

احصاء اور تحليلي جيو ميٽري

خالد خان يوسفزاي

جامعہ کاميٽ، اسلام آباد

khalidyou safzai@comsats.edu.pk

عنوان

vii

دیباچہ

ix

میری پہلی کتاب کا دیباچہ

1	ابتدائی معلومات	1
1	حقیقی اعداد اور حقیقی خط	1.1
14	محدود، خطوط اور بڑھوتری	1.2
30	تفاعل	1.3
52	ترسیم کی منتقلی	1.4
72	تکوینیاتی تفاعل	1.5
93	حدود اور استمرار	2
93	تبدیلی کی شرح اور حد	2.1
110	حد تلاش کرنے کے قواعد	2.2
123	مطلوبہ قیمتیں اور حد کی باضابطہ تعریف	2.3
143	تصور حد کی توسیع	2.4
163	استمرار	2.5
181	مماسی خط	2.6
195	تفرق	3
195	تفاعل کا تفرق	3.1
217	قواعد تفرق	3.2
236	تبدیلی کی شرح	3.3
253	تکوینیاتی تفاعل کا تفرق	3.4
274	زنجیری قاعدہ	3.5
291	خفی تفرق اور ناطق قوت نما	3.6
308	دیگر شرح تبدیلی	3.7

323	4	تفرق کا استعمال
323	4.1	تفاعل کی انتہائی قیمتیں
337	4.2	مسئلہ اوسط قیمت
353	4.3	مقامی انتہائی قیمتوں کا ایک رتبی تفرقی پرکھ
353	4.3.1	پرکھ
365	4.4	y' اور y'' کے ساتھ ترسیم
388	4.5	$x \rightarrow \mp\infty$ پر حد، متقارب اور غالب اجزاء
415	4.6	بہترین بنانا
439	4.7	خط بندی اور تفرقات
460	4.8	ترکیب نیوٹن
471	5	تکمل
471	5.1	غیر قطعی تکملات
483	5.2	تفرقی مساوات، ابتدائی قیمت مسئلے، اور ریاضیاتی نمونہ کشی
499	5.3	تکمل بذریعہ ترکیب بدل۔ زنجیری قاعدہ کا الٹ اطلاق
511	5.4	اندازہ بذریعہ تنہائی مجموعہ
527	5.5	ریمان مجموعے اور قطعی تکملات
555	5.6	خصوصیات، رقبہ، اور اوسط قیمت مسئلہ
571	5.7	بنیادی مسئلہ
592	5.8	قطعی تکمل میں بدل
598	5.9	اعدادی تکمل
598	5.10	قاعدہ ذوزرقہ
617	6	تکمل کا استعمال
617	6.1	منحنیات کے بیچ رقبہ
621	6.1.1	تبدیل ہوتے کلیات والا سرحد
632	6.2	تکلیاں کاٹ کر حجم کی تلاش
639	6.3	اجسام طواف کے حجم۔ قرص اور چھلا
654	6.4	تکلی چھلے
667	6.5	مستوی منحنیات کی لمبائیاں
677	6.6	سطح طواف کا رقبہ
689	6.7	معیار اثر اور مرکز کمیت
701	6.7.1	وسطانی مرکز
706	6.8	کام
720	6.9	فشار سیال اور قوت سیال
730	6.10	بنیادی نقش اور دیگر نمونی استعمال
743	7	ماورائی تفاعل
744	7.1	الٹ تفاعل اور ان کے تفرق

762	قدرتی لوگار تھم	7.2
779	قوت نمائی تفاعل	7.3
794	$\log_a x$ اور a^x	7.4
805	افزائش اور تنزل	7.5
819	قاعدہ لھوپیٹال	7.6
835	اضافی شرح نمو	7.7
840	7.7.1 ترتیبی اور شمائی تلاش	
846	الٹ نکتہ بنائی تفاعل	7.8
862	الٹ نکتہ بنائی تفاعل کے تفرق؛ مکمل	7.9
879	بدلولی تفاعل	7.10
900	یک رتبی تفرقی مساوات	7.11
918	یولر کی اعدادی ترکیب؛ میدان ڈھلوان	7.12

929	8 مکمل کے طریقے	
929	8.1 مکمل کے بنیادی کلیات	
945	8.2 مکمل بالخص	
950	8.2.1 بار بار استعمال	
959	8.3 جزوی کسر	
974	8.4 نکتہ بنائی بدل	
985	8.5 جدول مکمل اور کمپیوٹر	
1002	8.6 غیر مناسب مکمل	

1029	9 لامتناہی تسلسل	
1029	9.1 اعداد کی ترتیب کی حد	
1048	9.2 ترتیب کے حد تلاش کرنے کے مسئلے	
1064	9.3 لامتناہی تسلسل	
1083	9.4 غیر منفی اجزاء والے تسلسل کا تکمیلی پرکھ	
1093	9.5 غیر منفی اجزاء کے تسلسل کے تقابلی پرکھ	
1103	9.6 غیر منفی اجزاء کے تسلسل کا کتابی اور جذری پرکھ	
1115	9.7 بدلتا تسلسل، مطلق اور مشروط ارتکاز	
1129	9.8 طاقی تسلسل	
1145	9.9 ٹیلر اور مکملان تسلسل	
1156	9.10 ٹیلر تسلسل کا ارتکاز؛ غلغل کے اندازے	
1175	9.11 طاقی تسلسل کے استعمال	

1195	10 مخروطی حصے، منحنی مقدار معلوم اور قطعی محدود	
1195	10.1 مخروطی حصے اور دو قدری مساواتیں	
1219	10.2 سبک لے لحاظ سے مخروط حصوں کی جماعت بندی	

1229	10.3	دو درجی مساوات اور گھومنا
1243	10.4	مستوی منحنیات کے مقدار معلوم روپ کا حصول
1259	10.5	احصاء اور مقدار معلوم منحنیات
1273	10.6	قطبی محدود
1285	10.7	قطبی محدود میں ترسیم
1299	10.8	محروط حصوں کے قطبی مساوات
1300	10.8.1	دائرے
1314	10.9	قطبی محدود میں مکمل

