احصاء اور تحليلي جيوميٹري

خالد خان يوسفز. كي

جامعہ کامسیٹ، اسلام آباد khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

Vii																										,	يباچ	,
ix																						4	یبادٍ	، کا د	ناب	پہلی کہ انجابی کن	يىرى	•
1																							٠	لمومات	، مع	ابتدائی	1	L
1																		خط	تى :	حقية	اور	راد	اعد	حقيقي		1.1		
15																										1.2		
32																							Ĺ	تفاعل		1.3		
54																					غلى	انمذ	م کی	ترسيم		1.4		
74																					بل	نفاء	ائی اِنی	بنكوني		1.5		
95																								/		حدود ا	2)
95																										2.1		
113															٠.		عد	قواه	کے	ئے ۔	_,	پ کر	لاثر	פנ "		2.2		
126																										2.3		
146																										2.4		
165																							ار	استمر		2.5		
184	١.																					Į	ی ز	مماسح		2.6		
199)																									تفرق	3	Ł
199)																				ت ,	تف	K,	تفاعل		3.1	-	
221																					رں	, زق	ی ہ ِ تفر	عا ر قواعد		3.2		
240																										3.3		
257																										3.4		
277																										3.5		
294																										3.6		
310) .																			ىلى	تبد	ح .	شرر	د گیر		3.7		

