احصاء اور تحليلي جيوميٹري

خالد خان يوسفز. كي

جامعہ کامسیٹ، اسلام آباد khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

Vii																										,	يباچ	,
ix																						4	یبادٍ	، کا د	ناب	پہلی کہ انجابی کن	يىرى	•
1																							٠	لمومات	، مع	ابتدائی	1	L
1																		خط	تى :	حقية	اور	راد	اعد	حقيقي		1.1		
15																										1.2		
32																							Ĺ	تفاعل		1.3		
54																					غلى	انمذ	م کی	ترسيم		1.4		
74																					بل	نفاء	انی اِنی	بنكوني		1.5		
95																								/		حدود ا	2)
95																										2.1		
113															٠.		عد	قواه	کے	ئے ۔	_,	پ کر	لاثر	פנ "		2.2		
126																										2.3		
146																										2.4		
165																							ار	استمر		2.5		
184	١.																					Į	ی ز	مماسح		2.6		
199)																									تفرق	3	Ł
199)																				ت ,	تف	K,	تفاعل		3.1	-	
221																					رں	, زق	ی ہ ِ تفر	عا ر قواعد		3.2		
240																										3.3		
257																										3.4		
277																										3.5		
294																										3.6		
310) .																			ىلى	تبد	ح .	شرر	د گیر		3.7		

