احصاء اور تحليلي جيوميٹري

خالد خان يوسفز. كي

جامعہ کامسیٹ، اسلام آباد khalidyousafzai@comsats.edu.pk

## عنوان

Vii																										,	يباچ	,
ix																						4	یبادٍ	، کا د	ناب	پہلی کہ انجابی کن	يىرى	•
1																							٠	لمومات	، مع	ابتدائی	1	L
1																		خط	تى :	حقية	اور	راد	اعد	حقيقي		1.1		
15																										1.2		
32																							Ĺ	تفاعل		1.3		
54																					غلى	انمذ	م کی	ترسيم		1.4		
74																					بل	نفاء	انی اِنی	بنكوني		1.5		
95																								/		حدود ا	2	•
95																										2.1		
113															٠.		عد	قواه	کے	ئے ۔	_,	پ کر	لاثر	פנ "		2.2		
126																										2.3		
146																										2.4		
165																							ار	استمر		2.5		
184	١.																					Į	ی ز	مماسح		2.6		
199	)																									تفرق	3	Ł
199	)																				<b>ت</b> ,	تف	K,	تفاعل		3.1	-	
221																					رں	, زق	ی ہ ِ تفر	عا ر قواعد		3.2		
240																										3.3		
257																										3.4		
277																										3.5		
294																										3.6		
310	) .																			ىلى	تبد	ح .	شرر	د گیر		3.7		

