احصاء اور تحليلي جيوميٹري

خالد خان يوسفز. كي

جامعہ کامسیٹ، اسلام آباد khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

Vii																										,	يباچ	,
ix																						4	یبادٍ	، کا د	ناب	پہلی کہ انجابی کن	يىرى	•
1																							٠	لمومات	، مع	ابتدائی	1	L
1																		خط	تى :	حقية	اور	راد	اعد	حقيقي		1.1		
15																										1.2		
32																							Ĺ	تفاعل		1.3		
54																					غلى	انمذ	م کی	ترسيم		1.4		
74																					بل	نفاء	انی اِنی	بنكوني		1.5		
95																								/		حدود ا	2)
95																										2.1		
113															٠.		عد	قواه	کے	ئے ۔	_,	پ کر	لاثر	פנ "		2.2		
126																										2.3		
146																										2.4		
165																							ار	استمر		2.5		
184	١.																					Į	ی ز	مماسح		2.6		
199)																									تفرق	3	Ł
199)																				ت ,	تف	K,	تفاعل		3.1	-	
221																					رں	, زق	ی ہ ِ تفر	عا ر قواعد		3.2		
240																										3.3		
257																										3.4		
277																										3.5		
294																										3.6		
310) .																			ىلى	تبد	ح .	شرر	د گیر		3.7		