عـــنوان

 325 340 340 341 340 341 352 363 364 374 385 386 387 391 44 391 45 46 47 46 47 48 51 52 53 54 55 55 56 57 57 58 58 59 605 605 605 70 7		تفرق کا استعال	4
 356 368 368 368 368 368 368 368 368 368 37 40 44 45 46 47 46 47 46 47 48 47 48 47 48 47 48 51 52 54 55 55 56 57 50 50 51 52 53 54 55 54 55 55 56 57 57 59 57 57 59 57 59 59 50 50<td></td><td></td><td></td>			
 356 368 368 368 368 368 368 368 368 368 37 40 44 45 46 47 46 47 46 47 48 47 48 47 48 47 48 51 52 54 55 55 56 57 50 50 51 52 53 54 55 54 55 55 56 57 57 59 57 57 59 57 59 59 50 50<td>اوسط قیمت</td><td>4.2 متله</td><td></td>	اوسط قیمت	4.2 متله	
 356 368 368 368 368 368 368 368 368 368 37 40 44 45 46 47 46 47 46 47 48 47 48 47 48 47 48 51 52 54 55 55 56 57 50 50 51 52 53 54 55 54 55 55 56 57 57 59 57 57 59 57 59 59 50 50<td>) انتهائی قیمتوں کا یک رتبی تفرقی پر کھ</td><td>4.3 مقائر</td><td></td>) انتهائی قیمتوں کا یک رتبی تفرقی پر کھ	4.3 مقائر	
 391. پرترین بتان کرد بر بر عالب ایزان با ایزان بتان کرد بر بر عالب ایزان بتان کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر تر تر قاصل کرد بر بر تر کرد بر بی بر کرد بر بر تر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر کرد بر بر بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر بر بر کرد بر بر	356	3.1	
418 بیترین بنان 4.6 442 خط بخد کی اور تنو تات 47 خط بخد کی اور تر تات 47 خط بخد کی اور ریانسان نموند کئی 5 477 کسی محلت 5.1 489 کسی محلت 5.2 505 تعلق محلوات، ابتدائی قیت سئلے، اور ریانسانی نموند کئی 5.3 505 محل بدراید شرکی کی تابدر کی کان محلد 5.6 534 بدرای بخبرے اور اوسط قیت سئلہ 555 ریمان مجموع عادر اوسط قیت سئلہ 5.6 578 بدرای مسئلہ 579 بیادی مسئلہ 605 بیاد می دور نقد 606 مسئل کان کر تیم کی طاش 607 مسئل کان کر تیم کی طاش 608 بیاد میل کان کر تیم کی طاش 609 مسئل مواف کا رہے 609 مسئل شواف کا رہے 609 مسئل شواف کا رہے 609 بیادی کسئل کان کر تیم کی طرف کا اسئل اور توت سال میل دی شون اسٹمال اور توت سال میل دی شون اسٹمال 740 دی ادرائی شوئل سٹمال میل کی	اور y'' کے ساتھ ترسیم	y' = 4.4	
442 غط بدی کا اور تو تات 465 خیر توشی کلداد 477 4.8 477 5.1 477 5.1 489 5.1 5.2 تقری ساوات، ابتدائی تیب سنت، اور ریافسیاتی موند شی 5.3 5.2 5.5 کلی بدر بید ترایی بیر بید ترای بید تری بید بید تری بید بید تری بید تری بید بید بید تری بید بید بید بید بید بید بید بید بید بی			
465 ریب نیوش 4.8 477 کل کا 477 خیر تطبی محملات 5.1 489 خیر تطبی محملات 5.2 5.2 تفری براید ترکیب بدل ر تیجری تامیده کا الت اطارت 5.3 5.6 کل کل 5.6 کل کل 5.6 کل کل 5.6 کل کل 5.7 خیر در اوسط آیت سئل 5.7 580 کس کس 605 کس کس 606 کس کس 607 کس کس 608 کس کس 609 کس کس 600 کس کس 600 کس کس 600 کس کس			
477 گل قریق الطاق الله 5.1 489 قریق ساوات، ابتدائی آیت سئط، اور ریاضیاتی موند آشی 5.2 505 تغیلی سرایید تزایی بدر اید تغییری تاعده کا الت اطلاق 5.3 516 تغیلی شریعید تزایی بدر اید تغییری تاعده کا الت اطلاق 5.4 54 اندازه بذر اید شای گموید 5.5 561 تغیادی مسئلد 5.6 578 تغیادی مسئلد 5.7 599 تغیادی مسئلد 5.8 605 تغیادی مسئلد 5.9 605 تغیادی مسئل 5.9 605 تغیادی مسئل 6.1 625 تغیادی مسئل 6.1 629 تغیادی وزاند 6.2 640 مینان کارتج کی کات والا سرحد 6.2 648 تغیال کات کر جم کی حال ال سرح الحال المراح و المرح و المراح و المراح و المرح و المرح و المرا			
477 غیر تطعی محملات 5.1 489 ترق سدادات، ابتدائی تیت سخی، اور ریاضیاتی نموند کشی 5.2 505 تعلی بدرایید ترکیب بدل. و نمیری قاعده کا الت اطلاق 5.3 516 محمد بدرایید ترکیب بدل. و نمیری قاعده کا الت اطلاق 5.4 534 محمد بدرایید تعالی محمد 5.5 551 محمد بدرایید تعالی محمد 5.5 561 محمد بدرایید تعالی محمد 5.6 578 محمد بدرایی محمد 5.7 599 محمد بدرایی محمل 5.8 605 محمد بدرای محمل 5.9 605 محمد بدرای محمل 6.5 625 محمد بدرای محمل 6.1 626 محمد بدرای محم	ب نيو ئن	4.8 ترکیہ	
