احصاء اور تحليلي جيوميٹري

خالد خان يوسفز. كي

جامعہ کامسیٹ، اسلام آباد khalidyousafzai@comsats.edu.pk

# عنوان

Vii																										,	يباچ	,
ix																						4	یبادٍ	، کا د	ناب	پہلی کہ انجابی کن	يىرى	•
1																							٠	لمومات	، مع	ابتدائی	1	L
1																		خط	تى :	حقية	اور	راد	اعد	حقيقي		1.1		
15																										1.2		
32																							Ĺ	تفاعل		1.3		
54																					غلى	انمذ	م کی	ترسيم		1.4		
74																					بل	نفاء	انی اِنی	بنكوني		1.5		
95																								/		حدود ا	2	)
95																										2.1		
113															٠.		عد	قواه	کے	ئے ۔	_,	پ کر	لاثر	פנ "		2.2		
126																										2.3		
146																										2.4		
165																							ار	استمر		2.5		
184	١.																					Į	ی ز	مماسح		2.6		
199	)																									تفرق	3	Ł
199	)																				<b>ت</b> ,	تف	K,	تفاعل		3.1	-	
221																					رں	, زق	ی ہ ِ تفر	عا ر قواعد		3.2		
240																										3.3		
257																										3.4		
277																										3.5		
294																										3.6		
310	) .																			ىلى	تبد	ح .	شرر	د گیر		3.7		

