

احصاء اور تحليلي جيو ميٽري

خالد خان يوسفزاي

جامعہ کاميٽ، اسلام آباد

khalidyou safzai@comsats.edu.pk

عنوان

ix	دیباچہ
xi	میری پہلی کتاب کا دیباچہ
1	1 ابتدائی معلومات
1	1.1 حقیقی اعداد اور حقیقی خط
14	1.2 محدود، خطوط اور بڑھوتری
30	1.3 تفاعل
52	1.4 ترسیم کی منتقلی
72	1.5 تکنیکی تفاعل
93	2 حدود اور استمرار
93	2.1 تبدیلی کی شرح اور حد
110	2.2 حد تلاش کرنے کے قواعد
123	2.3 مطلوبہ قیمتیں اور حد کی باضابطہ تعریف
143	2.4 تصور حد کی توسیع
163	2.5 استمرار
181	2.6 مماسی خط
195	3 تفرق
195	3.1 تفاعل کا تفرق
217	3.2 قواعد تفرق
236	3.3 تبدیلی کی شرح
253	3.4 تکنیکی تفاعل کا تفرق
274	3.5 زنجیری قاعدہ
291	3.6 خفی تفرق اور نااطق قوت نما
308	3.7 دیگر شرح تبدیلی

323	4	تفرق کا استعمال
323	4.1	تفاعل کی انتہائی قیمتیں
337	4.2	مسئلہ اوسط قیمت
353	4.3	مقامی انتہائی قیمتوں کا ایک رتبی تفرقی پرکھ
353	4.3.1	پرکھ
365	4.4	y' اور y'' کے ساتھ ترسیم
388	4.5	$x \rightarrow \mp\infty$ پر حد، متقارب اور غالب اجزاء
415	4.6	بہترین بنانا
439	4.7	خط بندی اور تفرقات
460	4.8	ترکیب نیوٹن
471	5	تکمل
471	5.1	غیر قطعی تکملات
483	5.2	تفرقی مساوات، ابتدائی قیمت مسئلے، اور ریاضیاتی نمونہ کشی
499	5.3	تکمل بذریعہ ترکیب بدل۔ زنجیری قاعدہ کا الٹ اطلاق
511	5.4	اندازہ بذریعہ تنہائی مجموعہ
527	5.5	ریمان مجموعے اور قطعی تکملات
555	5.6	خصوصیات، رقبہ، اور اوسط قیمت مسئلہ
571	5.7	بنیادی مسئلہ
592	5.8	قطعی تکمل میں بدل
598	5.9	اعدادی تکمل
598	5.10	قاعدہ ذوزرقہ
617	6	تکمل کا استعمال
617	6.1	منحنیات کے بیچ رقبہ
621	6.1.1	تبدیل ہوتے کلیات والا سرحد
632	6.2	تکلیاں کاٹ کر حجم کی تلاش
639	6.3	اجسام طواف کے حجم۔ قرص اور چھلا
654	6.4	تکلی چھلے
667	6.5	مستوی منحنیات کی لمبائیاں
677	6.6	سطح طواف کا رقبہ
689	6.7	معیار اثر اور مرکز کمیت
701	6.7.1	وسطانی مرکز
706	6.8	کام
720	6.9	فشار سیال اور قوت سیال
730	6.10	بنیادی نقش اور دیگر نمونی استعمال
743	7	ماورائی تفاعل
744	7.1	الٹ تفاعل اور ان کے تفرقات

762	قدرتی لوگار تھم	7.2
779	قوت نمائی تفاعل	7.3
794	$\log_a x$ اور a^x	7.4
805	افزائش اور تنزل	7.5
819	قاعدہ لھوپیٹال	7.6
835	اضافی شرح نمو	7.7
840	7.7.1 ترتیبی اور شمائی تلاش	
846	الٹ نکتہ بنائی تفاعل	7.8
862	الٹ نکتہ بنائی تفاعل کے تفرق؛ مکمل	7.9
879	بدلولی تفاعل	7.10
900	یک رتبی تفرقی مساوات	7.11
918	یولر کی اعدادی ترکیب؛ میدان ڈھلوان	7.12

929	8 مکمل کے طریقے
929	8.1 مکمل کے بنیادی کلیات
945	8.2 مکمل بالخص
950	8.2.1 بار بار استعمال
959	8.3 جزوی کسر
974	8.4 نکتہ بنائی بدل
986	8.5 جدول مکمل اور کمپیوٹر
1003	8.6 غیر مناسب مکمل

1029	9 لامتناہی تسلسل
1029	9.1 اعداد کی ترتیب کی حد
1048	9.2 ترتیب کے حد تلاش کرنے کے مسئلے
1064	9.3 لامتناہی تسلسل
1083	9.4 غیر منفی اجزاء والے تسلسل کا تکمیلی پرکھ
1093	9.5 غیر منفی اجزاء کے تسلسل کے تقابلی پرکھ
1103	9.6 غیر منفی اجزاء کے تسلسل کا تنابہی اور جذری پرکھ
1115	9.7 بدلتا تسلسل، مطلق اور مشروط ارتکاز
1129	9.8 طاقی تسلسل
1145	9.9 ٹیلر اور مکملان تسلسل
1156	9.10 ٹیلر تسلسل کا ارتکاز؛ غل کے اندازے
1175	9.11 طاقی تسلسل کے استعمال

1195	10 مخروطی حصے، منحنی مقدار معلوم اور قطعی محدود
1195	10.1 مخروطی حصے اور دو قدری مساواتیں
1220	10.2 سبک لے لحاظ سے مخروط حصوں کی جماعت بندی