عـــنوان

<ul> <li>325</li> <li>340</li> <li>340</li> <li>341</li> <li>340</li> <li>341</li> <li>352</li> <li>363</li> <li>364</li> <li>374</li> <li>385</li> <li>386</li> <li>387</li> <li>391</li> <li>44</li> <li>391</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>53</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>58</li> <li>58</li> <li>59</li> <li>605</li> <li>605</li> <li>605</li> <li>70</li> <li>7</li></ul>		تفرق کا استعال	4
<ul> <li>356</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>37</li> <li>40</li> <li>44</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>50</li> <li>50</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>53</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>59</li> <li>50</li> <li>50<td></td><td></td><td></td></li></ul>			
<ul> <li>356</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>37</li> <li>40</li> <li>44</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>50</li> <li>50</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>53</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>59</li> <li>50</li> <li>50<td>اوسط قیمت</td><td>4.2 متله</td><td></td></li></ul>	اوسط قیمت	4.2 متله	
<ul> <li>356</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>37</li> <li>40</li> <li>44</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>50</li> <li>50</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>53</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>59</li> <li>50</li> <li>50<td>) انتهائی قیمتوں کا یک رتبی تفرقی پر کھ</td><td>4.3 مقائر</td><td></td></li></ul>	) انتهائی قیمتوں کا یک رتبی تفرقی پر کھ	4.3 مقائر	
<ul> <li>391. پرترین بتان کرد بر بر عالب ایزان با ایزان بتان کرد بر بر عالب ایزان بتان کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر تر تر قاصل کرد بر بر تر کرد بر بی بر کرد بر بر تر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر کرد بر بر بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر کرد بر بر بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر</li></ul>	356	3.1	
418       بیترین بنان       4.6         442       خط بخد کی اور تنو تات         47       خط بخد کی اور تر تات         47       خط بخد کی اور ریانسان نموند کئی       5         477       کسی محلت       5.1         489       کسی محلت       5.2         505       تعلق محلوات، ابتدائی قیت سئلے، اور ریانسانی نموند کئی       5.3         505       محل بدراید شرکی کی تابدر کی کان محلد       5.6         534       بدرای بخبرے اور اوسط قیت سئلہ         555       ریمان مجموع عادر اوسط قیت سئلہ       5.6         578       بدرای مسئلہ         579       بیادی مسئلہ         605       بیاد می دور نقد         606       مسئل کان کر تیم کی طاش         607       مسئل کان کر تیم کی طاش         608       بیاد میل کان کر تیم کی طاش         609       مسئل مواف کا رہے         609       مسئل شواف کا رہے         609       مسئل شواف کا رہے         609       بیادی کسئل کان کر تیم کی طرف کا اسئل اور توت سال میل دی شون اسٹمال اور توت سال میل دی شون اسٹمال         740       دی ادرائی شوئل سٹمال میل کی	اور $y''$ کے ساتھ ترسیم	y' = 4.4	
442       غط بدی کا اور تو تات         465       خیر توشی کلداد         477       4.8         477       5.1         477       5.1         489       5.1         5.2       تقری ساوات، ابتدائی تیب سنت، اور ریافسیاتی موند شی         5.3       5.2         5.5       کلی بدر بید ترایی بیر بید بیر بید ترایی بیر بید بیر بید ترایی بیر بیر بید ترایی بیر بیر بید بیر بید بیر بید بیر بیر بیر بید بیر			
465       ریب نیوش       4.8         477       کل       کا         477       خیر تطبی محملات       5.1         489       خیر تطبی محملات       5.2         5.2       تفری سیدان آبید آئی قیت سلخ، اور ریاضیاتی تموند گشی       5.3         5.3       کل       5.3         5.4       اعداده بذریعہ شامی آبید آئی قیت سلخ، اور ادسط قیت سلخ         5.5       ریمان تجوی عواد رفطی محملات         5.6       نصوصیات، وتب، اور ادسط قیت سلخ         5.7       نیادی سیل         5.8       قطبی محمل میں بدل         605       اعدادی محمل         605       اعدادی محمل         605       اعدادی محمل         625       اعدادی محمل         625       محمل محمل اور وقرفت         626       محمل محمل اور تخیل استخال اور تخیل اور تخیل استخال استخال اور تخیل استخال استخال استخال استخال اور تخیل استخال استخا			
477       گل       قریق الطاق الله       5.1         489       قریق ساوات، ابتدائی آیت سئط، اور ریاضیاتی موند آشی       5.2         505       تغیلی سرایید تزایی بدر اید تغییری تاعده کا الت اطلاق       5.3         516       تغیلی شریعید تزایی بدر اید تغییری تاعده کا الت اطلاق       5.4         54       اندازه بذر اید شای گموید       5.5         561       تغیادی مسئلد       5.6         578       تغیادی مسئلد       5.7         599       تغیادی مسئلد       5.8         605       تغیادی مسئلد       5.9         605       تغیادی مسئل       5.9         605       تغیادی مسئل       6.1         625       تغیادی مسئل       6.1         629       تغیادی وزاند       6.2         640       مینان کارتج کی کات والا سرحد       6.2         648       تغیال کات کر جم کی حال ال سرح الحال المراح و المرح و المراح و المراح و المرح و المرح و المرا			
477       غیر تطعی محملات       5.1         489       ترق سدادات، ابتدائی تیت سخی، اور ریاضیاتی نموند کشی       5.2         505       تعلی بدرایید ترکیب بدل. و نمیری قاعده کا الت اطلاق       5.3         516       محمد بدرایید ترکیب بدل. و نمیری قاعده کا الت اطلاق       5.4         534       محمد بدرایید تعالی محمد       5.5         551       محمد بدرایید تعالی محمد       5.5         561       محمد بدرایید تعالی محمد       5.6         578       محمد بدرایی محمد       5.7         599       محمد بدرایی محمل       5.8         605       محمد بدرای محمل       5.9         605       محمد بدرای محمل       6.5         625       محمد بدرای محمل       6.1         626       محمد بدرای محم	ب نيو ئن	4.8 ترکیہ	