477 غیر تطعی محملات 5.1 489 ترق سدادات، ابتدائی تیت سخی، اور ریاضیاتی نموند کشی 5.2 505 تعلی بدرایید ترکیب بدل. و نمیری قاعده کا الت اطلاق 5.3 516 محمد بدرایید ترکیب بدل. و نمیری قاعده کا الت اطلاق 5.4 534 محمد بدرایید تعالی محمد 5.5 551 محمد بدرایید تعالی محمد 5.5 561 محمد بدرایید تعالی محمد 5.6 578 محمد بدرایی محمد 5.7 599 محمد بدرایی محمل 5.8 605 محمد بدرای محمل 5.9 605 محمد بدرای محمل 6.5 625 محمد بدرای محمل 6.1 626 محمد بدرای محم	477	کیل .	5
489 ترق سادات، ابتدائی آیت سلے، اور ریاضیاتی نمونہ گئی 505 تحل بذریعہ ترکیب بدل نرنیمی تامیدہ کا الٹ اطال تل 5.3 516 ندازہ بذریعہ تنایس مجموعہ اور قطعی محملات 5.4 534 ندازہ بذریعہ تنایس مجموعہ اور قطعی محملات 5.5 551 5.6 562 نصوعیات، رقب، اور اوسط قیت سئلہ 5.7 578 نیادی سئلہ 5.8 579 5.8 605 5.8 605 5.9 605 تعدادی محملہ 6.5 605 تعدادی محملہ 6.5 625 تعدادی وزرنقہ 6.1 626 منحنیات کے فتی رتب 627 کمیل کا استعمال 6.1 640 منحنیات والا سرحم 640 کمیل سیل کا الے کر قبم کی سائل 7.5 640 کمیل سیل کی سیل کی سیار آثر اور سرکر کی سیار آثر اور سیل سیال سیل سیل سیار آثر اور سرکر کی سیار آثر اور سیل سیال سیار آثر اور سیل سیار آثر اور سیل سیار آثر اور سیال سیار آثر اور دیگر نمونی استعمال 6.8 750 مادرائی شیاری تقش اور دیگر نمونی استعمال 7.5 750 مادرائی شیاری تقش اور دیگر نمونی استعمال 7.5		•	5
505 کل بذراید ترایب بدل۔ زئیری قاعدہ کا الف اطلاق 5.3 516 امدازہ بذراید متاباتی تجویم 5.4 54 امدازہ بذراید متاباتی تجویم 5.5 551 امدازہ بذراید متاباتی تجویم 5.6 561 امدازہ بخراید متاباتی تحقیم 5.6 578 امدازہ بخراید متاباتی تحقیم 5.8 579 امدازہ بخرای میں بدل 5.9 605 امدازہ بخرای میں بدل 6.5 605 میں بدل کا میں بدل 6.1 625 امدازہ بحقی کی ہوئے ہوئے کی ہوئے کی ہوئے ہوئے ہوئے کی ہوئے ہوئے ہوئے ہوئے ہوئے ہوئے ہوئے ہوئے	ر با		
516 اندازه بذرایید تثانای مجموعها 534 5.5 5.6 5.5 5.5 5.5 5.5 5.5 5.5 5.5 5.5 5.6 5.6 5.6 5.6 5.6 5.6 5.6 5.7 5.8 5.8 5.8 5.8 5.8 5.9 5.9 5.0 605 606 605 606			
534 ريمان مجموع اور قطعي تحمالت 5.5 561 خصوصيات، رقب، اور اوسط قيت سمئله 5.6 578 خصوصيات، رقب، اور اوسط قيت سمئله 5.7 579 5.8 605 5.8 605 5.9 605 6.05 605 6.05 605 6.05 605 6.05 605 6.06 626 6.1 627 6.1 640 معنیات کے قی رقب 640 معنیات کے قبلیت والا مرحد 640 معنیات کے قبلیت والا اور چھلا 648 معنیات کی اسائیل اور چھلا 650 معنیات کی اسائیل اور و توبیل اور قی مرکز کمیت 660 معنیات کی اسائیل اور قی مرکز کمیت 660 معنیات کی اسائیل اور قی مونی استعال اور قبل مونی استعال			
561 فصوصیات، رتب، اور اوسط قیت مسئل 5.6 578 5.7 5.7 579 5.8 5.8 605 5.9 5.9 605 5.0 5.10 625 605 6.1 626 6.2 6.1 627 6.2 6.2 640 6.2 6.3 640 6.3 6.3 663 6.4 6.5 664 6.5 6.5 665 6.6 6.6 6.6 670 6.2 6.4 687 6.3 6.4 688 6.5 6.6 689 6.6 6.7 710 6.8 6.8 731 6.8 6.9 740 6.10 6.5 755 7 10 6.10	ه بذرایعه متنائلی مجموعه	5.4 انداز	
578 بنیادی سئلد 5.7 5,10 5.8 5.8 5.8 5.8 6.0 5.8 6.0 5.9 5.9 6.0 5.9 6.0 5.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.1 6.2 6.2 6.2 6.1 6.2 6.3	ی مجموعے اور قطعی تکملات	5.5 ريمار	
599 قطع کمل میں برل 5.8 605 5.9 605 5.9 605 5.10 625 5.10 625 6.1 629 6.1 640 7 6.2 6.2 6.3 6.2 6.4 6.3 6.5 6.4 6.6 6.5 6.6 6.9 6.7 6.7 7 6.7 7 6.8 7 6.9 6.0 6.0 6.1 6.9 6.9 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0			
605 اعدادی گلل 5.9 605 تاعدہ و و و زفتہ 5.10 625 تاعدہ و و و زفتہ 6.1 626 مخدیات کے ختی رقبی ہوئے کلیات والا سرحد 6.1 629 منایاں کاٹ کر تیم کی طاش 640 شایل کاٹ کر تیم کی طاش 642 6.2 643 المحافظ اللہ ہوئے کی کی طاش 663 المحافظ اللہ ہوئے کی لہائیاں 664 معند الرا و در کر کہتے ہے۔ 665 معید الرا و در کر کہتے 667 المحافظ اللہ ہوئے ہوئے کی لہائیاں 668 المحافظ اللہ ہوئے کی لہائیاں اور قوت بیال اور قوت بیال اور قوت بیال ور قوت ور قوت ور قوت ور قوت ور قوت و			