1230	10.3	دو درجی مساوات اور گھومنا
1244	10.4	مستوی منحنیات کے مقدار معلوم روپ کا حصول
1260	10.5	احصاء اور مقدار معلوم منحنیات
1274	10.6	قطبی محدود
1286	10.7	قطبی محدود میں ترسیم
1300	10.8	مخروط حصوں کے قطبی مساوات
1301	10.8.1	دائرے
1315	10.9	قطبی محدود میں تحمل
1329	11	سمتیات اور خلا میں تجلیلی جیومیٹری
1329	11.1	مستوی میں سمتیات
1345	11.2	کارتیسی (مستطیل) محدود اور فضا میں سمتیات
1353	11.2.1	کرہ
1363	11.3	ضرب نقطہ
1364	11.3.1	حساب
1378	11.4	صلیبی ضرب
1393	11.5	فضا میں خطوط اور مستویات
1408	11.6	تنگی اور مربع سطحیں
1426	11.7	تنگی اور کروی محدود
1437	12	سمتی قیمت تفاعل اور فضا میں حرکت
1437	12.1	سمتی قیمت تفاعل اور فضائی منحنیات
1460	12.2	گولہ کی حرکت کی نمونہ کشی
1469	12.3	لمبائی قوس اور اکائی مماسی سمتیہ T
1478	12.4	انحناء، مروڑ اور TNB چھوٹ
1499	12.5	فلکی سیاروں اور مصنوعی سیاروں کی حرکت
1515	13	کثیر المتغیر تفاعل اور جزوی تفرقات
1515	13.1	کثیر متغیرات کے تفاعل
1530	13.2	حد اور استمرار
1545	13.3	جزوی تفرقات
1562	13.4	تفرق پذیری، خط بندی، اور تفرقات
1579	13.5	زنجیری قاعدہ
1594	13.6	پابند متغیرات کے تفاعل کے جزوی تفرقات
1601	13.7	رنجی تفرقات، سمتیہ ڈھلوان، اور مماسی سطحیں
1622	13.8	انتہائی قیمتیں اور نقاط زین
1631	13.8.1	نتیجہ
1640	13.9	لیگرینج ضاربین
1657	13.10	کلیہ نیلر

1665	14 تکمل بالکثرت
1665	14.1 دوہرا نکملات
1685	14.2 رقبات، معیار اثر، اور مراکز کیت
1701	14.3 دوہرا نکملات کا قطبی روپ
1712	14.4 کار تینی محدود میں تہرا نکمل
1727	14.5 تعین بعد میں کیت اور معیار اثر
1736	14.6 نکلی اور کردی محدود میں تہرا نکمل
1756	14.7 نکملات بالکثرت میں بدل
1763	15 سستی میدان میں نکمل
1763	15.1 خطی نکمل
1765	15.1.1 جمع پذیری
1769	جوابات
1791	ا ضمیمہ اول
1793	ب ضمیمہ دوم
1795	ج ضمیمہ تین
1797	د ضمیمہ چار
1799	ه ضمیمہ پانچ
1801	و ضمیمہ چھ
1803	ز ضمیمہ سات
1805	ح ضمیمہ آٹھ
1807	ط ضمیمہ آٹھ
1809	ی نکملات کا مختصر جدول
1821	فرہنگ

میری پہلی کتاب کا دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومت پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔ دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔ انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ کرتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان از خود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔ یہ طلبہ و طالبات ذہن ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھرپور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔ میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔ کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعمال ہونے والے تکنیکی الفاظ ہی استعمال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روزمرہ میں استعمال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی الفاظ کی چٹائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی استعمال کی گئی ہے۔ اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظام تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہو گی۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجینئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعمال کی جائے گی۔ اردو زبان میں برقی انجینئرنگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

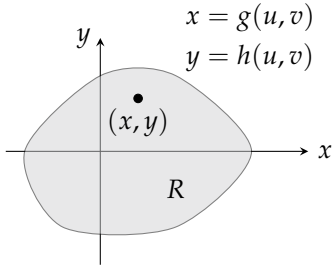
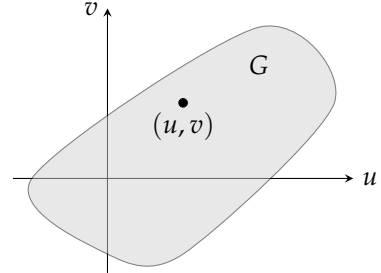
اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری ای۔میل پر کریں۔ میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

اس کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے ہی سرزد ہوئی ہیں البتہ انہیں درست کرنے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔ میں ان سب کا شکریہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

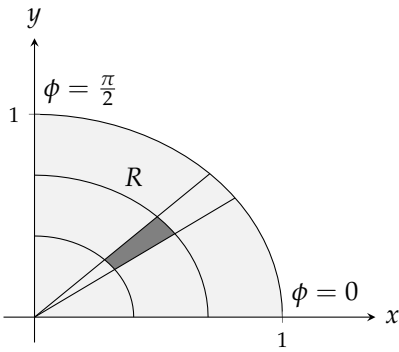
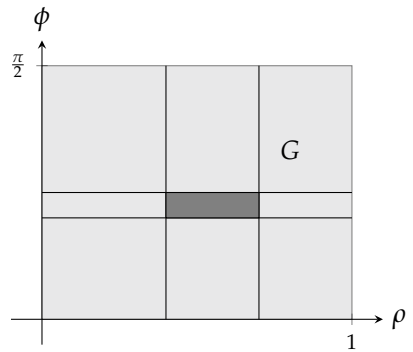
میں یہاں کامیٹ یونیورسٹی اور ہائر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