477       غیر تطعی محملات       5.1         489       ترق سدادات، ابتدائی تیت سخی، اور ریاضیاتی نموند کشی       5.2         505       تعلی بدرایید ترکیب بدل. و نمیری قاعده کا الت اطلاق       5.3         516       محمد بدرایید ترکیب بدل. و نمیری قاعده کا الت اطلاق       5.4         534       محمد بدرایید تعالی محمد       5.5         551       محمد بدرایید تعالی محمد       5.5         561       محمد بدرایید تعالی محمد       5.6         578       محمد بدرایی محمد       5.7         599       محمد بدرایی محمل       5.8         605       محمد بدرای محمل       5.9         605       محمد بدرای محمل       6.5         625       محمد بدرای محمل       6.1         626       محمد بدرای محم	477	کیل .	5
489       ترق سادات، ابتدائی آیت سلے، اور ریاضیاتی نمونہ گئی         505       تحل بذریعہ ترکیب بدل نرنیمی تامیدہ کا الٹ اطال تل 5.3         516       ندازہ بذریعہ تنایس مجموعہ اور قطعی محملات 5.4         534       ندازہ بذریعہ تنایس مجموعہ اور قطعی محملات 5.5         551       5.6         562       نصوعیات، رقب، اور اوسط قیت سئلہ 5.7         578       نیادی سئلہ 5.8         579       5.8         605       5.8         605       5.9         605       تعدادی محملہ 6.5         605       تعدادی محملہ 6.5         625       تعدادی وزرنقہ 6.1         626       منحنیات کے فتی رتب         627       کمیل کا استعمال 6.1         640       منحنیات والا سرحم         640       کمیل سیل کا الے کر قبم کی سائل 7.5         640       کمیل سیل کی سیل کی سیل الے کہ اللے الیاں محملہ اللے الیاں اللے اللے اللے اللے اللے اللے اللے ال		•	5
505       کل بذراید ترایب بدل۔ زئیری قاعدہ کا الف اطلاق       5.3         516       امدازہ بذراید متاباتی تجویم       5.4         54       امدازہ بذراید متاباتی تجویم       5.5         55       ریمان تجویم اور قطعی محملات       5.6         576       بنیادی سئلہ       5.7         578       بنیادی سئلہ       5.8         579       بنیادی سئلہ       5.9         605       بعد الدی محمل میں بدل       6.0         605       اعدادی محمل میں بدل       6.1         625       اعدادی محمل میں بدل       6.2         626       محمل کا استعمال       6.1         640       منتخبیات کے گئی رہتے کی اس میں بدل میں ہوئے کیات والا سرحد       6.2         648       ہیاں محمل کی گھیے       6.3         663       ہیاں محمل کی اس میں ہوئے ہوئے ہوئے اللہ المیں ہوئے کیا ہوئے ہوئے ہوئے ہوئے ہوئے ہوئے ہوئے ہوئے	ر با		
516       اندازه بذرایید تثانای مجموعها         534       5.5       5.6       5.5       5.5       5.5       5.5       5.5       5.5       5.5       5.5       5.6       5.6       5.6       5.6       5.6       5.6       5.6       5.7       5.8       5.8       5.8       5.8       5.8       5.9       5.9       5.0       605       606       605       606			
534       ريمان مجموع اور قطعي تحمالت       5.5         561       خصوصيات، رقب، اور اوسط قيت سمئله       5.6         578       خمادی سئله       5.7         579       5.8       5.8         605       5.9       6.9         605       6.0       5.0         605       6.0       6.0         605       6.0       6.0         605       6.0       6.0         605       6.0       6.1         605       6.1       6.1         625       6.1       6.1         629       6.1       6.1         640       6.2       6.3         640       6.3       6.3         640       6.4       6.5         641       6.4       6.5         642       6.4       6.5         643       6.5       6.6         644       6.5       6.6         655       6.6       6.6       6.6         669       6.5       6.6       6.6         660       6.6       6.6       6.6       6.6         660       6.6       6.6       6.6       6.6       6.6       6.6 <td></td> <td></td> <td></td>			
561       فصوصیات، رتب، اور اوسط قیت مسئل       5.6         578       5.7       5.7         579       5.8       5.8         605       5.9       5.9         605       5.9         605       5.10         625       625       6.1         629       5.2       6.1         640       6.2       6.2         640       6.2       6.3         640       6.3       6.3         663       6.4       6.5         664       6.5       6.5         665       6.6       6.6       6.6         670       6.5       6.6       6.7         711       6.7       6.8         731       6.8       6.9         740       6.10       6.5         6.10       6.5       6.6         755       7       10       6.10	ه بذرایعه متنائلی مجموعه	5.4 انداز	
578       بنیادی سئلد       5.7       5,10       5.8       5.8       5.8       5.8       6.0       5.8       6.0       5.9       5.9       6.0       5.9       6.0       5.0       6.0       6.0       6.0       6.0       6.0       6.1       6.2       6.2       6.2       6.1       6.2       6.3	ی مجموعے اور قطعی تکملات	5.5 ريمار	
599       قطع کمل میں برل       5.8         605       5.9         605       5.9         605       5.10         625       5.10         625       6.1         629       6.1         640       7         6.2       6.2         6.3       6.2         6.4       6.3         6.5       6.4         6.6       6.5         6.6       6.9         6.7       6.7         7       6.7         7       6.8         7       6.9         6.0       6.0         6.1       6.9         6.9       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0			
605       اعدادی گلل       5.9         605       تاعدہ و و و زفتہ       5.10         625       تاعدہ و و و زفتہ       6.1         626       مخدیات کے ختی رقبی ہوئے کلیات والا سرحد       6.1         629       مخدیات کے ختی کلیات والا سرحد         640       شام کی تاثیر ہی ہوئے کلیات والا سرحد         648       مخدیات کے تجی کی توان اور چھلا         648       شام طواف کے تجی کے قرص اور چھلا         650       محدی مخدیات کی لمبائیاں         651       محدی مخدیات کی لمبائیاں         652       محدی مخدیات کی لمبائیاں         653       محدی مخدیات کی لمبائیاں         654       محدی مخدیات کی لمبائیاں         655       محدی مخدیات کی لمبائیاں         656       محدی مخدیات کی لمبائیاں         657       محدی کی سے میار افر اور مرکز کمیت کے میار افراد و توت بیال اور قوت بیال کی نظر اور دیگر نمونی استمال اور قوت بیال کی نظر اور کمی کی تاثیر کی تاثی			
