احصاء اور تحليلي جيوميٹري

خالد خان يوسفز. كي

جامعہ کامسیٹ، اسلام آباد khalidyousafzai@comsats.edu.pk

## عنوان

Vii																										,	يباچ	,
ix																						4	یبادٍ	، کا د	ناب	پہلی کہ انجابی کن	يىرى	•
1																							٠	لمومات	، مع	ابتدائی	1	L
1																		خط	تى :	حقية	اور	راد	اعد	حقيقي		1.1		
15																										1.2		
32																							Ĺ	تفاعل		1.3		
54																					غلى	انمذ	م کی	ترسيم		1.4		
74																					بل	نفاء	انی اِنی	بنكوني		1.5		
95																								/		حدود ا	2	)
95																										2.1		
113															٠.		عد	قواه	کے	ئے ۔	_,	پ کر	لاثر	פנ "		2.2		
126																										2.3		
146																										2.4		
165																							ار	استمر		2.5		
184	١.																					Į	ی ز	مماسح		2.6		
199	)																									تفرق	3	Ł
199	)																				<b>ت</b> ,	تف	K,	تفاعل		3.1	-	
221																					رں	, زق	ی ہ ِ تفر	عا ر قواعد		3.2		
240																										3.3		
257																										3.4		
277																										3.5		
294																										3.6		
310	) .																			ىلى	تبد	ح .	شرر	د گیر		3.7		