خالد خان یوسفزئی

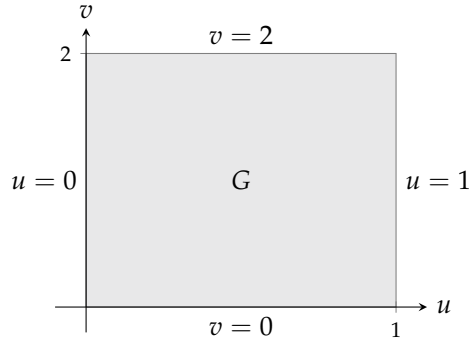
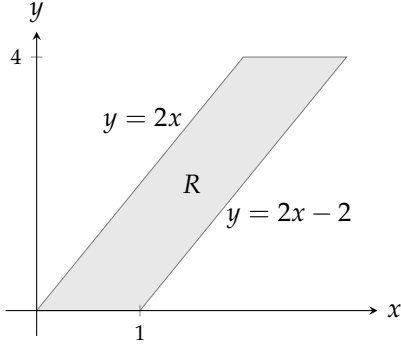
28 اکتوبر 2011

(ب) کارتیسی xy مستوی(ل) کارتیسی uv مستوی

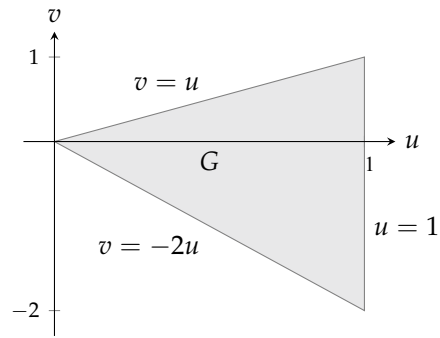
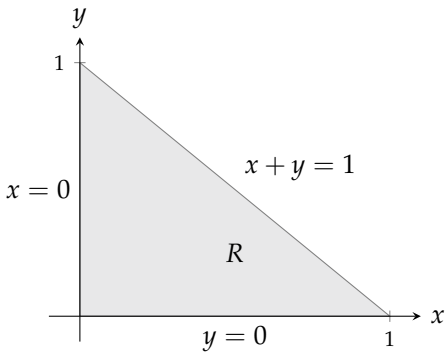
شکل 15.1: مستوی xy میں خطہ R پر مکمل کا تبادلہ مساوات $x = g(u, v)$ ، $y = h(u, v)$ مستوی uv میں خطہ G پر کرتی ہیں۔

(ب) کارتیسی xy مستوی(ل) کارتیسی $\rho\phi$ مستوی

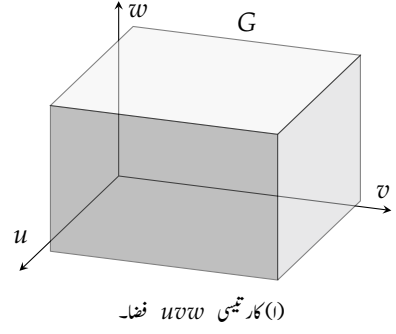
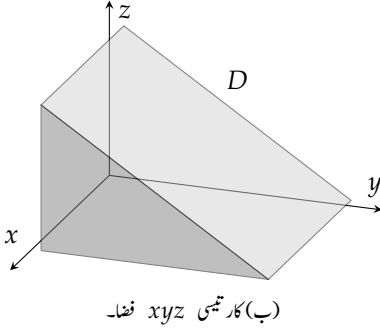
شکل 15.2: خطہ G کا تبادلہ مساوات $x = \rho \cos \phi$ ، $y = \rho \sin \phi$ خطہ R میں کرتی ہیں۔



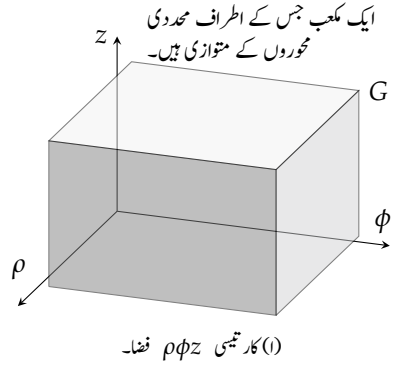
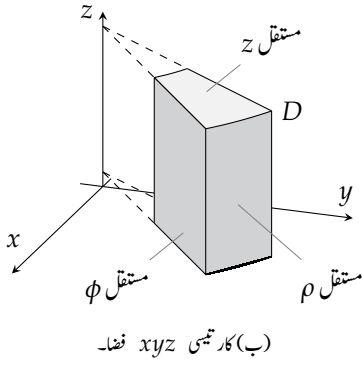
شکل 15.3: خط G کا تبادلہ مساوات $x = u + v$ ، $y = 2v$ خط R میں کرتی ہیں۔ ان مساوات کو $u = (2x - y)/2$ ، $v = y/2$ لکھ کر R کا تبادلہ G میں کیا جاسکتا ہے۔



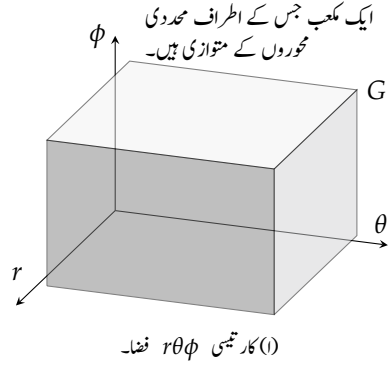
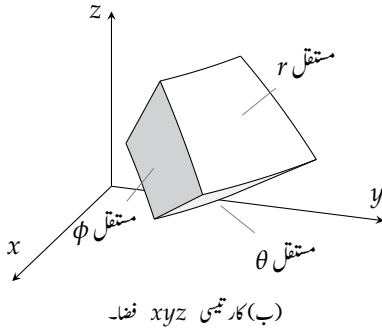
شکل 15.4: خط G کا تبادلہ مساوات $x = \frac{u}{3} - \frac{v}{3}$ ، $y = \frac{2u}{3} + \frac{v}{3}$ خط R میں کرتی ہیں۔ ان مساوات کو $u = x + y$ ، $v = y - 2x$ لکھ کر R کا تبادلہ G میں کیا جاسکتا ہے۔