605       اعدادی گلل       5.9         605       تاعدہ و و و زفتہ       5.10         625       تاعدہ و و و زفتہ       6.1         626       مخدیات کے ختی رقبی ہوئے کلیات والا سرحد       6.1         629       مخدیات کے ختی کلیات والا سرحد         640       شام کی تاثیر ہی ہوئے کلیات والا سرحد         648       مخدیات کے تجی کی توان اور چھلا         648       شام طواف کے تجی کے قرص اور چھلا         650       محدی مخدیات کی لمبائیاں         651       محدی مخدیات کی لمبائیاں         652       محدی مخدیات کی لمبائیاں         653       محدی مخدیات کی لمبائیاں         654       محدی مخدیات کی لمبائیاں         655       محدی مخدیات کی لمبائیاں         656       محدی مخدیات کی لمبائیاں         657       محدی کی سے میار افر اور مرکز کمیت کے میار افراد و توت بیال اور قوت بیال کی نظر اور دیگر نمونی استمال اور قوت بیال کی نظر اور کمی کی تاثیر کی تاثی	<sup>ت</sup> کمل میں بدل	5.8 قطعی	
<ul> <li>5.10 تاعدہ ذوزنقہ</li> <li>5.10 تاعدہ ذوزنقہ</li> <li>625 تاعدہ ذوزنقہ</li> <li>6.1 منحنیات کے ﷺ رقبہ</li> <li>6.1 منحنیات کے ﷺ رقبہ</li> <li>6.1 تبدیل ہوتے کلیات والا سرحد</li> <li>6.2 منیاں کاٹ کر جم کی تلاش</li> <li>6.3 اجمام طواف کے جم ہے قرص اور چھلا</li> <li>6.4 منتوی منحنیات کی لمبائیاں</li> <li>6.5 مستوی منحنیات کی لمبائیاں</li> <li>6.6 میار اثر اور مرکز کمیت</li> <li>6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت</li> <li>6.8 میار اثر اور مرکز کمیت</li> <li>6.9 وسطانی مرکز</li> <li>6.7 میار اور قوت سیال اور قوت سیال</li> <li>6.10 میادرائی تفاعل</li> </ul>			
625       متخدیات کے نی رقبہ       6.1         629       متخدیات کے اگر رقبہ       6.1.1         640       تدیل ہوتے کلیات والا سرحد       6.2         640       شکل کا کٹر جم کی طاش       6.3         648       باب کوس اور چھلا       6.4         650       مستوی منحنیات کی لمبائیاں       6.5         687       مستوی منحنیات کی لمبائیاں       6.6         699       معیار اثر اور مرکز کمیت       6.7         711       وسطانی مرکز       6.8         731       وسطانی مرکز       6.8         731       فشار سیال اور قوت سیال       6.9         740       بنیادی نقش اور ویگر نمونی استعال       7         7 ماورائی نقاعل       7			
625       متخدیات کے نی رقبہ       6.1         629       متخدیات کے اگر رقبہ       6.1.1         640       تدیل ہوتے کلیات والا سرحد       6.2         640       شکل کا کٹر جم کی طاش       6.3         648       باب کوس اور چھلا       6.4         650       مستوی منحنیات کی لمبائیاں       6.5         687       مستوی منحنیات کی لمبائیاں       6.6         699       معیار اثر اور مرکز کمیت       6.7         711       وسطانی مرکز       6.8         731       وسطانی مرکز       6.8         731       فشار سیال اور قوت سیال       6.9         740       بنیادی نقش اور ویگر نمونی استعال       7         7 ماورائی نقاعل       7		کا ب	_
629       تدريل ہوتے کليات والا سرحد         640       6.2         640       6.2         6.3       6.4         6.4       6.5         6.5       6.6         6.6       6.6         6.7       6.6         6.8       6.7         711       6.8         731       6.8         740       6.0         755       6.0	0_0		6
640       گیاں کاٹ کر قجم کی طاش         648       اجمام طواف کے قجم۔ قرص اور چھلا         65       اجمام طواف کے قجم۔ قرص اور چھلا         65       6.4         676       شوی متحدیات کی لمبائیاں         687       6.6         689       6.7         70       معیاد اثر اور مرکز کمیت         67       6.71         711       0.71         68       6.71         716       وسطانی مرکز         6.8       مارائی نقاعل اور قیر نمونی استعال         740       مادرائی نقاعل			
648       اجمام طواف کے تجم ۔ قرص اور چھلا       6.3         663       شکلی چھلے       6.4         676       مستوی منحنیات کی لمبائیاں       6.5         687       6.6       6.9         699       6.7       6.7         711       6.7       7         688       7.1       6.8         731       6.8       7         740       بنیادی نقش اور دیگر نمونی استعال       6.10         755       ماورائی نقاعل       7	. 6 تبديل ہوتے قليات والا سرحد	1.1	
663       بکی چیلے       6.4         676       مستوی منحنیات کی لمبائیاں       6.5         687       6.6       6.6         699       6.7       6.7         711       6.7       7         711       6.7       7         711       6.8       7         710       6.8       7         731       10       6.0         740       6.10       6.10         755       10       6.10       7	) کاٹ کر بم کی تلاش	6.2 تليار	
676       مستوی منحنیات کی لمبائیاں         687       6.5         688       6.6         699       6.7         70       معیاد اثر اور مرکز کمیت         6.7       6.7.1         70       6.8         731       8         740       6.10         755       ماورائی تفاعل	•		
687       شطح طواف کا رقبہ         699       6.7         711       6.7         711       6.7.1         716       9         6.8       731         700       6.10         701       6.10         702       6.10         703       6.10         704       6.10         705       6.10         706       6.10         707       6.10	663	6.4 نککی	
6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر الله 6.8 کام 6.8 کام 6.9 فشار سیال اور قوت سیال 6.9 فشار سیال اور قوت سیال 6.10 نیمادی نقش اور دیگر نمونی استعال 6.10 کم اورائی نقاعل 7 ماورائی نقاعل 7	کی منحنیات کی لمبائیاں	6.5 مىتو	
6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر الله 6.8 کام 6.8 کام 6.9 فشار سیال اور قوت سیال 6.9 فشار سیال اور قوت سیال 6.10 نیمادی نقش اور دیگر نمونی استعال 6.10 کم اورائی نقاعل 7 ماورائی نقاعل 7	طواف کار قبر	, E 6.6	
711			
716			
731			
740			
	755	، . ک جیما	7
			/

