعل 7 ماورائی نقاعل 7	کی منحنیات کی لمبائیاں	6.5 مىتو	
6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر الله 6.8 کام 6.8 کام 6.9 نشار سال اور قوت سال 6.9 نشار سال اور قوت سال 6.10 نیادی نقش اور دیگر نمونی استعال 6.10 کم اورائی نقاعل 7 ماورائی نقاعل 7	طواف کار قبر	, E 6.6	
711			
716			
731			
740			
	755	، . ک جیما	7
			/

عـــنوان

قدرتی لوگار تھم	7.2	
قوت نمائی تفاعل	7.3	
807 $\log_a x$ let $a^x$	7.4	
	7.5	
قاعده للحوييثال أ	7.6	
اضافی شرخ نمو	7.7	
7.7.1 ترتیبی اور ثنائی علاش		
الث تكونياتى تفاعل	7.8	
الٹ تکونیاتی تفاعل کے تفرق؛ تکمل	7.9	
ہذلولی تفاعل	7.10	
ہذالولی تفاعل	7.11	
يوگر كى اعداد كى تركيب؛ ميدان ۋھلوان	7.12	
طريقي 943	ا تکمل کے	8
ر تمکن کے بنیادی کلیات	8.1	
تكمل بالحصص		
964	0.2	
974	8.3	
كونياتى بدلُ	8.4	
حبدول کمل اور کمپیوٹر	8.5	
	8.6	
, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	0.0	
ىلىل 1043	! لا <b>مت</b> ناہی <sup>تن</sup>	9
اعداد کی ترتیب کی حد	9.1	
ترتیب کے حد تلاش کرنے کے مسئلے	9.2	
لامتناي تسلسل	9.3	
غیر منفی اجزاء والے تسلسل کا تکملی پر کھ	9.4	
یر غیر منفی اجزاء کے تسلسل کے تقابلی پر کھ	9.5	
یر منفی اجزاء کے شکسل کا تنابی اور جذری پر کھ	9.6	
يير کي ابراء کے سن کا بل اور جدري پر ھا		
بداتا تسلس، مطلق اور مشروط ارتکاز	9.7 9.8	
	9.8	
پیر اور مقلان مسلس کا از تکاز؛ خلل کے اندازے	9.9 9.10	
یر من کار نظر: کس کے انداز کے	9.10	
طاق عن کے استعمال	9.11	
ھے، منحنی مقدار معلوم اور قطبی محدد	ا مخروطی ج	0
ے میں مدیر کا ہوتے ہی گئی۔ مخروطی چھے اور دو قدری مساواتیں	10.1	•
ر می تعداد می از در معنون کا جماعت بندی	10.2	

1246.	10.3 دو درجی مساوات اور کھومنا	
1261.	10.4 مستوی منحنیات کے مقدار معلوم روپ کا حصول	
1277.	10.3 دو در جی مساوات اور گھومنا	
1291.	10.6 قطبی محدد	
1303.	10.7 تطبی محدد میں ترسیم	
	10.8 مخروط حصول کے قطبی مساوات	
1319		
1333 .	10.9 قطبی محدد میں کمل	
1347	سمتهات اور خلامین شحلیلی جیومیشری	11
	يت نزون مين سمتيات	
	11.2 كارتيني (منتطيل) محدد اور فضا مين سمتيات	
	11.3 ضرب نقط	
1397.	11.4 صلیبی ضرب	
1413 .	11.5 فضا میں خطوط اور مستوی	
1415	ضيميه اول	1
1417	نغميمه دوم	ب
1419	ضميمه نتين	ę
1421	ضميمه چار	,
1423	ضميمه ياخي	
	·	
1425	هيج سميريث	
1427	ضيمه سات	
1429	ضميمه آگھ	
1431	ضميمه آثلي	Ь

## ديباجيه

ہے کتاب اس امید سے ککھی گئی ہے کہ ایک دن اردو زبان میں انجینئر کی پڑھائی جائے گی۔اس کتاب کا مکمل ہونا اس ست میں ایک اہم قدم ہے۔ طبیعیات کے طلبہ کے لئے بھی ریم کتاب مفید ثابت ہوگی۔

اس کتاب کو Ubuntu استعال کرتے ہوئے XeLatex میں تشکیل دیا گیا ہے۔

درج ذیل کتاب کو سامنے رکھتے اس کو لکھا گیا ہے

Calculus and Analytic Geometry George B. Thomas, Jr Ross L. Finney

جبکہ اردو اصطلاحات چننے میں درج ذیل لغت سے استفادہ کیا گیا۔

- http://www.urduenglishdictionary.org
- $\bullet \ \, \rm http:/\!/www.nlpd.gov.pk/lughat/$

آپ سے گزارش ہے کہ اس کتاب کو زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچائیں اور کتاب میں غلطیوں کی نشاندہی میرے برتی پیتہ پر کریں۔میری تمام کتابوں کی مکمل XeLatex معلومات

 $https:/\!/www.github.com/khalidyousafzai$ 

سے حاصل کی جاسکتی ہیں جنہیں آپ مکمل اختیار کے ساتھ استعال کر سکتے ہیں۔ میں امید کرتا ہوں کہ طلبہ و طالبات اس کتاب سے استفادہ ہوں گے۔

