［注意］　1　答えに$\sqrt{}$が含まれるときは，$\sqrt{}$を付けたままで答えなさい。
また，$\sqrt{}$の中の数は，できるだけ小さい自然数にしなさい。
2　円周率はπを用いなさい。

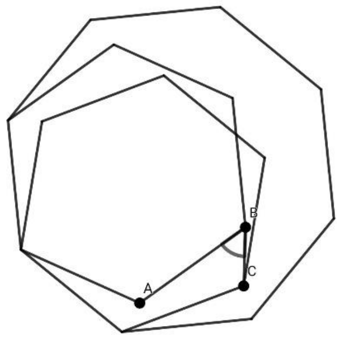
$\boxed{1}$　次の①~⑥の$\boxed{}$に適当な数を書き入れなさい。

①　正整数 n に対し，n!は n 以下のすべての正整数の積を表すものとする。

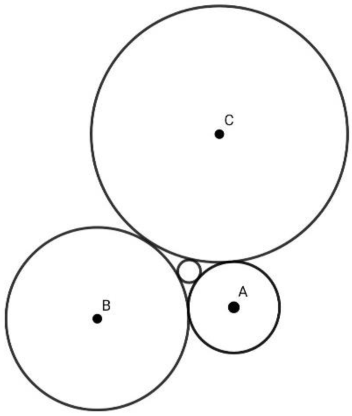
$$(n+1)!-(n-1)!$$

が17^5で割り切れるような最小の正整数 n は$\boxed{}$である。

②　右図のように正八角形と正六角形を辺のみ共有するよう組み合わせた図形を考える。このとき，∠ABC の大きさは$\boxed{}$°である。



③　半径 1 の円 A と，半径 2 の円 B，半径 3 の円 C が右図のように互いに外接している。円 A，円 B，円 C すべてに接する円のうち，半径が最小の円の半径は$\boxed{}$である。



④　すべての頂点がそれぞれ正方形と正六角形，正八角形 1 つずつにより構成され，1 辺の長さが 1 の多面体はただ 1 つに定まる。この多面体の体積は$\boxed{}$である。

⑤　1, 2, 3, 4, 5 の数が書かれたカードが均等，均一にたくさん入った箱がある。その箱から無作為に 10 枚カードを取り出したとき，取り出したカードに書かれた数の総和が 3 の倍数になる確率は$\boxed{}$である。

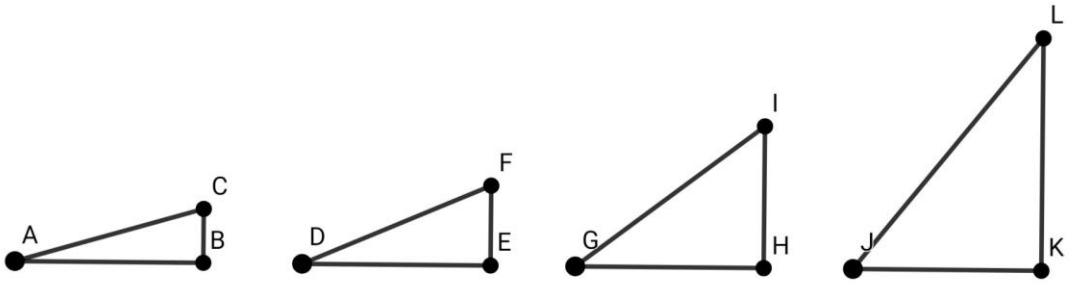
⑥　0, 2, 6, 8 のデジタル文字が書かれた透明のカードがそれぞれ 1 枚ずつある。4 枚のカードを 2 組に分け、それぞれを順番に並べ 2 つの数を作る。デジタル文字なので 2 と 5, 6 と 9 の区別がつかないものとし，十の位に 0 が来たときは 1 桁の数と考える。たとえば 09 は 9 とする。このとき，2 数の差が 3 の倍数になる確率は$\boxed{}$である。

2　x, y, z が正整数で,

$$x^{2020} = 2y^{2020} + 8z^{2020}$$

を満たす組は存在するかどうか，調べなさい。

3　△ABC，△DEF，△GHI，△JKL があり，AB=DE＝GH=JK=1，∠ABC=∠DEF＝∠GHI＝∠JKL=90°，∠BAC=16°，∠EDF＝23°，∠HGI＝37°，∠KJL＝51° である。
このとき，次の①，②では$\boxed{\quad}$に適当な数を書き入れなさい。



①　XY=1，∠XYZ＝90° である三角形 XYZ がある。YZ=2BC+HI のとき，∠YXZ＝$\boxed{\quad}$° である。

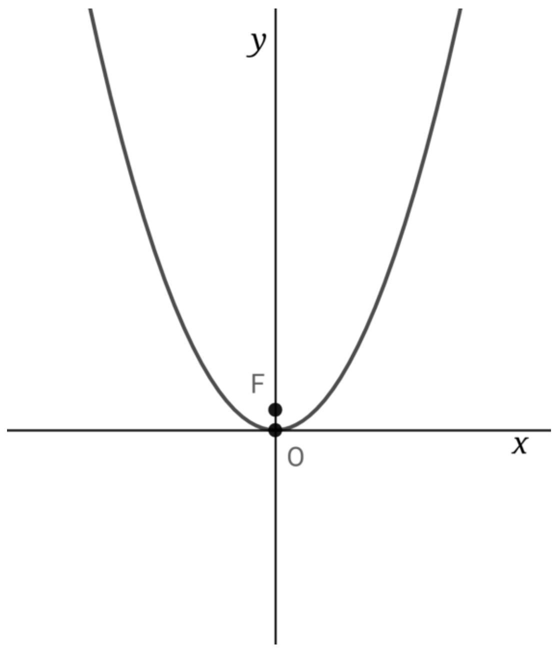
②　BC×EF+EF×KL+KL×BC の値は$\boxed{\quad}$である。

$\boxed{4}$ 互いに 2 点で交わる円 O_1,O_2 があり，それぞれの中心を O_1, O_2 とする。
円 O_1,O_2 の共通接線 N をひき，接点をそれぞれ A, B とおく。また，円 O_1,O_2 の交点を N に近い方から P. Q と定め, N に平行で P を通る直線 M をひく。また，線分 AQ, BQ と M の交点をそれぞれ R, S とおき，直線 PQ と N の交点を T,直線 AO_2, BQ の交点を U とする。このとき，次の②の$\boxed{}$に適当な式を書き入れなさい。

①PR=PS であることを証明しなさい。

②円 O_2 が点 O_1 を通り, AQ が O_1 の直径となったとき，△AUT の面積を円 O_1 の半径 r を用いて表すと$\boxed{}$である。

$\boxed{5}$ 右の図のように，原点 O と，
放物線 $C: y = x^2$ と，点 F がある。
点 F のy座標は$\frac{1}{4}$である。また，C上の任意の点を P とし，その x 座標をpとする。
次の①は$\boxed{}$に適当な式を，③には適当な数を書き入れなさい。



① 線分 FP の長さは p を用いて表すと$\boxed{}$である。

② 点 P から x 軸に下ろした垂線の足を H とするとき，点 P におけるCの接線は∠HPF を二等分することを証明しなさい。

③ C上の 2 点 X,Y における接線の交点を Q としたとき, FQ＝1 となった。このとき∠XQY の最小値は$\boxed{}$° である。