عـــنوان

 325 340 340 341 340 341 352 363 364 374 385 386 387 391 44 391 45 46 47 46 47 48 51 52 53 54 55 55 56 57 57 58 58 59 605 605 605 70 7		تفرق کا استعال	4
 356 368 368 368 368 368 368 368 368 368 37 40 44 45 46 47 46 47 46 47 48 47 48 47 48 47 48 51 52 54 55 55 56 57 50 50 51 52 53 54 55 54 55 55 56 57 57 59 57 57 59 57 59 59 50 50<td></td><td></td><td></td>			
 356 368 368 368 368 368 368 368 368 368 37 40 44 45 46 47 46 47 46 47 48 47 48 47 48 47 48 51 52 54 55 55 56 57 50 50 51 52 53 54 55 54 55 55 56 57 57 59 57 57 59 57 59 59 50 50<td>اوسط قیمت</td><td>4.2 متله</td><td></td>	اوسط قیمت	4.2 متله	
 356 368 368 368 368 368 368 368 368 368 37 40 44 45 46 47 46 47 46 47 48 47 48 47 48 47 48 51 52 54 55 55 56 57 50 50 51 52 53 54 55 54 55 55 56 57 57 59 57 57 59 57 59 59 50 50<td>) انتهائی قیمتوں کا یک رتبی تفرقی پر کھ</td><td>4.3 مقائر</td><td></td>) انتهائی قیمتوں کا یک رتبی تفرقی پر کھ	4.3 مقائر	
 391. پرترین بتان کرد بر بر عالب ایزان با ایزان بتان کرد بر بر عالب ایزان بتان کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر تر تر قاصل کرد بر بر تر کرد بر بی بر کرد بر بر تر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر کرد بر بر بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر کرد بر بر بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر	356	3.1	
418 بیترین بنان 4.6 442 خط بخد کی اور تنو تات 47 خط بخد کی اور تر تات 47 خط بخد کی اور ریانسان نموند کئی 5 477 کسی محلت 5.1 489 کسی محلت 5.2 505 تعلق محلوات، ابتدائی قیت سئلے، اور ریانسانی نموند کئی 5.3 505 محل بدراید شرکی کی تابدر کی کان محلد 5.6 534 بدرای مجرد عادر افعلی محلد 5.5 551 اعدادی محلد 5.6 578 بیادی محلد 5.7 599 بیادی محلد 5.8 605 بیادی محلد 5.9 605 بیادی محلد 5.10 625 محلی بیادی محلد 6.1 625 محلی مدور فیت قیل کان کر تیم کی طاش 6 626 محلی کان کان کر تیم کی طاش 6 640 محلی کان کان کر تیم کی طاش 6.3 650 بیادی کان کان کر تیم کی طاش 6.5 661 محلی کان کان کر تیم کی طاش 6.6 662 محلی محلی افراد کار تیم کان کیسی افراد کان کی افراد کان کان کان کر کیم کی طاش 6.7 711	اور y'' کے ساتھ ترسیم	y' = 4.4	
442 غط بدی کا اور تو تات 465 خیر توشی کلداد 477 4.8 477 5.1 477 5.1 489 5.1 5.2 تقری سادان، ابتدائی تیب سنت، اور ریاضیاتی موند شی 5.3 5.2 5.5 کلی بذریع ترایب بدل ر تنجری تاتده کلیت 5.6 کسی بدل و تنجی کلیت 5.7 بنیادی سنت 5.8 کسی کلی سیل 6.5 کسی کلی سیل 6.5 کسی کلی سیل 605 سی کلی سیل 625 سی کلی سیل 626 سیل 627 سیل 628 سیل 629 سی کلی سیل 630 سی کلی سیل 640 سیل 65 سیل 660 سیل 660			
465 ریب نیوش 4.8 477 کل کا 477 خیر تطبی محملات 5.1 489 خیر تطبی محملات 5.2 5.2 تفری براید ترکیب بدل ر تیجری تامیده کا الت اطارت 5.3 5.6 کل کل 5.6 کل کل 5.6 کل کل 5.6 کل کل 5.7 خیر در اوسط آیت سئل 5.7 580 کس کس 605 کس کس 606 کس کس 607 کس کس 608 کس کس 609 کس کس 600 کس کس 600 کس کس 600 کس کس			
477 گل قریق الطاق الله 5.1 489 قریق ساوات، ابتدائی آیت سئط، اور ریاضیاتی موند آشی 5.2 505 تغیلی سرایید تزایی بدر اید تغییری تاعده کا الت اطلاق 5.3 516 تغیلی شریعید تزایی بدر اید تغییری تاعده کا الت اطلاق 5.4 54 اندازه بذر اید شای گموید 5.5 561 تغیادی مسئلد 5.6 578 تغیادی مسئلد 5.7 599 تغیادی مسئلد 5.8 605 تغیادی مسئلد 5.9 605 تغیادی مسئل 5.9 605 تغیادی مسئل 6.1 625 تغیادی مسئل 6.1 629 تغیادی وزاند 6.2 640 مینان کارتج کی کات والا سرحد 6.2 648 تغیال کات کر جم کی حال ال سرح الحال المراح و المراح المراح و الحال المراح و المراح المراح المراح و المراح المراح المراح و المراح المراح و المراح المراح المراح و المراح المراح المراح و المراح			
477 غیر تطعی محملات 5.1 489 ترق سدادات، ابتدائی تیت سخی، اور ریاضیاتی نموند کشی 5.2 505 تعلی بدرایید ترکیب بدل. و نیجری قاعده کا الت اطلاق 5.3 516 بخیری تعلی محمید 5.4 54 بخیری قاعده کا الت الت محمید 5.5 551 بخیری محمید 5.5 561 بخیری محمید 5.6 561 بخیری محمید 5.6 578 بخیری محمید 5.7 579 بخیری محمید 5.8 605 بخیری محمید 5.9 605 بخیری محمید و نوشی 6.5 625 بخیری محمید و نوشی محمید و نوش	ب نيو ئن	4.8 ترکیہ	