عـــنوان

<ul> <li>325</li> <li>340</li> <li>340</li> <li>341</li> <li>340</li> <li>341</li> <li>352</li> <li>363</li> <li>364</li> <li>374</li> <li>385</li> <li>386</li> <li>387</li> <li>391</li> <li>44</li> <li>391</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>53</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>58</li> <li>58</li> <li>59</li> <li>605</li> <li>605</li> <li>605</li> <li>70</li> <li>7</li></ul>		تفرق کا استعال	4
<ul> <li>356</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>37</li> <li>40</li> <li>44</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>50</li> <li>50</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>53</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>59</li> <li>50</li> <li>50<td></td><td></td><td></td></li></ul>			
<ul> <li>356</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>37</li> <li>40</li> <li>44</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>50</li> <li>50</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>53</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>59</li> <li>50</li> <li>50<td>اوسط قیمت</td><td>4.2 متله</td><td></td></li></ul>	اوسط قیمت	4.2 متله	
<ul> <li>356</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>37</li> <li>40</li> <li>44</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>50</li> <li>50</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>53</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>59</li> <li>50</li> <li>50<td>) انتهائی قیمتوں کا یک رتبی تفرقی پر کھ</td><td>4.3 مقائر</td><td></td></li></ul>	) انتهائی قیمتوں کا یک رتبی تفرقی پر کھ	4.3 مقائر	
<ul> <li>391. پرترین بتان کرد بر بر عالب ایزان با ایزان بتان کرد بر بر عالب ایزان بتان کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر تر تر قاصل کرد بر بر تر کرد بر بی بر کرد بر بر تر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر کرد بر بر بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر بر بر کرد بر بر</li></ul>	356	3.1	
418       بیترین بنان       4.6         442       خط بخد کی اور تنو تات         47       خط بخد کی اور تر تات         47       خط بخد کی اور ریانسان نموند کئی       5         477       کسی محلت       5.1         489       کسی محلت       5.2         505       تعلق محلوات، ابتدائی قیت سئلے، اور ریانسانی نموند کئی       5.3         505       محل بدراید شرکی کی تابدر کا الحالی       5.3         516       بحدی عادر الحقی محلی       5.5         534       بدراید شعر محلی       5.6         553       ریمان مجموع عادر الحقی محلی       5.6         578       بیدای محلد       5.7         599       بیدای محلد       5.8         605       بیدای محلد       5.9         605       بیدای محلد       5.10         625       بیدای محلی اور تو خلیت و السیم       6.2         626       بیدای محلی اور تو خلیت و السیم       6.3         627       کسی محلی اور تو خلیت و السیم       6.3         628       بیدای طواف کا رتب       قرار الحیار محلی اور تو الحیار الحیار محلی الحیار الحیار الحیار محلی الحیار الحیا	اور $y''$ کے ساتھ ترسیم	y' = 4.4	
442       غط بدی کا اور تو تات         465       خیر توشی کلداد         477       4.8         477       5.1         477       5.1         489       5.1         5.2       تقری ساوات، ابتدائی تیب سنت، اور ریافسیاتی موند شی         5.3       5.2         5.5       کلی بدر بید ترایی بیر بید بیر بید ترایی بیر بید بیر بید ترایی بیر بیر بید ترایی بیر بیر بید بیر بید بیر بید بیر بیر بیر بید بیر			
465       ریب نیوش       4.8         477       کل       کا         477       خیر تطبی محملات       5.1         489       خیر تطبی محملات       5.2         5.2       تفری سیدان آبید آئی قیت سلخ، اور ریاضیاتی تموند گشی       5.3         5.6       کلی در بید ترکیب بدل رخیری تامیده کا الت طالق       5.4         5.5       ریمان مجموعی       5.5         5.6       ریمان مجموعی       5.6         5.7       نیادی مخلد       5.7         5.8       قطبی محمل میں بدل       5.9         605       اعدادی مخل       5.9         605       اعدادی مخل       6.1         625       اعدادی مخل       6.1         625       مخینیات کے فیر رتب       6.1         629       مخینیات کے فیر رتب       6.2         640       مندینیات کر هم کی طاش       6.3         65       میل محسیل اور توب سیل اور توبا الراد رس مرز بیت       6.5         687       میل میل از اور مرز بیت       6.7         731       میل الور توب سیل اور توب سیل الور توب سیل			
477       گل       قریق الطاق الله       5.1         489       قریق ساوات، ابتدائی آیت سئط، اور ریاضیاتی موند آشی       5.2         505       تغیلی سرایید تزایی بدر اید تغییری تاعده کا الت اطلاق       5.3         516       تغیلی شریعید تزایی بدر اید تغییری تاعده کا الت اطلاق       5.4         54       اندازه بذر اید شای گموید       5.5         561       تغیادی مسئلد       5.6         578       تغیادی مسئلد       5.7         599       تغیادی مسئلد       5.8         605       تغیادی مسئلد       5.9         605       تغیادی مسئل       5.9         605       تغیادی مسئل       6.1         625       تغیادی مسئل       6.1         629       تغیادی وزاند       6.2         640       مینان کارتج کی کات والا سرحد       6.2         648       تغیال کات کر جم کی حال ال سرح الحال المراح و المرح و المراح و المراح و المرح و المرح و المرا			
477       غیر تطعی محملات       5.1         489       ترق سدادات، ابتدائی تیت سخی، اور ریاضیاتی نموند کشی       5.2         505       تعلی بدرایید ترکیب بدل. و نمیری قاعده کا الت اطلاق       5.3         516       محمد بدرایید ترکیب بدل. و نمیری قاعده کا الت اطلاق       5.4         534       محمد بدرایید تعالی محمد       5.5         551       محمد بدرایید تعالی محمد       5.5         561       محمد بدرایید تعالی محمد       5.6         578       محمد بدرایی محمد       5.7         599       محمد بدرایی محمل       5.8         605       محمد بدرای محمل       5.9         605       محمد بدرای محمل       6.5         625       محمد بدرای محمل       6.1         626       محمد بدرای محم	ب نيو ئن	4.8 ترکیہ	
477       غیر تطعی محملات       5.1         489       ترق سدادات، ابتدائی تیت سخی، اور ریاضیاتی نموند کشی       5.2         505       تعلی بدرایید ترکیب بدل. و نمیری قاعده کا الت اطلاق       5.3         516       محمد بدرایید ترکیب بدل. و نمیری قاعده کا الت اطلاق       5.4         534       محمد بدرایید تعالی محمد       5.5         551       محمد بدرایید تعالی محمد       5.5         561       محمد بدرایید تعالی محمد       5.6         578       محمد بدرایی محمد       5.7         599       محمد بدرایی محمل       5.8         605       محمد بدرای محمل       5.9         605       محمد بدرای محمل       6.5         625       محمد بدرای محمل       6.1         626       محمد بدرای محم	477	کیل .	5
489       ترق سادات، ابتدائی آیت سلے، اور ریاضیاتی نمونہ گئی         505       تحل بذریعہ ترکیب بدل نرنیمی تامیدہ کا الٹ اطال تل 5.3         516       ندازہ بذریعہ تنایس مجموعہ اور قطعی محملات 5.4         534       ندازہ بذریعہ تنایس مجموعہ اور قطعی محملات 5.5         551       5.6         562       نصوعیات، رقب، اور اوسط قیت سئلہ 5.7         578       نیادی سئلہ 5.8         579       5.8         605       5.8         605       5.9         605       تعدادی محملہ 6.5         605       تعدادی محملہ 6.5         625       تعدادی وزرنقہ 6.1         626       منحنیات کے فتی رتب         627       کمیل کا استعمال 6.1         640       منحنیات والا سرحم         640       کمیل سیل کا الے کر قبم کی سائل 7.5         640       کمیل سیل کی سیل کی سیار آثر اور سرکر کی سیار آثر اور سیل سیل سیار آثر اور سرکر کی سیار آثر اور سرکر کی سیار آثر اور سیل سیار آثر اور سیل سیار آثر اور سیار کی سیار		•	5
505       کل بذراید ترایب بدل۔ زئیری قاعدہ کا الف اطلاق       5.3         516       امدازہ بذراید متاباتی تجویم       5.4         54       امدازہ بذراید متاباتی تجویم       5.5         55       ریمان تجویم اور قطعی تحملیت       5.6         56       محمل کا سرا برا اور اصطفی تحمل میں بدل       5.8         605       نظمی تحمل میں بدل       5.9         605       اعدادی تحمل کا استعمال       6.1         625       محمل کا استعمال       6.1         626       محمل کا استعمال       6.1         640       مستحدی تحمل میں اور چھلا       6.2         648       محمل کا سرا ہو تے کلیات والا سرحد       6.3         663       اجسام طواف کے تجم۔ قرص اور چھلا       6.3         665       محمدی متحدیات کی لمبائیاں       6.5         670       معیاد اثر اور مرکز کہتے       6.7         671       معیاد اثر اور مرکز کہتے       6.7         671       فضل مرکز کہتے       6.8         731       بادی قش اور دیگر نمونی استعمال       6.9         740       افرائی قاعل       6.10	ر با		