عـــنوان

 325 340 340 341 340 341 352 363 364 374 385 386 387 391 44 391 45 46 47 46 47 48 51 52 53 54 55 55 56 57 57 58 58 59 605 605 605 70 7		تفرق کا استعال	4
 356 368 368 368 368 368 368 368 368 368 37 40 44 45 46 47 46 47 46 47 48 47 48 47 48 47 48 51 52 54 55 55 56 57 50 50 51 52 53 54 55 54 55 55 56 57 56 57 56 57 57<td></td><td></td><td></td>			
 356 368 368 368 368 368 368 368 368 368 37 40 44 45 46 47 46 47 46 47 48 47 48 47 48 47 48 51 52 54 55 55 56 57 50 50 51 52 53 54 55 54 55 55 56 57 56 57 56 57 57<td>اوسط قیمت</td><td>4.2 متله</td><td></td>	اوسط قیمت	4.2 متله	
 356 368 368 368 368 368 368 368 368 368 37 40 44 45 46 47 46 47 46 47 48 47 48 47 48 47 48 51 52 54 55 55 56 57 50 50 51 52 53 54 55 54 55 55 56 57 56 57 56 57 57<td>) انتهائی قیمتوں کا یک رتبی تفرقی پر کھ</td><td>4.3 مقائر</td><td></td>) انتهائی قیمتوں کا یک رتبی تفرقی پر کھ	4.3 مقائر	
 391. پرترین بتان کرد بر بر عالب ایزان با ایزان بتان کرد بر بر عالب ایزان بتان کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر بی بی بر کرد بر بر تر تر تر قاصل کرد بر بر تر کرد بر بی بر کرد بر بر تر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر کرد بر بر بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر کرد بر بر بر بر کرد بر بر بر بر بر کرد بر بر	356	3.1	
418 بیترین بنان 4.6 442 خط بخد کی اور تنو تات 47 خط بخد کی اور تر تات 47 خط بخد کی اور ریانسان نموند کئی 5 477 کسی محلت 5.1 489 کسی محلت 5.2 505 تعلق محلوات، ابتدائی قیت سخلے، اور ریانسانی نموند کئی 5.3 505 تعلی محلی برایم ترکیب بدل نر نیج ترکیب بدل نرتجی تات و تعلق محلیات 5.6 534 نمارن مجموع اور افعلی محلیات 5.5 551 نمارن محبوع اور اوسط قیت سخل 5.7 599 نماری محلی 5.8 605 نماری محلی 5.9 605 نماری محلی 5.10 625 تعلی می بدل 6.2 626 محلی و است محلی اور تح کلیات و الا مرحد 627 کسی اس است محلی اور تح کلیات و الا مرحد 628 کسی اس	اور y'' کے ساتھ ترسیم	y' = 4.4	
442 غط بدی کا اور تو تات 465 خیر توشی کلداد 477 4.8 477 5.1 477 5.1 489 5.1 5.2 تقری ساوات، ابتدائی تیب سنت، اور ریافسیاتی موند شی 5.3 5.2 5.5 کلی بدر بید ترایی بیر بید بیر بید ترایی بیر بید بیر بید ترایی بیر بیر بید ترایی بیر بیر بید بیر بید بیر بید بیر بیر بیر بید بیر			
465 ریب نیوش 4.8 477 کل کا 477 خیر تطبی محملات 5.1 489 خیر تطبی محملات 5.2 5.2 تفری براید ترکیب بدل ر تیجری تامیده کا الت اطارت 5.3 5.6 کل کل 5.6 کل کل 5.6 کل کل 5.6 کل کل 5.7 خیر در اوسط آیت سئل 5.7 580 کس کس 605 کس کس 606 کس کس 607 کس کس 608 کس کس 609 کس کس 600 کس کس 600 کس کس 600 کس کس			
477 گل قریق الطاق الله 5.1 489 قریق ساوات، ابتدائی آیت سئط، اور ریاضیاتی موند آشی 5.2 505 تغیلی سرایید تزایی بدر اید تغییری تاعده کا الت اطلاق 5.3 516 تغیلی شریعید تزایی بدر اید تغییری تاعده کا الت اطلاق 5.4 54 اندازه بذر اید شای گموید 5.5 561 تغیادی مسئلد 5.6 578 تغیادی مسئلد 5.7 599 تغیادی مسئلد 5.8 605 تغیادی مسئلد 5.9 605 تغیادی مسئل 5.9 605 تغیادی مسئل 6.1 625 تغیادی مسئل 6.1 629 تغیادی وزاند 6.2 640 مینان کارتج کی کات والا سرحد 6.2 648 تغیال کات کر جم کی حال ال سرح الحال المراح و المراح المراح و الحال المراح و المراح المراح المراح و المراح المراح المراح و المراح المراح و المراح المراح المراح و المراح المراح المراح و المراح			
477 غیر تطعی محملات 5.1 489 ترق سدادات، ابتدائی تیت سخی، اور ریاضیاتی نموند کشی 5.2 505 تعلی بدرایید ترکیب بدل. و نیجری قاعده کا الت اطلاق 5.3 516 بخیری تعلی محمید 5.4 54 بخیری قاعده کا الت الت التی محمید 5.5 561 بخیری محمید 5.6 562 بخیری محمید 5.6 578 بخیری محمید 5.7 599 بخیری محمید 5.8 605 بخیری محمید 5.9 605 بخیری محمید 5.0 605 بخیری محمید 6.1 625 بخیری محمید 6.1 626 بخیری محمید و نفیری محمید و نام محمید و نام محمید و نفیری محمید و نفیری استعمال و نوب بیا محمید و نفیری استعمال و نوب بیا محمید و نفیری استعمال و نفی استعمال و نفیری	ب نيو ئن	4.8 ترکیہ	