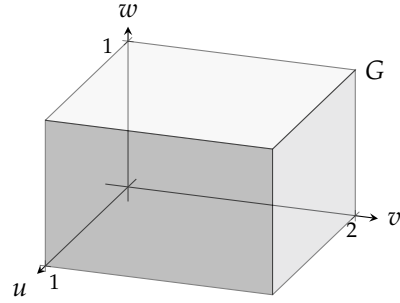
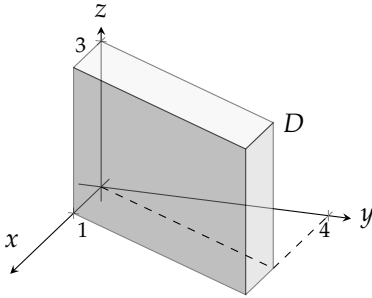
شکل 15.5: کارتیسی xyz فضا میں خط D پر مکمل کا متبادل مساوات $x = g(u, v, w)$ ، $y = h(u, v, w)$ ، $z = k(u, v, w)$ کارتیسی uvw فضا میں خط G پر مکمل میں کرتی ہیں۔



شکل 15.6: خط G کا متبادل مساوات $x = \rho \cos \phi$ ، $y = \rho \sin \phi$ ، $z = z$ خط D میں کرتی ہیں۔



شکل 15.7: خطہ G کا متبادل مساوات $x = r \sin \theta \cos \phi$ ، $y = r \sin \theta \sin \phi$ ، $z = r \cos \theta$ خطہ D میں کرتی ہیں۔



شکل 15.8: خطہ G کا متبادل مساوات $x = u + v$ ، $y = 2v$ ، $z = 3w$ خطہ D میں کرتی ہیں جبکہ ان کی مخالف مساوات $u = \frac{2x-y}{2}$ ، $v = \frac{y}{2}$ ، $w = \frac{z}{3}$ میں کرتی ہیں۔

جوابات

- boundary, 4, 1518, 1520
 - point, 1520
 - points, 4
- bounded, 1519
 - from above, 1038
 - from below, 1044
- cam, 1288
- cardioid, 1288
- catalyst, 435
- catenary, 898
- center, 54, 441, 1195
 - of curvature, 1482
- centroid, 701, 1694, 1730
- chain rule, 274
- chaos theory, 207
- charge
 - electron, 719
- circle, 54, 1195
 - of curvature, 1482
- closed, 4, 1518, 1520
 - ball, 1519
- commutative, 1366
 - non, 1380
- concave
 - down, 366
 - up, 366
- conjugate expression, 114
- constant
 - arbitrary, 472
 - gravitational, 1500
 - rate, 806
- absolute value, 6
- acceleration, 239, 1442
- adiabatic process, 714
- aerofoil, 611
- alaska, 288
- algebraic, 743
- algorithm, 840
- angioplasty, 448
- angle of inclination, 20
- aphelion, 1306
- aspect ratio, 15
- astroid, 1257
- asymptote, 394
- asymptotes, 1204
- autocatalyst, 435
- average, 518, 562
- axis, 57, 1196
 - focal, 1204
 - major, 1200
 - minor, 1200
 - negative-x, 14
 - of revolution, 639
 - positive-x, 14
- basic, 1332
- bifurcation value, 1047
- binomial
 - series, 1176
- bound
 - least upper, 1038
 - lower, 1044
 - upper, 1038

- derivative, 186, 195
 - directional, 1601
 - first, 229
 - first order, 229
 - partial, 1545, 1546
 - second, 229
 - second order, 229
- discriminant, 1628
- difference
 - centered quotient, 271
- difference quotient, 186
 - Fermat's, 271
- differentiable, 196, 1563
- differential, 1568
 - equation, 484
 - total, 1568
- differential equation
 - first order, 900
 - linear, 902
 - separable, 901
 - solution, 900
 - standard form, 902
- differentiation
 - logarithmic, 768
- direction
 - cosines, 1373
- directrix, 1196
- discontinuity
 - infinite, 165
 - jump, 163
 - oscillating, 165
- discriminant, 1235
- displacement, 237, 731
- divergent, 1006, 1033
- domain, 30, 1516
 - natural, 33
- dominant, 243, 400
- dominates, 400
- eccentricity, 1220
- electron, 719
- continuity
 - at a point, 1440
 - uniform, 535
- continuous, 1440, 1533
 - at a point, 1533
 - left, 165
 - on interval, 171
 - right, 165
- continuous extension, 170
- contour
 - line, 1521
- convergence
 - interval, 1134
 - radius, 1134
- convergent, 1006, 1033
 - absolute, 1118
 - conditional, 1118
- converges, 533
- coordinate
 - axis, 14
 - pair, 14
 - x, 14
 - y, 14
- coordinates
 - rectangular, 1347
- cosines
 - law, 83
- critical point, 330
- cross section, 1408
- curvature, 1478
- curve
 - integral, 488
 - level, 1520
- cycloid, 1248
- cylinder, 1408
- cylindrical coordinates, 1426
- dashpot, 956
- decreasing, 344
- deltoid, 1259
- dependent variable, 31