عـــنوان

<ul> <li>325</li> <li>340</li> <li>340</li> <li>341</li> <li>340</li> <li>341</li> <li>352</li> <li>363</li> <li>364</li> <li>374</li> <li>385</li> <li>386</li> <li>387</li> <li>391</li> <li>44</li> <li>391</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>53</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>58</li> <li>58</li> <li>59</li> <li>605</li> <li>605</li> <li>605</li> <li>70</li> <li>7</li></ul>		تفرق کا استعال	4
<ul> <li>356</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>37</li> <li>40</li> <li>44</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>50</li> <li>50</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>53</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>59</li> <li>50</li> <li>50<td></td><td></td><td></td></li></ul>			
<ul> <li>356</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>37</li> <li>40</li> <li>44</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>50</li> <li>50</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>53</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>59</li> <li>50</li> <li>50<td>اوسط قیمت</td><td>4.2 متله</td><td></td></li></ul>	اوسط قیمت	4.2 متله	
<ul> <li>356</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>368</li> <li>37</li> <li>40</li> <li>44</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>50</li> <li>50</li> <li>51</li> <li>52</li> <li>53</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>54</li> <li>55</li> <li>55</li> <li>56</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>57</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>57</li> <li>59</li> <li>59</li> <li>50</li> <li>50<td>) انتهائی قیمتوں کا یک رتبی تفرقی پر کھ</td><td>4.3 مقائر</td><td></td></li></ul>	) انتهائی قیمتوں کا یک رتبی تفرقی پر کھ	4.3 مقائر	
<ul> <li>391. پرترین بتان کرد بر بر عالب ایزان با ایزان بتان کرد بر بر عالب ایزان بتان کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر تر تر قاصل کرد بر بر تر کرد بر بی بر کرد بر بر تر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر بر تر کرد بر بر بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر بر بر کرد بر بر بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر بر بر کرد بر بر بر بر بر کرد بر بر</li></ul>	356	3.1	
418       بیترین بنان       4.6         442       خط بخد کی اور تنو تات         47       خط بخد کی اور تر تات         47       خط بخد کی اور ریانسان نموند کئی       5         477       کسی محلت       5.1         489       کسی محلت       5.2         505       تعلق محلوات، ابتدائی قیت سخلے، اور ریانسانی نموند کئی       5.3         505       تعلی محلی برایم ترکیب بدل نر نیج ترکیب بدل نرتجی تات و تعلق محلیات       5.6         534       نمارن مجموع اور افعلی محلیات       5.5         551       نمارن محبوع اور اوسط قیت سخل       5.7         599       نماری محلی       5.8         605       نماری محلی       5.9         605       نماری محلی       5.10         625       تعلی می بدل       6.2         626       محلی و است می بدل       6.3         627       محلی است می بدل       6.3         628       محلی است محلی است کی تر شیر است محلی است محلی است می است می محلی است می است می محلی است می است می محلی است می مح	اور $y''$ کے ساتھ ترسیم	y' = 4.4	
442       غط بدی کا اور تو تات         465       خیر توشی کلداد         477       4.8         477       5.1         477       5.1         489       5.1         5.2       تقری ساوات، ابتدائی تیب سنت، اور ریافسیاتی موند شی         5.3       5.2         5.5       کلی بدر بید ترایی بیر بید بیر بید ترایی بیر بید بیر بید ترایی بیر بیر بید ترایی بیر بیر بید بیر بید بیر بید بیر بیر بیر بید بیر			
465       ریب نیوش       4.8         477       کل       کا         477       خیر تطبی محملات       5.1         489       خیر تطبی محملات       5.2         5.2       تفری براید ترکیب بدل ر تیجری تامیده کا الت اطاق       5.3         5.6       کل       کل         5.6       کل       کل         5.6       کل       کل         5.6       کل       کل         5.7       نیادی متلد       5.8         5.8       کل       کل         605       کا       کا         606       کا       کا         607       کا       کا         608       کا       کا         609       کا       کا         600       کا       کا         600       کا       کا         600       کا       کا			
477       گل       قریق الطاق الله       5.1         489       قریق ساوات، ابتدائی آیت سئط، اور ریاضیاتی موند آشی       5.2         505       تغیلی سرایید تزایی بدر اید تغییری تاعده کا الت اطلاق       5.3         516       تغیلی شریعید تزایی بدر اید تغییری تاعده کا الت اطلاق       5.4         54       اندازه بذر اید شای گموید       5.5         561       تغیادی مسئلد       5.6         578       تغیادی مسئلد       5.7         599       تغیادی مسئلد       5.8         605       تغیادی مسئلد       5.9         605       تغیادی مسئل       5.9         605       تغیادی مسئل       6.1         625       تغیادی مسئل       6.1         629       تغیادی وزاند       6.2         640       مینان کارتج کی کات والا سرحد       6.2         648       تغیال کات کر جم کی حال ال سرح الحال المراح و المراح المراح و الحال المراح و المراح المراح المراح و المراح المراح المراح و المراح المراح و المراح المراح المراح و المراح المراح المراح و المراح			
477       غیر تطعی محملات       5.1         489       ترق سدادات، ابتدائی تیت سخی، اور ریاضیاتی نموند کشی       5.2         505       تعلی بدرایید ترکیب بدل. و نیجری قاعده کا الت اطلاق       5.3         516       بخیری تعلی محمید       5.4         54       بخیری قاعده کا الت الت محمید       5.5         551       بخیری محمید       5.5         561       بخیری محمید       5.6         561       بخیری محمید       5.6         578       بخیری محمید       5.7         579       بخیری محمید       5.8         605       بخیری محمید       5.9         605       بخیری محمید و نوشی       6.5         625       بخیری محمید و نوشی محمید و نوش	ب نيو ئن	4.8 ترکیہ	