477 غیر تطعی محملات 5.1 489 ترق سدادات، ابتدائی تیت سخی، اور ریاضیاتی نموند کشی 5.2 505 تعلی بدرایید ترکیب بدل. و نیجری قاعده کا الت اطلاق 5.3 516 بخیری تعلی محمید 5.4 54 بخیری قاعده کا الت الت التی محمید 5.5 561 بخیری محمید 5.6 562 بخیری محمید 5.6 578 بخیری محمید 5.7 599 بخیری محمید 5.8 605 بخیری محمید 5.9 605 بخیری محمید 5.0 605 بخیری محمید 6.1 625 بخیری محمید 6.1 626 بخیری محمید و نفیری محمید و نام محمید و نام محمید و نفیری محمید و نفیری استعمال و نوب بیا محمید و نفیری استعمال و نوب بیا محمید و نفیری استعمال و نفی استعمال و نفیری	477	کیل .	5
489 ترق سادات، ابتدائی آیت سلے، اور ریاضیاتی نمونہ گئی 505 تحل بذریعہ ترکیب بدل نرنیمی تامیدہ کا الٹ اطال تل 5.3 516 ندازہ بذریعہ تنایس مجموعہ اور قطعی محملات 5.4 534 ندازہ بذریعہ تنایس مجموعہ اور قطعی محملات 5.5 551 5.6 562 نصوعیات، رقب، اور اوسط قیت سئلہ 5.7 578 نیادی سئلہ 5.8 579 5.8 605 5.8 605 5.9 605 تعدادی محملہ 6.5 605 تعدادی محملہ 6.5 625 تعدادی وزرنقہ 6.1 626 منحنیات کے فتی رتب 627 کمیل کا استعمال 6.1 640 منحنیات والا سرحم 640 کمیل سیل کا الے کر قبم کی سائل 7.5 640 کمیل سیل کی سیل کی سیل الے کہ اللے الیاں محملہ اللے الیاں اللے اللے اللے اللے اللے اللے اللے ال		•	5
505 کل بذراید ترایب بدل۔ زئیری قاعدہ کا الف اطلاق 5.3 516 امدازہ بذراید متاباتی تجویم 5.4 54 امدازہ بذراید متاباتی تجویم 5.5 55 ریمان تجویم اور قطعی تحملیت 5.6 56 محمل کا سرا برا اور اصطفی تحمل میں بدل 5.8 605 نظمی تحمل میں بدل 5.9 605 اعدادی تحمل کی اس بدل 6.1 625 اعدادی تحمل کی اس بدل 6.1 625 محمل کا استعمال 6.1 640 مخمل کا سرا ہوتے کلیات والا سرحد 640 محمل کا سرا ہوتے کلیات والا سرحد 648 کمی شیطیات کی لمبائیاں 650 محمل کا سرائی نیائی ہوئے کلیائیاں 651 معیاد اثر اور سرکز کہتے 652 معیاد اثر اور سرکز کہتے 653 معیاد اثر اور سرکز کہتے 654 معیاد اثر اور سرکز کہتے 655 معیاد اثر اور سرکز کہتے 656 معیاد اثر اور سرکز کہتے 657 معیاد اثر اور سرکز کہتے 658 معیاد نظر نون سیال اور توت بیال اور توت بیال اور توت بیال استعمال 755 میادی قشر اور دیگر نمونی استعمال	ر با		
516 اندازه بذرایید تثانای مجموعها 534 5.5 5.6 5.5 5.5 5.5 5.5 5.5 5.5 5.5 5.5 5.6 5.6 5.6 5.6 5.6 5.6 5.6 5.7 5.8 5.8 5.8 5.8 5.9 5.9 5.9 605 606 605 606			
534 ريمان مجموع اور قطعي تحمالت 5.5 561 خصوصيات، رقب، اور اوسط قيت سمئله 5.6 578 خمادی سئله 5.7 579 5.8 5.8 605 5.9 6.9 605 6.0 6.0 605 6.0 6.0 605 6.0 6.0 605 6.0 6.0 605 6.0 6.1 605 6.1 6.1 625 6.1 6.1 629 6.1 6.1 640 6.2 6.3 640 6.3 6.3 640 6.4 6.5 641 6.4 6.5 642 6.4 6.5 643 6.5 6.6 644 6.5 6.6 655 6.6 6.6 6.6 669 6.5 6.6 6.6 660 6.6 6.6 6.6 6.6 660 6.6 6.6 6.6 6.6 6.6 6.6 <td></td> <td></td> <td></td>			
561 فصوصیات، رتب، اور اوسط قیت مسئل 5.6 578 5.7 5.7 579 5.8 5.8 605 5.9 5.9 605 5.0 5.10 625 605 6.1 626 6.2 6.1 627 6.1 6.2 640 6.2 6.3 640 6.3 6.3 663 6.4 6.5 664 6.5 6.5 665 6.6 6.6 6.6 670 6.2 6.4 687 6.3 6.4 688 6.5 6.6 689 6.6 6.7 710 6.8 6.8 731 6.8 6.9 740 6.10 6.5 755 7 10 6.10	ه بذرایعه متنائلی مجموعه	5.4 انداز	
578 بنیادی سئلد 5.7 5,10 5.8 5.8 5.8 5.8 6.0 5.8 6.0 5.9 5.9 6.0 5.9 6.0 5.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.1 6.2 6.2 6.2 6.1 6.2 6.3	ی مجموعے اور قطعی تکملات	5.5 ريمار	
599 قطع کمل میں برل 5.8 605 5.9 605 5.9 605 5.10 625 5.10 625 6.1 629 6.1 640 7 6.2 6.2 6.3 6.2 6.4 6.3 6.5 6.4 6.6 6.5 6.6 6.9 6.7 6.7 7 6.7 7 6.8 7 6.9 6.0 6.0 6.1 6.9 6.9 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0 6.0			
605 اعدادی گلل 5.9 605 تاعدہ و و و زفتہ 5.10 625 تاعدہ و و و زفتہ 6.1 625 مخدیات کے ختی رقبہ 6.1 629 مغیات والا سرحد 6.2 640 تبریل ہوئے کلیات والا سرحد 6.2 648 کایاں کاٹ کر تجم کی طائق 6.3 663 اجسام طواف کے تجم - قرص اور چھلا 6.4 676 کامی تجھلے 6.5 687 مستوی مخدیات کی لمبائیاں 6.6 699 معیار اثر اور سرکز کمیت 6.7 711 وصطافی سمرکز 6.8 731 وسطافی سمرکز 6.9 6.9 فضار حیال اور قوت حیال 6.9 740 ساتعال اور قوت حیال 6.10 755 مورائی تفاعل 75			
