

احصاء اور تحليلي جيو ميٽري

خالد خان يوسفزاي

جامعه کاسيٽ، اسلام آباد

khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

v

دیباچہ

vii

میری پہلی کتاب کا دیباچہ

1	ابتدائی معلومات	1
1	حقیقی اعداد اور حقیقی خط	1.1
15	محدود، خطوط اور بڑھوتری	1.2
32	تفاعل	1.3
54	ترسیم کی منتقلی	1.4
74	نکونیا تفاعل	1.5
95	حدود اور استمرار	2
95	تبدیلی کی شرح اور حد	2.1
113	حد تلاش کرنے کے قواعد	2.2
126	مطلوبہ قیمتیں اور حد کی تعریف	2.3
146	تصور حد کی توسیع	2.4
165	استمرار	2.5
184	مماسی خط	2.6
199	تفرق	3
199	تفاعل کا تفرق	3.1
221	قواعد تفرق	3.2
240	تبدیلی کی شرح	3.3
257	ضمیمہ دوم	1

دیباچہ

یہ کتاب اس امید سے لکھی گئی ہے کہ ایک دن اردو زبان میں انجینئری پڑھائی جائے گی۔ اس کتاب کا مکمل ہونا اس سمت میں ایک اہم قدم ہے۔ طبیعات کے طلبہ کے لئے بھی یہ کتاب مفید ثابت ہوگی۔

اس کتاب کو Ubuntu استعمال کرتے ہوئے XeLatex میں تشکیل دیا گیا ہے جبکہ سوالات کے جوابات wxMaxima اور کتاب کی آخر میں جدول Libre Office Calc کی مدد سے حاصل کیے گئے ہیں۔

درج ذیل کتاب کو سامنے رکھتے اس کو لکھا گیا ہے

Advanced Engineering Mathematics by Erwin Kreyszig

جبکہ اردو اصطلاحات چننے میں درج ذیل لغت سے استفادہ کیا گیا۔

- <http://www.urduenglishdictionary.org>
- <http://www.nlpd.gov.pk/lughat/>

آپ سے گزارش ہے کہ اس کتاب کو زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچائیں اور کتاب میں غلطیوں کی نشاندہی میرے برقی پتہ پر کریں۔ میری تمام کتابوں کی مکمل XeLatex معلومات

<https://www.github.com/khalidyousofzai>

سے حاصل کی جاسکتی ہیں جنہیں آپ مکمل اختیار کے ساتھ استعمال کر سکتے ہیں۔ میں امید کرتا ہوں کہ طلبہ و طالبات اس کتاب سے استفادہ ہوں گے۔

خالد خان یوسفزئی

5 نومبر 2018

میری پہلی کتاب کا دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومت پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔ دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔ انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ کرتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان از خود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔ یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھرپور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔ میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔ کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعمال ہونے والے تکنیکی الفاظ ہی استعمال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روزمرہ میں استعمال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی الفاظ کی چٹائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی استعمال کی گئی ہے۔ اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظام تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہو گی۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجینئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعمال کی جائے گی۔ اردو زبان میں برقی انجینئرنگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری ای۔میل پر کریں۔ میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

اس کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے ہی سرزد ہوئی ہیں البتہ انہیں درست کرنے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔ میں ان سب کا شکریہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

میں یہاں کامیٹ یونیورسٹی اور ہائر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

خالد خان یوسفزئی

28 اکتوبر 2011

سوالات

محددی لکیر پر حرکت

سوال 1 تا سوال 6 میں $a \leq t \leq b$ کے لئے $s = f(t)$ محدود لکیر پر ایک جسم کا مقام دیتی ہے جہاں t کی اکائی سیکنڈ اور s کی اکائی میٹر ہے۔