477       غیر تطعی محملات       5.1         489       ترق سدادات، ابتدائی تیت سخی، اور ریاضیاتی نموند کشی       5.2         505       تعلی بدرایید ترکیب بدل. و نیجری قاعده کا الت اطلاق       5.3         516       بخیری تعلی محمید       5.4         54       بخیری قاعده کا الت الت محمید       5.5         551       بخیری محمید       5.5         561       بخیری محمید       5.6         561       بخیری محمید       5.6         578       بخیری محمید       5.7         579       بخیری محمید       5.8         605       بخیری محمید       5.9         605       بخیری محمید و نوشی       6.5         625       بخیری محمید و نوشی محمید و نوش	477	کیل .	5
489       ترق سادات، ابتدائی آیت سلے، اور ریاضیاتی نمونہ گئی         505       تحل بذریعہ ترکیب بدل نرنیمی تامیدہ کا الٹ اطال تل 5.3         516       ندازہ بذریعہ تنایس مجموعہ اور قطعی محملات 5.4         534       ندازہ بذریعہ تنایس مجموعہ اور قطعی محملات 5.5         551       5.6         562       نصوعیات، رقب، اور اوسط قیت سئلہ 5.7         578       نیادی سئلہ 5.8         579       5.8         605       5.8         605       5.9         605       تعدادی محملہ 6.5         605       تعدادی محملہ 6.5         625       تعدادی وزونقہ 6.1         626       منحنیات کے فتی رتب         627       کمیل کا استعمال 6.1         640       منحنیات والا سرحم         640       کمیل سیال کا الے کر قبم کی سائل 7.5         640       کمیل سیال کا الے کہ قبم آر سیال ہو تے کا الے کہ آب آس اور چیلا محملہ 6.5         640       کمیل شواف کے قبم آب		•	5
505       کل بذراید ترایب بدل۔ زئیری قاعدہ کا الف اطلاق       5.3         516       امدازہ بذراید متاباتی تجویم       5.4       5.4       5.4       5.5       5.6       5.6       5.5       5.5       5.5       5.5       5.6       5.6       5.6       5.6       5.6       5.6       5.6       5.6       5.7       5.8       5.7       5.8       5.8       5.8       6.5       6.5       6.0       5.9       6.0	ر با		
516       اندازه بذرایید تثانای مجموعها         534       5.5       5.6       5.5       5.5       5.5       5.5       5.5       5.5       5.5       5.5       5.6       5.6       5.6       5.6       5.6       5.6       5.7       5.8       5.7       5.9       5.8       5.8       5.8       5.9       5.9       5.0       605       606       605       606			
534       ريمان مجموع اور قطعي تحمالت       5.5         561       خصوصيات، رقب، اور اوسط قيت سمئله       5.6         578       خمادی سئله       5.7         579       5.8       5.8         605       5.9       6.9         605       6.0       5.0         605       6.0       6.0         605       6.0       6.0         605       6.0       6.0         605       6.0       6.1         605       6.1       6.1         625       6.1       6.1         629       6.1       6.1         640       6.2       6.3         640       6.3       6.3         640       6.4       6.5         641       6.4       6.5         642       6.4       6.5         643       6.5       6.6         644       6.5       6.6         655       6.6       6.6       6.6         667       6.6       6.6       6.6         668       6.6       6.6       6.6       6.6         669       6.6       6.6       6.6       6.6       6.6       6.6       <			
561       فصوصیات، رتب، اور اوسط قیت مسئل       5.6         578       5.7       5.7         579       5.8       5.8         605       5.9       5.9         605       5.0       5.10         625       605       6.1         626       6.2       6.1         627       6.2       6.2         640       6.2       6.3         640       6.3       6.3         663       6.4       6.5         664       6.5       6.5         665       6.6       6.6       6.6         670       6.2       6.4         687       6.3       6.4         688       6.5       6.6         689       6.6       6.7         710       6.8       6.8         731       6.8       6.9         740       6.10       6.5         755       7       10       6.10	ه بذرایعه متنائلی مجموعه	5.4 انداز	
578       بنیادی سئلد       5.7       5,10       5.8       5.8       5.8       5.8       6.0       5.8       6.0       5.9       5.9       6.0       5.9       6.0       5.0       6.0       6.0       6.0       6.0       6.0       6.1       6.2       6.2       6.2       6.1       6.2       6.3       6.3       6.3       6.3       6.4       6.6       6.6       6.6       6.6       6.0	ی مجموعے اور قطعی تکملات	5.5 ريمار	
599       قطع کمل میں برل       5.8         605       5.9         605       5.9         605       5.10         625       5.10         625       6.1         629       6.1         640       7         6.2       6.2         6.3       6.2         6.4       6.3         6.5       6.4         6.6       6.5         6.6       6.9         6.7       6.7         7       6.7         7       6.8         7       6.9         6.0       6.0         6.1       6.9         6.9       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0         6.0       6.0			
605       اعدادی گلل       5.9         605       تاعدہ و و و زفتہ       5.10         625       تاعدہ و و و زفتہ       6.1         626       مخدیات کے ختی رقبی ہوئے کلیات والا سرحد       6.1         629       منایاں کاٹ کر تیم کی طاش         640       شایل کاٹ کر تیم کی طاش         642       6.2         643       المحافظ اللہ ہوئے کی کی طاش         663       المحافظ اللہ ہوئے کی لہائیاں         664       معند الرا و در کر کہتے ہے۔         665       معید الرا و در کر کہتے         667       المحافظ اللہ ہوئے ہوئے کی لہائیاں         668       المحافظ اللہ ہوئے کی لہائیاں اور قوت بیال اور قوت بیال اور قوت بیال ور قوت ور قوت ور قوت ور قوت ور قوت و			