605 اعدادی گلل 5.9 605 تاعدہ و و و زفتہ 5.10 625 تاعدہ و و و زفتہ 6.1 625 مخدیات کے ختی رقبہ 6.1 629 مغیات والا سرحد 6.2 640 تبریل ہوئے کلیات والا سرحد 6.2 648 کایاں کاٹ کر تجم کی طائق 6.3 663 اجسام طواف کے تجم - قرص اور چھلا 6.4 676 کامی تجھلے 6.5 687 مستوی مخدیات کی لمبائیاں 6.6 699 معیار اثر اور سرکز کمیت 6.7 711 وصطافی سمرکز 6.8 731 وسطافی سمرکز 6.9 6.9 فضار حیال اور قوت حیال 6.9 740 ساتعال اور قوت حیال 6.10 755 مورائی تفاعل 75	^ت کمل میں بدل	5.8 قطعی	
 5.10 تاعدہ ذوزنقہ 5.10 تاعدہ ذوزنقہ 625 تاعدہ ذوزنقہ 6.1 منحنیات کے ﷺ رقبہ 6.1 منحنیات کے ﷺ رقبہ 6.1 تبدیل ہوتے کلیات والا سرحد 6.2 منیاں کاٹ کر جم کی تلاش 6.3 اجمام طواف کے جم ہے قرص اور چھلا 6.4 منتوی منحنیات کی لمبائیاں 6.5 مستوی منحنیات کی لمبائیاں 6.6 میار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.8 میار اثر اور مرکز کمیت 6.9 وسطانی مرکز 6.7 میار اثر اور قوت سیال اور قوت سیال 6.10 میادرائی تفاعل 			
625 متخدیات کے نی رقبہ 6.1 629 متخدیات کے اگر رقبہ 6.1.1 640 تدیل ہوتے کلیات والا سرحد 6.2 640 شکل کا کے تجمہ ترص اور چھلا 6.3 65 اجہام طواف کے تجمہ قرص اور چھلا 6.4 676 مستوی منحنیات کی لمبائیاں 6.5 687 مستوی منحنیات کی لمبائیاں 6.6 699 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 711 وسطانی مرکز 6.8 731 وسطانی مرکز 6.8 731 فشار سیال اور قوت سیال 6.9 740 بنیادی نقش اور ویگر نمونی استعال 7 755 ماورائی نقاعل 7			
625 متخدیات کے نی رقبہ 6.1 629 متخدیات کے اگر رقبہ 6.1.1 640 تدیل ہوتے کلیات والا سرحد 6.2 640 شکل کا کے تجمہ ترص اور چھلا 6.3 65 اجہام طواف کے تجمہ قرص اور چھلا 6.4 676 مستوی منحنیات کی لمبائیاں 6.5 687 مستوی منحنیات کی لمبائیاں 6.6 699 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 711 وسطانی مرکز 6.8 731 وسطانی مرکز 6.8 731 فشار سیال اور قوت سیال 6.9 740 بنیادی نقش اور ویگر نمونی استعال 7 755 ماورائی نقاعل 7		کا ب	_
629 تدريل ہوتے کليات والا سرحد 640 6.2 640 6.2 6.3 6.4 6.4 6.5 6.5 6.6 6.6 6.6 6.7 6.6 6.8 6.7 711 6.8 731 6.8 740 6.0 755 6.0	0_0		6
640 گیاں کاٹ کر قجم کی طاش 648 اجمام طواف کے قجم۔ قرص اور چھلا 65 اجمام طواف کے قجم۔ قرص اور چھلا 65 6.4 676 شوی متحدیات کی لمبائیاں 687 6.6 689 6.7 70 معیاد اثر اور مرکز کمیت 67 6.71 711 0.71 68 6.71 716 وسطانی مرکز 6.8 مارائی نقاعل اور قیر نمونی استعال 740 ماورائی نقاعل			
648 اجمام طواف کے تجم ۔ قرص اور چھلا 6.3 663 شکلی چھلے 6.4 676 مستوی منحنیات کی لمبائیاں 6.5 687 6.6 6.9 699 6.7 6.7 711 6.7 7 688 7.1 6.8 731 6.8 7 740 بنیادی نقش اور دیگر نمونی استعال 6.10 755 ماورائی نقاعل 7	. 6 تبديل ہوتے قليات والا سرحد	1.1	
663 بکی چیلے 6.4 676 مستوی منحنیات کی لمبائیاں 6.5 687 6.6 6.6 699 6.7 6.7 711 6.7 7 711 6.8 7 716 6.8 7 731 9 6.7 740 6.10 6.10 755 ماورائی تفاعل 7) کاٹ کر بم کی تلاش	6.2 تليار	
676 مستوی منحنیات کی لمبائیاں 687 6.5 688 6.6 699 6.7 70 معیاد اثر اور مرکز کمیت 6.7 6.7.1 70 6.8 731 8 740 6.10 755 ماورائی تفاعل	•		
687 شطح طواف کا رقبہ 699 6.7 711 6.7 711 6.7.1 716 9 6.8 731 700 6.10 701 6.10 702 6.10 703 6.10 704 6.10 705 6.10 706 6.10 707 6.10	663	6.4 نککی	
6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر الله 6.8 کام 6.8 کام 6.9 نشار سال اور قوت سال 6.9 نشار سال اور قوت سال 6.10 نیادی نقش اور دیگر نمونی استعال 6.10 کم اورائی نقاعل 7 ماورائی نقاعل 7	کی منحنیات کی لمبائیاں	6.5 مىتو	
6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر اور مرکز کمیت 6.7.1 معیار اثر الله 6.8 کام 6.8 کام 6.9 نشار سال اور قوت سال 6.9 نشار سال اور قوت سال 6.10 نیادی نقش اور دیگر نمونی استعال 6.10 کم اورائی نقاعل 7 ماورائی نقاعل 7	طواف کار قبر	, E 6.6	
711			
716			
731			
740			
	755	، . ک جیما	7
			/

