



信号与系统

第三讲 系统及其基本性质

杜清河

信息与通信工程学院

Email:

duqinghe@mail.xjtu.edu.cn

2025春

对应教材章节



❖ 第一章

■ 1.5、1.6节

内容提要



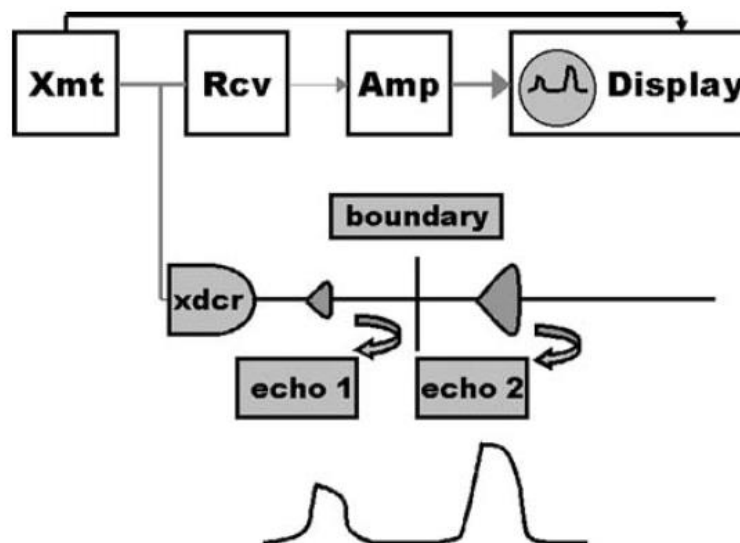
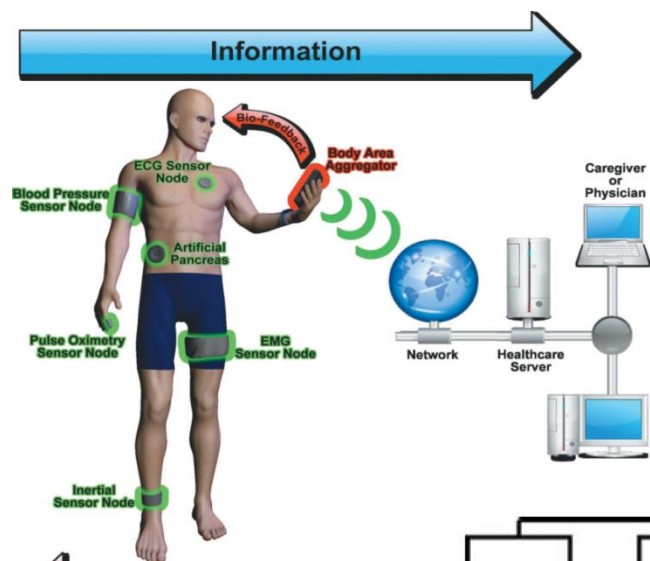
- ❖ 系统的概念
- ❖ 系统的互联
- ❖ 系统的基本性质

内容提要



- ❖ 系统的概念
- ❖ 系统的互联
- ❖ 系统的基本性质

系统的物理示例



系统的定义



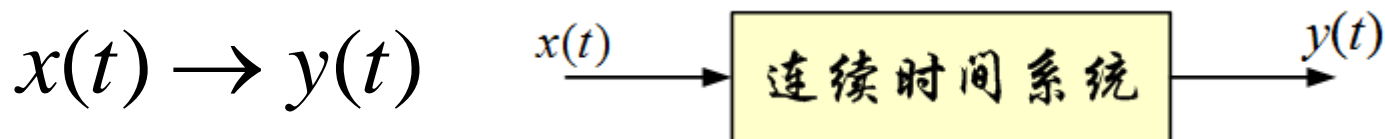
- 从一般意义上讲，系统是由若干相互依赖、相互作用的事物组合而成的具有特定功能的整体。
- 一个系统可以看作是一个过程，在其中输入信号被该系统所变换，或者说系统以某种方式对信号作出响应。