477 غیر تطعی محملات 5.1 489 ترق سدادات، ابتدائی تیت سخی، اور ریاضیاتی نموند کشی 5.2 505 تعلی بدرایید ترکیب بدل. و نیجری قاعده کا الت اطلاق 5.3 516 بخیری تعلی محمید 5.4 54 بخیری قاعده کا الت الت محمید 5.5 551 بخیری محمید 5.5 561 بخیری محمید 5.6 561 بخیری محمید 5.6 578 بخیری محمید 5.7 579 بخیری محمید 5.8 605 بخیری محمید 5.9 605 بخیری محمید و نوشی 6.5 625 بخیری محمید و نوشی محمید و نوش	477	کیل .	5
489 ترق سادات، ابتدائی آیت سلے، اور ریاضیاتی نمونہ گئی 505 تحل بذریعہ ترکیب بدل نرنیمی تامیدہ کا الٹ اطال تل 5.3 516 ندازہ بذریعہ تنایس مجموعہ اور قطعی محملات 5.4 534 ندازہ بذریعہ تنایس مجموعہ اور قطعی محملات 5.5 551 5.6 562 نصوعیات، رقب، اور اوسط قیت سئلہ 5.7 578 نیادی سئلہ 5.8 579 5.8 605 5.8 605 5.9 605 تعدادی محملہ 6.5 605 تعدادی محملہ 6.5 625 تعدادی وزرنقہ 6.1 626 منحنیات کے فتی رتب 627 کمیل کا استعمال 6.1 640 منحنیات والا سرحم 640 کمیل سیل کا الے کر قبم کی سائل 7.5 640 کمیل سیل کی سیل کی سیل الے کہ اللے الیاں محملہ اللے الیاں اللے اللے اللے اللے اللے اللے اللے ال		•	5
505 کل بذراید ترایب بدل۔ زئیری قاعدہ کا الف اطلاق 5.3 516 امدازہ بذراید متاباتی تجویم 5.4 54 امدازہ بذراید متاباتی تجویم 5.5 55 ریمان تجویم اور قطعی محملات 5.6 576 بنیادی سئلہ 5.7 578 بنیادی سئلہ 5.8 579 بنیادی سئلہ 5.9 605 بعد الدی محمل میں بدل 6.0 605 اعدادی محمل میں بدل 6.1 625 اعدادی محمل میں بدل 6.2 626 محمل کا استعمال 6.1 640 منابع بات کے چھی رہیں 6.2 648 بدیل ہوت کیات وال سرحد 649 کیالی کاٹ کر تجی کی اجائیاں 6.3 650 معیاد اثر اور مرکز کہت 6.5 661 معیاد اثر اور مرکز کہت 6.7 70 میادی افتی اور ویت بیالی اور توت بیالی اور توت بیالی اور توت بیالی اور توت بیالی استعمال 6.8 740 ادرائی قیامل 6.70 755 ادرائی قیامل 6.70	ر با		
516 اندازه بذرایید تثانای مجموعها 534 5.5 5.6 5.5 5.5 5.5 5.5 5.5 5.5 5.5 5.5 5.6 5.6 5.6 5.6 5.6 5.6 5.6 5.7 5.8 5.8 5.8 5.8 5.8 5.9 5.9 5.0 605 606 605 606			
534 ريمان مجموع اور قطعي تحمالت 5.5 561 خصوصيات، رقب، اور اوسط قيت سمئله 5.6 578 خصوصيات، رقب، اور اوسط قيت سمئله 5.7 579 5.8 605 5.8 605 5.9 605 6.05 605 6.05 605 6.05 605 6.05 605 6.06 626 6.1 627 6.1 640 معنیات کے قی رقب 640 معنیات کے قبلیت والا مرحد 640 معنیات کے قبلیت والا اور چھلا 648 معنیات کی البائیاں 650 معنیات کی البائیاں 661 معنیات کی البائیاں 662 معنیات کی البائیاں 663 معنیات کی البائیات البائی اور قیت سیال اور قیت البائی البائی البائی البائی البائی البائی البائی البائی البائی			
561 فصوصیات، رتب، اور اوسط قیت مسئل 5.6 578 5.7 5.7 579 5.8 5.8 605 5.9 5.9 605 5.0 5.10 625 605 6.1 626 6.2 6.1 627 6.2 6.2 640 6.2 6.3 640 6.3 6.3 663 6.4 6.5 664 6.5 6.5 665 6.6 6.6 6.6 670 6.2 6.4 687 6.3 6.4 688 6.5 6.6 699 6.6 6.7 6.7 710 6.8 6.8 731 6.9 6.0 740 6.10 6.10 755 7 10 10	ه بذرایعه متنائلی مجموعه	5.4 انداز	
578 بنیادی سئلد 5.7 5,10 5.8 5.8 5.8 5.8 6.0 5.8 6.0 5.9 5.9 6.0 5.9 6.0 5.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.1 6.2 6.2 6.2 6.1 6.2 6.3	ی مجموعے اور قطعی تکملات	5.5 ريمار	
599 قطع کمل میں برل 5.8 605 5.9 605 5.9 605 5.10 625 5.10 625 6.1 629 6.1 640 7 6.2 6.2 6.3 6.2 6.4 6.3 6.5 6.4 6.6 6.5 6.6 6.9 6.7 6.7 7 6.7 7 6.8 7 6.9 6.0 6.0 6.1 6.9 6.9 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0			
605 اعدادی گلل 5.9 605 تاعدہ و و و زفتہ 5.10 625 تاعدہ و و و زفتہ 6.1 626 مخدیات کے ختی رقبی ہوئے کلیات والا سرحد 6.1 629 منایاں کاٹ کر تیم کی طاش 640 شایل کاٹ کر تیم کی طاش 642 6.2 643 المحافظ اللہ ہوئے کی کی طاش 663 المحافظ اللہ ہوئے کی لہائیاں 664 معند الرا و در کر کہتے ہے۔ 665 معید الرا و در کر کہتے 667 المحافظ اللہ ہوئے ہوئے کی لہائیاں 668 المحافظ اللہ ہوئے کی لہائیاں اور قوت بیال اور قوت بیال اور قوت بیال ور قوت ور قوت ور قوت ور قوت ور قوت و			