عـــنوان

قدرتی لوگار تھم	7.2	
قوت نمائی تفاعل	7.3	
807 $\log_a x$ let a^x	7.4	
	7.5	
قاعده گھوپیٹال کی میں میں میں میں میں ہوتی ہوتی ہوتی ہے۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔	7.6	
اضافی شرح نمو	7.7	
7.7.1 ترقیمی اور شانکی علاش		
الث تكونياتى تفاعل	7.8	
الٹ تکونیاتی تفاعل کے تفرق؛ تکمل	7.9	
ہذالولی تفاعل	7.10	
يك رتبي تفرقی مساوات	7.11	
يوگر كى اعداد كى تركيب؛ ميدان ڈھلوان	7.12	
المريق 43	ا تکمل کے	8
ر تمکن کے بنیادی کلیات	8.1	
تكمل بالحصص		
964	0.2	
974	8.3	
كونياتى بدلُ	8.4	
حبدول کمل اور کمپیوٹر	8.5	
	8.6	
, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	0.0	
ىلىل 1043	! لا مت ناہی ^{تن}	9
اعداد کی ترتیب کی حد	9.1	
ترتیب کے حد تلاش کرنے کے مسئلے	9.2	
لامتناي تسلسل	9.3	
غیر منفی اجزاء والے تسلسل کا تکملی پر کھ	9.4	
یر غیر منفی اجزاء کے تسلسل کے تقابلی پر کھ	9.5	
یر منفی اجزاء کے شکسل کا تنابی اور جذری پر کھ	9.6	
بیر کی ابراء کے سطح ما بی اور جدری چرھی ۔		
بدليا مشكل الشكل اور مشروط الرتفازي	9.7 9.8	
	9.8	
پیر اور مقلان مسلس کا از تکاز؛ خلل کے اندازے	9.9 9.10	
یر من کار نظر: کس کے انداز کے	9.10	
طاق عن کے استعمال	9.11	
ھے، منحنی مقدار معلوم اور قطبی محدد	ا1 مخروطی ج	0
ے میں مدیر کا ہوتے ہی گئی۔ مخروطی چھے اور دو قدری مساواتیں	10.1	•
ر می تعداد می از در معمول کی جماعت بندی	10.2	