516       اندازه بذرایید تثانای مجموعها         534       5.5       5.6       5.5       5.5       5.5       5.5       5.5       5.5       5.5       5.5       5.6       5.6       5.6       5.6       5.6       5.6       5.6       5.7       5.8       5.8       5.8       5.8       5.8       5.9       5.9       5.0       605       606       605       606			
534       ريمان مجموع اور قطعي تحمالت       5.5         561       خصوصيات، رقب، اور اوسط قيت سمئله       5.6         578       خمادی سئله       5.7         579       5.8       5.8         605       5.9       6.9         605       6.0       5.0         605       6.0       6.0         605       6.0       6.0         605       6.0       6.0         605       6.0       6.1         605       6.1       6.1         625       6.1       6.1         629       6.1       6.1         640       6.2       6.3         640       6.3       6.3         640       6.4       6.5         641       6.4       6.5         642       6.4       6.5         643       6.5       6.6         644       6.5       6.6         655       6.6       6.6       6.6         669       6.5       6.6       6.6         660       6.6       6.6       6.6       6.6         660       6.6       6.6       6.6       6.6       6.6       6.6 <td></td> <td></td> <td></td>			
561       فصوصیات، رتب، اور اوسط قیت مسئل       5.6         578       5.7       5.7         579       5.8       5.8         605       5.9       5.9         605       5.9         605       5.10         625       625       6.1         629       5.2       6.1         640       6.2       6.2         640       6.2       6.3         640       6.3       6.3         663       6.4       6.5         664       6.5       6.5         665       6.6       6.6       6.6         670       6.5       6.6       6.7         711       6.7       6.8         731       6.8       6.9         740       6.10       6.5         6.10       6.5       6.6         755       7       10       6.10	ه بذرایعه متنائلی مجموعه	5.4 انداز	
578       بنیادی سئلد       5.7       5,10       5.8       5.8       5.8       5.8       6.0       5.8       6.0       5.9       5.9       6.0       5.9       6.0       5.0       6.0       6.0       6.0       6.0       6.0       6.1       6.2       6.2       6.2       6.1       6.2       6.3	ی مجموعے اور قطعی تکملات	5.5 ريمار	
599       قطع کمل میں برل       5.8         605       5.9         605       5.9         605       5.10         625       5.10         625       6.1         629       6.1         640       7         6.2       6.2         6.3       6.2         6.4       6.3         6.5       6.4         6.6       6.5         6.6       6.9         6.7       6.7         70       6.8         71       6.8         731       6.9         740       6.10         755       6.10			
605       اعدادی گلل       5.9         605       تاعدہ و و و زفتہ       5.10         625       تاعدہ و و و زفتہ       6.1         626       مخدیات کے ختی رقبی ہوئے کلیات والا سرحد       6.1         629       منایاں کاٹ کر تیم کی طاش         640       شایل کاٹ کر تیم کی طاش         642       6.2         643       المحافظ اللہ ہوئے کی کی طاش         663       المحافظ اللہ ہوئے کی لہائیاں         664       معند الرا و در کر کہتے ہے۔         665       معید الرا و در کر کہتے         670       معدد الرا و در کر کہتے         687       وسطانی مرکز         711       وسطانی مرکز         688       میار الرا و توت بیال اور قوت بیال اور قوت بیال اور قوت بیال ور قوت و بیال و بی			
605       اعدادی گلل       5.9         605       تاعدہ و و و زفتہ       5.10         625       تاعدہ و و و زفتہ       6.1         626       مخدیات کے ختی رقبی ہوئے کلیات والا سرحد       6.1         629       منایاں کاٹ کر تیم کی طاش         640       شایل کاٹ کر تیم کی طاش         642       6.2         643       المحافظ اللہ ہوئے کی کی طاش         663       المحافظ اللہ ہوئے کی لہائیاں         664       معند الرا و در کر کہتے ہے۔         665       معید الرا و در کر کہتے         670       معدد الرا و در کر کہتے         687       وسطانی مرکز         711       وسطانی مرکز         688       میار الرا و توت بیال اور قوت بیال اور قوت بیال اور قوت بیال ور قوت و بیال و بی	<sup>ت</sup> کمل میں بدل	5.8 قطعی	
<ul> <li>5.10 تاعدہ ذوزنقہ</li> <li>5.10 تاعدہ ذوزنقہ</li> <li>625 تاعدہ ذوزنقہ</li> <li>6.1 منحنیات کے ﷺ رقبہ</li> <li>6.1 منحنیات کے ﷺ رقبہ</li> <li>6.1 تبدیل ہوتے کلیات والا سرحد</li> <li>6.2 منیاں کاٹ کر جم کی تلاش</li> <li>6.3 اجمام طواف کے جم ہے قرص اور چھلا</li> <li>6.4 منتوی منحنیات کی لمبائیاں</li> <li>6.5 مستوی منحنیات کی لمبائیاں</li> <li>6.6 میار اثر اور مرکز کمیت</li> <li>6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت</li> <li>6.8 میار اثر اور مرکز کمیت</li> <li>6.9 وسطانی مرکز</li> <li>6.7 میار اثر اور قوت سیال اور قوت سیال</li> <li>6.10 میادرائی تفاعل</li> </ul>			
625       متخدیات کے نی رقبہ       6.1         629       متخدیات کے اتا والا سرحد         6.2       6.1.1         640       تدبل ہوتے کلیات والا سرحد         6.2       6.3         648       قرام کے تجم کی سمان         6.3       قرام طواف کے تجم کی سمان         6.4       6.6         6.6       مستوی متخدیات کی لمبائیاں         6.6       معیار اثر اور مرکز کمیت         6.7       معیار اثر اور مرکز کمیت         6.8       معیار اثر اور مرکز کمیت         6.8       معیار اثر اور وقرت سیال         6.9       فشار سیال اور قوت سیال         6.10       ماورائی تفاعل			
625       متخدیات کے نی رقبہ       6.1         629       متخدیات کے اتا والا سرحد         6.2       6.1.1         640       تدبل ہوتے کلیات والا سرحد         6.2       6.3         648       قرام کے تجم کی سمان         6.3       قرام طواف کے تجم کی سمان         6.4       6.6         6.6       مستوی متخدیات کی لمبائیاں         6.6       معیار اثر اور مرکز کمیت         6.7       معیار اثر اور مرکز کمیت         6.8       معیار اثر اور مرکز کمیت         6.8       معیار اثر اور وقرت سیال         6.9       فشار سیال اور قوت سیال         6.10       ماورائی تفاعل		کا ب	_
629       تدريل ہوتے کليات والا سرحد         640       6.2         640       6.2         6.3       6.3         6.4       6.3         6.5       6.4         6.6       6.5         6.7       6.6         6.8       6.9         6.7       6.7         711       6.8         731       6.8         731       6.0         740       6.10         755       30	0_0		6
640       گیاں کاٹ کر قجم کی طاش         648       اجمام طواف کے قجم۔ قرص اور چھلا         65       اجمام طواف کے قجم۔ قرص اور چھلا         65       6.4         676       شوی متحدیات کی لمبائیاں         687       6.6         689       6.7         70       معیاد اثر اور مرکز کمیت         67       6.71         711       0.71         68       6.71         716       وسطانی مرکز         6.8       مارائی نقاعل اور قیر نمونی استعال         740       ماورائی نقاعل			
648       اجمام طواف کے تجم ۔ قرص اور چھلا       6.3         663       شکلی چھلے       6.4         676       مستوی منحنیات کی لمبائیاں       6.5         687       6.6       6.9         699       6.7       6.7         711       6.7       7         688       7.1       6.8         731       6.8       7         740       بنیادی نقش اور دیگر نمونی استعال       6.10         755       ماورائی نقاعل       7	. 6 تبديل ہوتے قليات والا سرحد	1.1	
663       بکی چیلے       6.4         676       مستوی منحنیات کی لمبائیاں       6.5         687       6.6       6.6         699       6.7       6.7         711       6.7       7         711       6.8       7         716       6.8       7         731       9       6.7         740       6.10       6.10         755       ماورائی تفاعل       7	) کاٹ کر بم کی تلاش	6.2 تليار	
676       مستوی منحنیات کی لمبائیاں         687       6.5         688       6.6         699       6.7         70       معیاد اثر اور مرکز کمیت         6.7       6.7.1         70       6.8         731       8         740       6.10         755       ماورائی تفاعل	•		
687       شطح طواف کا رقبہ         699       6.7         711       6.7         711       6.7.1         716       9         6.8       731         700       6.10         701       6.10         702       6.10         703       6.10         704       6.10         705       6.10         706       6.10         707       6.10	663	6.4 نککی	
6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر الله 6.8 کام 6.8 کام 6.9 فشار سیال اور قوت سیال 6.9 فشار سیال اور قوت سیال 6.10 نیمادی نقش اور دیگر نمونی استعال 6.10 کم اورائی نقاعل 7 ماورائی نقاعل 7	کی منحنیات کی لمبائیاں	6.5 مىتو	
6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر الله 6.8 کام 6.8 کام 6.9 فشار سیال اور قوت سیال 6.9 فشار سیال اور قوت سیال 6.10 نیمادی نقش اور دیگر نمونی استعال 6.10 کم اورائی نقاعل 7 ماورائی نقاعل 7	طواف کار قبر	, E 6.6	
711			
716			
731			
740			
	755	، . ک جیما	7
			/