ا. دیے گئے وقفے پر جسم کا ہٹاؤ اور سمتی رفتار حاصل کریں۔

ب. اس وقفے کے آخری سروں پر جسم کی رفتار اور اسراع تلاش کریں۔

ج. جسم کب حرکت کی سمت تبدیل کرتا ہے (اگر ایسا کرتا ہو)؟

سوال 1: چاند پر آزادانہ گرنا $s = 0.8t^2$, $0 \leq t \leq 10$

سوال 2: مریخ پر آزادانہ گرنا $s = 1.86t^2$, $0 \leq t \leq 0.5$

سوال 3: $s = -t^3 + 3t^2 - 3t$, $0 \leq t \leq 3$

سوال 4: $s = \frac{t^4}{4} - t^3 + t^2$, $0 \leq t \leq 2$

سوال 5: $s = \frac{25}{t^2} - \frac{5}{t}$, $1 \leq t \leq 5$

سوال 6: $s = \frac{25}{t+5}$, $-4 \leq t \leq 0$

سوال 7: s محور پر لمحہ t پر ایک جسم کا مقام $s = t^3 - 6t^2 + 9t$ ہے۔ (ا) ان نقطوں پر اس جسم کی اسراع تلاش کریں جن پر جسم کی سمتی رفتار صفر ہوگی۔ (ب) جب جسم کی اسراع صفر ہو اس لمحے پر اس جسم کی رفتار کیا ہوگی؟ (ج) لمحہ $t = 0$ تا $t = 2$ کے دوران یہ جسم کل کتنا فاصلہ طے کرتی ہے۔

سوال 8: وقت $t \geq 0$ پر s محور پر حرکت کرتے ہوئے جسم کی سمتی رفتار $v = t^2 - 4t + 3$ ہے۔ (ا) جسم کی اسراع وہاں تلاش کریں جہاں جسم کی سمتی رفتار صفر ہے۔ (ب) جسم کب آگے رخ اور کب پیچھے رخ حرکت کرتی ہے؟ (ج) جسم کی سمتی رفتار کب بڑھتی اور کب کھٹتی ہے؟

آزادانہ گرنا

سوال 9: مریخ اور مشتری کی سطح کے قریب آزادانہ گرنے کے مساوات بالترتیب $s = 1.86t^2$ اور $s = 11.44t^2$ ہیں جہاں t کی اکائی سیکنڈ اور s کی اکائی میٹر ہے۔ ساکن حال سے گرتے ہوئے کتنے وقت میں (مریخ اور مشتری میں) ایک جسم کی رفتار 27.8 m s^{-1} یعنی تقریباً 100 km h^{-1} ہوگی؟

سوال 10: سطح چاند سے انتصابی رخ 25 m s^{-1} کی رفتار سے پھینکا گیا پتھر t سیکنڈوں میں $s = 24t - 0.8t^2$ میٹر بلندی پر پہنچے گا۔

ا. لمحہ t پر پتھر کی اسراع کیا ہوگی؟ (یہ اسراع چاند پر کشش ثقل کی اسراع ہوگی۔)

ب. پتھر بلند ترین مقام تک کتنے دورانیے میں پہنچے گا؟

ج. پتھر کتنی بلندی تک پہنچ پائے گا؟

د. بلند ترین مقام کی نصف تک پتھر کتنی دیر میں پہنچے گا؟

ه. پتھر کتنے وقت میں سطح چاند پر گرے گا؟

سوال 11: سطح زمین پر ہوا کی غیر موجودگی میں سوال 10 کا پتھر t سیکنڈوں میں $s = 24t - 4.9t^2$ بلندی پر ہو گا۔

ا. لمحہ t پر پتھر کی اسراع کیا ہوگی؟ (یہ اسراع چاند پر کشش ثقل کی اسراع ہوگی۔)

ب. پتھر بلند ترین مقام تک کتنے دورانیے میں پہنچے گا؟

ج. پتھر کتنی بلندی تک پہنچ پائے گا؟

د. بلند ترین مقام کی نصف تک پتھر کتنی دیر میں پہنچے گا؟

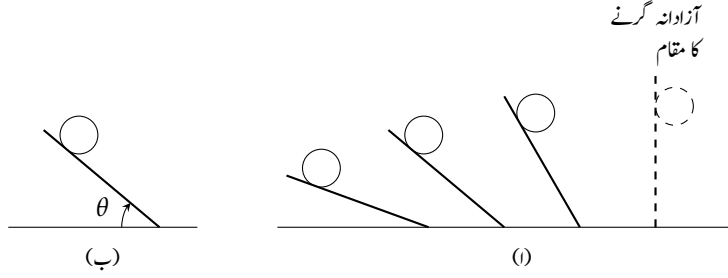
ه. پتھر کتنے وقت میں سطح چاند پر گرے گا؟