ررجی مساوات اور گھومنا	10.3 رور
وی منحنیات کے مقدار معلوم روپ کا حصول	10.4 منة
وی منحنیات کے مقدار معلوم روپ کا حصول	10.5 احص
ى محدد	10.6 قطبی
ئى محدد مىيں ترشيم	10.7 قطبح
وط حصول کے قطبی مساوات	10.8 مخرو
10.8 دائرے	10.9 قطبح
فلا میں تحلیلی جیو میشری	. 11 سم قال سال ۱
غلا میں تحلیلی جیومیٹری وی میں سمتیات	11 منتیات اور ^ب 11.1 م
ون ين متنيات	11.1
1351	ا ضميمه اول
1353	ب ضمیمه دوم

ديباجيه

ہے کتاب اس امید سے ککھی گئی ہے کہ ایک دن اردو زبان میں انجینئر کی پڑھائی جائے گی۔اس کتاب کا مکمل ہونا اس ست میں ایک اہم قدم ہے۔ طبیعیات کے طلبہ کے لئے بھی ریم کتاب مفید ثابت ہوگی۔

اس کتاب کو Ubuntu استعال کرتے ہوئے XeLatex میں تشکیل دیا گیا ہے۔

درج ذیل کتاب کو سامنے رکھتے اس کو لکھا گیا ہے

Calculus and Analytic Geometry George B. Thomas, Jr Ross L. Finney

جبکہ اردو اصطلاحات چننے میں درج ذیل لغت سے استفادہ کیا گیا۔

- http://www.urduenglishdictionary.org
- $\bullet \ \, \rm http:/\!/www.nlpd.gov.pk/lughat/$

آپ سے گزارش ہے کہ اس کتاب کو زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچائیں اور کتاب میں غلطیوں کی نشاندہی میرے برتی پیتہ پر کریں۔میری تمام کتابوں کی مکمل XeLatex معلومات

 $https:/\!/www.github.com/khalidyousafzai$

سے حاصل کی جاسکتی ہیں جنہیں آپ مکمل اختیار کے ساتھ استعال کر سکتے ہیں۔ میں امید کرتا ہوں کہ طلبہ و طالبات اس کتاب سے استفادہ ہوں گے۔

خالد خان يوسفر کی

5 جون <u>2019</u>

میری پہلی کتاب کادیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومتِ پاکستان اعلی تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلی تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلٰی تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔دنیا میں مخقیق کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں یائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ کرتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان ازخود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھر پور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ہم نے قومی سطح پر الیا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں گی۔

میں برسول تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ پھے کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں بیہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعال ہونے والے تکنیکی الفاظ ہی استعال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روز مرہ میں استعال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی الفاظ کی چنائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الا توامی نظام اکائی استعال کی گئے ہے۔ ہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظامِ تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائح ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اس مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہو گی۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجنیئر نگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعال کی جائے گی۔اردو زبان میں برتی انجنیئر نگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔ اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری ای-میل پر کریں۔میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

اس کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے بی سر زد ہوئی ہیں البتہ انہیں درست کرنے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔ میں ان سب کا شکر یہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

میں بہال کامسیٹ یونیور سٹی اور ہائر ایجو کیشن کمیشن کا شکرید ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سر گرمیاں ممکن ہوگیں۔

خالد خان يوسفر كي

2011 كتوبر _2011

باب 11

سمتیات اور خلامیں تحلیلی جیو میٹری

اس حصہ میں سمتیات اور سہ بعدی محددی نظام متعارف کئے جائیں گے۔ جیسا ایک متغیر کے نقاعل پر غور کے لئے محددی مستوی موزوں ہے، ای طرح دو (یا دو سے زیادہ) متغیرات کے نقاعل پر غور کے لئے محددی خلاء موزوں ہے۔ ہم محددی مستوی میں ایک تیمرا محور شامل کر کے محددی خلاء پیدا کرتے ہیں۔ بیہ محود کلا مستوی سے نیچے اور اس سے اوپر فاصلہ ناپتا ہے۔