عـــنوان

قدرتی لوگار تھم	7.2	
قوت نمائی تفاعل	7.3	
807 $\log_a x$ let $a^x$	7.4	
	7.5	
قاعده گھوپیٹال کی میں میں میں میں میں ہوتی ہوتی ہوتی ہے۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔	7.6	
اضافی شرح نمو	7.7	
7.7.1 ترقیمی اور شانکی علاش		
الث تكونياتى تفاعل	7.8	
الٹ تکونیاتی تفاعل کے تفرق؛ تکمل	7.9	
ہذالولی تفاعل	7.10	
يك رتبي تفرقی مساوات	7.11	
يوگر كى اعداد كى تركيب؛ ميدان ڈھلوان	7.12	
المريق 43	ا تکمل کے	8
ر تمکن کے بنیادی کلیات	8.1	
تكمل بالحصص		
964	0.2	
974	8.3	
كونياتى بدلُ	8.4	
حبدول کمل اور کمپیوٹر	8.5	
	8.6	
, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	0.0	
ىلىل 1043	! لا <b>مت</b> ناہی <sup>تن</sup>	9
اعداد کی ترتیب کی حد	9.1	
ترتیب کے حد تلاش کرنے کے مسئلے	9.2	
لامتناي تسلسل	9.3	
غیر منفی اجزاء والے تسلسل کا تکملی پر کھ	9.4	
یر غیر منفی اجزاء کے تسلسل کے تقابلی پر کھ	9.5	
یر منفی اجزاء کے شکسل کا تنابی اور جذری پر کھ	9.6	
بیر کی ابراء کے سطح ما بی اور جدری چرھی ۔		
بدليا مشكل، عشق اور مشروط ارتفاز	9.7 9.8	
	9.8	
پیر اور مقلان مسلس کا از تکاز؛ خلل کے اندازے	9.9 9.10	
یر من کار نظر: کس کے انداز کے	9.10	
طاق عن کے استعمال	9.11	
ھے، منحنی مقدار معلوم اور قطبی محدد	ا مخروطی ج	0
ے میں مدیر کا ہوتے ہی گئی۔ مخروطی چھے اور دو قدری مساواتیں	10.1	•
ر می تعداد می از در معنون کا جماعت بندی	10.2	