605 اعدادی گلل 5.9 605 تاعدہ و و و زفتہ 5.10 625 تاعدہ و و و زفتہ 6.1 626 مخدیات کے ختی رقبی ہوئے کلیات والا سرحد 6.1 629 منایاں کاٹ کر تیم کی طاش 640 شایل کاٹ کر تیم کی طاش 642 6.2 643 المحافظ اللہ ہوئے کی کی طاش 663 المحافظ اللہ ہوئے کی لہائیاں 664 معند الرا و در کر کہتے ہے۔ 665 معید الرا و در کر کہتے 667 المحافظ اللہ ہوئے ہوئے کی لہائیاں 668 المحافظ اللہ ہوئے کی لہائیاں اور قوت بیال اور قوت بیال اور قوت بیال ور قوت ور قوت ور قوت ور قوت ور قوت و	^ت کمل میں بدل	5.8 قطعی	
 5.10 تاعدہ ذوزنقہ 5.10 تاعدہ ذوزنقہ 625 تاعدہ ذوزنقہ 6.1 منحنیات کے ﷺ رقبہ 6.1 منحنیات کے ﷺ رقبہ 6.1 تبدیل ہوتے کلیات والا سرحد 6.2 منیاں کاٹ کر جم کی تلاش 6.3 اجمام طواف کے جم ہے قرص اور چھلا 6.4 منتوی منحنیات کی لمبائیاں 6.5 مستوی منحنیات کی لمبائیاں 6.6 میار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.8 میار اثر اور مرکز کمیت 6.9 وسطانی مرکز 6.7 میار اثر اور قوت سیال اور قوت سیال 6.10 میادرائی تفاعل 			
625 متخدیات کے نی رقبہ 6.1 629 متخدیات کے اتا والا سرحد 6.0 ہوتے کلیات والا سرحد 6.2 کلیاں کاٹ کر جم کی تلاش 6.3 گیاں کاٹ کر جم کی تلاش 6.4 ہوائے کے جم ہے قرص اور چھلا 6.5 محفیات کی لمبائیاں 6.6 محفیات کی لمبائیاں 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.8 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.8 کام 731 دیار کی قش اور وقیت سیال اور قوت سیال اور قوت سیال اور قوت سیال اور وقیر ستعال 740 ماورائی نقاعل			
625 متخدیات کے نی رقبہ 6.1 629 متخدیات کے اتا والا سرحد 6.0 ہوتے کلیات والا سرحد 6.2 کلیاں کاٹ کر جم کی تلاش 6.3 گیاں کاٹ کر جم کی تلاش 6.4 ہوائے کے جم ہے قرص اور چھلا 6.5 محفیات کی لمبائیاں 6.6 محفیات کی لمبائیاں 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.8 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.8 کام 731 دیار کی قش اور وقیت سیال اور قوت سیال اور قوت سیال اور قوت سیال اور وقیر ستعال 740 ماورائی نقاعل		کا ب	_
629 تدريل ہوتے کليات والا سرحد 640 6.2 640 6.2 6.3 6.4 6.4 6.5 6.5 6.6 6.6 6.6 6.7 6.6 6.8 6.7 711 6.8 731 6.8 740 6.0 755 6.0	0_0		6
640 گیاں کاٹ کر قجم کی طاش 648 اجمام طواف کے قجم۔ قرص اور چھلا 65 اجمام طواف کے قجم۔ قرص اور چھلا 65 6.4 676 شوی متحدیات کی لمبائیاں 687 6.6 689 6.7 70 معیاد اثر اور مرکز کمیت 67 6.71 711 0.71 68 6.71 716 وسطانی مرکز 6.8 مارائی نقاعل اور قیر نمونی استعال 740 مادرائی نقاعل			
648 اجمام طواف کے تجم ۔ قرص اور چھلا 6.3 663 شکلی چھلے 6.4 676 مستوی منحنیات کی لمبائیاں 6.5 687 6.6 6.9 699 6.7 6.7 711 6.7 7 688 7.1 6.8 731 6.8 7 740 بنیادی نقش اور دیگر نمونی استعال 6.10 755 ماورائی نقاعل 7	. 6 تبديل ہوتے قليات والا سرحد	1.1	
663 بکی چیلے 6.4 676 مستوی منحنیات کی لمبائیاں 6.5 687 6.6 6.6 699 6.7 6.7 711 6.7 7 711 6.7 7 711 6.8 7 710 6.8 7 731 10 6.0 740 6.10 6.10 755 10 6.10 7) کاٹ کر بم کی تلاش	6.2 تليار	
676 مستوی منحنیات کی لمبائیاں 687 6.5 688 6.6 699 6.7 70 معیاد اثر اور مرکز کمیت 6.7 6.7.1 70 6.8 731 8 740 6.10 755 ماورائی تفاعل	•		
687 شطح طواف کا رقبہ 699 6.7 711 6.7 711 6.7.1 716 9 6.8 731 700 6.10 701 6.10 702 6.10 703 6.10 704 6.10 705 6.10 706 6.10	663	6.4 نککی	
6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر الله 6.8 کام 6.8 کام 6.9 فشار سیال اور قوت سیال 6.9 فشار سیال اور قوت سیال 6.10 نیمادی نقش اور دیگر نمونی استعال 6.10 کم اورائی نقاعل 7 ماورائی نقاعل 7	کی منحنیات کی لمبائیاں	6.5 مىتو	
6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر الله 6.8 کام 6.8 کام 6.9 فشار سیال اور قوت سیال 6.9 فشار سیال اور قوت سیال 6.10 نیمادی نقش اور دیگر نمونی استعال 6.10 کم اورائی نقاعل 7 ماورائی نقاعل 7	طواف کار قبر	, E 6.6	
711			
716			
731			
740			
	755	، . ک جیما	7
			/