سوال 12: ہوا سے خالی ایک دنیا پر ایک ٹھوس جسم کو انتظامی رخ 15 m s^{-1} کی ابتدائی رفتار سے پھینکا گیا۔ اس دنیا کے سطح پر ثقلی اسراع $g_s \text{ m s}^{-2}$ ہونے کی بنا t سیکنڈوں میں جسم $s = 15t - \frac{1}{2}g_s t^2$ میٹر بلندی تک پہنچے گا۔ یہ جسم بلند ترین مقام تک 20 سیکنڈوں میں پہنچتا ہے۔ اس دنیا میں ثقلی اسراع کتنی ہے؟

سوال 13: چاند پر ایک بندوق کو انتظامی رخ چلایا گیا۔ بندوق کی گولی t سیکنڈوں میں $s = 300t - 4.9t^2$ میٹر بلندی پر ہو گی۔ چاند پر یہی گولی t سیکنڈ بعد $s = 300t - 0.8t^2$ میٹر بلندی پر ہو گی۔ دونوں صورتوں میں گولی کتنی دیر بعد سطح پر گرے گی؟

سوال 14: مشتری پر ہوا کی غیر موجودگی میں یہی گولی t سیکنڈ بعد $s = 300t - 11.44t^2$ میٹر بلندی پر ہو گی جبکہ مریخ پر یہ $s = 300t - 1.86t^2$ میٹر کی بلندی پر ہو گی۔ دونوں صورتوں میں گولی کتنے بلندی تک پہنچے گی؟

سوال 15: گلیلو کا کلیہ برائے آزادانہ گرنا ایک پٹی کو مختلف زاویوں پر رکھتے ہوئے گلیلو نے اس پر گیند کی سمتی رفتار کو ناپتے ہوئے کلیہ اخذ کیا جس کی تحدیدی صورت سے آزادانہ گرتے ہوئے جسم کی سمتی رفتار کا کلیہ حاصل کرنا مقصد تھا (شکل 3.38)۔ گلیلو نے دیکھا کہ حرکت کے



شکل 3.38: گلیلو کا تجربہ برائے آزادانہ گرنا (سوال 15)

شروع سے t سیکنڈ بعد سمتی رفتار کی قیمت t کے راست متناسب ہے یعنی $v = kt$ لکھا جاسکتا ہے۔ مستقل k کی قیمت کا دارومدار پٹی کی ڈھلوان پر ہے۔

موجودہ علامت استعمال کرتے ہوئے (شکل 3.38-ب) درحقیقت گلیلو نے درج ذیل کلیہ حاصل کیا تھا جہاں فاصلے کی اکائی میٹر اور وقت کی اکائی سیکنڈ ہے۔

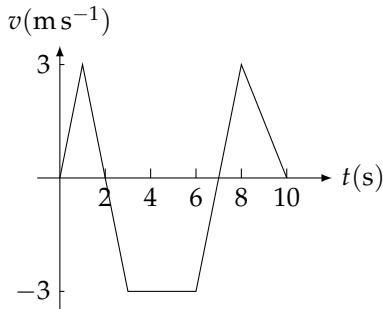
$$v = (9.8 \sin \theta)t$$

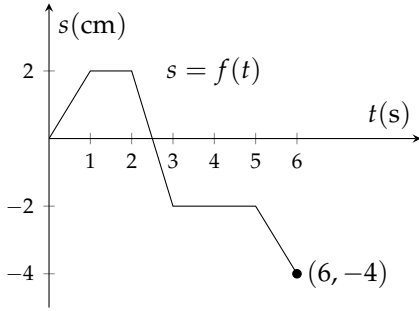
(i) آزادانہ گرتے ہوئے گیند کی رفتار کیا ہوگی؟ (ب) سطح زمین کے قریب جسم کی اسراع کیا ہوگی؟