1327	11	سمتیت اور خلا میں تجلیلی جیومیٹری
1327	11.1	مستوی میں سمتیت
1344	11.2	کار تہی (مستطیل) محدود اور فضا میں سمتیت
1351	11.2.1	کرہ
1361	11.3	ضرب نقطہ
1362	11.3.1	حساب
1376	11.4	صلیبی ضرب
1391	11.5	فضا میں خطوط اور مستوی

1405	جوابات
1407	ا ضمیمہ اول
1409	ب ضمیمہ دوم
1411	ج ضمیمہ تین
1413	د ضمیمہ چار
1415	ه ضمیمہ پانچ
1417	و ضمیمہ چھ
1419	ز ضمیمہ سات
1421	ح ضمیمہ آٹھ
1423	ط ضمیمہ آٹھ
1425	فرہنگ

دیباچہ

یہ کتاب اس امید سے لکھی گئی ہے کہ ایک دن اردو زبان میں انجینئری پڑھائی جائے گی۔ اس کتاب کا مکمل ہونا اس سمت میں ایک اہم قدم ہے۔
طبیعیات کے طلبہ کے لئے بھی یہ کتاب مفید ثابت ہو گی۔

اس کتاب کو Ubuntu استعمال کرتے ہوئے XeLatex میں تفصیل دیا گیا ہے۔

درج ذیل کتاب کو سامنے رکھتے اس کو لکھا گیا ہے

Calculus and Analytic Geometry
George B. Thomas, Jr
Ross L. Finney

جبکہ اردو اصطلاحات چننے میں درج ذیل لغت سے استفادہ کیا گیا۔

- <http://www.urduenglishdictionary.org>
- <http://www.nlpd.gov.pk/lughat/>

آپ سے گزارش ہے کہ اس کتاب کو زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچائیں اور کتاب میں غلطیوں کی نشاندہی میرے برقی پتہ پر کریں۔ میری
تمام کتابوں کی مکمل XeLatex معلومات

<https://www.github.com/khalidyouusafzai>

سے حاصل کی جاسکتی ہیں جنہیں آپ مکمل اختیار کے ساتھ استعمال کر سکتے ہیں۔ میں امید کرتا ہوں کہ طلبہ و طالبات اس کتاب سے استفادہ ہوں
گے۔

خالد خان یوسفزئی

5 جون 2019

میری پہلی کتاب کا دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومت پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔ دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔ انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ کرتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان از خود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔ یہ طلبہ و طالبات ذہن ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھرپور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔ میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔ کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعمال ہونے والے تکنیکی الفاظ ہی استعمال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روزمرہ میں استعمال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی الفاظ کی چٹائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی استعمال کی گئی ہے۔ اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظام تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہو گی۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجینئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعمال کی جائے گی۔ اردو زبان میں برقی انجینئرنگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری ای۔میل پر کریں۔ میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

اس کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے ہی سرزد ہوئی ہیں البتہ انہیں درست کرنے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔ میں ان سب کا شکریہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

میں یہاں کامیٹ یونیورسٹی اور ہائر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

خالد خان یوسفزئی

28 اکتوبر 2011

سوالات

خطوط اور سطحی قطعات

سوال 1 تا سوال 12 میں خطوط کی مقدار معلوم مساوات حاصل کریں۔

سوال 1: سمتیہ $i + j + k$ کا متوازی اور نقطہ $N(3, -4, -1)$ سے گزرتا خط۔

سوال 2: نقطہ $N(1, 2, -1)$ اور $Q(-1, 0, 1)$ سے گزرتا خط۔

سوال 3: نقطہ $N(-2, 0, 3)$ اور $Q(3, 5, -2)$ سے گزرتا خط۔

سوال 4: نقطہ $N(1, 2, 0)$ اور $Q(1, 1, -1)$ سے گزرتا خط۔

سوال 5: سمتیہ $2j + k$ کا متوازی اور مبدا سے گزرتا خط۔

سوال 6: نقطہ $N(3, -2, 1)$ سے گزرتا اور لکیر $x = 1 + 2t, y = 2 - t, z = 3t$ کا متوازی خط۔

سوال 7: محور z کا متوازی لکیر $(1, 1, 1)$ کا متوازی خط۔

سوال 8: نقطہ $(2, 4, 5)$ سے گزرتا اور سطح $3x + 7y - 5z = 21$ کا قائمہ خط۔

سوال 9: نقطہ $(0, -7, 0)$ سے گزرتا اور سطح $x + 2y + 2z = 13$ کا قائمہ خط۔

سوال 10: نقطہ $(2, 3, 0)$ سے گزرتا خط جو سمتیات $A = i + 2j + 3k$ اور $B = 3i + 4j + 5k$ کا قائمہ ہو۔

سوال 11: محور x

سوال 12: محور z

سوال 13 تا سوال 20 میں دیے گئے نقطوں کے بیچ قطعات کی مقدار معلوم مساوات معلوم کریں۔ محدودی محور کھینچ کر قطعات دکھائیں۔ بڑھتے ہوئے t کے رخ کی نشاندہی کریں۔