- least integer, 40
- real valued, 1516
- sine integral, 1024
- Gamma function, 1025
- gene, 243
- generating
 - curve, 1408
 - region, 639
- genetics, 243
- global, 326
- graph, 1520
 - dot, 242
- gyration, 1685
 - radius, 1689
- half angle formulae, 83
- half life, 810
- half-open, 4
- helium, 317
- hyperbola, 1202
 - center, 1204
- hypocycloid, 1257
- Ibn Sahl's law, 422
- identity function, 746
- image, 1752
 - pre, 1752
- implicit
 - differentiation, 291
- increasing, 344
- increments, 15
- independent variable, 31
- index
 - summation, 528
- inflation, 809
- initial point, 1244
- initial value
 - problem, 484
- instantaneous
 - rate of change, 96
- integrable, 533
- ellipse, 1198
- ellipsoid, 1207
- elliptic
 - integral, 1270
- energy
 - kinetic, 719
- equation
 - general linear, 24
 - point-slope, 22
 - slope-intercept, 23
- error, 1572
- escape velocity, 915
- Euler's
 - constant, 1093
 - formula, 1164
- Euler's method, 918
- even, 38
- extended function, 170
- exterior, 56
- extrema, 326
- factorials, 1035
- Fermat's principle, 421
- Fibonacci numbers, 1036
- finite sum, 511
- fixed point, 180, 1054
- focal
 - length, 1196
- focus, 1196
- fossil bone, 819
- fractals, 672
- free fall, 239
- frustum, 677
- function
 - composite, 37
 - error, 1024
 - greatest integer, 40
 - hyperbolic, 897
 - identity, 746
 - integer ceiling, 40
 - integer floor, 40

- law
 - Hooke's, 709
 - parallelogram, 1331
- Leibniz's
 - formula, 1183
- lemniscate, 1290
- limit, 1033, 1439, 1530
 - left-handed, 143
 - right-handed, 143
 - two-sided, 144
- limits, 96
- line
 - regression, 1638
- linear
 - equations, 24
 - standard approximation, 441
- linear approximation
 - standard, 1564
- linearization, 441, 1564
- Lissajous figures, 1272
- logarithm
 - common, 796
- marginal
 - cost of production, 244
- marginals, 243
- mass
 - center, 694
 - center of, 690
- maxima, 1002
- maximum
 - local, 1627
- mean, 562
 - arithmetic, 350
 - geometric, 350
- mean life
 - nucleus, 817
- method
 - partial fractions, 959
 - Picard's, 1053
- minimax, 1417
- integral
 - definite, 533
 - double, 1666
 - indefinite, 472, 1447
 - iterated, 1669
 - line, 1763
 - repeated, 1669
 - triple, 1713
- integrand, 472
- integration
 - by parts, 945
 - constant of, 472
 - factor, 903
 - tabular, 952
 - variable, 472
- intercept
 - x, 23
 - y, 23
- interest
 - continuous compound, 809
- interior, 4, 56, 1518, 1520
 - point, 1520
 - points, 4
- intermediate form, 819
- intersection, 9
- interval, 3
 - finite, 3
 - infinite, 4
- inverse, 746
- involute, 1256
- irreducible, 962
- iteration
 - path, 1054
- Jacobian, 1752
 - determinant, 1756
- jerk, 261
- joule, 706, 1370
- Lagrange
 - multiplier, 1645
 - multipliers' method, 1645

interval, 1244
 parametric
 curve, 237
 equations, 1244
 representation, 238
 parametrization, 1244
 partial fractions, 959
 partition, 531
 path, 1438
 perihelion, 1306, 1502
 period, 81
 periodic, 81
 pH, 797
 piston, 288
 plane
 xy, 1346
 planes
 coordinate, 1347
 point
 boundary, 1517
 critical, 1625
 inflection, 367
 interior, 163, 1517
 left end, 163
 right end, 163
 saddle, 1625, 1627
 pole, 1274
 pressure, 720
 product
 cross, 1379
 property
 intermediate value, 171

 quadrants, 15
 quadratic
 approximation, 1156
 curves, 1230

 radioactive, 810
 radioactive decay, 810
 radius, 54, 1195
 of curvature, 1482

minimum
 local, 1627
 molecule, 973
 moment
 first, 1689
 polar, 1690
 second, 1689

 newton
 law of cooling, 813
 nonelementary, 991
 norm, 532
 normal, 294, 1338
 numbers
 irrational, 3
 natural, 3
 rational, 3
 real, 1
 numerical
 method, 918
 solution, 918

 octant, 1347
 first, 1347
 odd, 39
 one to one, 744
 open, 4, 1518, 1520
 ball, 1519
 operators, 1660
 orbit
 geostationary, 1510
 geosynchronous, 1510
 orbital period, 1507
 origin, 14, 1274
 orthogonal, 1366

 Pappus
 formula, 1700
 Pappus's formula, 1735
 Pappus's theorem, 735
 parabola, 18, 57, 1196
 parameter, 1244