خالد خان يوسفر کی

5 جون <u>2019</u>

# میری پہلی کتاب کادیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومتِ پاکستان اعلی تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلی تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلٰی تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔دنیا میں مخقیق کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں یائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ کرتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان ازخود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھر پور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ہم نے قومی سطح پر الیا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں گی۔

میں برسول تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ پھے کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں بیہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعال ہونے والے تکنیکی الفاظ ہی استعال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روز مرہ میں استعال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی الفاظ کی چنائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الا توامی نظام اکائی استعال کی گئے ہے۔ ہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظامِ تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائح ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اس مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہو گی۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجنیئر نگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعال کی جائے گی۔اردو زبان میں برتی انجنیئر نگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔ اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری ای-میل پر کریں۔میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

اس کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے بی سر زد ہوئی ہیں البتہ انہیں درست کرنے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔ میں ان سب کا شکر یہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

میں بہال کامسیٹ یونیور سٹی اور ہائر ایجو کیشن کمیشن کا شکرید ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سر گرمیاں ممکن ہوگیں۔

خالد خان يوسفر كَي

2011 كتوبر \_2011

### 11.5 فضامین خطوط اور مستوی

اس حصد میں غیر سمتی ضرب اور سمتی ضرب استعال کرتے ہوئے فضا میں خطوط، قطعات اور مستوی کے مساوات لکھنا سکھایا جائے گا۔

#### فضامين خطوط اور قطعات

فرض کریں فضا میں نقط  $N_0(x_0,y_0,z_0)$  ہے گزرتا اور سمتی  $N_0(x_0,y_0,z_0)$  ہو۔ کی متوازی ایک نط N ہو گا جن کے لئے N سمتیہ v کے متوازی ہو۔ یعنی N پر N صرف اور صرف اس صورت یایا جائے گا جب N سمتیہ v کا غیر سمتی مصن ہو۔

سمتیہ v کا متوازی خط جو نقطہ  $N_0(x_0,y_0,z_0)$  سے گزرتا ہو کی مساوات درج ذیل ہو گی۔  $N_0 N = t v$ ,  $-\infty < t < \infty$ 

مساوات 11.39 کے دونوں اطراف مطابقتی اجزاء کو ایک دوسرے کے برابر لکھتے ہوئے تین غیر سمتی مساوات حاصل ہوں گے جن میں مقدار معلوم لا بیا جائے گا:

$$(x-x_0)i+(y-y_0)j+(z-z_0)k=t(Ai+Bj+Ck)$$
 11.39 اتراع ساوات  $x-x_0=tA, \quad y-y_0=tB, \quad z-z_0=tC$  مطابق المتحادث

ان مساوات سے وقفہ  $\infty < t < \infty$  پر سمتیہ v کے متوازی نقطہ  $N_0(x_0,y_0,z_0)$  سے گزرتے خط کی درج ذیل معیاری مقدار معلوم مساوات حاصل ہوتی ہے:

(11.40) 
$$x = x_0 + tA$$
,  $y = y_0 + tB$ ,  $z = z_0 + tC$ ,  $-\infty < t < \infty$ 

مثال 11.36: سمتیہ v=2i+4j-2k کے متوازی خط جو نقطہ (-2,0,4) سے گزرتا ہو کی مقدار معلوم صاوات v=2i+4j-2k سال کریں۔

x=-2+2t, y=4t, z=4-2t علی مقدار معلوم مساوات حاصل کرتے ہیں۔

مثال 11.37: نقطہ N(-3,2,-3) اور Q(1,-1,4) ہے گزرتے ہوئے خط کی مقدار معلوم مساوات تلاش کریں۔

حل: ان نقطول کے پیچ خط کا متوازی سمتیہ

$$\overrightarrow{NQ} = (1 - (-3))\mathbf{i} + (-1 - 2)\mathbf{j} + (4 - (-3))\mathbf{k} = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 7\mathbf{k}$$

ے جس کو مساوات 11.40 میں  $(x_0,y_0,z_0)=(-3,2,-3)$  کے ساتھ گیتے ہوئے مقدار معلوم مساوات حاصل کرتے ہیں۔  $x=-3+4t, \quad y=2-3t, \quad z=-3+7t$ 

z=-3+7(0)=y=2-3(0)=2 ، x=-3+4(0)=-3 پر t=0 اور y=2-3(0)=2 ، y=2-3(0)=2 ، y=2-3+4(0)=-3 بر رایا کرنے بین ابتدائی نقطہ نتخب کر سکتے ہیں۔ایسا کرنے Q(1,-1,4) کو بھی ابتدائی نقطہ نتخب کر سکتے ہیں۔ایسا کرنے روح ذیل مساوات عاصل ہو گا۔

$$x = 1 + 4t$$
,  $y = -1 - 3t$ ,  $z = 4 + 7t$ 

اب y=-1 ، x=1 پر t=0 اور y=-1 ، ورق بالا دونوں مساوات y=-1 ، y=1 بالا دونوں مساوات درست ہیں۔ ان کے ابتدائی نقطے مختلف ہیں۔

مثال 11.38: نقطہ اور کے چے قطع کی مقدار معلوم مساوات تلاش کریں۔

ضمیمها ضمیمه اول

ضمیمه د وم

ضمیمه تین

ضمیمه د ضمیمه چار

ضمیمه بانچ

ضمیمه و ضمیمه چی

ضمیمه ز ضمیمه سات

ضمیمه آڅھ

ضمیمه ط ضمیمه آٹھ