عـــنوان

قدرتی لوگار تھم	7.2	
قوت نمائی تفاعل	7.3	
807 $\log_a x$ let $a^x$	7.4	
	7.5	
قاعده گھوپیٹال کی میں میں میں میں میں ہوتی ہوتی ہوتی ہے۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔	7.6	
اضافی شرح نمو	7.7	
7.7.1 ترقیمی اور شانکی علاش		
الث تكونياتى تفاعل	7.8	
الٹ تکونیاتی تفاعل کے تفرق؛ تکمل	7.9	
ہذالولی تفاعل	7.10	
يك رتبي تفرقی مساوات	7.11	
يوگر كى اعداد كى تركيب؛ ميدان ڈھلوان	7.12	
المريق 43	ا تکمل کے	8
ر تمکن کے بنیادی کلیات	8.1	
تكمل بالحصص		
964	0.2	
974	8.3	
كونياتى بدلُ	8.4	
حبدول کمل اور کمپیوٹر	8.5	
	8.6	
, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	0.0	
ىلىل 1043	! لا <b>مت</b> ناہی <sup>تن</sup>	9
اعداد کی ترتیب کی حد	9.1	
ترتیب کے حد تلاش کرنے کے مسئلے	9.2	
لامتناي تسلسل	9.3	
غیر منفی اجزاء والے تسلسل کا تکملی پر کھ	9.4	
یر غیر منفی اجزاء کے تسلسل کے تقابلی پر کھ	9.5	
یر منفی اجزاء کے شکسل کا تنابی اور جذری پر کھ	9.6	
بیر کی ابراء کے سطح ما بی اور جدری چرھی ۔		
بدليا مشكل، عشق اور مشروط ارتفاز	9.7 9.8	
	9.8	
پیر اور مقلان مسلس کا از تکاز؛ خلل کے اندازے	9.9 9.10	
یر من کار نظر: کس کے انداز کے	9.10	
طاق عن کے استعمال	9.11	
ھے، منحنی مقدار معلوم اور قطبی محدد	ا1 مخروطی ج	0
ے میں مدیر کا ہوتے ہی گئی۔ مخروطی چھے اور دو قدری مساواتیں	10.1	•
ر می تعداد می از در معنون کا جماعت بندی	10.2	

1246	10.3 دو در جی مساوات اور گھومنا 🗼
روپ کا حصول	10.4 مستوی منحنیات کے مقدار معلوم
1277	10.5 احصاء اور مقدار معلوم منحنیات
1291	
1303	10.7 قطبی محدد میں ترسیم
1317	10.8 مخروط حصول کے قطبی مساوات
1319	وائرے
1333	10.9 قطبی محدد میں تکمل
1347	11 سمتیات اور خلا میں تحلیلی جبومیٹری
10.17	
1347	
ں سمتیات	11.2 کار تیسی (مستطیل) محدد اور فضا میر
1372	11.2.1
1382	11.3 ضرب نقطه
1383	حاب
1397	ا ضمیمه اول
1399	ب ختمیمه دوم

## ديباجيه

ہے کتاب اس امید سے ککھی گئی ہے کہ ایک دن اردو زبان میں انجینئر کی پڑھائی جائے گی۔اس کتاب کا مکمل ہونا اس ست میں ایک اہم قدم ہے۔ طبیعیات کے طلبہ کے لئے بھی ریم کتاب مفید ثابت ہوگی۔

اس کتاب کو Ubuntu استعال کرتے ہوئے XeLatex میں تشکیل دیا گیا ہے۔

درج ذیل کتاب کو سامنے رکھتے اس کو لکھا گیا ہے

Calculus and Analytic Geometry George B. Thomas, Jr Ross L. Finney

جبکہ اردو اصطلاحات چننے میں درج ذیل لغت سے استفادہ کیا گیا۔

- http://www.urduenglishdictionary.org
- $\bullet \ \, \rm http:/\!/www.nlpd.gov.pk/lughat/$

آپ سے گزارش ہے کہ اس کتاب کو زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچائیں اور کتاب میں غلطیوں کی نشاندہی میرے برتی پیتہ پر کریں۔میری تمام کتابوں کی مکمل XeLatex معلومات

 $https:/\!/www.github.com/khalidyousafzai$ 

سے حاصل کی جاسکتی ہیں جنہیں آپ مکمل اختیار کے ساتھ استعال کر سکتے ہیں۔ میں امید کرتا ہوں کہ طلبہ و طالبات اس کتاب سے استفادہ ہوں گے۔

خالد خان يوسفر کی

5 جون <u>2019</u>

## میری پہلی کتاب کادیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومتِ پاکستان اعلی تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلی تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلٰی تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔دنیا میں مخقیق کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں یائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ کرتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان ازخود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھر پور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ہم نے قومی سطح پر الیا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں گی۔

میں برسول تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ پھے کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں بیہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعال ہونے والے تکنیکی الفاظ ہی استعال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روز مرہ میں استعال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی الفاظ کی چنائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الا توامی نظام اکائی استعال کی گئے ہے۔ ہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظامِ تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائح ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اس مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہو گی۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجنیئر نگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعال کی جائے گی۔اردو زبان میں برتی انجنیئر نگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔ اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری ای-میل پر کریں۔میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

اس کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے بی سر زد ہوئی ہیں البتہ انہیں درست کرنے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔ میں ان سب کا شکر یہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

میں بہال کامسیٹ یونیور سٹی اور ہائر ایجو کیشن کمیشن کا شکرید ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سر گرمیاں ممکن ہوگیں۔