سوال 13: $(0, 0, 0)$ ، $(1, 1, 3/2)$

سوال 14: $(0, 0, 0)$ ، $(1, 0, 0)$

سوال 15: $(1, 0, 0)$ ، $(1, 1, 0)$

سوال 16: $(1, 1, 1)$ ، $(1, 1, 0)$

سوال 17: $(0, -1, 1)$ ، $(0, 1, 1)$

سوال 18: $(3, 0, 0)$ ، $(0, 2, 0)$

سوال 19: $(0, 2, 0)$ ، $(2, 0, 2)$

سوال 20: $(0, 3, 0)$ ، $(1, 0, -1)$

سطحیں

سوال 21 تا سوال 28 میں سطحیں کی مساوات تلاش کریں۔

سوال 21: نقطہ $N_0(0, 2, -1)$ سے گزرتا سمتیہ $n = 3i - 2j - k$ کا عمودی سطح۔

سوال 22: نقطہ $(1, -1, 3)$ سے گزرتا سمتیہ $3x + y + z = 7$ کا متوازی سطح۔

سوال 23: نقاط $(1, 1, -1)$ ، $(2, 0, 2)$ اور $(0, -2, 1)$ سے گزرتا سطح۔

سوال 24: نقاط $(2, 4, 5)$ ، $(1, 5, 7)$ اور $(-1, 6, 8)$ سے گزرتا سطح۔

سوال 25: نقطہ $N_0(2, 4, 5)$ سے گزرتا لکیر $x = 5 + t$ ، $y = 1 + 3t$ ، $z = 4t$ کا قائمہ سطح۔

سوال 26: نقطہ $A(1, -2, 1)$ سے گزرتا ہوا سطح جو مبدا سے A تک سمتیہ کا قائمہ ہو۔

سوال 27: خطوط $x = s + 2$ ، $y = 2s + 4$ ، $z = 4t + 3$ اور $x = 2t + 1$ ، $y = 3t + 2$ ، $z = 4t + 3$ کا نقطہ تقاطع تلاش کر کے وہ خط معلوم کریں جن میں یہ خطوط پائے جاتے ہیں۔

سوال 28: خطوط $x = t$ ، $y = -t + 2$ ، $z = t + 1$ اور $x = 2s + 2$ ، $y = s + 3$ ، $z = 5s + 6$ کا نقطہ تقاطع تلاش کر کے وہ خط معلوم کریں جن میں یہ خطوط پائے جاتے ہیں۔

سوال 29 اور سوال 30 میں متقطع خطوط سطح تعین کرتے ہیں۔ اس سطح کو تلاش کریں۔

سوال 29:

$$L_1 : x = -1 + t, y = 2 + t, z = 1 - t, -\infty < t < \infty$$

$$L_2 : x = 1 - 4s, y = 1 + 2s, z = 2 - 2s, -\infty < s < \infty$$

سوال 30:

$$L_1 : x = t, y = 3 - 3t, z = -2 - t, -\infty < t < \infty$$

$$L_2 : x = 1 + s, y = 4 + s, z = -1 + s, -\infty < s < \infty$$

سوال 31: سطحیں $2x + y - z = 3$, $x + 2y + z = 2$ کے خط تقاطع کا قائمہ سطح جو نقطہ $N_0(2, 1, -1)$ سے گزرتا ہو تلاش کریں۔

سوال 32: سطح $4x - y + 2z = 7$ کا قائمہ اور نقاط $N_1(1, 2, 3)$ ، $N_2(3, 2, 1)$ سے گزرتا سطح تلاش کریں۔

فاصلہ

سوال 33 تا سوال 38 میں نقطہ اور لکیر کے بیچ فاصلہ دریافت کریں۔

سوال 33: $(0, 0, 12) : x = 4t, y = -2t, z = 2t$

سوال 34: $(0, 0, 0) : x = 5 + 3t, y = 5 + 4t, z = -3 - 5t$

سوال 35: $(2, 1, 3) : x = 2 + 2t, y = 1 + 6t, z = 3$

سوال 36: $(2, 1, -1) : x = 2t, y = 1 + 2t, z = 2t$

سوال 37: $(3, -1, 4) : x = 4 - t, y = 3 + 2t, z = -5 + 3t$

سوال 38: $(-1, 4, 3) : x = 10 + 4t, y = -3, z = 4t$

سوال 39 تا سوال 44 میں نقطہ سے لکیر تک فاصلہ دریافت کریں۔

سوال 39: $(2, -3, 4), x + 2y + 2z = 13$

سوال 40: $(0, 0, 0), 3x + 2y + 6z = 6$

سوال 41: $(0, 1, 1), 4y + 3z = -12$

سوال 42: $(2, 2, 3), 2x + y + 2z = 4$

سوال 43: $(0, -1, 0), 2x + y + 2z = 4$

سوال 44: $(1, 0, -1), -4x + y + z = 4$

سوال 45: سطح $x + 2y + 6z = 1$ سے سطح $x + 2y + 6z = 10$ تک فاصلہ تلاش کریں۔

سوال 46: لکیر $x = 2 + t, y = 1 + t, z = -\frac{1}{2} - \frac{t}{2}$ سے سطح $x + 2y + 6z = 10$ تک فاصلہ معلوم کریں۔

زاویائے

سوال 47 اور سوال 48 میں سطحوں کے بیچ زاویات تلاش کریں۔ آپ کو کیلکولیٹر کی ضرورت پیش نہیں آئے گی۔

سوال 47: $x + y = 1, \quad 2x + y - 2z = 2$

سوال 48: $5x + y - z = 10, \quad x - 2y + 3z = -1$

سوال 49 تا سوال 52 میں سطحوں کے بیچ زاویہ حادہ کو کیلکولیٹر کی مدد سے تلاش کریں۔ جواب ایک ریڈیئن کے سوال حصہ تک درست ہو۔