1 دو در جی مساوات اور گھومنا	10.3	
1 مستوی منحنیات کے مقدار معلوم روپ کا حصول	10.4	
1 احصاء اور مقدار معلوم منحنیات '	10.5	
1 قطبی محدد	10.6	
1 تحطی محدد میں ترسیم	10.7	
1 مخروط حصول کے قطبی مساوات	10.8	
10.8.1 وارث		
1 تطبی محدد میں خمل	10.9	
اول	ضمیمه ا	1
1345	ب ضمیمه د	ب

## ديباجيه

ہے کتاب اس امید سے ککھی گئی ہے کہ ایک دن اردو زبان میں انجینئر کی پڑھائی جائے گی۔اس کتاب کا مکمل ہونا اس ست میں ایک اہم قدم ہے۔ طبیعیات کے طلبہ کے لئے بھی ریم کتاب مفید ثابت ہوگی۔

اس کتاب کو Ubuntu استعال کرتے ہوئے XeLatex میں تشکیل دیا گیا ہے۔

درج ذیل کتاب کو سامنے رکھتے اس کو لکھا گیا ہے

Calculus and Analytic Geometry George B. Thomas, Jr Ross L. Finney

جبکہ اردو اصطلاحات چننے میں درج ذیل لغت سے استفادہ کیا گیا۔

- http://www.urduenglishdictionary.org
- $\bullet \ \, \rm http:/\!/www.nlpd.gov.pk/lughat/$

آپ سے گزارش ہے کہ اس کتاب کو زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچائیں اور کتاب میں غلطیوں کی نشاندہی میرے برتی پیتہ پر کریں۔میری تمام کتابوں کی مکمل XeLatex معلومات

 $https:/\!/www.github.com/khalidyousafzai$ 

سے حاصل کی جاسکتی ہیں جنہیں آپ مکمل اختیار کے ساتھ استعال کر سکتے ہیں۔ میں امید کرتا ہوں کہ طلبہ و طالبات اس کتاب سے استفادہ ہوں گے۔

خالد خان يوسفر کی

5 جون <u>2019</u>

# میری پہلی کتاب کادیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومتِ پاکستان اعلی تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلی تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلٰی تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔دنیا میں مخقیق کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں یائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ کرتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان ازخود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھر پور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ہم نے قومی سطح پر الیا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں گی۔

میں برسول تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ پھے کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں بیہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعال ہونے والے تکنیکی الفاظ ہی استعال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روز مرہ میں استعال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی الفاظ کی چنائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الا توامی نظام اکائی استعال کی گئے ہے۔ ہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظامِ تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائح ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اس مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہو گی۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجنیئر نگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعال کی جائے گی۔اردو زبان میں برتی انجنیئر نگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔ اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری ای-میل پر کریں۔میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

اس کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے بی سر زد ہوئی ہیں البتہ انہیں درست کرنے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔ میں ان سب کا شکر یہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

میں بہال کامسیٹ یونیور سٹی اور ہائر ایجو کیشن کمیشن کا شکرید ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سر گرمیاں ممکن ہوگیں۔

خالد خان يوسفر كي

2011 كتوبر \_2011

## 10.9 قطبی محدد میں تکمل

اس حصد میں قطبی محدد استعال کرتے ہوئے مستوی خطوں کا رقبہ، منحنیات کی لمبائی، اور سطح طواف کا رقبہ حاصل کرنا سکھایا جائے گا۔

#### مستوی میں رقبہ

$$S_k = \frac{1}{2}r_k^2 \Delta \theta_k = \frac{1}{2}(f(\theta_k))^2 \Delta \theta_k$$

یوں مکمل خطے کا رقبہ تخییناً

$$\sum_{k=1}^{n} S_k = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2} (f(\theta_k))^2 \Delta \theta_k$$

ہو گا۔ اگر f استمراری ہو تب ہم توقع کرتے ہیں کہ  $\|P\| o 0$  کرنے سے یہ تخمین بہتر سے بہتر ہو گی للذا نطح کا رقبہ درج ذیل ہو گا۔ اگر f

$$S = \lim_{\|P\| \to 0} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2} (f(\theta_k))^2 \Delta \theta_k$$
$$= \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{2} (f(\theta))^2 d\theta$$

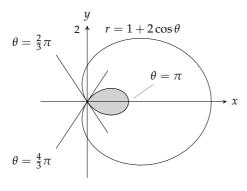
مبدا اور منحنی  $eta \leq eta$  کے بیچ پنکھا نما خطہ کا رقبہ مبدا

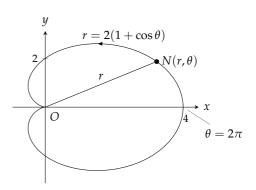
$$S = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{2} r^2 \, \mathrm{d}\theta$$

یہ درج ذیل تفرقی رقبے کا کمل ہے۔

$$\mathrm{d}S = \frac{1}{2}r^2\,\mathrm{d}\theta$$

10.9. قطبی محبد دمسین تکمل





شكل 10.144: رقبه گھونگا (مثال 10.46)