سوال 16: پی سا اگر گلیلو پی سا سے توپ کی گولی 55 m بلندی سے گرنے دیتا تب t سیکنڈ بعد سطح زمین سے اس کی بلندی $s = 55 - 4.9t^2$ ہوتی۔ (i) لمحہ t پر توپ کی گولی کی سمتی رفتار، رفتار اور اسراع کیا ہوتے؟ (ب) یہ زمین تک کتنی دیر میں پہنچتا؟ (ج) زمین پر پہنچنے کے لمحہ پر اس کی سمتی رفتار کیا ہوتی؟

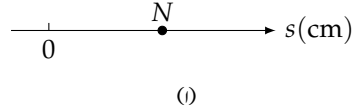
ترسیم سے حرکت کے بارے میں معلومات اخذ کرنا

سوال 17: ایک محوری لکیر پر ایک جسم کی سمتی رفتار $v = \frac{ds}{dt} = f(t)$ کو درج ذیل شکل میں ترسیم کیا گیا ہے۔





(ب)



شکل 3.39: محوری لکیر پر حرکت (سوال 18)

(i) جسم کب سمت حرکت تبدیل کرتی ہے؟ (ب) کب جسم تقریباً مستقل رفتار سے حرکت کرتی ہے؟ (ج) دورانیہ $0 \leq t \leq 10$ کے لئے جسم کی رفتار ترسیم کریں۔ (د) جسم کی اسراع (جہاں معین ہو) ترسیم کریں۔

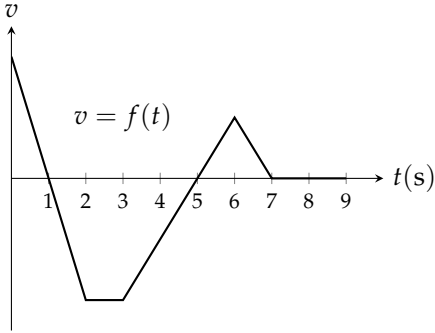
سوال 18: ایک محوری لکیر پر نقطہ N حرکت کرتا ہے۔ اس نقطے کا مقام بالمقابل وقت بھی ترسیم کیا گیا ہے (شکل 3.39)۔ (i) N کب بائیں رخ حرکت کرتا ہے؟ کب دائیں رخ حرکت کرتا ہے؟ کب ساکن ہے؟ (ب) اس کی سمتی رفتار اور رفتار (جہاں معین ہوں) ترسیم کریں۔

سوال 19: راکٹ میں چند سیکنڈوں کے لئے ایندھن ہوتا ہے جو اس کو کسی خاص بلندی تک پہنچاتا ہے جس کے بعد راکٹ کچھ دیر تک مزید بلند ہو کر واپس زمین کی جانب گرتا ہے۔ گرنے کے چند لمحات بعد خود کار پیراشوٹ کھلتا ہے جو راکٹ کو حفاظت کے ساتھ نہایت آہستہ زمین تک پہنچاتا ہے۔ ایک راکٹ کی حرکت کو شکل 3.40 میں ترسیم کیا گیا ہے۔ (i) ایندھن ختم ہونے کے لمحہ راکٹ کی رفتار کتنی تھی؟ (ب) ایندھن کتنے سیکنڈوں تک کے لئے تھا؟ (ج) راکٹ کب بلند ترین مقام تک پہنچا اور بلند ترین مقام پر اس کی رفتار کتنی تھی؟ (د) پیراشوٹ کب کھلا اور اس لمحہ پر راکٹ کی رفتار کتنی تھی؟ (e) پیراشوٹ کھلنے سے پہلے راکٹ کتنی دیر تک گرتا رہا؟ (و) راکٹ کی اسراع کب زیادہ سے زیادہ تھی؟ (ز) اسراع کب مستقل تھی اور اس کی قیمت کیا تھی؟