سوال 49: $2x + 2y + 2z = 3, \quad 2x - 2y - z = 5$

سوال 50: $x + y + z = 1, \quad z = 0$

سوال 51: $2x + 2y - z = 3, \quad x + 2y + z = 2$

سوال 52: $4y + 3z = -12, \quad 3x + 2y + 6z = 6$

مقطع خطوط اور سطحیں

سوال 53 تا سوال 56 میں وہ نقطہ تلاش کریں جہاں دی گئی لکیر سطح کو مس کرتی ہے۔

سوال 53: $x = 1 - t, y = 3t, z = 1 + t; \quad 2x - y + 3z = 6$

سوال 54: $x = 2, y = 3 + 2t, z = -2 - 2t; \quad 6x + 3y - 4z = -12$

سوال 55: $x = 1 + 2t, y = 1 + 5t, z = 3t; \quad x + y + z = 2$

سوال 56: $x = -1 + 3t, y = -2, z = 5t; \quad 2x - 3z = 7$

سوال 57 تا سوال 60 میں سطحوں کے خط تقاطع کی مقدار معلوم مساوات تلاش کریں۔

سوال 57: $x + y + z = 1, \quad x + y = 2$

سوال 58: $3x - 6y - 2z = 3, \quad 2x + y - 2z = 2$

سوال 59: $x - 2y + 4z = 2, \quad x + y - 2z = 5$

سوال 60: $5x - 2y = 11, \quad 4y - 5z = -17$

فضا میں دو ہمسطی خطوط متوازی ہوں گے، یا ایک دوسرے کو قطع کریں گے۔ غیر ہمسطی خطوط ایک دوسرے کے غیر متوازی ہوں گے اور یہ ایک دوسرے کو قطع نہیں کریں گے۔ سوال 61 اور سوال 62 میں تین لکیریں دی گئی ہیں۔ ایک وقت میں دو خطوط لیتے ہوئے دیکھیں آیا یہ متوازی ہیں، ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں یا یہ غیر ہمسطی ہیں؟

سوال 61:

$$L_1: \quad x = 3 + 2t, \quad y = -1 + 4t, \quad z = 2 - t, \quad -\infty < t < \infty$$

$$L_2: \quad x = 1 + 4s, \quad y = 1 + 2s, \quad z = -3 + 4s, \quad -\infty < s < \infty$$

$$L_3: \quad x = 3 + 2r, \quad y = 2 + r, \quad z = -2 + 2r, \quad -\infty < r < \infty$$

سوال 62:

$$L_1: \quad x = 1 + 2t, \quad y = -1 - t, \quad z = 3t, \quad -\infty < t < \infty$$

$$L_2: \quad x = 2 - s, \quad y = 3s, \quad z = 1 + s, \quad -\infty < s < \infty$$

$$L_3: \quad x = 5 + 2r, \quad y = 1 - r, \quad z = 8 + 3r, \quad -\infty < r < \infty$$

نظریہ اور مثالیں

سوال 63: نقطہ $N_1(2, -4, 7)$ سے گزرتا خط جو $v_1 = 2i - j + 3k$ کے متوازی ہو کی مقدار معلوم مساوات کو مساوات 11.40 کی مدد سے دریافت کریں۔ اس کے بعد نقطہ $N_2(3, -2, 0)$ اور سمتیہ $v_2 = -i + \frac{1}{2}j - \frac{3}{2}k$ استعمال کرتے ہوئے اس کی مقدار معلوم مساوات تلاش کریں۔

سوال 64: نقطہ $N_1(4, 1, 5)$ سے گزرتی $n_1 = i - 2j + k$ کی قائمہ سطح کی مساوات کو مساوات 11.44 کی مدد سے حاصل کریں۔ اب نقطہ $N_2(3, -2, 0)$ اور عمودی سمتیہ $n_2 = -\sqrt{2}i + 2\sqrt{2}j - \sqrt{2}k$ استعمال کرتے ہوئے اس کی مساوات تلاش کریں۔

سوال 65: وہ نقاط تلاش کریں جن پر لکیر $x = 1 + 2t, \quad y = -1 - t, \quad z = 3t$ محوری مستوی کو مس کرتی ہو۔ جواب تک پہنچنے کے لئے اپنا طریقہ سوچ بیان کریں۔

سوال 66: سطح $z = 3$ میں اس خط کی مساوات تلاش کریں جو i کے ساتھ $\frac{\pi}{6}$ ریڈیئن اور i کے ساتھ $\frac{\pi}{3}$ ریڈیئن زاویہ بناتا ہو۔ اپنے طریقہ سوچ بیان کریں۔

سوال 67: کیا خط $x = 1 - 2t, y = 2 + 5t, z = -3t$ سطح $2x + y - z = 8$ کا متوازی ہے؟ اپنے جواب کی وجہ پیش کریں۔

سوال 68: آپ کس طرح بتا سکتے ہیں کہ سطح $A_1x + B_1y + C_1z = D_1$ اور سطح $A_2x + B_2y + C_2z = D_2$ ایک دوسرے کے متوازی یا قائمہ ہیں؟ اپنے جواب کی وجہ پیش کریں۔

سوال 69: دو سطحوں کا خط تقاطع $x = 1 + t, y = 2 - t, z = 3 + 2t$ ہے۔ ان سطحوں کی مساوات تلاش کریں۔ مساوات کی صورت $Ax + By + Cz = D$ ہو۔

سوال 70: وہ سطح دریافت کریں جس میں اسے گزرتا ہو اور سطح $2x + 3y + z = 12$ کا قائمہ ہو۔ آپ کیسے جانتے ہیں کہ یہ سطحیں ایک دوسرے کے قائمہ ہیں؟

سوال 71: غیر صفر اعداد a, b, c کے لئے $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ کی ترسیم ایک سطح ہوگی۔ کن سطحوں کی مساوات ایسی ہوگی؟

سوال 72: فرض کریں L_1 اور L_2 غیر تقاطع، غیر متوازی خطوط ہیں۔ کیا کوئی غیر صفر سمتیہ ان دونوں کا قائمہ ہو سکتا ہے؟ اپنے جواب کی وجہ پیش کریں۔

کمپیوٹر کا استعمال

سوال 73: کمپیوٹر تصویر کشی ہم تین بعدی اجسام کو عموماً ایک مستوی پر ظاہر کرتے ہیں۔ فرض کریں آپ کی آنکھ $E(x_0, 0, 0)$ پر ہے اور ہم نقطہ $N_1(x_1, y_1, z_1)$ کو مستوی yz پر ظاہر کرنا چاہتے ہیں۔ ایسا کرنے کی خاطر ہم E سے N_1 تک شعاع استعمال کرتے ہوئے N_1 کی تقلیل مستوی پر بناتے ہیں۔ یوں مستوی ہر N_1 بطور $N(0, y, z)$ نظر آئے گا۔ ہمیں بطور ترتیبی تخلیق کار معلوم E اور N_1 سے y اور z حاصل کرنا ہے۔