11.1 مستوى مين سمتيات

بعض چیزیں جنہیں ہم ناپتے ہیں کا تعین ان کی مقدار سے ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر کمیت، لمبائی اور وقت قلم بند کرنے کے لئے ہم صرف ایک عدد اور موزوں اکائی کھتے ہیں۔ اس کے برعکس قوت، ہٹاو، یا سمتی رفتار جاننے کے لئے ہمیں مزید معلوم درکار ہوگی۔ قوت کو بیان کرنے کے لئے ہمیں اس کی مقدار کے ساتھ وہ رخ بھی جانا ہوگا جس رخ یہ عمل کرتی ہے۔ کسی جمم کا ہٹاو بیان کرنے کے لئے ہمیں اس سمت کا ذکر کرنا ہوگا جس سمت ہے۔ جم حرکت کرتا ہے اور ساتھ اس فاصلہ کا ذکر کرنا ہوگا جتنا یہ طے کرتا ہے۔ ایک جمم کی سمتی رفتار بیان کرنے کے لئے ہم حرکت کرتا ہے اور جمم کی رفتار بیان کرنے کے لئے ہم حرکت کی سمتی رفتار بیان کرتے ہیں۔

وہ مقدار جس کی جسامت اور سمت دونوں ہوں کو عموماً تیر کے نشان سے ظاہر کیا جاتا ہے جہاں مقدار کے رخ کو تیر کا رخ مقدار کی جسامت کو، موزوں اکائیوں میں، تیر کی لمبائی ظاہر کرتی ہے۔

تیر کے اس نشان کو سمتیہ کہتے ہیں۔

تعریف : ایک مستوی میں کی مخصوص رخ خط کو سمتیہ ¹ کہتے ہیں۔ دو سمتیات صرف اس صورت ایک دوسرے کے برابریا کیساں ہوں گے جب ان کی مقداریں ایک جیسی ہوں اور ان کے رخ ایک جیسے ہوں۔

یوں اگر سمتیات کو ظاہر کرنے والے تیر آپس میں متوازی ہوں، ان کی لمبائیاں ایک جیسی ہوں اور ان کا رخ بھی ایک جیسا ہو تب ہی ایک ہی سمتیہ کو ظاہر کرتے ہیں۔ اس کتاب میں سمتیہ کو طاہر کرتے ہیں۔ اس کتاب میں سمتیہ کو موٹی کھائی میں رومن حروف جبی، مثلاً v، سے ظاہر کیا جائے گا۔ نقطہ A سے نقطہ A تک تیر A کھا جائے گا۔

مثال 11.1: چار تیروں کو شکل میں و کھایا گیا ہے جن کی لمبائیاں اور رخ ایک جیسی ہیں۔ یوں یہ چاروں ایک ہی سمتیہ کو ظاہر کرتے ہیں جس کو ہم درج ذیل کھتے ہیں۔

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{EF}$$

غير سمتيه اور غير سمتی مضرب

ہم کی سمتیہ کو مثبت حقیقی عدد سے ضرب دینے کے لئے اس کی لمبائی کو اس عدد سے ضرب دیتے ہیں۔ سمتیہ کو 2 سے ضرب دینے کے لئے ہم اس کی لمبائی رگئی کرتے ہیں۔ ایک سمتیہ کو 1.5 سے ضرب دینے کے لئے ہم اس کی لمبائی رگئی کرتے ہیں۔ ایک سمتیہ کو منفی عدد سے ضرب دینے ہم اس کا رخ الٹ کر کے اس کی لمبائی کو عدد کی مطلق قیت سے ضرب دیتے ہیں۔

c کی خیر صفر تحقیقی عدد اور v ایک سمتیہ ہو تب شبت c کی صورت میں v اور c کے رخ ایک جیسے ہول گے جبکہ مغفی c کی صورت میں ان کے رخ ایک دور سرے کے خالف ہول گے۔ یہال حقیقی اعداد تبدیلی پیانہ کے طور پر کام کرتے ہیں اور یہ غیر سمتی c کہلاتے ہیں۔ c کا غیر سمتی مضرب d کہتے ہیں۔