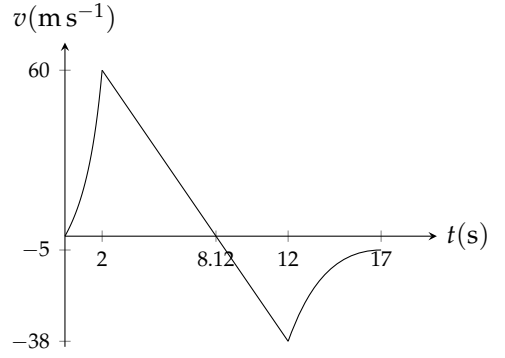
جواب: (i) 60 ms^{-1} (ب) 2 s (ج) $t = 8.12 \text{ s}$ ، $v = 0 \text{ ms}^{-1}$ (د) 12 s ، $v = -38 \text{ ms}^{-1}$ (و) لمحہ $t = 2 \text{ s}$ پر (ز) 2 s تا 12 s

سوال 20: محوری لکیر پر ایک جسم کی رفتار $v = f(t)$ شکل 3.41 ترسیم کی گئی ہے۔ (i) کب جسم آگے حرکت، پیچھے حرکت کرتی ہے؟ اس کی رفتار کب تیز؟ کب کم ہوتی ہے؟ (ب) جسم کی اسراع کب مثبت؟ کب منفی؟ اور کب صفر ہے؟ (ج) جسم کی رفتار زیادہ سے زیادہ کب ہوتی ہے؟ (د) کم جسم لمحہ سے زیادہ دورانیے کے لئے ساکن رہتا ہے؟

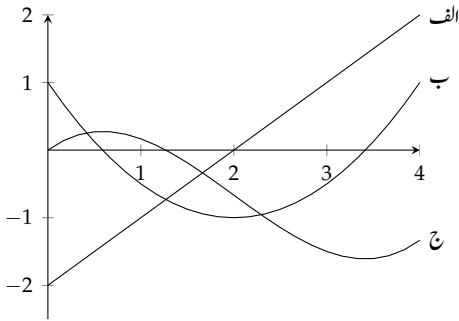
سوال 21: ایک ٹرک $t = 0$ پر اڈے سے نکل کر دوسرے شہر مال پہنچا کر 15 گھنٹوں بعد اڈے پر واپس پہنچتا ہے۔ اس کے مقام بالمقابل کا شکل 3.42 میں دکھایا گیا ہے۔ مثال 3.4 کی طرح $0 \leq t \leq 15$ کے لئے ٹرک کی سمتی رفتار $v = \frac{ds}{dt}$ ترسیم کریں۔ اسی طریقہ کو دہراتے ہوئے سمتی رفتار کی ترسیم سے ٹرک کی اسراع $a = \frac{dv}{dt}$ ترسیم کریں۔



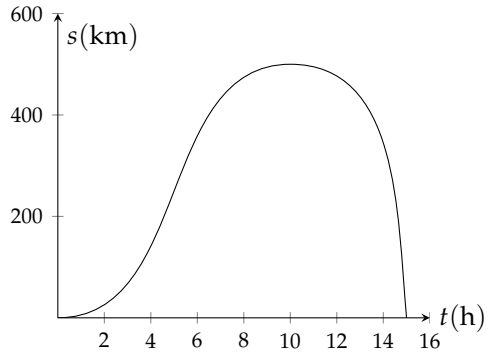
شکل 3.41: جسم کی حرکت (سوال 20)



شکل 3.40: راکٹ کی حرکت (سوال 19)



شکل 3.43: اشکال برائے سوال 22



شکل 3.42: ٹرک کی حرکت (سوال 21)

سوال 22: ایک جسم کا فاصلہ s ، رفتار $v = \frac{ds}{dt}$ اور اسراع $a = \frac{dv}{dt}$ بالمتبادل وقت t کو شکل 22 میں ترسیم کیا گیا ہے۔ ان میں کون سا ترسیم کون سا ہے؟ اپنے جواب کی وجہ پیش کریں۔
جواب: مقام بالمتبادل وقت شکل-ج، رفتار بالمتبادل وقت شکل-ب اور اسراع بالمتبادل وقت شکل-ا ہیں۔

اقتصادیات

سوال 23: حاشیہ لاگت فرض کریں کہ x مشینوں کو پیدا کرنے پر $c(x) = 2000 + 100x - 0.1x^2$ روپیہ لاگت آتی ہے۔ (ا) پہلے 100 مشینوں کی اوسط لاگت کیا ہوگی؟ (ب) اگر 100 پیدا کیے جا رہے ہوں تب حاشیہ لاگت کیا ہوگی؟ (ج) دکھائیں کہ 100 مشین پیدا کرنے کے بعد ایک اضافی مشین پیدا کرنے پر لاگت تقریباً حاشیہ لاگت کے برابر ہے۔