系统的分类



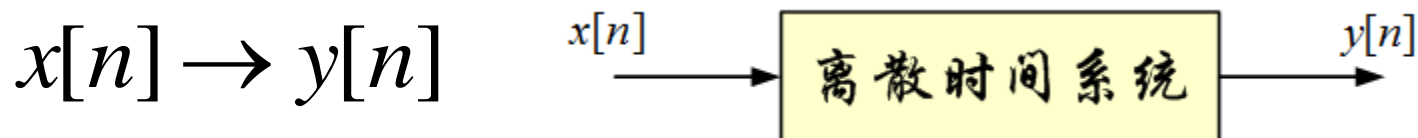
➤ 连续时间系统

输入该系统的信号是连续时间信号，该系统产生的输出也是连续时间信号。



➤ 离散时间系统

输入该系统的信号是离散时间信号，该系统产生的输出也是离散时间信号。



系统的分类



➤ ? ? ? ? 系统

输入该系统的信号是连续时间信号，该系统产生的输出是离散时间信号。

$$x(t) \rightarrow y[n]$$

ADC
模数转
换器

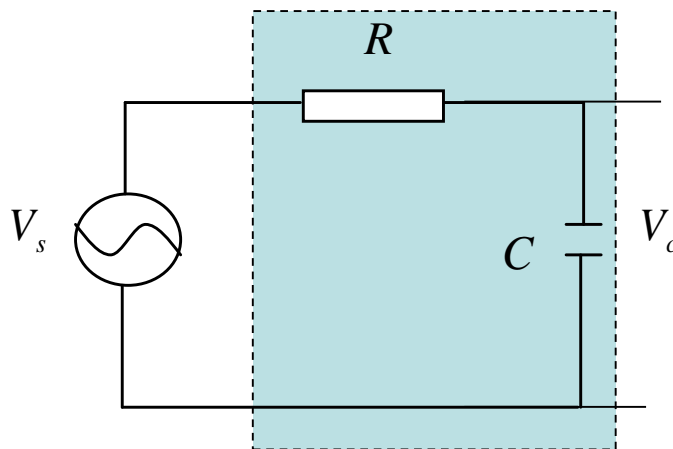
➤ ? ? ? ? 系统

输入该系统的信号是离散时间信号，该系统产生的输出是连续时间信号。

$$x[n] \rightarrow y(t)$$

DAC
数模
转换器

系统在数学上的描述



输入 V_s

输出 V_c