عـــنوان

قدرتی لوگار تھم	7.2	
قوت نمائی تفاعل	7.3	
807 $\log_a x$ let a^x	7.4	
	7.5	
قاعده گھوپیٹال کی میں میں میں میں میں ہوتی ہوتی ہوتی ہے ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔	7.6	
اضافی شرح نمو	7.7	
7.7.1 ترقیمی اور شانکی علاش		
الث تكونياتى تفاعل	7.8	
الٹ تکونیاتی تفاعل کے تفرق؛ تکمل	7.9	
ہذالولی تفاعل	7.10	
يك رتبي تفرقی مساوات	7.11	
يوگر كى اعداد كى تركيب؛ ميدان ڈھلوان	7.12	
المريق 43	ا تکمل کے	8
ر تمکن کے بنیادی کلیات	8.1	
تكمل بالحصص		
964	0.2	
974	8.3	
كونياتى بدلُ	8.4	
حبدول کمل اور کمپیوٹر	8.5	
	8.6	
, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	0.0	
ىلىل 1043	! لا مت ناہی ^{تن}	9
اعداد کی ترتیب کی حد	9.1	
ترتیب کے حد تلاش کرنے کے مسئلے	9.2	
لامتناي تسلسل	9.3	
غیر منفی اجزاء والے تسلسل کا تکملی پر کھ	9.4	
یر غیر منفی اجزاء کے تسلسل کے تقابلی پر کھ	9.5	
یر منفی اجزاء کے شکسل کا تنابی اور جذری پر کھ	9.6	
بیر کی ابراء کے سطح ما بی اور جدری چرھی ۔		
بدليا مشكل الشكل اور مشروط الرتفازي	9.7 9.8	
	9.8	
پیر اور مقلان مسلس کا از تکاز؛ خلل کے اندازے	9.9 9.10	
یر من کار نظر: کس کے انداز کے	9.10	
طاق عن کے استعمال	9.11	
ھے، منحنی مقدار معلوم اور قطبی محدد	ا مخروطی ج	0
ے میں مدیر کا ہوتے ہی گئی۔ مخروطی چھے اور دو قدری مساواتیں	10.1	•
ر می تعداد می از در معنون کا جماعت بندی	10.2	