سوال 24: حاشیہ آمدنی فرض کریں کہ x کرسیاں فروخت کرنے سے $r(x) = 2000(1 - \frac{1}{x+1})$ روپیہ آمدنی ہوتی ہے۔ (ا) x کرسیوں کی فروخت پر حاشیہ آمدنی کیا ہوگی؟ (ب) فی ہفتہ 5 کرسیوں کی بجائے 6 کرسیاں فروخت کرنے سے آمدنی میں اضافہ کتنا ہوگا؟ (ج) $x \rightarrow \infty$ سے حاصل کریں۔ (د) $r'(x)$ کے حد کی قیمت تلاش کریں۔ اس قیمت کا کیا مطلب ہوگا؟

مزید استعمال

سوال 25: جرسوموں پر تجربہ کے دوران ان کی خرابی میں جرسومہ مار دوا ملائی گئی۔ جرسوموں کی تعداد کچھ دیر تک بڑھتی رہی جس کے بعد ان کی تعداد کم ہونا شروع ہوئی۔ لمحہ t پر ان کی تعداد $b(t) = 10^6 + 10^4 t - 10^3 t^2$ تھی جہاں t کی اکائی گھنٹہ ہے۔ شرح نمو کو (ا) $t = 0$ ؛ (ب) $t = 5$ ؛ اور $t = 10$ پر تلاش کریں۔
جواب: (ا) 10^4 جرسومیں فی گھنٹہ؛ (ب) 0 جرسومیں فی گھنٹہ؛ (ج) -10^4 جرسومیں فی گھنٹہ

سوال 26: لمحہ t پر ایک ٹینکی سے پانی کا انخلا $Q(t) = 200(30 - t^2)$ لٹر ہے جہاں t کی اکائی منٹ ہے۔ دس منٹ بعد پانی کی انخلا کی شرح کیا ہے؟ پہلے دس منٹوں میں اوسط شرح اخراج کتنی ہے؟

سوال 27: ٹینکی کو خالی کرنے کے لئے گھر کے نلکے کھولے جاتے ہیں۔ نلکے کھولنے کے t منٹوں بعد ٹینکی میں پانی کی گہرائی $y = 150(1 - \frac{t}{60})^2$ سنٹی میٹر ہے۔ (ا) لمحہ t پر ٹینکی سے پانی کی انخلا $\frac{dy}{dt}$ کیا ہوگی؟ (ب) پانی کی گہرائی کب زیادہ سے زیادہ تیزی سے کم ہوتی ہے؟ کب کم سے کم تیزی سے گہرائی گھٹتی ہے؟ ان لمحات پر $\frac{dy}{dt}$ کی قیمت کیا ہے؟ (ج) y اور $\frac{dy}{dt}$ کو ایک ساتھ ترسیم کریں اور $\frac{dy}{dt}$ کی علامت اور قیمتوں کے ساتھ y کے تعلق پر تبصرہ کریں۔
جواب: (ا) $5(\frac{t}{60} - 1)$ (ب) $t = 0$ پر گہرائی تیز ترین گھٹتی ہے جب شرح $\frac{dy}{dt} = -5$ ہے اور $t = 60$ پر گھٹنے کی کم تر شرح $\frac{dy}{dt} = 0$ ہوگی۔

سوال 28: گول غبارے کا حجم $H = \frac{4}{3}\pi r^3$ رداس r کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ (ا) رداس کے ساتھ حجم کی تبدیلی کی شرح $r = 10$ cm پر کیا ہوگی؟ (ب) اگر رداس 10 cm سے 12 cm ہو تب حجم میں تبدیلی کتنی ہوگی؟

سوال 29: پرواز سے پہلے ہوائی جہاز زمین پر دوڑ کر ایک مخصوص رفتار تک پہنچتا ہے۔ زمین پر دوڑ کے دوران ایک جہاز $D = \frac{10}{9}t^2$ فاصلہ طے کرتا ہے جہاں فاصلے کی اکائی میٹر اور وقت کی اکائی سیکنڈ ہے۔ اڑنے کے لئے درکار رفتار 200 km h^{-1} ہے۔ جہاز کتنے وقت