微分方程

电阻 $i(t) = \frac{V_s(t) - V_c(t)}{R}$

电容 $i(t) = C \frac{dV_c(t)}{dt}$



$$\frac{dV_c(t)}{dt} + \frac{1}{RC} V_c(t) = \frac{1}{RC} V_s(t)$$

非常简单 套路

内容提要



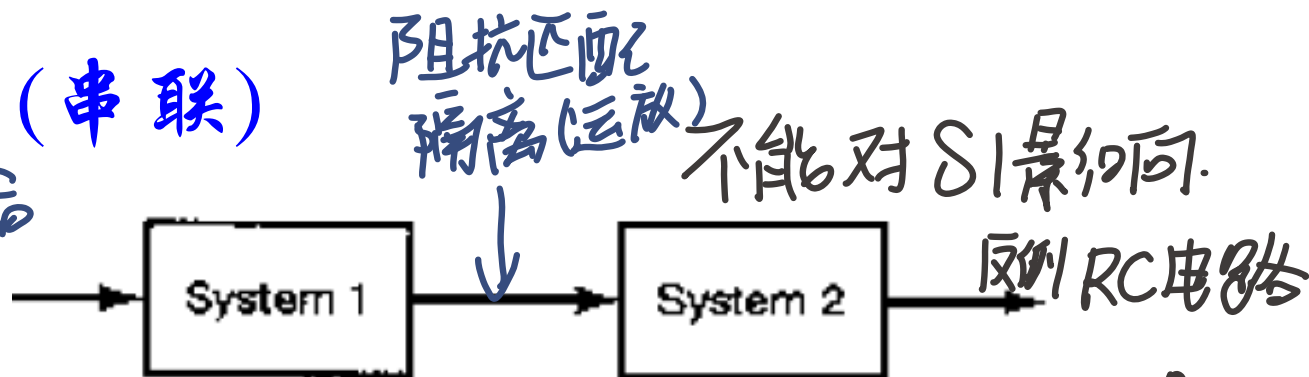
- ❖ 系统的概念
- ❖ 系统的互联
- ❖ 系统的基本性质

系统的互联

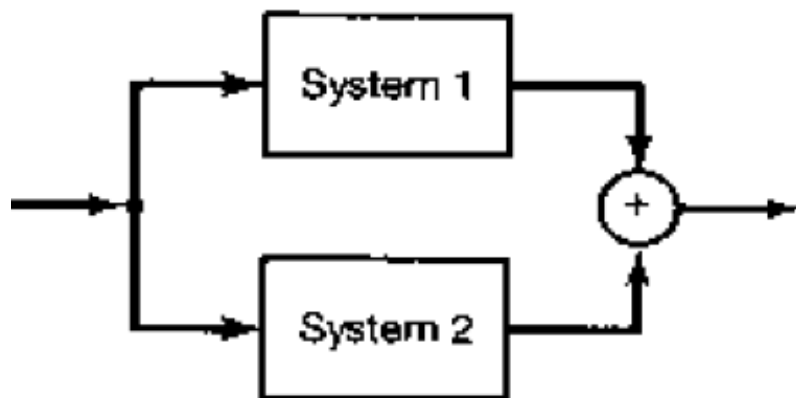


➤ 级联 (串联)

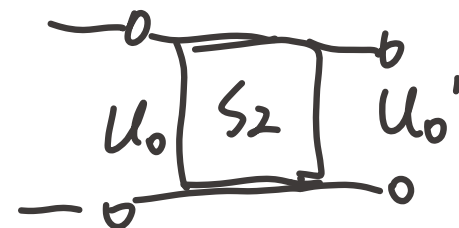
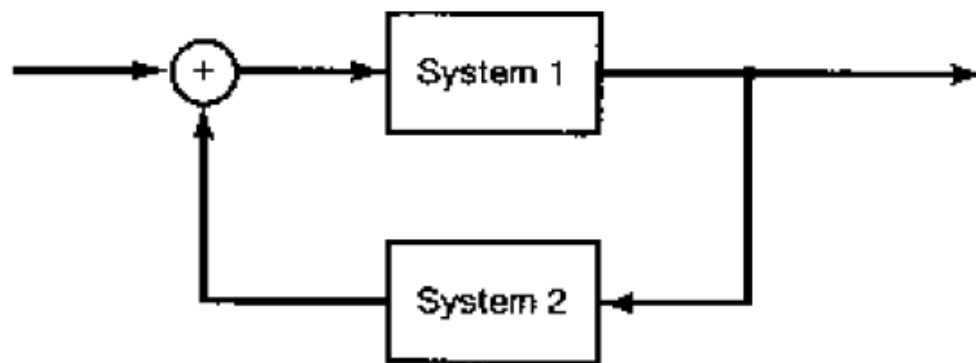
不是耦合