خالد خان يوسفر كَي

2011 كتوبر \_2011

سوالات

$$|B|$$
 ,  $|A|$  ,  $A \cdot B$  ,

ج. 
$$A$$
 کے رخ  $B$  کا غیر سمتی جزوہ

$$\operatorname{proj}_{A} B$$
 ر. سمتي

$$oldsymbol{A}=2oldsymbol{i}-4oldsymbol{j}+\sqrt{5}oldsymbol{k}$$
 ,  $oldsymbol{B}=-2oldsymbol{i}+4oldsymbol{j}-\sqrt{5}oldsymbol{k}$  :1 برال

$$m{A} = rac{3}{5} m{i} + rac{4}{5} m{k}$$
,  $m{B} = 5 m{i} + 12 m{j}$  :2 اين

$$A = 10i + 11j - 2k$$
,  $B = 3j + 4k$  :3 کال

$$A = 2i + 10j - 11k$$
,  $B = 2i + 2j + k$  :4 حوال

$$oldsymbol{A} = -2oldsymbol{i} + 7oldsymbol{j}, \quad oldsymbol{B} = oldsymbol{k}$$
 عوال 5

$$m{A} = rac{1}{\sqrt{2}}m{i} + rac{1}{\sqrt{3}}m{j} + rac{1}{\sqrt{6}}m{k}$$
,  $m{B} = rac{1}{\sqrt{2}}m{j} - m{k}$  :6 حال

$$oldsymbol{A5j-3k}$$
,  $oldsymbol{B}=oldsymbol{i}+oldsymbol{j}+oldsymbol{k}$  :7 رال

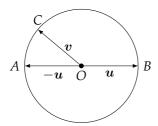
$$oldsymbol{A}=oldsymbol{i}=oldsymbol{k},\quad oldsymbol{B}=oldsymbol{i}+oldsymbol{j}+oldsymbol{k}$$
 :8 کال

$$A=-i+j$$
,  $B=\sqrt{2}i+\sqrt{3}j+2k$  :9 ايال

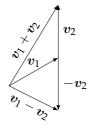
$$m{A} = -5m{i} + m{j}$$
,  $m{B} = 2m{i} + \sqrt{17}m{j} + 10m{k}$  :10 مىال

سوال 11: سمتيه  $m{A}=3m{j}+4m{k}$  کوسمتيه اور  $m{A}=i+j$  کوسمتيه کا مجموعه کلهيال نام

حوال 12: سمتیہ 
$$B=j+k$$
 کو سمتیہ  $A=i+j$  کو سمتیہ وار کا محمودی سمتیہ اور اور کا سمتیہ کا مجموعہ کلھیں۔



شكل 11.43: دائره برائے سوال 16



شکل 11.42: سمتیات برائے سوال 15

موال 13: سمتي A=i+2j-k کو سمتي B=8i+4j-12k سمتي اور A=i+2j-k سمتي کا مجموعہ کھيں۔

 $J^{-1}$  حوال 14: سمتیہ  $J^{-1}=J^{$ 

جيوميٹري

سوال 15: مجموعات اور فرق۔ ایبا معلوم ہوتا ہے کہ شکل 11.42 میں  $v_1+v_2$  اور  $v_1-v_2$  عمودی ہیں۔ کیا میہ مخض ایک انقاق ہے یا ہم توقع کر سکتے ہیں کہ کسی بھی دو سمتیات کا مجموعہ اور فرق عمودی ہوں گے؟ اپنے جواب کی وجہ پیش کریں۔

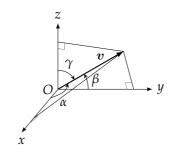
 $\overrightarrow{CA}$  موال 16: ایک دائرہ جس کا مرکز O ہے کا قطر AB ہے۔ نقط C دائرے پر پایا جاتا ہے (شکل 11.43)۔ دکھائیں کہ اور  $\overrightarrow{CB}$  عودی ہوں گے۔

سوال 17: دکھائیں کہ کیسال اضلاع کے متوازی الاضلاع کے وتر ایک دوسرے کے عمودی ہوتے ہیں۔

سوال 18: دکھائیں کہ مرابع وہ واحد متنظیل ہے جس کے وتر عمودی ہوتے ہیں۔

سوال 19: ثابت کریں کہ ایک متوازی الاصلاع صرف اور صرف اس صورت مستطیل ہو گا جب اس کے وتروں کی لسبائی ایک جیسی ہو۔ تر کھان اس حقیقت کو عموماً استعال کرتا ہے۔

v اور v اور v اور v اور v ہیں۔ دکھائیں کہ ان کے مشتر کہ راس سے مخالف راس تک وتر، v اور v کے w اور v کے w اور w



شكل 11.44: زاومات رخ اور كوسائن رخ كى تعريف.

سوال 21: ایک اہرام کے مربع قاعدہ OABC کے ضلع کی لمبائی 1 اکائی ہے اور اہرام کی چوٹی D ہے۔اہرام کا قد بھی 1 اکائی ہے۔ یوں نقطہ D ٹھیک وتر OB کے وسطی نقطہ کے سیرھا اوپر پایا جاتا ہے۔ قطع OB اور OD کے نی زاویہ تلاش کریں۔

سوال 22: ناویات رخ اور کومائن رخ موال v=ai+bj+c اور  $\gamma$  کی تعریف ورج ذیل ہے (شکل 11.44)۔ محتبہ v=ai+bj+c

lphaشبت محور lpha اور  $oldsymbol{v}$  کے  $oldsymbol{\widehat{oldsymbol{arphi}}}$  زاویہ lpha ہے (  $0 \leq lpha \leq \pi$  )،

 $0 \leq eta \leq \pi$  ) ہنت کور v اور  $v \geq \widetilde{v}$  زاویہ  $v \leq v$ 

مثبت کور z اور v کے  ${}^{c}_{o}$  زاویہ  $\gamma$  ہے (  $0 \leq \gamma \leq \pi$  )۔