- nondecreasing, 1037
- nonincreasing, 1043
- sub, 1036
- tail, 1037
- series
 - alternating, 1115
 - alternating harmonic, 1115
 - center, 1129
 - coefficients, 1129
 - convergence, 1066
 - divergence, 1066
 - geometric, 1066
 - harmonic, 1084
 - infinite, 1065
 - Maclaurin, 1147
 - n th term, 1066
 - power, 1129
 - Taylor, 1147
- sets, 3
- Simpson
 - rule, 604
- simulation, 491
- slope, 19
- smooth, 1260, 1442
 - curve, 668
 - piecewise, 1442
- snow flake, 296
- solid of revolution, 639
- solution
 - general, 485
 - particular, 485
- speed, 239
- spherical
 - wedge, 1741
- spherical coordinates, 1430
- spring constant, 709
- stainless steel, 717
- standard
 - position, 73
- step
 - size, 598
- range, 30, 1516
- range finder, 309
- real
 - line, 1
 - valued function, 32
 - variables, 32
- recessive, 243
- recursion
 - formula, 1035
- reduction formulae, 989
- reference frame, 1473
- removabel, 163
- revolution
 - surface, 677
- Richter scale, 796
- Riemann
 - sum, 532
- root, 173
- rule
 - constant multiple, 219
 - Delesse's, 734
 - differential of constant, 217
 - power, 218
 - product, 223
 - quotient, 226
 - reciprocal, 235
 - sum, 220
- saddle point, 1417
- scalar, 1330
 - functions, 1439
 - product, 1363
- scalar multiple, 1330
- search
 - binary, 840
 - sequential, 840
- secant, 95
- sensitive, 242, 1047
- sensitivity, 234, 242
- sequence, 1030
 - infinite, 1030

- dependent, 1516
 - dummy, 537
 - independent, 1516
 - input, 1516
 - output, 1516
- vector, 1329
 - binormal, 1484
 - function, 1438
 - length, 1335
 - magnitude, 1335
 - position, 1348, 1438
 - product, 1378
 - unit, 1336
- vector-valued
 - function, 1438
- velocity, 1442
 - average, 237
- vertex, 57, 1196
- vertices, 1204
- voltage
 - peak, 579
- volume, 1714
- zero, 173
- steps, 598
- subintervals, 531
- sum
 - lower, 534
- summation
 - lower limit, 528
 - upper limit, 528
- surface, 1520
 - level, 1522
- tangent, 96, 1338
- Taylor's
 - formula, 1157
- terminal point, 1244
- terms, 528
- test
 - comparison, 1094
 - direct comparison, 1012
 - extrinsic, 1103
 - intrinsic, 1103
 - limit comparison, 1013
- theorem
 - mean value, 339
 - perpendicular axis, 1690
 - Rolle's, 337
 - sandwich, 116
- time constant, 916
- TNT, trinitrotoluene, 452
- torque, 689
 - system, 689
- torsion, 1478, 1485
- torus, 654, 737
- transcendental, 743
- tree diagram, 1581
- unbounded, 1519
- union, 9
- unit
 - circle, 72
- unit circle, 17
- variable

- 1478، انجنا
 اندرسہ، 654، 737
 اندرون، 4، 56، 1518، 1520
 اندرونی
 نقطہ، 1520
 اندرونی نقطہ، 4
 اوج شمسی، 1306
 اوسط، 518
 حسابی، 350
 ہندسی، 350
 اوسط زندگی
 مرکزہ، 817
 اوسط قیمت، 562
 ایک ایک تقابل، 744
 ایلا سکا، 288
 بار، 719
 بارودی مواد، 452
 برف
 روئی، 296
 برقیہ
 منفی، 719
 بڑھتا، 344
 بڑھوتری، 15
 بند، 4، 1518، 1520
 گیند، 1519
 بیرون، 56
 پرکھ
 اندرونی، 1103
 بلا واسطہ تقابلی، 1012
 تقابل حد، 1013
 تقابلی، 1094
 پسٹن، 288
 پیدا کار
 منحنی، 1408
 پیدا کار خطہ، 639
 پینا
 رکٹر، 796
 فاصلہ، 309
 تابع متغیر، 31
 آزادانہ گرنا، 239
 ابتدائی قیمت
 مسئلہ، 484
 ابتدائی نقطہ، 1244
 اختتامی نقطہ، 1244
 ارتکاز
 رداس، 1134
 وقفہ، 1134
 اساسی، 1332
 استمرار
 نقطہ پر، 1440
 یکساں، 535
 استمراری، 1440، 1533
 بائیں، 165
 دائیں، 165
 نقطہ پر، 1533
 وقفہ پر، 171
 استمراری توسیع، 170
 اسراع، 1442، 239
 اشتراک، 9
 اصول
 فقہا، 421
 اعداد
 حقیقی، 3
 غیر ناطق، 3
 ناطق، 3
 اعدادی
 ترکیب، 918
 حل، 918
 اعداد ضربیہ، 1035
 افراط زر، 809
 اکائی
 دائرہ، 72
 اکائی دائرہ، 17
 الٹ، 746
 الجبرائی، 743
 الخوارزم
 کمپیوٹر، 840
 انتہا، 326
 انجیو پلاسٹی، 448

- تابکار، 810
 تابکاری تحلیل، 810
 تنقیف
 کلیات، 989
 ناقابل، 962
 تدویر، 1248
 فلک، 1257
 ترتیب، 1030
 ذیلی، 1036
 غیر بڑھتا، 1043
 لامتناہی، 1030
 نیچے سے محدود، 1044
 ترکیبی
 مکمل، 1270
 ترخیم، 1198
 ترکیبی سطح، 1207
 ترسیم، 1520
 نقطہ، 242
 ترکیب
 پکاخ، 1053
 جزوی کسری، 959
 ترکیب یور، 918
 تسلسل
 ارتکاز، 1066
 انفرانج، 1066
 بدلتا، 1115
 بدلتا ہارمونی، 1115
 ٹیلر، 1147
 ثنائی، 1176
 جزو، 1066
 دم، 1037
 طاقتی، 1129
 غیر گھٹتا، 1037
 لامتناہی، 1065
 مکمل، 1147
 ہارمونی، 1084
 ہندسی، 1066
 تعین گر
 سمتیہ، 1438
 تفاعل
 بڑا ترین عدد صحیح، 40
 حقیقی قیمت، 1516
 خلل، 1024
 سائن مکمل، 1024
 شناختی، 746
 عددی صحیح چھت، 40
 عددی صحیح زمین، 40
 کم ترین عدد، 40
 مرکب، 37
 ہڈولی، 897
 تفرق، 186، 195
 این رتبی، 229
 پہلا، 229
 تین رتبی، 229
 جزوی، 1545، 1546
 دور رتبی، 229
 دوسرا، 229
 رتبہ اول، 229
 رتبہ دوم، 229
 رخی، 1601
 قابل، 196، 1260
 یک رتبی، 229
 تفرقی
 مساوات، 484
 تفرقی مساوات
 حل، 900
 خطی، 902
 قابل علیحدگی، 901
 معیاری روپ، 902
 یک رتبی، 900
 تفریق، 1568
 کل، 1568
 تفریقی
 وسطی حاصل تقسیم، 271
 تقاطع، 9
 مکمل
 اعادہ، 1669
 بارہا، 1669
 بالخصوص، 945