1246																										
1261											يل	حصو	۲,	وپ	م ر	معلو	رار •	ے مقد	ن ک	ئنيات	وی منح	مستو	10.4	4		
1277	<i>'</i>															ت	تحنيا	وم من	ر معلو	مقدار	اء اور	احصا	10.:	5		
1291) محدد	قطبي	10.	6		
1303	3																	(تر سیم	میں) محدد	فطبي	10.	7		
1318	3															ت	ساوا	طبی م	کے قد	ر ول _	ط حصو	مخرو	10.	8		
1319					 													. 4		دا	10.8	3.1				
132	3																					,	ميميه اول	خ	,	
132																						C	, پنگه اور		,	
132	2.5																					^	میمه دو	ۻ	ب	

ديباجيه

ہے کتاب اس امید سے ککھی گئی ہے کہ ایک دن اردو زبان میں انجینئر کی پڑھائی جائے گی۔اس کتاب کا مکمل ہونا اس ست میں ایک اہم قدم ہے۔ طبیعیات کے طلبہ کے لئے بھی ریم کتاب مفید ثابت ہوگی۔

اس کتاب کو Ubuntu استعال کرتے ہوئے XeLatex میں تشکیل دیا گیا ہے۔

درج ذیل کتاب کو سامنے رکھتے اس کو لکھا گیا ہے

Calculus and Analytic Geometry George B. Thomas, Jr Ross L. Finney

جبکہ اردو اصطلاحات چننے میں درج ذیل لغت سے استفادہ کیا گیا۔

- http://www.urduenglishdictionary.org
- $\bullet \ \, \rm http:/\!/www.nlpd.gov.pk/lughat/$

آپ سے گزارش ہے کہ اس کتاب کو زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچائیں اور کتاب میں غلطیوں کی نشاندہی میرے برتی پیتہ پر کریں۔میری تمام کتابوں کی مکمل XeLatex معلومات

 $https:/\!/www.github.com/khalidyousafzai$

سے حاصل کی جاسکتی ہیں جنہیں آپ مکمل اختیار کے ساتھ استعال کر سکتے ہیں۔ میں امید کرتا ہوں کہ طلبہ و طالبات اس کتاب سے استفادہ ہوں گے۔

خالد خان يوسفر کی

5 جون <u>2019</u>

میری پہلی کتاب کادیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومتِ پاکستان اعلی تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلی تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلٰی تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔دنیا میں مخقیق کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں یائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ کرتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان ازخود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھر پور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ہم نے قومی سطح پر الیا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں گی۔

میں برسول تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ پھے کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں بیہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعال ہونے والے تکنیکی الفاظ ہی استعال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روز مرہ میں استعال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی الفاظ کی چنائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الا توامی نظام اکائی استعال کی گئے ہے۔ ہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظامِ تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائح ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اس مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہو گی۔

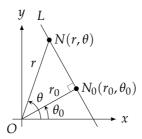
امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجنیئر نگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعال کی جائے گی۔اردو زبان میں برتی انجنیئر نگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔ اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری ای-میل پر کریں۔میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

اس کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے بی سر زد ہوئی ہیں البتہ انہیں درست کرنے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔ میں ان سب کا شکر یہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

میں بہال کامسیٹ یونیور سٹی اور ہائر ایجو کیشن کمیشن کا شکرید ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سر گرمیاں ممکن ہوگیں۔

خالد خان يوسفر كي

2011 كتوبر _2011



شكل 10.121: خط كى قطبى مساوات

10.8 مخروط حصول کے قطبی مساوات

چاند، سیارے، مصنوعی سیارے اور دم دار ستارے ترخیم، قطع مکانی اور قطع زائد پر حرکت کرتے ہیں۔ ان کی حرکت کو قطبی محدد میں ایک آسان مساوات سے ظاہر کیا جا سکتا ہے لمذا فلکیات اور فلکیاتی انجینئر کی میں قطبی محدد اہمیت رکھتے ہیں۔ ہم اس مساوات کو یہاں حاصل کرتے ہیں۔