605 اعدادی گلل 5.9 605 تاعدہ و و و زفتہ 5.10 625 تاعدہ و و و زفتہ 6.1 626 مخدیات کے ختی رقبی ہوئے کلیات والا سرحد 6.1 629 منایاں کاٹ کر تیم کی طاش 640 شایل کاٹ کر تیم کی طاش 642 6.2 643 المحافظ اللہ ہوئے کی کی طاش 663 المحافظ اللہ ہوئے کی لہائیاں 664 معند الرا و در کر کہتے ہے۔ 665 معید الرا و در کر کہتے 667 المحافظ اللہ ہوئے ہوئے کی لہائیاں 668 المحافظ اللہ ہوئے کی لہائیاں اور قوت بیال اور قوت بیال اور قوت بیال ور قوت ور قوت ور قوت ور قوت ور قوت و	^ت کمل میں بدل	5.8 قطعی	
 5.10 تاعدہ ذوزنقہ 5.10 تاعدہ ذوزنقہ 625 تاعدہ ذوزنقہ 6.1 منحنیات کے ﷺ رقبہ 6.1 منحنیات کے ﷺ رقبہ 6.1 تبدیل ہوتے کلیات والا سرحد 6.2 منیاں کاٹ کر جم کی تلاش 6.3 اجمام طواف کے جم ہے قرص اور چھلا 6.4 منتوی منحنیات کی لمبائیاں 6.5 مستوی منحنیات کی لمبائیاں 6.6 میار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.8 میار اثر اور مرکز کمیت 6.9 وسطانی مرکز 6.7 میار اثر اور قوت سیال اور قوت سیال 6.10 میادرائی تفاعل 			
625 متخدیات کے نی رقبہ 6.1 629 متخدیات کے اتا والا سرحد 6.0 ہوتے کلیات والا سرحد 6.2 کلیاں کاٹ کر جم کی تلاش 6.3 گیاں کاٹ کر جم کی تلاش 6.4 ہوائے کے جم ہے قرص اور چھلا 6.5 محفیات کی لمبائیاں 6.6 محفیات کی لمبائیاں 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.8 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.8 کام 731 دیار کی قش اور وقیت سیال اور قوت سیال اور قوت سیال اور قوت سیال اور وقیر سیعال اور وقیر سیعال اور وقیر شعول استعال الحد الحد الحد الحد الحد الحد الحد ال			
625 متخدیات کے نی رقبہ 6.1 629 متخدیات کے اتا والا سرحد 6.0 ہوتے کلیات والا سرحد 6.2 کلیاں کاٹ کر جم کی تلاش 6.3 گیاں کاٹ کر جم کی تلاش 6.4 ہوائے کے جم ہے قرص اور چھلا 6.5 محفیات کی لمبائیاں 6.6 محفیات کی لمبائیاں 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.8 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.8 کام 731 دیار کی قش اور وقیت سیال اور قوت سیال اور قوت سیال اور قوت سیال اور وقیر سیعال اور وقیر سیعال اور وقیر شعول استعال الحد الحد الحد الحد الحد الحد الحد ال		کا ب	_
629 تدريل ہوتے کليات والا سرحد 640 6.2 640 6.2 6.3 6.3 6.4 6.3 6.5 6.4 6.6 6.5 6.7 6.6 6.8 6.9 6.7 6.7 711 6.8 731 6.8 731 6.0 740 6.10 755 30	0_0		6
640 گیاں کاٹ کر قجم کی طاش 648 اجمام طواف کے قجم۔ قرص اور چھلا 65 اجمام طواف کے قجم۔ قرص اور چھلا 65 6.4 676 شوی متحدیات کی لمبائیاں 687 6.6 689 6.7 70 معیاد اثر اور مرکز کمیت 67 6.71 711 0.71 68 6.71 716 وسطانی مرکز 6.8 مارائی نقاعل اور قیر نمونی استعال 740 مادرائی نقاعل			
648 اجمام طواف کے تجم ۔ قرص اور چھلا 6.3 663 شکلی چھلے 6.4 676 مستوی منحنیات کی لمبائیاں 6.5 687 6.6 6.9 699 6.7 6.7 711 6.7 7 688 7.1 6.8 731 6.8 7 740 بنیادی نقش اور دیگر نمونی استعال 6.10 755 ماورائی نقاعل 7	. 6 تبديل ہوتے قليات والا سرحد	1.1	
663 بکی چیلے 6.4 676 مستوی منحنیات کی لمبائیاں 6.5 687 6.6 6.6 699 6.7 6.7 711 6.7 7 711 6.7 7 711 6.8 7 710 6.8 7 8 731 9 6.0 6.0 740 6.10 6.10 6.10) کاٹ کر بم کی تلاش	6.2 تليار	
676 مستوی منحنیات کی لمبائیاں 687 6.5 688 6.6 699 6.7 70 معیاد اثر اور مرکز کمیت 6.7 6.7.1 70 6.8 731 8 740 6.10 755 ماورائی تفاعل	•		
687 شطح طواف کا رقبہ 699 6.7 711 6.7 711 6.7.1 716 9 6.8 731 700 6.10 701 6.10 702 6.10 703 6.10 704 6.10 705 6.10 706 6.10 707 6.10	663	6.4 نککی	
6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر الله 6.8 کام 6.8 کام 6.9 فشار سیال اور قوت سیال 6.9 فشار سیال اور قوت سیال 6.10 نیادی نقش اور دیگر نمونی استعال 6.10 کم اورائی نقاعل 7 ماورائی نقاعل 7	کی منحنیات کی لمبائیاں	6.5 مىتو	
6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر الله 6.8 کام 6.8 کام 6.9 فشار سیال اور قوت سیال 6.9 فشار سیال اور قوت سیال 6.10 نیادی نقش اور دیگر نمونی استعال 6.10 کم اورائی نقاعل 7 ماورائی نقاعل 7	طواف کار قبر	, E 6.6	
711			
716			
731			
740			
	755	، . ک جیما	7
			/