605       اعدادی گلل       5.9         605       تاعدہ و و و زفتہ       5.10         625       تاعدہ و و و زفتہ       6.1         626       مخدیات کے ختی رقبی ہوئے کلیات والا سرحد       6.1         629       منایاں کاٹ کر تیم کی طاش         640       شایل کاٹ کر تیم کی طاش         642       6.2         643       المحافظ اللہ ہوئے کی کی طاش         663       المحافظ اللہ ہوئے کی لہائیاں         664       معند الرا و در کر کہتے ہے۔         665       معید الرا و در کر کہتے         667       المحافظ اللہ ہوئے ہوئے کی لہائیاں         668       المحافظ اللہ ہوئے کی لہائیاں اور قوت بیال اور قوت بیال اور قوت بیال ور قوت ور قوت ور قوت ور قوت ور قوت و	<sup>ت</sup> کمل میں بدل	5.8 قطعی	
<ul> <li>5.10 تاعدہ ذوزنقہ</li> <li>5.10 تاعدہ ذوزنقہ</li> <li>625 تاعدہ ذوزنقہ</li> <li>6.1 منحنیات کے ﷺ رقبہ</li> <li>6.1 منحنیات کے ﷺ رقبہ</li> <li>6.1 تبدیل ہوتے کلیات والا سرحد</li> <li>6.2 منیاں کاٹ کر جم کی تلاش</li> <li>6.3 اجمام طواف کے جم ہے قرص اور چھلا</li> <li>6.4 منتوی منحنیات کی لمبائیاں</li> <li>6.5 مستوی منحنیات کی لمبائیاں</li> <li>6.6 میار اثر اور مرکز کمیت</li> <li>6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت</li> <li>6.8 میار اثر اور مرکز کمیت</li> <li>6.9 وسطانی مرکز</li> <li>6.7 میار اور قوت سیال اور قوت سیال</li> <li>6.10 میادرائی تفاعل</li> </ul>			
625       متخدیات کے نی رقبہ       6.1         629       متخدیات کے اگر رقبہ       6.1.1         640       تدیل ہوتے کلیات والا سرحد       6.2         640       شکل کا کٹر جم کی طاش       6.3         648       باب کوس اور چھلا       6.4         650       مستوی منحنیات کی لمبائیاں       6.5         687       مستوی منحنیات کی لمبائیاں       6.6         699       معیار اثر اور مرکز کمیت       6.7         711       وسطانی مرکز       6.8         731       وسطانی مرکز       6.8         731       فشار سیال اور قوت سیال       6.9         740       بنیادی نقش اور ویگر نمونی استعال       7         7 ماورائی نقاعل       7			
625       متخدیات کے نی رقبہ       6.1         629       متخدیات کے اگر رقبہ       6.1.1         640       تدیل ہوتے کلیات والا سرحد       6.2         640       شکل کا کٹر جم کی طاش       6.3         648       باب کوس اور چھلا       6.4         650       مستوی منحنیات کی لمبائیاں       6.5         687       مستوی منحنیات کی لمبائیاں       6.6         699       معیار اثر اور مرکز کمیت       6.7         711       وسطانی مرکز       6.8         731       وسطانی مرکز       6.8         731       فشار سیال اور قوت سیال       6.9         740       بنیادی نقش اور ویگر نمونی استعال       7         7 ماورائی نقاعل       7		کا ب	_
629       تدريل ہوتے کليات والا سرحد         640       6.2         640       6.2         6.3       6.3         6.4       6.3         6.5       6.4         6.6       6.5         6.7       6.6         6.8       6.9         6.7       6.7         711       6.8         731       6.8         731       6.0         740       6.10         755       30	0_0		6
640       گیاں کاٹ کر قجم کی طاش         648       اجمام طواف کے قجم۔ قرص اور چھلا         65       اجمام طواف کے قجم۔ قرص اور چھلا         65       6.4         676       شوی متحدیات کی لمبائیاں         687       6.6         689       6.7         70       معیاد اثر اور مرکز کمیت         67       6.71         711       0.71         68       6.71         716       وسطانی مرکز         6.8       مارائی نقاعل اور قیر نمونی استعال         740       ماورائی نقاعل			
648       اجمام طواف کے تجم ۔ قرص اور چھلا       6.3         663       شکلی چھلے       6.4         676       مستوی منحنیات کی لمبائیاں       6.5         687       6.6       6.9         699       6.7       6.7         711       6.7       7         688       7.1       6.8         731       6.8       7         740       بنیادی نقش اور دیگر نمونی استعال       6.10         755       ماورائی نقاعل       7	. 6 تبديل ہوتے قليات والا سرحد	1.1	
663       بکی چیلے       6.4         676       مستوی منحنیات کی لمبائیاں       6.5         687       6.6       6.6         699       6.7       6.7         711       6.7       7         711       6.8       7         716       6.8       7         731       9       6.7         740       6.10       6.10         755       ماورائی تفاعل       7	) کاٹ کر بم کی تلاش	6.2 تليار	
676       مستوی منحنیات کی لمبائیاں         687       6.5         688       6.6         699       6.7         70       معیاد اثر اور مرکز کمیت         6.7       6.7.1         70       6.8         731       8         740       6.10         755       ماورائی تفاعل	•		
687       شطح طواف کا رقبہ         699       6.7         711       6.7         711       6.7.1         716       9         6.8       731         700       6.10         701       6.10         702       6.10         703       6.10         704       6.10         705       6.10         706       6.10	663	6.4 نککی	
6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر الله 6.8 کام 6.8 کام 6.9 فشار سیال اور قوت سیال 6.9 فشار سیال اور قوت سیال 6.10 نیمادی نقش اور دیگر نمونی استعال 6.10 کم اورائی نقاعل 7 ماورائی نقاعل 7	کی منحنیات کی لمبائیاں	6.5 مىتو	
6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر الله 6.8 کام 6.8 کام 6.9 فشار سیال اور قوت سیال 6.9 فشار سیال اور قوت سیال 6.10 نیمادی نقش اور دیگر نمونی استعال 6.10 کم اورائی نقاعل 7 ماورائی نقاعل 7	طواف کار قبر	, E 6.6	
711			
716			
731			
740			
	755	، . ک جیما	7
			/