ا. \vec{EN}_1 کے تعلق کی سمتی مساوات لکھیں۔ اس مساوات کو استعمال کرتے ہوئے y اور z کو x_1, y_1, z_1 کی صورت میں لکھیں۔

ب. جزو-ا میں حاصل نتائج کو پرکھنے کی خاطر $x_1 = 0$ اور $x_1 = x_0$ پر y اور z کا رویہ دیکھیں اور $x_0 \rightarrow \infty$ کرتے ہوئے دیکھیں کیا ہوتا ہے۔

سوال 74: کمپیوٹر تصویر کشی کے ایک مسئلہ پر غور کرتے ہیں۔ آپ کی آنکھ $(4, 0, 0)$ پر ہے۔ آپ مثلث چادر کو دیکھ رہے ہیں جس کے راس $(1, 0, 1)$ ، $(1, 1, 0)$ اور $(-2, 2, 2)$ ہیں۔ نقطہ $(1, 0, 0)$ سے $(0, 2, 2)$ تک قطع اس چادر کو چھیر کر گزرتا ہے۔ اس قطع کا کون سا حصہ نظر سے اوجھل ہو گا؟

جوابات

حصہ 11.5

$$x = 3 + t, y = -4 + t, z = -1 + t \quad (1)$$

$$x = -2 + 5t, y = 5t, z = 3 - 5t \quad (3)$$

$$x = 0, y = 2t, z = t \quad (5)$$

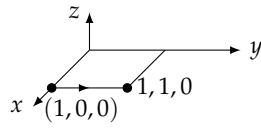
$$x = 1, y = 1, z = 1 + t \quad (7)$$

$$x = t, y = -7 + 2t, z = 2t \quad (9)$$

$$x = t, y = 0, z = 0 \quad (11)$$

$$x = t, y = t, z = 3/2t, 0 \leq t \leq 1 \quad (13)$$

$$x = 1, y = 1 + t, z = 0, -1 \leq t \leq 0 \quad (15)$$



ضمیمہ ۱

ضمیمہ اول

ضمیمہ ب

ضمیمہ دوم

ضمیمہ ج

ضمیمہ تین

ضمیمہ د

ضمیمہ چار

ضمیمہ ۵

ضمیمہ پانچ

ضمیمہ و

ضمیمہ چھ

ضمیمہ ز

ضمیمہ سات

ضمیمہ ح

ضمیمہ آٹھ

ضمیمہ ط

ضمیمہ آٹھ

- boundary, 4
 - points, 4
- bounded
 - from above, 1106
 - from below, 1112
- cam, 1370
- cardioid, 1369
- catalyst, 463
- catenary, 959
- center, 57, 470, 1272
- centroid, 747
- chain rule, 292
- chaos theory, 222
- charge
 - electron, 768
- circle, 57, 1272
- closed, 4
- commutative, 1452
 - non, 1466
- concave
 - down, 389
 - up, 389
- conjugate expression, 121
- constant
 - arbitrary, 505
 - rate, 862
- continuity
 - uniform, 570
- continuous
 - left, 177
 - on interval, 184
- absolute value, 7
- acceleration, 256
- adiabatic process, 763
- aerofoil, 653
- alaska, 306
- algebraic, 795
- algorithm, 898
- angioplasty, 477
- angle of inclination, 22
- aphelion, 1389
- aspect ratio, 17
- astroid, 1338
- asymptote, 419
- asymptotes, 1281
- autocatalyst, 463
- average, 553, 600
- axis, 61, 1273
 - focal, 1281
 - major, 1277
 - minor, 1277
 - negative-x, 17
 - of revolution, 683
 - positive-x, 17
- basic, 1416
- bifurcation value, 1115
- binomial
 - series, 1252
- bound
 - least upper, 1106
 - lower, 1112
 - upper, 1106

- linear, 964
- separable, 962
- solution, 962
- standard form, 964
- differentiation
 - logarithmic, 822
- direction
 - cosines, 1459
- directrix, 1272
- discontinuity
 - infinite, 175
 - jump, 175
 - oscillating, 175
- discriminant, 1314
- displacement, 253, 781
- divergent, 1073, 1100
- domain, 34
 - natural, 36
- dominant, 259, 426
- dominates, 426
- eccentricity, 1298
- electron, 768
- ellipse, 1275
- ellipsoid, 1285
- elliptic
 - integral, 1352
- energy
 - kinetic, 768
- equation
 - general linear, 26
 - point-slope, 24
 - slope-intercept, 26
- escape velocity, 977
- Euler's
 - constant, 1164
 - formula, 1240
- Euler's method, 981
- even, 42
- extended function, 183
- exterior, 60
 - right, 177
- continuous extension, 183
- convergence
 - interval, 1208
 - radius, 1208
- convergent, 1073, 1100
 - absolute, 1190
 - conditional, 1191
- converges, 569
- coordinate
 - axis, 16
 - pair, 16
 - x, 16
 - y, 16
- coordinates
 - rectangular, 1432
- cosines
 - law, 89
- critical point, 351
- curve
 - integral, 521
- cycloid, 1328
- dashpot, 1021
- decreasing, 368
- deltoid, 1340
- dependent variable, 34
- derivative, 200, 210
 - first, 245
 - first order, 245
 - second, 245
 - second order, 245
- difference
 - centered quotient, 290
- difference quotient, 200
 - Fermat's, 290
- differentiable, 210
- differential
 - equation, 517
- differential equation
 - first order, 961