ا. درج ذیل

$$\cos \alpha = \frac{a}{|\mathbf{v}|}, \quad \cos \beta = \frac{b}{|\mathbf{v}|}, \quad \cos \gamma = \frac{c}{|\mathbf{v}|}$$

اور  $\alpha+\cos^2 eta+\cos^2 eta+\cos^2 eta$  وکھائیں۔ ان کوسائن کو کوسائن رخ $\alpha+\cos^2 eta+\cos^2 eta$ 

v=ai+bj+ck اور v=ai+bj+ck اور v=ai+bj+ck اور v=ai+bj+ck اور v=ai+bj+ck اور v=ai+bj+ck

سمتیات کے بیچ زاویے سوال 23 تا سوال 26 میں کیکولیٹر کی مدد سے سمتیات کے فٹی زاویات کو، ایک فی صد درست، ریڈیٹن میں تلاش کریں۔

direction cosines<sup>21</sup>

$$A=2i+j$$
,  $B=i+2j-k$  :23 عوال

$$A = 2i - 2j + k$$
,  $B = 3i + 4k$  :24 عبال

$$A\sqrt{3}i-7j$$
,  $B=\sqrt{3}i+j-2k$  :25 عوال

$$oldsymbol{A}=oldsymbol{i}+\sqrt{2}oldsymbol{j}-\sqrt{2}oldsymbol{k},\quad oldsymbol{B}=-oldsymbol{i}+oldsymbol{j}+oldsymbol{k}$$
 :26 رال

سوال 27 تا سوال 29 میں کیکولیٹر کی مدد سے سمتیات کے پچ زاویات کو، ایک فی صد درست، ریڈیٹن میں تلاش کریں۔

سوال 28: سمتیات A=2i+2j+k اور A=2i+10j-11k اور B=2i+10j-11k

k اور j ، i کنارے کی ایک سطح کے وتر کے i زاویہ۔ (اشارہ: ایبا مکعب استعمال کریں جس کے کنارے j ، i اور j ، i ہوں۔)

سوال 30: پانی کی نالی میں ایک جوڑ ہے۔اس جوڑ سے شال رخ نالی کی ڈھلوان % 10 ہے جبکہ جوڑ سے مشرق رخ نالی کی ڈھلوان % 20 ہے۔ اس جوڑ پر نالی کے دو حصوں کے نتج زادیہ کتنا ہو گا؟

> نظریہ اور مثالیں سوال 31:

ا. کسی بھی سمتیات u اور  $v=|u||v|\cos heta$  عدم ماوات  $|u||v|\leq |u||v|$  کو مدو ہے  $u\cdot v=|u||v|\cos heta$  کی مدو ہے رکھائوں۔

ب. کیا کبھی  $|u\cdot v|=|u||v|$  ہو سکتا ہے؟ اگر ہو سکتا ہے تب کب اییا ہو گا؟ اپنے جواب کی وجہ پیش کریں۔

 $(xi+yj)\cdot v=0$  مستوی xy میں عمومی سمتیہ v بناکیں۔ اب ان نقطوں (x,y) کی نظامہ ہی کریں جن پر xy معربی۔ ہوگا۔ اپنے جواب کی وجہ پیش کریں۔

سوال 33: اگر  $u_1$  اور  $u_2$  عمودی اکائی سمتیات ہوں اور  $v\cdot u_1$  ہوتب  $v\cdot u_1$  ہوتب  $v\cdot u_1$  ستات ہوں اور دیا

سوال 34: ضرب نقطه میں مشترک اجزاء کی منسوخی

حقیق اعداد کے ضرب میں اگر  $ab_1=ab_2$  ہو اور a غیر صفر ہو تب دونوں اطراف a کو منسوخ کر کے  $b_1=b_2$  کلھا جا سکتا ہے۔ کیا ضرب نقطہ میں ایبا کرنا ممکن ہو گا: لینی اگر  $B_1=A\cdot B_1=A\cdot B$  ہو تب کیا دونوں اطراف A منسوخ کر کے  $B_1=B_2$  کلھا جا سکتا ہے؟۔ اپنے جواب کی وجہ پیش کریں۔

سوال 35: فرض کریں B ، A اور C آپس میں عمودی سمتیات ہیں۔ اب D=5A-6B+3C لیں۔

ا. اگر B ، اور C اکائی سمتیات ہوں تب D کی مقدار اD تلاش کریں۔

ب. اگر |D|=3 ، |B|=3 ، اور |C|=4 ہوں تب |B|=3

 $D = lpha A + eta B + \gamma C$  مول کائی سمتیات ہیں۔ اگر B ، A اور C آپس میں عمودی اکائی سمتیات ہیں۔ اگر B ، A اور A ، جہاں A ، A اور A ، خیر سمتی ہیں تب ر کھائیں کہ A ، A ، A ، A ، اور A ، خیر سمتی ہیں تب ر کھائیں کہ A ، A ، A ، A ، اور A ، جہاں کہ ، A ، اور A ، جہاں کہ ، A ، اور A ، اور

کام

سوال 37: قوت F=5k (مقدار 5 نیوٹن) سیدهی کمیر پر مبدا سے نقطہ (1,1,1) تک ایک جم کو منتقل کرتا ہے (فاصلہ میٹر میں ہے)۔ بیہ قوت کتا کام کرتی ہے؟