- جین، 243
- حد، 96، 1033، 1439، 1530
- ہائیں ہاتھ، 143
- دائیں ہاتھ، 143
- دو طرفہ، 144
- حل
- عمومی، 485
- مخصوص، 485
- حاشیہ، 243
- حاشیہ لاگت، 244
- حاشیہ لاگت پیداوار، 244
- حاصل تقسیم
- تفریقی، 186
- حجریہ ہڈی، 819
- حجم، 1714
- حد بندی
- بالائی، 1038
- زیریں، 1044
- کم سے کم بالائی، 1038
- حرارت ناگزیر عمل، 714
- حرکت
- دواری، 1685
- حاس، 1047، 242
- حسابیت، 234، 242
- حضیض شمس، 1502
- حضیض شمسی، 1306
- حقیقی
- اعداد، 1
- خط، 1
- قیمت تفاعل، 32
- متغیرات، 32
- حوالہ چھوڑ کر، 1473
- خط
- ارتقاع، 1521
- خاصیت
- متوسط قیمت، 171
- خانہ بندی، 531
- خطی
- مساوات، 24
- ترخیمی، 1270
- تہرا، 1713
- جدولی، 952
- جزو، 903
- خطی، 1763
- دوہرا، 1666
- غیر بنیادی، 991
- غیر قطعی، 1447، 472
- قابل، 533
- قطعی، 533
- کا مستقل، 472
- متغیر، 472
- تکونی عدم مساوات، 7
- تلاش
- ترتیبی، 840
- تناسب پہلو، 15
- توانی
- راہ، 1054
- کلیہ، 1035
- توانائی
- حرکی، 719
- تیزابیت، 797
- نیلر
- کلیہ، 1157
- شمن، 1347
- پہلا، 1347
- ثنائی
- تسلسل، 1176
- ثنائی تلاش، 840
- جاذب، 956
- جاول، 1370، 706
- جذر، 173
- جزوی کسر، 959
- جسم طواف، 639
- جنت، 38
- جنیات، 243
- جوڑی دار تعلق، 114
- چھٹکا، 261

- 796 رکڑ پیناٹش،
 956 روک،
 532 ریمان مجموعہ،
 20 زاویہ میلان،
 274 زنجیری قاعدہ،
 زیادہ سے زیادہ
 1627 مقامی،
 973 سالہ،
 1257 ستارہ نما،
 سرحدی
 1520 نقطہ،
 4 نقطہ،
 1520، 1518، 4 سرحد،
 1520 سطح،
 677 طواف،
 1516، 30 سعت،
 528 سنگا علاقہ میں اظہار،
 3 سلسلہ،
 سستی
 1438 تقابل،
 1378 ضرب،
 1329 سمتیہ،
 1348 اساس،
 1336 اکائی،
 1348 تعین گر،
 1484 دوہری عمودی،
 1351 صفر،
 1335 لہائی،
 1335 مقدار،
 1442 سستی رفتار،
 237 اوسط،
 1438 سستی قیمت تقابل،
 سمسن
 604 قاعدہ،
 1220 سنگ،
 سود در سود
 809 مسلسل،
 95 سینٹ،
 441 معیاری تخمین،
 خط بند
 1564 تقابل،
 441 خط بندی،
 1638 خط رجعت،
 خطی تخمین
 1564 معیاری،
 خفی
 291 تفرق،
 1572 خلل،
 1195، 54 دائرہ،
 1482 انحناء،
 1516، 30 دائرہ کار،
 33 قدرتی،
 720 دباؤ،
 579 چوٹی،
 1256 در پیچیدہ،
 1685 دوار،
 1689 رداس،
 1290 دو چشمہ،
 دو درجی
 1156 تخمین،
 1230 مخنیات،
 81 دوری،
 1507، 81 دوری عرصہ،
 1047 دولتی نقطہ،
 184، 19 ڈھلوان،
 1204، 1196، 57 راس،
 1438 راہ،
 15 رباعیات،
 رجعت
 1638 خط،
 1195، 54 رداس،
 1482 انحناء،
 1689 دوار،
 رداس ارتکاز
 1134 صفر،
 1134 لامتناہی،
 239 رفتار،