خطوط

$$\frac{r_0}{r} = \cos(\theta - \theta_0)$$

يا

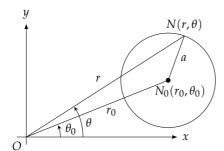
$$r\cos(\theta - \theta_0) = r_0$$

کھا جا سکتا ہے۔ خط کی معیاری قطبی مساوات

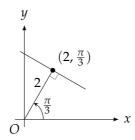
اگر مبدا سے خط L تک عمود نقطہ $N_0(r_0, heta_0)$ پر بیٹھتا ہو اور $0\geq 0$ ہو تب L کی مساوات درج ذیل ہو گی۔

$$r\cos(\theta - \theta_0) = r_0$$

مثال 10.123: مماثل مماثل $\cos(A-B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$ استعمال کرکے شکل 10.122 میں دیے خط کی صاوات تلاش کریں۔



شکل 10.123: دائری کی قطبی مساوات۔



شكل 10.122: خط برائے مثال 10.38

ىل:

$$r\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = 2$$

$$r\left(\cos\theta\cos\frac{\pi}{3} - \sin\theta\sin\frac{\pi}{3}\right) = 2$$

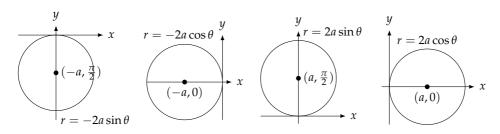
$$\frac{1}{2}r\cos\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}r\sin\theta = 2$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y = 2$$

$$x + \sqrt{3}y = 4$$

10.8.1 دائرے

ایک دائرہ جس کا مرکز $N_0(r_0, \theta_0)$ اور رداس a ہو کی قطبی مساوات حاصل کرنے کی خاطر ہم مثلث $N_0(r_0, \theta_0)$ پر قاعدہ کوسائن لاگو کرتے ہیں (شکل 10.123) جس سے درج ذیل حاصل ہو گا۔



شکل 10.124: کار تیسی محور پر مرکز والے دائروں کے قطبی مساوات۔

اگر دائرے کا مرکز مثبت درج محور پر پایا جاتا ہو تب مساوات 10.41 درج ذیل دے گا۔

$$(10.42) r = 2a\cos\theta$$

10.41 اگر دائرے کا مرکز شبت y محور پر پایا جاتا ہو تب $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ اور $\theta_0 = \sin \theta$ ہوں گے لہذا صادات 10.41 اگر دائرے کا مرکز شبت $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ ہیں جاتا ہو تب ورج ذیل دے گی۔

$$(10.43) r = 2a\sin\theta$$

مساوات 10.42 اور مساوات 10.43 میں r کی جگہ r پر کر کے ان دائروں کی مساواتیں حاصل ہوں گی جن کے مرکز منفی x محور یا منفی y محور پر ہوں (شکل 10.124)۔

مثال 10.39: مبداسے گزرتے ہوئے دائرے

رداس	مركز	مساوات
3	(3,0)	$r = 6\cos\theta$
2	$(2,\frac{\pi}{2})$	$r = 4\sin\theta$
$\frac{1}{2}$	$(-\frac{1}{2},0)$	$r = -\cos\theta$
1	$(-\overline{1},\frac{\pi}{2})$	$r = -2\sin\theta$

ترخيم، قطع مكافى اور قطع زائد يكجا

تر خیم، قطع مکافی اور قطع زائد کے قطبی مساوات معلوم کرنے کی خاطر ہم ایک ماسکہ کو مبدا پر رکھتے ہیں اور مطابقتی ناظمہ کو مبدا کے دائیں، انتصابی کئیر x=k پر رکھتے ہیں۔ یوں

$$NF = r$$

191

$$ND = k - FB = k - r\cos\theta$$

ہوں گے۔ یوں مخروط کی ماسکہ ناظمہ مساوات $NF=e\cdot ND$ درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے

$$r = e(k - r\cos\theta)$$

جس کو ۲ کے لئے حل کرتے ہیں:

$$(10.44) r = \frac{ke}{1 + e\cos\theta}$$

یہ مساوات e>1 کے لئے ترخیم، e=1 کے لئے تعظم مکانی اور e>1 کے لئے قطع زائد کو ظاہر کرتی ہے۔ اس طرح ترخیم، قطع مکانی اور قطع زائد کو ایک بی مساوات ظاہر کرتی ہے۔

ضمیمها ضمیمه اول

ضمیمه د وم