➤ 并联



➤ 反馈





你真得掌握了级联么？



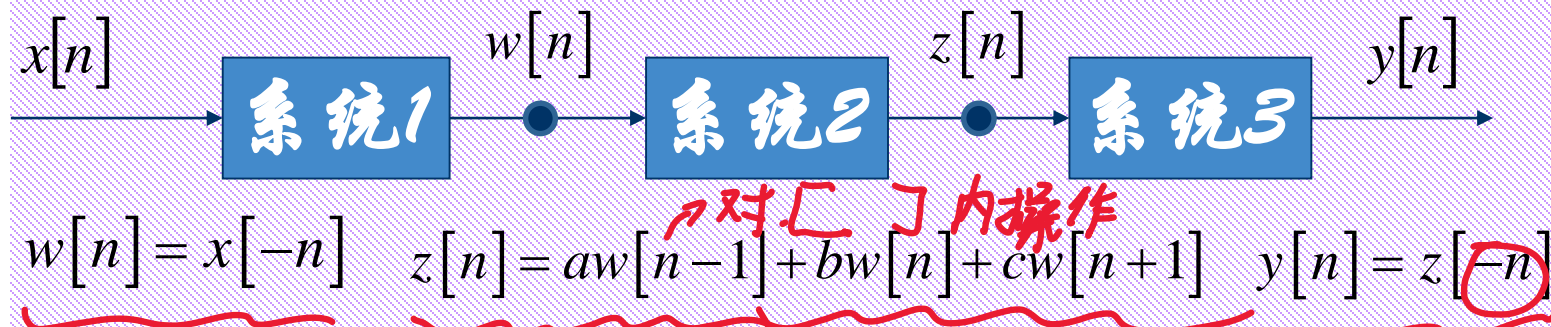
系统1 $y[n] = x[-n]$

系统2 $y[n] = ax[n-1] + bx[n] + cx[n+1]$

系统3 $y[n] = x[-n]$

求：整个互联系统的输入——输出关系，其中 a 、 b 、 c 都是实数

你真得掌握了级联么？



解：

一级一级
拆开。
从后向前

$$y[n] = z[-n]$$

对 $[\]$ 内部操作

只改了
n 正负。
不改 ±1



$$= aw[-n-1] + bw[-n] + cw[-n+1]$$

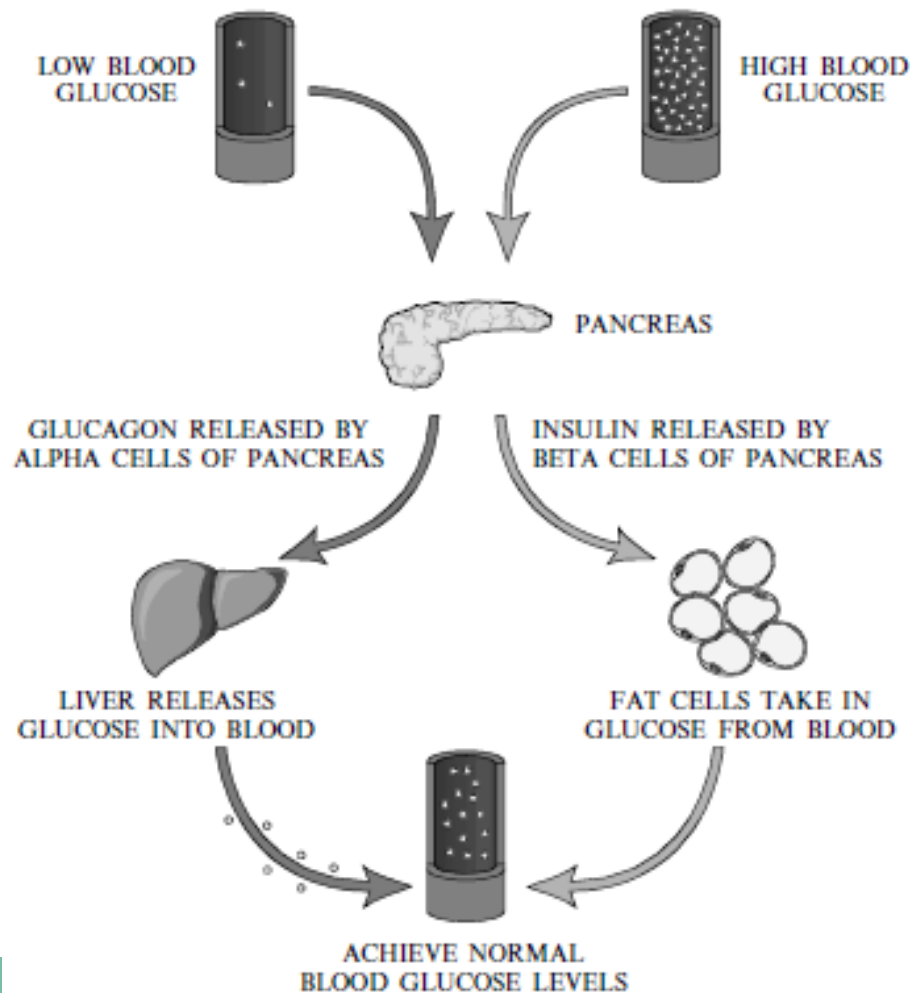


$$= ax[n+1] + bx[n] + cx[n-1]$$

系统的互联



➤ 反馈系统的例子



内容提要



❖ 系统的概念

❖ 系统的互联

❖ 系统的基本性质

记忆性(Memory & Memoryless)