شکل 10.143: قلب نما کی ترسیم برائے مثال 10.45

مثال  $r=2(1+\cos heta)$  کار قبہ تلاش کریں۔

 $\theta=2\pi$  ت  $\theta=0$  ت  $\theta=0$  کرنے ہے  $\theta=0$  کی نظائدہی کرتے ہیں جو  $\theta=0$  ت  $\theta=0$  کرنے ہے قلب نما کو ترسیم (شکل 10.143) کر کے رواس  $\theta=0$  کی نظائدہی کرتے ہیں جو

$$\int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \frac{1}{2} r^2 d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \cdot 4(1+\cos\theta)^2 d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} 2(1+2\cos\theta + \cos^2\theta) d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} \left(2+4\cos\theta + 2\frac{1+\cos2\theta}{2}\right) d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} (3+4\cos\theta + \cos2\theta) d\theta$$

$$= \left[3\theta + 4\sin\theta + \frac{\sin2\theta}{2}\right]_0^{2\pi} = 6\pi - 0 = 6\pi$$

مثال 10.46: ورج ذیل گھوٹگا کے چھوٹے گھیرے کا رقبہ تلاش کریں۔  $r=1+2\cos\theta$ 

 $\theta = \frac{4}{3}$  اور  $\theta = \frac{4}{3}$  اور  $\theta = \frac{2}{3}$  اور  $\theta = \frac{2}{3}$  پایا جات ہے۔ ہم اس گھو گئے کو تر سیم کرتے ہیں (شکل 10.144)۔ ہم دیکھتے ہیں کہ چھوٹے گیرا  $\theta = \pi$  اور  $\theta = \frac{4}{3}$  پایا ہوت ہیں۔

$$S = 2 \int_{\frac{2}{3}\pi}^{\pi} \frac{1}{2} r^2 d\theta = \int_{\frac{2}{3}\pi}^{\pi} r^2 d\theta$$

متکمل 22 کی سادہ صورت حاصل کرتے ہیں۔

$$r^{2} = (2\cos\theta + 1)^{2} = 4\cos^{2}\theta + 4\cos\theta + 1$$
$$= 4 \cdot \frac{1 + \cos 2\theta}{2} + 4\cos\theta + 1$$
$$= 2 + 2\cos 2\theta + 4\cos\theta + 1$$
$$= 3 + 2\cos 2\theta + 4\cos\theta$$

يوں رقبہ درج ذيل ہو گا۔

$$S = \int_{\frac{2}{3}\pi}^{\pi} (3 + 2\cos 2\theta + 4\cos \theta) d\theta$$
$$= \left[ 3\theta + \sin 2\theta + 4\sin \theta \right]_{\frac{2}{3}\pi}^{\pi}$$
$$= (3\pi) - \left( 2\pi - \frac{\sqrt{3}}{2} + 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$
$$= \pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

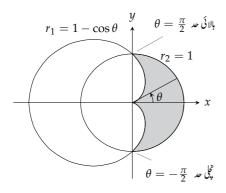
 $\theta = \beta$  تا  $\theta = \alpha$  تا  $\theta = \beta$  تا  $\theta = \alpha$  تا  $\theta = \beta$  تا  $\theta = \alpha$  تا  $\theta = \beta$  ت

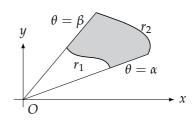
خطہ 
$$0 \leq r_1( heta) \leq r \leq r_2( heta)$$
,  $lpha \leq heta \leq eta$  خطہ

(10.47) 
$$S = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{2} r_2^2 d\theta - \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{2} r_1^2 d\theta = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{2} (r_2^2 - r_1^2) d\theta$$

مثال 10.47: این خطے کا رقبہ تلاش کریں جو دائرہ r=1 کے اندر اور قلب نما  $r=1-\cos heta$  کے باہر یایا جاتا ہے۔

طل: ہم رقبہ ترسیم کر کے خطے کے حدود اور کمل کے حدود معلوم کرتے ہیں (شکل 10.146)۔ بیرونی منحیٰ  $r_2 = 1$  جبکہ اندرونی





 $r_2$  اور  $r_2$  اور الله تلاث کرنے کی خاطر  $r_2$  اور مبدا ک  $r_3$  رقبہ منفی کیا  $r_4$  اور مبدا ک کا آرقبہ منفی کیا حاتا ہے۔

شکل 10.146: دائرہ اور قلب نما کے ﷺ رقبہ (مثال 10.47)

منحتی  $\theta$  کی قیت  $\frac{\pi}{2}$  تا  $\frac{\pi}{2}$  تا  $\frac{\pi}{2}$  ہوگا۔  $r_1=1-\cos\theta$  تا جبکہ والات جبکہ والات تا ہوگا۔

$$\begin{split} S &= \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} (r_2^2 - r_1^2) \, \mathrm{d}\theta \\ &= 2 \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} (r_2^2 - r_1^2) \, \mathrm{d}\theta \\ &= \int_0^{\pi/2} (1 - (1 - 2\cos\theta) + \cos^2\theta) \, \mathrm{d}\theta \\ &= \int_0^{\pi/2} (2\cos\theta - \cos^2\theta) \, \mathrm{d}\theta = \int_0^{\pi/2} \left(2\cos\theta - \frac{1 + \cos 2\theta}{2}\right) \\ &= \left[2\sin\theta - \frac{\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{4}\right]_0^{\pi/2} = 2 - \frac{\pi}{4} \end{split}$$