- شکل شجرہ، 1581
شناختی تقابل، 746
- صفر، 173
صلیبی ضرب، 1379
- ضرب
سمتی، 1378
صلیبی، 1379
غیر سمتی، 1363
- طاقت
ہائڈروجن، 797
طاق، 39
طاقی تسلسل، 1129
مرکز، 1129
- طواف
سطح، 677
- عالمگیر، 326
عالمین، 1660
عددی سر، 1129
عدم استمرار
- ارتعاشی، 165
چھلانگ، 163
لائتنائی، 165
- سکس، 1752
قبل، 1752
عمل انگیز، 435
خود، 435
- عمودی، 1366، 1338، 294
تراش، 1408
- غالب، 400، 243
غلبہ، 400
غیر بنیادی کھل، 991
غیر تابع متغیر، 31
غیر سمتی، 1330
- تقابل، 1439
ضرب، 1363
مضرب، 1330
- غیر محدود، 1519
غیر معین روپ، 819
- فونیکس اعداد، 1036
فرمٹ تفریق حاصل تقسیم، 271
فشار، 720
فلک تدویر، 1257
فولاد
- بے رنگ، 717
- قابل تبادل، 1366
نا، 1380
قابل تفرق، 1563
قابل بناد، 163
قاعدہ
- بالکس متناسب، 235
تفرق مستقل، 217
حاصل تقسیم، 226
حاصل ضرب، 223
دولس، 734
طاقت، 218
متوازی الاضلاع، 1331
مجموعہ، 220
مستقل مضرب، 219
- قانون
ہک، 709
قانون العطف
ابن سہل، 422
قانون ٹھنڈک
نیوٹن، 813
قدم، 598
لمبائی، 598
- قطع
ایکس، 23
وائے، 23
قطب، 1274
قطب نما، 1288
قطعی
- کھل، 533
قطع زائد، 1202
مرکز، 1204

ضاربین کی ترکیب، 1645

ماسکہ، 1196، 1202

طول، 1196

مادرائی، 743

مبداء، 14، 1274

متغیر

تالیخ، 1516

خارجی، 1516

داخلی، 1516

غیر تالیخ، 1516

تفلی، 537

مقارب، 394، 1204

مستکمل، 472

متناہی مجموعہ، 511

مثالی، 1259

مجموعہ

ارکان، 528

زیریں، 534

مجموعی سلسلہ

اشاری، 528

بالائی حد، 528

زیریں حد، 528

محدود

ایکس، 14

مستطیل، 1347

واسے، 14

محددی جوڑی، 14

محددی محور، 14

محدود، 1519

اوپر سے، 1038

محور، 57، 1196

اصغر، 1200

اکبر، 1200

طواف، 639

ماسکہ، 1204

مثبت ایکس، 14

منفی ایکس، 14

مخروط مقطوع، 677

مدار

ہم عصر، 1510

قطع مکانی، 18، 57، 1196

قوت مروڑ، 689

نظام، 689

کروی

پچر، 1741

کروی محدود، 1430

کلیہ

پاپس، 1700، 1735

توالی، 1035

کلیات

تنخفف، 989

کم زیادہ، 1417

کم سے کم

مقامی، 1627

کمیت، 1689

مرکز، 690

کوسائن

رخ، 1373

قاعدہ، 83

کھلا، 4، 1518، 1520

گیند، 1519

کیم، 1288

گریزی رفتار، 915

گنج غیر ہموار منحنیات، 672

گھٹتا، 344

گیما تقاطع، 1025

لساجس اشکال، 1272

لمحاتی

شرح تبدیلی، 96

لوگار تھم

عام، 796

لوگار تھمی تفرق، 768

لیمنٹز

کلیہ، 1183

لیزم، 898

لیگریش

ضارب، 1645

- 1244، وقف
مقررہ نقطہ، 180، 1054
مقعر
اوپر، 366
نیچے، 366
مقیاس پک، 709
ماس، 184، 96، 1338
ممیز، 1235، 1628
منحنی
مکمل، 488
حل، 488
کمتر وقتی، 1250
کیساں وقتی، 1250
منفرج، 1006، 1033
میکسا، 1002
ناظمہ، 1196
نصف زاویہ
کلیات، 83
نصف زندگی، 810
نصف کھلا، 4
نظریہ
اہتری، 207
نقطہ
اندرونی، 163، 1517
ہائیں سر، 163
تصریف، 367
دائیں سر، 163
زین، 1625، 1627
سرحدی، 1517
فاصل، 1625
نقطہ زین، 1417
نقطہ فاصل، 330
نقل اتارنا، 491
نکلی، 1408
نکلی محدود، 1426
وسط، 441
وسطانی مرکز، 701
وسیع تفاصل، 170
وقتی مستقل، 916
مرکز، 1006، 1033
مشروط، 1118
مطلق، 1118
مرکز، 54، 1195
انجاء، 1482
کیٹ، 694
وسطانی، 1694، 1730
مرکوز، 533
مروڑ، 1478، 1485
مساوات
ڈھلوان-قطع، 23
عمومی خطی، 24
نقطہ-ڈھلوان، 22
مستقل
اختیاری، 472
تنجانی، 1500
شرجی، 806
مستقلہ اسپرنگ، 709
مستوی
ایکس واسے، 1346
محدوی، 1347
مسئلہ
اوسط قیمت، 339
تچ، 116
پاپس، 735
رول، 337
عمودی محور، 1690
مطلق قیمت، 6
معیاری
مقام، 73
معیار، 532
معیار اثر
اول، 1689
دوم، 1689
قطبی، 1690
مغلوب، 243
مقدار معلوم، 1244
ترسیم، 237
روپ، 238، 1438
روپ دینا، 1244
مساوات، 1244

وقفہ، 3

ذیلی، 531

لا متنائی، 4

متنائی، 3

ہٹاؤ، 237، 731

ہم قد

سطح، 1522

مختی، 1520

ہموار، 1260، 1442

نکڑوں میں، 1442

مختی، 668

ہوائی پترا، 611

ہیلیم، 317

یعقوبی، 1752

مقطع، 1756

یولر

کلیہ، 1164

مستقل، 1093