صفر سے ضرب کو شال کرنے کی خاطر ہم اس روایت کو اپناتے ہیں جس کے مطابق کی بھی سمتیہ کو صفر سے ضرب دینے سے صفر سمتیہ 0 حاصل ہو گا، جو ایک نقط پر مشتل ہو گا جس کی لمبائی صفر ہو گی۔ دیگر سمتیہ کے برعکس صفر سمتیہ 0 کا کوئی رخ نہیں ہوتا ہے۔

_

vector1

 $[\]overline{v}$ ایشف تیر کانشان \overline{v} وال کر ظاہر کیا جاتا ہے۔) تام و کانشان تیر کانشان کی ایشف تیر کانشان کی خالم کیا جاتا ہے۔) \overline{v} scalar 3

scalar multiple⁴

جيوميٹريائي مجموعه: قاعده متوازي الاضلاع

 v_1 و نغیر صفر سمتیات v_1 اور v_2 کا جیومیٹریائی مجموعہ لینے کی خاطر v_1 کا نمائندہ، مثلاً v_1 سے v_2 تک تر سیم کر v_2 اختای نقطہ v_3 با نقطہ v_3 بائندہ کا ابتدائی نقطہ رکھ کر ترسیم کریں۔ شکل میں v_2 ہے۔ مجموعہ v_3 ابتدائی نقطہ v_4 بابتدائی نقطہ v_3 کے اختای نقطہ v_4 کت کا سمتہ ہو گا۔ یوں اگر انگرہ کے اختای نقطہ v_3 کے اختای نقطہ v_4 کت کا سمتہ ہو گا۔ یوں اگر

$$v_1 = \overrightarrow{AB}, \quad v_2 = \overrightarrow{BC}$$

ہوں تب

$$v_1 + v_2 = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

ہو گا۔ چونکہ اس عمل میں v_1+v_2 متوازی الاضلاع کا وتر ہوتا ہے للذا اس عمل کو بعض اوقات قاعدہ متوازی الاضلاع 5 کہتے ہیں۔

اجزاء

دو سمتیات اس صورت متوازی ہوں گے جب یہ ایک دوسرے کے غیر صفر، غیر سمتی مصرب ہوں، لینی جب ان کو ظاہر کرنے والے خطوط متوازی ہوں۔

جب بھی ایک سمتیہ $\,v\,$ کو دو غیر متوازی سمتیات کا مجموعہ

$$v = v_1 + v_2$$

 v_1 افہار اس کے اجزاء کہلائیں گے۔ ہم یہ بھی کہیں گے کہ ہم سمتیہ v_2 اور v_2 سمتیہ v_3 اور v_2 سے کر رہے ہیں۔

 $\boldsymbol{v} = a\boldsymbol{i} + b\boldsymbol{j}$

parallelogram law⁵ basic⁶ a تحریف: n اور n بوت n اور n اور n کے رخ سمتی n کے اجزاء سمتیات n اور n بول گے۔ اعداد n اور n اساسی سمتیات n اور n بول گے۔ اعداد n اور n اساسی سمتیات n اور n بول گے۔ اعداد n اور n اساسی سمتیات n اور n بول گے۔

تعریف: سمتیات کی برابری یا یکسانیت (الجبرائی تعریف)۔

(11.1)
$$a\mathbf{i} + b\mathbf{j} = a'\mathbf{i} + b'\mathbf{j} \quad \Leftrightarrow \quad a = a', \quad b = b'$$

دو سمتیات صرف اور صرف اس صورت ایک دو سرے کے برابر ہول گے جب i اور j کے رخ ان کے مطابقتی غیر سمتی اجزاء آپس میں ایک دو سرے کے برابر ہول۔

الجبرائي مجموعه

سمتیات کے مطابقتی غیر سمتی اجزاء کا مجموعہ لے کر ان سمتیات کا مجموعہ حاصل کیا جا سکتا ہے۔

اگر $v_1=a_1oldsymbol{i}+b_2oldsymbol{j}$ اور $v_2=a_2oldsymbol{i}+b_2oldsymbol{j}$ اور $v_1=a_1oldsymbol{i}+b_1oldsymbol{j}$

$$v_1 + v_2 = (a_1 + a_2)i + (b_1 + b_2)j$$

ضمیمه ا ضمیمه اول

ضمیمه د وم