منحنی کی لمبائی

جم منحنی  $\alpha \leq \theta \leq \beta$  کی لمبائی کا قطبی کلیہ اخذ کرنے کی خاطر اس منحنی کی درج ذیل مقدار معلوم مساوات لکھتے ہیں۔  $r = f(\theta), \ \alpha \leq \theta \leq \beta$  (10.48)  $\alpha \leq \theta \leq \beta$   $\alpha \leq \theta \leq \beta$ 

یوں مقدار معلوم لمائی کے کلیہ (مساوات 10.32)

$$L = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\theta}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\theta}\right)^2} \, \mathrm{d}\theta$$

میں x اور y کی قیمتیں مساوات 10.48 سے پر کر کے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$L = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{r^2 + \left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta}\right)^2} \, \mathrm{d}\theta$$

N(r, heta) اگر قوس المبائی قوس r=f( heta) کا پہلا استمراری تفرق پایا جاتا ہو اور اگر heta کی قیت  $lpha\leq heta\leq heta$  کا پہلا استمراری تفرق پایا جاتا ہو اور اگر  $lpha\leq heta\leq heta$ پوری منحنی r=f( heta) پر طریک ایک بار جاتا ہو تب اس منحنی کی لمبائی درج ذیل ہو گی۔

(10.49) 
$$L = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{r^2 + \left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta}\right)^2} \,\mathrm{d}\theta$$

مثال 10.48: قلب نما  $r = 1 - \cos \theta$  کی لمائی دریافت کرس

صل: ہم قلب نما کا خاکہ تھینچتے ہیں تاکہ مکمل کے حدود معلوم کر سکیں (شکل 10.147)۔ زاویہ heta کو 0 سے  $2\pi$  کرنے سے نقطہ اور  $\beta=2\pi$  ہوں گے۔ اب lpha=0 اور eta=0 ہوں گے۔ اب eta=0 ہوں گے۔ اب

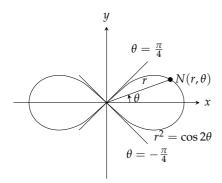
$$r = 1 - \cos \theta$$
,  $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta} = \sin \theta$ 

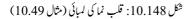
$$r^{2} + \left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta}\right)^{2} = (1 - \cos\theta)^{2} + (\sin\theta)^{2}$$
$$= 1 - 2\cos\theta + \underbrace{\cos^{2}\theta + \sin^{2}\theta}_{1} = 2 - 2\cos\theta$$

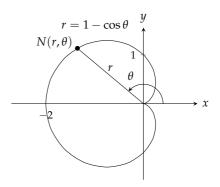
حاصل ہو گا للذا لمائی قوس درج ذیل ہو گی۔

$$\begin{split} L &= \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{r^2 + \left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta}\right)^2} \, \mathrm{d}\theta = \int_{0}^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos\theta} \, \mathrm{d}\theta \\ &= \int_{0}^{2\pi} \sqrt{4\sin^2\frac{\theta}{2}} \, \mathrm{d}\theta \qquad (1 - \cos\theta = 2\sin^2\frac{\theta}{2}) \\ &= \int_{0}^{2\pi} 2 \left|\sin\frac{\theta}{2}\right| \, \mathrm{d}\theta \\ &= \int_{0}^{2\pi} 2\sin\frac{\theta}{2} \, \mathrm{d}\theta \qquad (\text{f.s. } \sin\frac{\theta}{2} \geq 0 \text{ 2.6. } 0 \leq \theta \leq 2\pi \text{ )} \\ &= \left[ -4\cos\frac{\theta}{2} \right]_{0}^{2\pi} = 4 + 4 = 8 \end{split}$$

1339







شكل 10.147: قلب نماكي لمبائي (مثال 10.48)

### سطح طواف کا رقبہ

سطح طواف کے رقبہ کا قطبی کلیہ اخذ کرنے کی خاطر ہم مساوات 10.48 کی مدد سے مفخی  $eta \leq eta \leq r$  کی مقدار معلوم مساوات ککھ کر حصہ 10.5 میں دی گئی سطحی رقبے کا کلیہ استعمال کرتے ہیں۔

سطح طواف كا رقبه

N(r, heta) المراری پیلا تغرق پایا جاتا ہو اور اگر  $\, heta$  تا  $\, heta$  تا  $\, heta$  تا  $\, heta$  کرنے سے نقطہ  $\, heta$  اور  $\, heta$  کا بات دین  $\, heta$  بار چلتا ہو تب اس منحنی کو محور  $\, heta$  اور محور  $\, heta$  کرد گھما کر حاصل سطح طواف کے رقبے درج ذیل کیا تا دین گے۔ کلیات دین گے۔

(10.50) 
$$S = \int_{r}^{\beta} 2\pi r \sin \theta \sqrt{r^2 + \left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta}\right)^2} \, \mathrm{d}\theta \qquad (y \ge 0) \, \text{if } x \text{ if}$$

(10.51) 
$$S = \int_{\alpha}^{\beta} 2\pi r \cos \theta \sqrt{r^2 + \left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta}\right)^2} \, \mathrm{d}\theta \qquad (x \ge 0) \, \text{if } y \text{ if } y$$

مثال 10.49: گھونگا  $r^2 = \cos 2\theta$  کے دائیں گھیر کو محور y کے گرد گھا کر سطح طواف پیدا کیا جاتا ہے۔ اس سطح کا رقبہ معلوم کریں۔