عـــنوان

قدرتی لوگار تھم	7.2	
قوت نمائی تفاعل	7.3	
807 $\log_a x$ let a^x	7.4	
افغرائش اور تنزل	7.5	
قاعده لهويييال	7.6	
اضافی شرح نمو	7.7	
7.7.1 ترقیمی اور شانکی علاش		
الث تكونياتى تفاعل	7.8	
الٹ تکونیاتی تفاعل کے تفرق؛ تکمل	7.9	
ہذالولی تفاعل	7.10	
يك رتبي تفرقي مساوات	7.11	
يوگر كى اعداد كى تركيب؛ ميدان ڈھلوان	7.12	
المريق 43	تکمل کے	8
ر تمکن کے بنیادی کلیات	8.1	
تكمل بالحصص		
964	0.2	
974	8.3	
كونياتى بدلُ	8.4	
حبدول کنمل اور کمپیوٹر	8.5	
	8.6	
ير ۷ ب	0.0	
ىلىل 1043	لا متناہی ^{تش}	9
اعداد کی ترتیب کی حد	9.1	
ترتیب کے حد تلاش کرنے کے مسئلے	9.2	
لامتناي تسلسل	9.3	
غیر منفی اجزاء والے تسلسل کا تکملی پر کھ	9.4	
یر غیر منفی اجزاء کے تسلسل کے تقابلی پر کھ	9.5	
یر منفی اجزاء کے شکسل کا تنابی اور جذری پر کھ	9.6	
بیر کی ابراء کے سطح ما بی اور جدری چرھی ۔		
بدليا مشكل الشكل اور مشروط الرتفازي	9.7 9.8	
	9.8	
پیر اور مقلان مسلس کا از تکاز؛ خلل کے اندازے	9.9 9.10	
یر من کار نظر: کس کے انداز کے	9.10	
طاق عن کے استعمال	9.11	
ھے، منحنی مقدار معلوم اور قطبی محدد	مخروطی ح	10
ے میں مدیر کا ہوتے ہی گئی۔ مخروطی چھے اور دو قدری مساواتیں	10.1	_
ر کون کے افراد کر معروبات کا معاقب بندی ۔	10.2	