میں اڑ پاتا ہے اور اڑنے سے پہلے یہ زمین پر کتنا فاصلہ طے کرتا ہے؟
جواب: جہاز 25 سیکنڈ بعد اڑتا ہے اور جس دوران یہ 694 m فاصلہ طے کرتا ہے۔

سوال 30: جزیرہ ہوائی کی آتش فشاں پہاڑی 1959 نومبر کے مہینے میں جزیرہ ہوائی کے ایک آتش فشاں پھٹ پڑا اور ہوا میں 580 m کی بلندی تک لاوا اگلنے لگا جو عالمی رکارڈ ہے۔ لاوا کی ابتدائی رفتار کتنی تھی؟

کمپیوٹر کا استعمال

سوال 31 تا سوال 34 میں s محور پر حرکت کرتے ہوئے جسم کا مقام لمحہ t پر تعین کر تفاعل $s = f(t)$ دیتا ہے۔ اس تفاعل کو سستی رفتار تفاعل $v = \frac{ds}{dt} = f'(t)$ اور تفاعل اسراع $a = \frac{dv}{dt} = f''(t)$ کے ساتھ اکٹھے ترسیم کریں۔ v اور a کی قیمتوں اور علامت کے لحاظ سے s کے رویہ پر بحث کریں۔ بحث میں درج زیر شامل کریں۔

ا. کب جسم لمباتی طور پر ساکن ہے؟

ب. کب جسم بائیں (یا نیچے) اور کب یہ دائیں (یا اوپر) رخ حرکت کرتا ہے؟

ج. یہ سمت کو کب تبدیل کرتا ہے؟

د. اس کی رفتار کب بڑھتی اور کب گھٹتی ہے؟

ه. یہ کب تیز تر اور کب آہستہ تر حرکت کرتا ہے؟

و. مبداء سے جسم دور ترین کب ہوتا ہے؟

سوال 31: $s = 200t - 16t^2$, $0 \leq t \leq 12.5$

سوال 32: $s = t^2 - 3t + 2$, $0 \leq t \leq 5$

جواب: (ا) $t = 6.25$ s؛ (ب) $[0, 6.25]$ پر اوپر رخ اور $(6.25, 12.5]$ پر نیچے رخ؛ (ج) $t = 6.25$ s؛ (د) $[0, 6.25]$ پر رفتار بڑھتی ہے جبکہ $(6.25, 12.5]$ پر رفتار گھٹتی ہے؛ (ه) $t = 0, 12.5$ پر تیز تر اور $t = 6.25$ پر آہستہ ترین؛ (و) $t = 6.25$ s

سوال 33: $s = t^3 - 6t^2 + 7t$, $0 \leq t \leq 4$

سوال 34: $s = 4 - 7t + 6t^2$, $0 \leq t \leq 4$

جواب: (ا) $t = \frac{6 \pm \sqrt{15}}{3}$ ؛ (ب) $(\frac{6 - \sqrt{15}}{3}, \frac{6 + \sqrt{15}}{3})$ پر بائیں رخ اور $(\frac{6 + \sqrt{15}}{3}, 4]$ پر دائیں رخ؛ (ج) $t = \frac{6 \pm \sqrt{15}}{3}$ ؛ (د) $[0, \frac{6 - \sqrt{15}}{3}) \cup (\frac{6 + \sqrt{15}}{3}, 2]$ پر رفتار بڑھتی ہے جبکہ $(2, \frac{6 + \sqrt{15}}{3}) \cup (\frac{6 - \sqrt{15}}{3}, 4]$ پر رفتار گھٹتی ہے؛ (ه) $t = 0, 4$ پر تیز ترین اور $t = \frac{6 \pm \sqrt{15}}{3}$ پر آہستہ ترین؛ (و) $t = \frac{6 \pm \sqrt{15}}{3}$

3.4 تکنیکی تفاعل کا تفرق

ضمیمہ ۱

ضمیمہ دوم