قم	قدرتی لوگار ع	7.2	
ماعل	قوت نمائی تف	7.3	
$807log_a$		7.4	
	افنرائش اور '	7.5	
832		7.6	
848		7.7	
تريتي اور ثنائی حلاش	7.7.1		
تفاعل	الٹ تکونیاتی	7.8	
تفاعل کے تفرق؛ تکمل	الٹ تکونیاتی	7.9	
892	مر ہذلولی تفاعل	7.10	
رتی مساوات			
ى تركيب؛ مىدان ڈھلوان	' یولر کی اعداد	7.12	
		6	
943	کے طریقے		8
وى كلميات	تکمل کے بنیار	8.1	
959	تتكمل بالحصص	8.2	
بار بار استعال	8.2.1		
974	جزوی کسر .	8.3	
989		8.4	
اور کمپیوٹر	جدول تحمل ا	8.5	
تمل	ء غير مناسب	8.6	
1043		لا متناہی	9
ب کی حد ِ		9.1	
مد تلاش کرنے کے مسئلے		9.2	
1078	لامتنابى تشكسا	9.3	
اء والے تسلسل کا تکملی پر کھ	غير منفى اجزا	9.4	
اء کے تشکیل کے نقابلی کیر کھی	غير منفى اجزا	9.5	
اء کے تسلسل کا تناسی اور جذری پر کھ	غير منفي اجزا	9.6	
مطلق اور مشروط ار تکاز	يدلَّتُ تسلُّسل،	9.7	
1143	برِين طاقتي تسلسل	9.8	
1143	عان ٹیکر اور مکلارا	9.9	
ار تکاز؛ خلل کے اندازے	اللير تشكسل كا	9.10	
کے استعال	طاقتي تسلسل	9.11	
1195	وِل	ضمیمه او	1
1197	٨.	ضمیمه د	
1177	وم	يمه د	ب