ا ضیمہ اول 1243 ب ضیمہ دوم

ديباجيه

ہے کتاب اس امید سے ککھی گئی ہے کہ ایک دن اردو زبان میں انجینئر کی پڑھائی جائے گی۔اس کتاب کا مکمل ہونا اس ست میں ایک اہم قدم ہے۔ طبیعیات کے طلبہ کے لئے بھی ریم کتاب مفید ثابت ہوگی۔

اس کتاب کو Ubuntu استعال کرتے ہوئے XeLatex میں تشکیل دیا گیا ہے۔

درج ذیل کتاب کو سامنے رکھتے اس کو لکھا گیا ہے

Calculus and Analytic Geometry George B. Thomas, Jr Ross L. Finney

جبکہ اردو اصطلاحات چننے میں درج ذیل لغت سے استفادہ کیا گیا۔

- http://www.urduenglishdictionary.org
- $\bullet \ \, \rm http:/\!/www.nlpd.gov.pk/lughat/$

آپ سے گزارش ہے کہ اس کتاب کو زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچائیں اور کتاب میں غلطیوں کی نشاندہی میرے برتی پیتہ پر کریں۔میری تمام کتابوں کی مکمل XeLatex معلومات

 $https:/\!/www.github.com/khalidyousafzai$

سے حاصل کی جاسکتی ہیں جنہیں آپ مکمل اختیار کے ساتھ استعال کر سکتے ہیں۔ میں امید کرتا ہوں کہ طلبہ و طالبات اس کتاب سے استفادہ ہوں گے۔

خالد خان يوسفر کی

5 جون <u>2019</u>

میری پہلی کتاب کادیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومتِ پاکستان اعلی تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلی تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلٰی تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔دنیا میں مخقیق کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں یائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ کرتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان ازخود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھر پور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ہم نے قومی سطح پر الیا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں گی۔

میں برسول تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ پھے کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں بیہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعال ہونے والے تکنیکی الفاظ ہی استعال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روز مرہ میں استعال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی الفاظ کی چنائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الا توامی نظام اکائی استعال کی گئے ہے۔ ہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظامِ تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائح ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اس مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہو گی۔

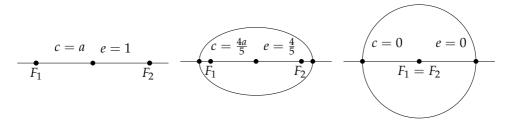
امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجنیئر نگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعال کی جائے گی۔اردو زبان میں برتی انجنیئر نگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔ اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری ای-میل پر کریں۔میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

اس کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے بی سر زد ہوئی ہیں البتہ انہیں درست کرنے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔ میں ان سب کا شکر یہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

میں بہال کامسیٹ یونیور سٹی اور ہائر ایجو کیشن کمیشن کا شکرید ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سر گرمیاں ممکن ہوگیں۔

خالد خان يوسفر كي

2011 كتوبر _2011



شکل 10.41: اگر ک کو 0 سے بڑھا کر a کیا جائے تب ترخیم کی صورت دائرہ سے کلیر کی ہو جاتی ہے۔

10.2 سنک لے لحاظ سے مخروط حصوں کی جماعت بندی

ہم ہر مخروط حصہ کے ساتھ ایک عدد منسلک کر سکتے ہیں جس کو مخروط حصے کا سنک کہتے ہیں۔ سنک سے مخروط حصے کی قشم (دائرہ، ترخیم، قطع مکافی یا قطع زائد) معلوم کی جاسکتی ہے۔ ترخیم اور قطع زائد کی صورت میں بید عدد مخروط کی عمومی جسامت کی معلومات بھی فراہم کرتا ہے۔