- Ibn Sahl's law, 449
- identity function, 798
- implicit
 - differentiation, 310
- increasing, 368
- increments, 17
- independent variable, 34
- index
 - summation, 563
- inflation, 865
- initial point, 1324
- initial value
 - problem, 517
- instantaneous
 - rate of change, 103
- integrable, 569
- integral
 - definite, 569
 - indefinite, 504
- integrand, 504
- integration
 - by parts, 1010
 - constant of, 505
 - factor, 965
 - tabular, 1016
 - variable, 504
- intercept
 - x, 25
 - y, 25
- interest
 - continuous compound, 865
- interior, 4, 60
 - points, 4
- intermediate form, 876
- intersection, 10
- interval, 4
 - finite, 4
 - infinite, 4
- inverse, 798
- involute, 1336
- irreducible, 1027
- extrema, 347
- factorials, 1103
- Fermat's principle, 448
- Fibonacci numbers, 1103
- finite sum, 545
- fixed point, 194, 1123
- focal
 - length, 1273
- focus, 1272
- fossil bone, 876
- fractals, 717
- free fall, 256
- frustum, 723
- function
 - composite, 40
 - error, 1092
 - greatest integer, 44
 - hyperbolic, 958
 - identity, 798
 - integer ceiling, 44
 - integer floor, 44
 - least integer, 44
 - sine integral, 1091
- Gamma function, 1092
- gene, 259
- generating
 - region, 683
- genetics, 259
- global, 347
- graph
 - dot, 258
- half angle formulae, 88
- half life, 866
- half-open, 4
- helium, 337
- hyperbola, 1279
 - center, 1281
- hypocycloid, 1338

newton
 law of cooling, 869
 nonelementary, 1058
 norm, 568
 normal, 313, 1423
 numbers
 irrational, 3
 natural, 3
 rational, 3
 real, 1
 numerical
 method, 981
 solution, 981

 octant, 1432
 first, 1432
 odd, 42
 one to one, 796
 open, 4
 origin, 16, 1356
 orthogonal, 1452

 Pappus's theorem, 786
 parabola, 20, 61, 1272
 parameter, 1324
 interval, 1324
 parametric
 curve, 254
 equations, 1324
 representation, 254
 parametrization, 1324
 partial fractions, 1025
 partition, 567
 perihelion, 1389
 period, 86
 periodic, 86
 pH, 852
 piston, 306
 plane
 xy, 1432
 planes
 coordinate, 1432

iteration
 path, 1124

 jerk, 279
 joule, 754, 1456

 law
 Hooke's, 757
 parallelogram, 1415
 Leibniz's
 formula, 1260
 lemniscate, 1372
 limit, 1100
 left-handed, 153
 right-handed, 153
 two-sided, 153
 limits, 103
 linear
 equations, 27
 standard approximation, 470
 linearization, 468
 Lissajous figures, 1353
 logarithm
 common, 851

 marginal
 cost of production, 260
 marginals, 260
 mass
 center, 741
 center of, 737
 maxima, 1068
 mean, 600
 arithmetic, 373
 geometric, 373
 mean life
 nucleus, 874
 method
 partial fractions, 1024
 Picard's, 1122
 molecule, 1039

- product, 239
- quotient, 242
- reciprocal, 251
- sum, 236
- scalar, 1415
 - product, 1448
- scalar multiple, 1415
- search
 - binary, 899
 - sequential, 899
- secant, 101
- sensitive, 259, 1116
- sensitivity, 251, 259
- sequence, 1096
 - infinite, 1096
 - nondecreasing, 1105
 - nonincreasing, 1111
 - sub, 1104
 - tail, 1105
- series
 - alternating, 1187
 - alternating harmonic, 1188
 - center, 1203
 - coefficients, 1203
 - convergence, 1135
 - divergence, 1136
 - geometric, 1136
 - harmonic, 1154
 - infinite, 1135
 - Maclaurin, 1222
 - nth term, 1135
 - power, 1203
 - Taylor, 1222
- sets, 3
- Simpson
 - rule, 646
- simulation, 524
- slope, 21
- smooth, 1341
 - curve, 712
- point
 - inflection, 391
 - interior, 175
 - left end, 175
 - right end, 175
- pole, 1356
- pressure, 770
- product
 - cross, 1465
- property
 - intermediate value, 184
- quadrants, 17
- quadratic
 - approximation, 1231
 - curves, 1308
- radioactive, 866
- radioactive decay, 866
- radius, 57, 1272
- range, 34
- range finder, 328
- real
 - line, 1
 - valued function, 35
 - variables, 35
- recessive, 259
- recursion
 - formula, 1102
- reduction formulae, 1055
- removabel, 175
- revolution
 - surface, 723
- Richter scale, 851
- Riemann
 - sum, 568
- root, 186
- rule
 - constant multiple, 235
 - Delesse's, 784
 - differential of constant, 233
 - power, 234

- union, 10
- unit
 - circle, 76
- unit circle, 20
- variable
 - dummy, 574
- vector, 1414
 - length, 1419
 - magnitude, 1419
 - position, 1434
 - product, 1464
 - unit, 1422
- velocity
 - average, 253
- vertex, 61, 1273
- vertices, 1281
- voltage
 - peak, 617
- zero, 186
- snow flake, 315
- solid of revolution, 683
- solution
 - general, 518
 - particular, 518
- speed, 255
- spring constant, 757
- stainless steel, 766
- standard
 - position, 77
- step
 - size, 639
- steps, 639
- subintervals, 567
- sum
 - lower, 570
- summation
 - lower limit, 563
 - upper limit, 563
- tangent, 103, 1423
- Taylor's
 - formula, 1233
- terminal point, 1324
- terms, 563
- test
 - comparison, 1165
 - direct comparison, 1080
 - extrinsic, 1175
 - intrinsic, 1175
 - limit comparison, 1080
- theorem
 - mean value, 362
 - Rolle's, 359
 - sandwich, 123
- time constant, 978
- TNT, trinitrotoluene, 482
- torque, 735
 - system, 735
- torus, 698, 787
- transcendental, 795