## ديباجيه

ہے کتاب اس امید سے ککھی گئی ہے کہ ایک دن اردو زبان میں انجینئر کی پڑھائی جائے گی۔اس کتاب کا مکمل ہونا اس ست میں ایک اہم قدم ہے۔ طبیعیات کے طلبہ کے لئے بھی ریم کتاب مفید ثابت ہوگی۔

اس کتاب کو Ubuntu استعال کرتے ہوئے XeLatex میں تشکیل دیا گیا ہے۔

درج ذیل کتاب کو سامنے رکھتے اس کو لکھا گیا ہے

Calculus and Analytic Geometry George B. Thomas, Jr Ross L. Finney

جبکہ اردو اصطلاحات چننے میں درج ذیل لغت سے استفادہ کیا گیا۔

- http://www.urduenglishdictionary.org
- $\bullet \ \, \rm http:/\!/www.nlpd.gov.pk/lughat/$

آپ سے گزارش ہے کہ اس کتاب کو زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچائیں اور کتاب میں غلطیوں کی نشاندہی میرے برتی پیتہ پر کریں۔میری تمام کتابوں کی مکمل XeLatex معلومات

 $https:/\!/www.github.com/khalidyousafzai$ 

سے حاصل کی جاسکتی ہیں جنہیں آپ مکمل اختیار کے ساتھ استعال کر سکتے ہیں۔ میں امید کرتا ہوں کہ طلبہ و طالبات اس کتاب سے استفادہ ہوں گے۔

خالد خان يوسفر کی

5 جون <u>2019</u>

## میری پہلی کتاب کادیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومتِ پاکستان اعلی تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلی تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلٰی تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔دنیا میں مخقیق کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں یائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ کرتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان ازخود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھر پور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ہم نے قومی سطح پر الیا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں گی۔

میں برسول تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ پھے کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں بیہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعال ہونے والے تکنیکی الفاظ ہی استعال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روز مرہ میں استعال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی الفاظ کی چنائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الا توامی نظام اکائی استعال کی گئے ہے۔ ہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظامِ تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائح ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اس مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہو گی۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجنیئر نگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعال کی جائے گی۔اردو زبان میں برتی انجنیئر نگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔ اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری ای-میل پر کریں۔میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

اس کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے بی سر زد ہوئی ہیں البتہ انہیں درست کرنے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔ میں ان سب کا شکر یہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

میں بہال کامسیٹ یونیور سٹی اور ہائر ایجو کیشن کمیشن کا شکرید ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سر گرمیاں ممکن ہوگیں۔

خالد خان يوسفر كَي

2011 كتوبر \_2011

## 9.11 طاقتی تسلسل کے استعمال

اس حصہ میں ثنائی تسلس متعارف کرایا جائے گا جو طاقت اور جذر کا اندازہ کرنے میں مددگار ثابت ہوتا ہے۔ مزید ابتدائی قیت مسئلے کے حل کو تخییاً تسلس سے ظاہر کرنااور غیر بنیادی محمل کے قیمت کے حصول میں تسلس کا کردار دکھایا جائے گا۔ ایسے حد جو غیر معین صورت دیتے ہوں کا حل بھی سکھایا جائے گا۔ ہم میں خدم سلسل کا ایک مختصر طریقہ دکھائیں گے اور بار بار استعال ہونے والے تسلسلوں کی جدول کا ذکر کریں گے۔

طاقت اور جذر کے لئے ثنائی تسلسل

تنائل ہے، کا مکارن تسلس ورج ذیل ہے  $f(x)=(1+x)^m$  تنائل ہے، کا مکارن تسلس ورج ذیل ہے

(9.39) 
$$1 + mx + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3 + \frac{m(m-1)(m-2)\cdots(m-k+1)}{k!}x^k + \cdots$$