سوال 38: ایک ریل گاڑی کا انجن 6000 ٹن کیت کی ریل گاڑی کو 148 N قوت سے تھینچ سکتا ہے۔ ایک افقی سیدهی پیٹوی پر 605 کلو میٹر فاصلہ طے کر کے یہ انجن کنتا کام کرتا ہے؟

سوال 39: ایک بوجھ کو 20 m کبی ڈھلوان پر 200 N قوت کھینچتی ہے۔افقی سطح کے ساتھ یہ قوت °30 کا زاویہ بناتی ہے۔ یہ قوت کتاکام کرتی ہے؟

سوال 40: ایک کشتی کے بادبان پر ہوا 2000 N قوت لگاتی ہے۔ افتی سطح کے ساتھ قوت کا زاویہ °60 ہے۔ ایک کلومیٹر فاصل لمے کرنے میں بیہ قوت کتا کام کرتی ہے؟

مستوى ميں خط كى مساواتيں

سوال 41: و کھائیں کہ سمتیہ v=ai+bj کیر ax+by=c کیر by=ai+bj کے خاطر د کھائیں کہ اس کلیر کی ax+by=c و طوان ay=ai+bj کیا ہوگئی ہے۔

موال 42: و کھائی کہ سمتیہ  $oldsymbol{v}=aoldsymbol{i}+boldsymbol{j}$  کیر کbx-ay=c کیر کی خاطر و کھائیں کہ کلیر کی وطوان اور سمتیہ کی وطلوان ایک دوسرے جیسے ہیں۔

سوال 43 تا سوال 44 میں سوال 41 کا متیجہ استعمال کر کے نقطہ N پر v کے عمود کی خط کی مساوات دریافت کریں۔ اس ککیر کو ترسیم کر کے میدا پر اس عمود کی سمیتہ کا بھی خاکہ بنائیں۔

$$N(2,1), \quad oldsymbol{v}=oldsymbol{i}+2oldsymbol{j} \quad : 43$$
 well with  $i=1,2,\ldots, 3$ 

$$N(-1,2)$$
,  $oldsymbol{v}=-2oldsymbol{i}-oldsymbol{j}$  :44 عوال

$$N(-2,-7), \quad v = -2i + j$$
 :45 Jun

$$N(11,10), \quad v = 2i - 3j$$
 :46

سوال 47 تا سوال 50 میں سوال 42 کا نتیجہ استعال کر کے نقطہ N پر v کے متوازی قط کی مساوات دریافت کریں۔ اس لکیر کو ترسیم کر کے مبدا پر اس متوازی سمتیہ کا بھی خاکہ بنائیں۔

$$N(-2,1), \quad v = i - j$$
 :47

$$N(0,-2)$$
,  $m{v}=2m{i}+3m{j}$  :48 حوال

$$N(1,2)$$
,  $oldsymbol{v}=-oldsymbol{i}-2oldsymbol{j}$  :49 سوال

$$N(1,3)$$
,  $oldsymbol{v}=3oldsymbol{i}-2oldsymbol{j}$  :50 روال

مستوی میں خطوط کے بیچ زاویے

رو مستوی خط جن کے ﷺ زاویہ حادہ جو قائمہ نہ ہو وہی ہو گا جو ان خطوط کے عمودی دو سمتیات کے ﷺ یا ان خطوط کے متوازی دو سمتیات کے ﷺ ہو گا۔اس حقیقت کے ساتھ سوال 41 یا سوال 42 کا متیجہ استعمال کرتے ہوئے سوال 51 تا سوال 54 میں خطوط کے ﷺ زاویہ تلاش کریں۔

$$3x + y = 5$$
,  $2x - y = 4$  :51

$$y = \sqrt{3}x - 1$$
,  $y = -\sqrt{3}x + 2$  :52 سوال

$$\sqrt{3}x - y = -2$$
,  $x - \sqrt{3}y = 1$  :53  $y = 1$ 

$$x + \sqrt{3}y = 1$$
,  $(1 - \sqrt{3})x + (1 + \sqrt{3})y = 8$  :54  $y = 3$ 

سوال 55 اور سوال 56 میں خطوط کے نیچ ایک ریڈیئن کے سواں حصہ تک زاویہ حادہ تلاش کریں۔

$$3x - 4y = 3$$
,  $x - y = 7$  :55

$$12x + 5y = 1$$
,  $2x - 2y = 3$  :56

قابل تفرق منحنیات کے بیچ زاویہ دو قابل تفرق منحنیات کے نقطہ تقاطع پر ان کے ﷺ زاویہ سے مراد اس نقطہ پر منحنیات کے مماس کے ﷺ زاویہ ہے۔ سوال 57 تا سوال 60 میں منحنیات کے پچ زاویات دو نقاط نقاطع پر معلوم کریں۔ (آپ کو سیکولیٹر کی ضرورت پیش نہیں آئے گی۔)

$$y = \frac{3}{2} - x^2$$
,  $y = x^2$  :57

$$x = \frac{3}{4} - y^2$$
,  $x = y^2 - \frac{3}{4}$  :58

$$y = x^3$$
,  $x = y^2$  :59

$$y = -x^2$$
,  $y = \sqrt[3]{x}$  :60 سوال

ضمیمها ضمیمه اول

ضمیمه به ضمیمه د وم