- آزادانہ گرنا، 256
- ابتدائی قیمت
مسئلہ، 517
ابتدائی نقطہ، 1324
اختتامی نقطہ، 1324
ارتکاز
- رداس، 1208
وقفہ، 1208
اساسی، 1416
استمرار
یکساں، 570
استمراری
بائیں، 177
دائیں، 177
وقفہ پر، 184
استمراری توسیع، 183
اسراع، 256
اشتراک، 10
اصول
فہما، 448
اعداد
حقیقی، 3
غیر ناطق، 3
ناطق، 3
اعدادی
ترکیب، 981
حل، 981
اعداد ضربیہ، 1103
افراط زر، 865
اکائی
دائرہ، 76
اکائی دائرہ، 20
الٹ، 798
الجبرائی، 795
الخوارزم
کمپیوٹر، 898
انتہا، 347
انجیو پلاسٹی، 477
اندرسہ، 787، 698
اندرون، 4، 60
- اندرونی نقطہ، 4
اوج شمسی، 1389
اوسط، 553
حسابی، 373
ہندسی، 373
اوسط زندگی
مرکزہ، 874
اوسط قیمت، 600
ایک ایک تفاعل، 796
ایلا سکا، 306
بار، 768
بارودی مواد، 482
برف
روئی، 315
برقیہ
حقیقی، 768
برہستا، 368
برہوتری، 17
بند، 4
بیرون، 60
پکھ
اندرونی، 1175
بلا واسطہ تقابلی، 1080
تقابل حد، 1080
تقابلی، 1165
پسٹن، 306
پیدا کار خطہ، 683
پتیا
رکٹر، 851
فاصلہ، 328
تابع متغیر، 34
تابکار، 866
تابکاری تحلیل، 866
تخفیف
کلیات، 1055
ناقابل، 1027
تدویر، 1328
فلک، 1338
ترتیب، 1096

- تفرق، 200، 210
 این رتبی، 245
 پہلا، 245
 تین رتبی، 245
 دو رتبی، 245
 دوسرا، 245
 رتبہ اول، 245
 رتبہ دوم، 245
 قابل، 210، 1341
 یک رتبی، 245
 تفرقی
 مساوات، 517
 تفرقی مساوات
 حل، 962
 خطی، 964
 قابل علیحدگی، 962
 معیاری روپ، 964
 یک رتبی، 961
 تفریقی
 وسطی حاصل تقسیم، 290
 تقاطع، 10
 تکمیل
 بالخصوص، 1010
 ترخیمی، 1352
 جدولی، 1016
 جزو، 965
 غیر بنیادی، 1058
 غیر قطعی، 504
 قابل، 569
 قطعی، 569
 کا مستقل، 505
 متغیر، 504
 تکنونی عدم مساوات، 8
 تلاش
 ترتیبی، 899
 تناسب پہلو، 17
 توانی
 راہ، 1124
 کلیہ، 1102
 توانائی
- ذیلی، 1104
 غیر بڑھتا، 1111
 لا تنہائی، 1096
 نیچے سے محدود، 1112
 ترخیم، 1275
 ترخیمی
 مکمل، 1352
 ترخیمی سطح، 1285
 ترسیم
 نقطہ، 258
 ترکیب
 پکاخ، 1122
 جزوی کسری، 1024
 ترکیب یور، 981
 تسلسل
 ارتکاز، 1135
 انفرانج، 1136
 بدلتا، 1187
 بدلتا ہارمونی، 1188
 ٹیلر، 1222
 ثنائی، 1252
 جزو، 1135
 دم، 1105
 طاقتی، 1203
 غیر گھٹتا، 1105
 لا تنہائی، 1135
 مکلا رن، 1222
 ہارمونی، 1154
 ہندسی، 1136
 تفاعل
 بڑا ترین عدد صحیح، 44
 خلل، 1092
 سائن مکمل، 1091
 شناختی، 798
 عددی صحیح چھت، 44
 عددی صحیح زمین، 44
 کم ترین عدد، 44
 مرکب، 40
 ہڈولی، 958

- حرکی، 768
تیزابیت، 852
ٹیلر
کلیہ، 1233
ثمن، 1432
پہلا، 1432
ثنائی
تسلل، 1252
ثنائی تلاش، 899
جاذب، 1021
جاول، 1456، 754
جزر، 186
جزوی کسر، 1025
جسم طواف، 683
جنت، 42
جنیات، 259
جوڑی دار تعلق، 121
چھٹکا، 279
چمین، 259
حل
عمومی، 518
مخصوص، 518
حد، 1100، 103
بائیں ہاتھ، 153
دائیں ہاتھ، 153
دو طرفہ، 153
حاشیہ، 260
حاشیہ لاکٹ، 260
حاشیہ لاکٹ پیداوار، 260
حاصل تقسیم
تفریقی، 200
حجر یہ ہڈی، 876
حد بندی
بالائی، 1106
زیریں، 1112
کم سے کم بالائی، 1106
حرارت ناگزیر عمل، 763
حساس، 1116، 259
حسابیت، 251، 259
حضیض شمسی، 1389
حقیقی
اعداد، 1
خط، 1
قیمت تفاعل، 35
متغیرات، 35
خاصیت
متوسط قیمت، 184
خانہ بندی، 567
خطی
مساوات، 27
معیاری تخمین، 470
خط بندی، 468
خفی
تفرق، 310
دائرہ، 57، 1272
دائرہ کار، 34
قدرتی، 36
دباؤ، 770
چوٹی، 617
در پیچیدہ، 1336
دو چشمہ، 1372
دو درجی
تخمین، 1231
منحنیات، 1308
دوری، 86
دوری عرصہ، 86
دو لختی نقطہ، 1115
ڈھلوان، 21، 198
راس، 61، 1273، 1281
ربعات، 17
رداس، 57، 1272
رداس ارتکاز
صفر، 1208
لا متناہی، 1208
رقفار، 255