جس کو ثنائی تسلسل  $^{48}$  کہتے ہیں اور جو |x| < 1 کے لئے مطلق مر تکز ہے۔ یہ تسلس ماصل کرنے کی خاطر ہم تفاعل اور اس کے تفرقات کلھتے ہیں:

$$f(x) = (1+x)^{m}$$

$$f'(x) = m(1+x)^{m-1}$$

$$f''(x) = m(m-1)(1+x)^{m-2}$$

$$f'''(x) = m(m-1)(m-2)(m-3)(1+x)^{m-3}$$

$$\vdots$$

 $f^{(k)}(x) = m(m-1)(m-2)\cdots(m-k+1)(1+x)^{m-k}$ 

نقطہ x=0 پر ان کی قیمتیں دریافت کر کے مکاارن تسلسل کے کلیہ میں پر کرتے ہوئے مساوات 9.39 کا تسلسل حاصل ہو گا۔

اگر m عدد صحیح ہو جو صفر یا اس سے بڑا ہو تب k=m+1 عددی سر سے تمام عددی سر صفر ہوں گے للذا (m+1) اجزاء کے بعد یہ تسلسل رک جاتا ہے۔

binomial series<sup>48</sup>

اگر m صفریا مثبت عدد صحیح نہ ہو تب یہ تسلسل لامتناہی اجزاء پر مشتل ہو گاجو |x|<1 کے لئے مر تکز ہو گا۔ اس کی وجہ دیکھنے کی خاطر فرض کریں  $u_k$  وہ جزو ہے جس میں x پایا جاتا ہو۔ اب مطلق ار تکاز کے تناہی پر کھ سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ درج ذیل ہو گا۔

$$\left| \frac{u_{k+1}}{u_k} \right| = \left| \frac{m-k}{k+1} x \right| \to |x| \qquad k \to \infty$$

ثنائی شلس کا حصول ہمیں صرف اتنا بتاتا ہے کہ  $(1+x)^m$  اس کو پیدا کرتا ہے اور |x|<1 کے لئے یہ شلسل مر تکز ہے۔ شلسل کا حصول ہمیں یہ نہیں دکھاتا ہے کہ یہ شلسل  $(1+x)^m$  کو مرکوز ہے۔ حقیقت میں یہ شلسل  $(1+x)^m$  کو مرکوز ہے، جس کا شہوت پیش نہیں کیا جائے گا۔

$$(1+x)^{m} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} {m \choose k} x^{k}, \qquad -1 < x < 1$$

$${m \choose 1} = m, \quad {m \choose 2} = \frac{m(m-1)}{2!} \qquad \text{o.e.}$$

$${m \choose k} = \frac{m(m-1)(m-2)\cdots(m-k+1)}{k!} \quad \text{2.2.} \quad k \ge 3 \quad \text{o.e.}$$

ہوں گے۔

m = -1 اگر 9.65 مثال 9.65

ہوں گے اور مباوات 9.40 درج ذمل ثنائی شلسل دے گا۔

$$(1+x)^{-1} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k x^k = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots + (-1)^k x^k + \dots$$

 $m=rac{1}{2}$  سوال  $m=rac{1}{2}$  ہوگا۔ ثانی تسلسل میں  $\sqrt{1+x}pprox 1+rac{x}{2}$  کے لئے  $\frac{x}{2}$  کے لئے  $\sqrt{1+x}$  ہوگا۔ ثانی تسلسل میں اور ساتھ ہی اندازہ خلل بھی حاصل ہوتا ہے جو مسلمہ بدلتے تسلسل کا اندازہ خلل دیتا

ے:

$$(1+x)^{1/2} = 1 + \frac{x}{2} + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)}{2!}x^2 + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)}{3!}x^3 + \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{5}{2}\right)}{4!}x^4 + \cdots$$
$$= 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{16} - \frac{5x^4}{128} + \cdots$$

دیگر تخمین x کی مختلف قیمتیں پر کرتے ہوئے حاصل ہوں گی۔ مثال کے طور پر:

تفرقی مساوات کے طاقتی تسلسل حل اور ابتدائی قیت مسائل

ضمیمها ضمیمه اول

ضمیمه به و وم