سنك

اگرچ مرکز سے ماسکہ تک فاصلہ C درج ذیل مساوات میں نہیں پایا جاتا ہے

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > b)$$

 $c \leq c \leq a$ ہے موہ کے لئے ہم کو $c \leq a$ ہے معلوم کر سکتے ہیں۔ اگر $a \neq c$ کو مستقل رکھ کر $c \leq c \leq a$ ہو وقفہ $c \leq c \leq c \leq c$ ہوگا جبکہ تبدیل کیا جائے تب حاصل ترخیم کی صورت بھی تبدیل ہوگی (شکل 10.41)۔ اگر $c = c \leq c \leq c$ ہو تب رائی اور ماسکے ایک دوسرے کے اوپر ہوں گے اور ترخیم ایک سیدھی کئیر کی صورت اختیار کر ہوگا گئیر گئی میں گئیر گئی میں کرے گئیہ گئیر گئی میں کرنے گئیہ کرنے گئیہ کرنے گئیہ گئیر گئی میں کرنے گئیہ کرنے گئیہ کے کہ کرنے گئیہ کرنے گئیہ کرنے گئیہ کی کرنے گئیہ کرنے گئی کرنے گئیہ کرنے گئی کرنے گئیہ کرنے گئیر کی کرنے گئیں کرنے گئیہ کرنے گئی کرنے گئی کرنے گئیہ کرنے گئیہ کرنے گئیہ کرنے گئی کرنے گئیہ کرنے گئی کرنے

ہم کا اور a کی نسبت سے ترخیم کی صورت بیان کرتے ہیں۔ یہ نسبت ترخیم کی سنگ کہلاتی ہے۔

$$\frac{19}{\sqrt{a^2}}$$
 کی سنگ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $(a > b)$ کی نظم $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$

eccentricity¹⁹

بدول 10.2: سورج کے گرد سیاروں کے مداروں کی سنگ	روں کی سنک	وں کے مدا	کے گرد سیار	: سورج ـ	يدول 10.2	,
--	------------	-----------	-------------	----------	-----------	---

		•	1-		•			
يلوثو	فيبيجون	بورائس	زخل	مشتري	مريخ	ز مین	ز هر ه	عطاره
0.25	0.01	0.05	0.06	0.05	0.09	0.02	0.01	0.21

نظام شمسی میں سورج کے گرد سیاروں کا مدار ترخیمی ہے۔ جیسیا جدول 10.2 میں ان مدار کی سنگ سے دیکھا جا سکتا ہے بیے زیادہ تر تقریباً دائری ہیں۔ پلوٹو کا مدار بہت سنگی ہے اور اس کی سنگ e = 0.21 ہے۔ اس طرح عطارہ کی سنگ 0.21 ہے۔ نظام شمسی کے دیگر ارکان کے مدار مزید زیادہ سنگی ہیں۔ مثال کے طور پر سیارچہ آ تکارس جو تقریباً 1.4 کلومیٹر چوڑا اور سورج کے گرد 409 زیٹن دنوں میں ایک چکر کا ثنا ہے کی سنگ 0.83 ہے۔

مثال 10.6: وم دار ستارہ ہالی کا مدار 36.18 فلکیاتی اکائیاں کہا اور 9.12 فلکیاتی اکائیاں چوڑا ہے۔ فلکیاتی اکائی سے مراد زمین کے مدار کے نصف اکبر محور کی کمبائی ہے جو 597 870 کلومیٹر ہے۔ اس کی سک

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{\sqrt{(36.18/2)^2 + (9.12/2)^2}}{36.18/2} \approx 0.97$$

قطع مکافی کا ایک ماسکہ اور ایک ناظمہ ہوتے ہیں جبکہ ترخیم کے دو ماسکے اور دو ناظمہ ہوتے ہیں جو محور اکبر کے متوازی، مرکز سے $rac{a}{e}$ فاصلے پر ہوتے ہیں۔ قطع مکافی کی ایک خاصیت درج ذیل ہے

$$(10.12) NF = 1 \cdot ND$$

یعنی ترخیم پر کسی بھی نقط N کا ماسکہ سے فاصلہ اور N کا ناظمہ پر قریبی نقط D سے فاصلہ ایک جیبیا ہو گا۔ ترخیم کے لئے یہ دکھایا جا سکتا ہے کہ مساوات 10.12 کی جگہ درج ذیل ہو گا۔

$$(10.13) NF_1 = e \cdot ND_1, NF_2 = e \cdot ND_2$$

 D_2 یبال D_1 تریب ترین نقط ہے، E_1 اور E_2 ماسکے بیں اور ناظمہ پر E_3 کریب ترین نقط E_4 اور E_5 میں۔