- 851 ر کٹر پینٹش،
 1021 روک،
 568 ریمان مجموعہ،
 22 زاویہ میلان،
 292 زنجیری قاعدہ،
 1039 سالمہ،
 1338 ستارہ نما،
 4 سرحد،
 4 سرحدی نقطہ،
 723 طواف،
 34 سعیت،
 563 سنگا علامتی اظہار،
 3 سلسلہ،
 1464 ضرب،
 1414 سمتیہ،
 1434 اساس،
 1422 اکائی،
 1434 تعیین گر،
 1437 صفر،
 1419 لمبائی،
 1419 مقدار،
 253 سمتی رفتار،
 646 سمسن قاعدہ،
 1298 سنک،
 865 سود در سود مسلسل،
 101 سیکنٹ،
 798 شناختی تفاعل،
 186 صفر،
 1465 ضرب، صلیبی،
 1464 سستی،
 1465 صلیبی،
 1448 غیر سستی،
 42 طاق،
 852 ہائیڈروجن،
 1203 طاق تسلسل،
 1203 مرکز،
 723 طواف سطح،
 347 عالمگیر،
 1203 عددی سر،
 عدم استمرار،
 175 ارتعاشی،
 175 چھلانگ،
 175 لا فتنائی،
 463 عمل انگیز،
 463 خود،
 1452، 1423، 313 عمودی،
 426، 259 غالب،
 426 غلبہ،
 1058 غیر بنیادی مکمل،
 34 غیر تابع متغیر،
 1415 غیر سستی،
 1448 ضرب،
 1415 مضرب،
 876 غیر معین روپ،
 1103 فوئیکلی اعداد،
 290 فرمٹ تفریقی حاصل تقسیم،
 770 فشار،
 1338 فلک تدویر،
 فولاد،
 766 بے زنگ،
 1452 قابل تبادل،
 1466 نا،

- قابل ہٹاؤ، 175
قاعدہ
- بالعکس تناسب، 251
تفرق مستقل، 233
حاصل تقسیم، 242
حاصل ضرب، 239
دولس، 784
طاقت، 234
متوازی الاضلاع، 1415
مجموعہ، 236
مستقل مضرب، 235
قانون
- ہک، 757
قانون العطف
ابن سحل، 449
قانون ٹھنڈک
نیوٹن، 869
قدم، 639
لمبائی، 639
قطع
- ایکس، 25
وائے، 25
قطب، 1356
قطب نما، 1369
قطعی
- کمل، 569
قطع زائد، 1279
مرکز، 1281
قطع مکانی، 20، 61، 1272
قوت مروڑ، 735
نظام، 735
- کلیہ
- توالی، 1102
کلیات
- تخفیف، 1055
کیت
- مرکز، 737
کوسائن
- رخ، 1459
قاعدہ، 89
- کھلا، 4
کیم، 1370
- گریزی رفتار، 977
گنج غیر ہموار منحنيات، 717
گھٹنا، 368
گیما تفاعل، 1092
- اساجس اشکال، 1353
لجائی
شرح تبدیلی، 103
لوگار تھم
- عام، 851
لوگار تھمی تفرق، 822
لیبنیز
کلیہ، 1260
لیزم، 959
- ماسہ، 1272، 1279
طول، 1273
ماورائی، 795
مبداء، 16، 1356
متغیر
- نقلی، 574
مقاربت، 419، 1281
مستکمل، 504
متناہی مجموعہ، 545
مثابثی، 1340
مجموعہ
- ارکان، 563
زیریں، 570
مجموعی سلسلہ
- اشاری، 563
بالائی حد، 563
زیریں حد، 563
محدود
- ایکس، 16
مستطیل، 1432
وائے، 16
محدوی جوڑی، 16
محدوی محور، 16

- محدود
 اوپر سے، 1106
 محور، 61، 1273
 اصغر، 1277
 اکبر، 1277
 طواف، 683
 ماسکہ، 1281
 مثبت ایکس، 17
 منفی ایکس، 17
 مخروط مقطوع، 723
 مرکب، 1073، 1100
 مشروط، 1191
 مطلق، 1190
 مرکز، 57، 1272
 کمیت، 741
 مرکوز، 569
 مساوات
 ڈھلوان-قطع، 26
 عمومی خطی، 26
 نقطہ-ڈھلوان، 24
 مستقل
 اختیاری، 505
 شرعی، 862
 مستقلہ اسپرنگ، 757
 مستوی
 ایکس وائے، 1432
 محدودی، 1432
 مسئلہ
 اوسط قیمت، 362
 بیچ، 123
 پاپس، 786
 رول، 359
 مطلق قیمت، 7
 معیار، 568
 معیاری
 مقام، 77
 مغلوب، 259
 مقدار معلوم، 1324
 ترسیم، 254
 روپ، 254
 روپ دینا، 1324
- مساوات، 1324
 وقفہ، 1324
 مقررہ نقطہ، 194، 1123
 مقعر
 اوپر، 389
 نیچے، 389
 مقیاس پک، 757
 ماس، 103، 198، 1423
 میز، 1314
 منحنی
 مکمل، 521
 حل، 521
 کمتر وقتی، 1330
 یکساں وقتی، 1330
 منفرج، 1073، 1100
 میکسما، 1068
 ناظمہ، 1272
 نصف زاویہ
 کلیات، 88
 نصف زندگی، 866
 نصف کھلا، 4
 نظریہ
 ابتری، 222
 نقطہ
 اندرونی، 175
 باہر سر، 175
 تصریف، 391
 دائر سر، 175
 نقطہ فاصل، 351
 نقل اتارنا، 524
 وسط، 470
 وسطانی مرکز، 747
 وسیع تفاعل، 183
 وقتی مستقل، 978
 وقفہ، 4
 ذیلی، 567
 لامتناہی، 4
 متناہی، 4
 ہٹاؤ، 253، 781

ہموار، 1341
مخنی، 712

ہوائی پترا، 653
ہیلیم، 337

یولر
کلیہ، 1240
مستقل، 1164