 $\frac{1}{2}$  عل: ہم اس گیر کا خاکہ بنا کر تکمل کے حد تلاش کرتے ہیں (شکل 10.148)۔ زاویہ  $\theta$  کی قیمت  $\frac{\pi}{4}$  تا  $\frac{\pi}{4}$  کرنے سے نقطہ  $N(r,\theta)$  منتی پر ٹھیک ایک بار گھڑی کے الٹ رخ چلتا ہے لنذا  $\alpha = -\frac{\pi}{4}$  اور  $\beta = \frac{\pi}{4}$  ہوں گے۔

ہم ماوات 10.50 كا كمل مرحلول ميں عل كرتے ہيں۔ يہلے مرحله ميں درج ذيل حاصل كرتے ہيں۔

(10.52) 
$$2\pi r \cos \theta \sqrt{r^2 + \left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta}\right)^2} = 2\pi \cos \theta \sqrt{r^4 + \left(r\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta}\right)^2}$$

اں کے بعد  $au = \cos 2\theta$  لیتے ہوئے درج ذیل حاصل کرتے ہیں۔

$$2r\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta} = -2\sin 2\theta$$
$$r\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta} = -\sin 2\theta$$
$$\left(r\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta}\right)^2 = \sin^2 2\theta$$

آخر میں  $r^4=(r^2)^2=\cos^2 2 heta$  کی بنا مساوات 10.52 میں دائیں ہاتھ جذر درج ذیل صورت اختیار کرے گا۔

$$\sqrt{r^4 + \left(r\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta}\right)^2} = \sqrt{\cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta} = 1$$

ان تمام نتائج کو مل کر ہم رقبہ حاصل کرتے ہیں۔

$$S = \int_{\alpha}^{\beta} 2\pi r \cos \theta \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} d\theta$$

$$= \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} 2\pi \cos \theta \cdot (1) d\theta$$

$$= 2\pi \left[\sin \theta\right]_{-\pi/4}^{\pi/4}$$

$$= 2\pi \left[\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right] = 2\pi\sqrt{2}$$

سوالات

قطبی منحنیات کے اندر رقبہ سوال 1 تا سوال 6 میں منحنیات کے اندر رقبہ تلاش کریں۔

9 10 قطبی محید دمسین تکمل 1341

$$r=4+2\cos heta$$
 اندر۔ پیٹا گھونگا

سوال 2: تلب نما 
$$r=a(1+\cos heta),\,a>0$$
 اندر۔

$$r = \cos 2\theta$$
 کے ایک پتا کے اندر۔

سوال 4: 
$$r^2=2a^2\cos 2 heta$$
 کے اندرہ دوچشمہ  $r^2=2a^2\cos 2 heta$ 

سوال 5: روچشمہ 
$$au = 4 \sin 2\theta$$
 کے ایک گیر کے اندر۔

$$r^2 = 2 \sin 3\theta$$
 کے اندرہ  $r^2 = 2 \sin 3\theta$ 

سوال 7: وارُه 
$$au=2\cos heta$$
 اور  $au=2\sin heta$  کا مشتر که رقبه

سوال 8: دارُه 
$$r=2\sin heta$$
 اور  $r=1$  کا مشتر که رقبه

سوال 9: دائره 
$$r=2$$
 اور قلب نما  $r=2(1-\cos heta)$  کا مشتر که رقبه

رقبہ 
$$r=2(1-\cos heta)$$
 اور  $r=2(1-\cos heta)$  کا مشتر کہ رقبہ  $r=2(1+\cos heta)$ 

سوال 11: دائرہ 
$$r=\sqrt{3}$$
 کے باہر اور  $r=\sqrt{3}$  کے اندر۔

$$r=a(1+\cos\theta),\ a>0$$
 اندر اور قلب نما  $r=3a\cos\theta$  جاہر رقبہ دائر وال

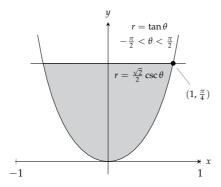
سوال 13: دارُه 
$$au=-2\cos au$$
 کے اندر اور دارُہ  $r=-2\cos au$  باہر رقبہ

$$r = 2\cos\theta + 1$$
 کونگا  $r = 2\cos\theta + 1$  کے بیرونی گیر کا رقبہ (شکل 10.144)۔ (ب) گھونگا  $r = 2\cos\theta + 1$  کے اندر رقبہ۔ اندرونی گیر کے باہر اور بیرونی گیر کے اندر رقبہ۔

بوال 15: دائرہ 
$$r=6$$
 کے اندر خط  $r=3 \csc \theta$  سے اوپر رقبہ

$$r= an heta$$
 را) سایہ دار نطہ شکل 10.149 میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا رقبہ تلاش کریں۔ (ب) ایسا معلوم ہوتا ہے کہ  $x=10.149$  میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا رقبہ تلاش کریں۔  $x=1$  کا متقار کبی خط ہو سکتا ہے۔ کیا ایسا ہے؟ اپنے جواب کی وجہ چیش کریں۔  $x=1$  کا متقار کبی خط ہو سکتا ہے۔ کیا ایسا ہے؟ اپنے جواب کی وجہ چیش کریں۔

$$r=\cos heta$$
 عوال 18: قلب نما  $r=\cos heta$  کے اندر اور دائرہ  $r=\cos heta$  کے باہر خطہ درج ذیل نہیں ہے۔  $rac{1}{2}\int_0^{2\pi}[(\cos heta+1)^2-\cos^2 heta]\,\mathrm{d} heta=\pi$ 



شكل 10.149: خطه سوال 17

ضمیمها ضمیمه اول

ضمیمه به ضمیمه د وم