مساوات 10.13 کے دونوں اجزاء میں ماسکہ اور ناظمہ میں مطابقت لازی ہے، لیخی، اگر ہم N سے F_1 تک فاصلہ لیں تب ہم N سے ناظمہ تک فاصلہ لیتے ہوئے ترخیم کا وہ ناظمہ لیس گے جو ترخیم کے ای ہاتھہ ہو۔ ناظمہ $x=-rac{a}{e}$ اور ماسکہ $x=-rac{a}{e}$ مطابقت رکھتے ہیں۔ $x=rac{a}{e}$ مرکھتے ہیں۔

قطع زائد کی سنگ بھی $e=rac{c}{a}$ ہو گی۔ مزید ترخیم کی سنگ کے باکہ ترخیم کی سنگ کے باکہ ہو گی۔ مزید ترخیم کی سنگ کے برنگس، قطع زائد کی سنگ ہر صورت 1 سے زیادہ ہو گی۔

تعریف: قطع زائد
$$\frac{x^2}{b^2} = \frac{y^2}{b^2} = 1$$
 کی سک درج زیل ہو گی۔

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}$$

تر خیم اور قطع زائد دونوں میں ماسکوں کے نی فاصلہ اور راس کے نی فاصلہ کا نسبت، سنک کے برابر ہو گا۔

تر خیم میں راس دور اور ماسکے قریب ہوتے ہیں اور ان کی نسبت 1 سے کم ہوتی ہے۔ قطع مکانی میں ماسکے دور اور راس قریب ہوتے ہیں للذا سک 1 سے زیادہ ہوتا ہے۔

مثال 10.7: ایک ترخیم کی سک 0.8 اور ماسکے $(0,\pm7)$ بیں۔ اس کے راس علاش کریں۔

 a عل: چونکہ $e=rac{c}{a}$ ہجاں $(0,\pm a)$ ہجاں کے جہاں

$$a = \frac{c}{e} = \frac{7}{0.8} = 8.75$$

يعني (0, ±8.75) ہو گا۔

مثال 10.8: قطع زائد $5x^2 - 16y^2 = 144$ کی سک معلوم کریں۔

حل: ہم قطع زائد کی مساوات کے دونوں اطراف کو 144 سے تقیم کرکے معیاری مساوات حاصل کرتے ہیں۔

$$\frac{9x^2}{144} - \frac{16y^2}{144} = 1, \implies \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

یں $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{16+9}=5$ ہو گا جس سے درج ذیل ماتا ہے۔ $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{16+9}=5$ ہو گا جس سے درج ذیل ماتا ہے۔

$$e = \frac{c}{a} = \frac{5}{4}$$

ترخیم کی طرح یہاں بھی دکھایا جا سکتا ہے کہ کلیریں
$$x=\pmrac{a}{e}$$
 تطبع زائد کے ناظمہ ہوں گے، یعنی:

(10.14)
$$NF_1 = e \cdot ND_1, \quad NF_2 = e \cdot ND_2$$

یباں قطع زالد پر N کوئی نقطہ ہے، F_1 اور F_2 ماسکے ہیں جبکہ ناظمہ پر N کے قریب ترین نقطے D_1 اور D_2 ہیں۔

تصویر مکمل کرنے کی خاطر ہم قطع مکافی کی سنگ کی تعریف e=1 لیتے ہیں۔ مساوات 10.12 تا مساوات 10.14 کو یوں ایک ہی روپ $NF=e\cdot ND$

تعریف: قطع مکافی کی سنک e=1 ہے۔

ماسکہ اور ناظمہ کی مساوات NF = $e \cdot ND$ ، قطع مکافی، ترخیم اور قطع زائد کو ایک دوسرے کے ساتھ درج ذیل طریقہ سے ملاتا ہے۔

ضمیمها ضمیمه اول

ضمیمه به ضمیمه د وم