➤ 定义：如果对自变量的每一个值，一个系统的输出**仅仅**决定于该时刻的输入，这个系统就称为无记忆系统。

➤ 记忆与存储相联系。

➤ 判断下列系统的记忆性：

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \quad y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$$

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt} \quad y[n] = x[n] - x[n-1] \quad y(t) = x(t)$$

超前或
预测也
是一种
记忆



可逆性 (Invertibility)

问题在于, 输入的已是一个函数 $x[n]$.

- 定义: 一个系统, 如果在不同的输入下, 导致不同的输出, 就称该系统是可逆的。

先逆再逆.

- 可逆系统与其逆系统的级联是一恒等系统。

- 判断下列系统是否是可逆的?

不可反例: $x[n] \equiv 1$

$$y(t) = C \quad \times$$

$$y[n] = x[n]x[n-1]$$

$\delta(t)$ 也算
工程上
可实现

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \quad \text{可逆}$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$$

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

$$y[n] = x[n] - x[n-1]$$

因果性 (Causality)

因果性和记忆性的区别

与记忆不一定有强相关

- 定义：若一个系统在任何时刻的输出只决定于现在以及过去的输入，该系统就称为因果系统。积累的结果（未来不会影响现在）非因果是无记忆呀。
- 因果性与物理可实现性的关系。

判断下列系统的因果性：

积分器是因果的。

尺度变换。

$t=1$

$y(5) = x(4)$ 取决于过去。

压缩 破坏因果

$$y(t) = x(t - t_0) \quad y[n] = x[-n]$$

$$y(t) = x(2t)$$

$t=-1$

$y(5) = x(6)$ 取决于未来

存储：

$$y(2) = x(4) \text{ 将来。}$$

$$y(t) = x(t) \cos(t + 1)$$

张三声音前 李回后。 $y(-1) = x(2)$

$x(t)$

针对 $x(t)$ 与 $x(t)$ 无关，是系统属性

结果李回声音夹杂张三的。 过去



稳定性 (Stability)

➤ 定义：若对于有界输入，系统的输出也是有界的，则称该系统是稳定的。

➤ 判断下列系统的稳定性：

别输入作死信号

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k] \quad \text{输入一个常数, 发散} \quad y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

$$y[n] = x[n] - x[n-1] \quad y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

➤ 工程设计中的稳定性

物理可实现系统



❖ 定义：

- 因果并且稳定的系统，称为因果物理可实现系统。

❖ 对于系统因果性与稳定性的分析，将贯穿整个课程。

时不变性 (Time-Invariance)



- 一摸一样
今天, 明天再听, 音乐
- 定义: 若系统的特性行为不随时间变化, 则该系统是时不变系统。
 - 用信号与系统的术语来描述: 如果一个系统当输入信号有一个时移时, 输出响应也产生同样的时移。除此之外, 输出响应无任何其他变化, 则称该系统是时不变的。

$$x(t) \rightarrow y(t) \quad \Longrightarrow \quad x(t-t_0) \rightarrow y(t-t_0)$$

时不变性 (Time-Invariance)



课后举例理解

➤ 判断下列系统是否是时不变的

$x[n]$ 时移
 $x_0[n]$ 时移只对
 时移
 y_0 时移是对自变量

调制系统:

外界与内环 y_0 时移是对自变量

$$y[n] = nx[n] \quad x[n-n_0] \rightarrow y[n] = \boxed{\text{乘法器}} \rightarrow \boxed{x[n-n_0]}$$

时移系统: $y(t-1)$

$$y(t) = x(t-t_0)$$

• 时移不改变系统的时不变性

反转系统:

$$y(t) = x(-t)$$

$y[n-n_0] = (n-n_0) x_d[n-n_0]$
 • 反转改变系统的时不变性

尺度变换系统: $x(t-t_0) \rightarrow y(t-t_0)$ 并非必然

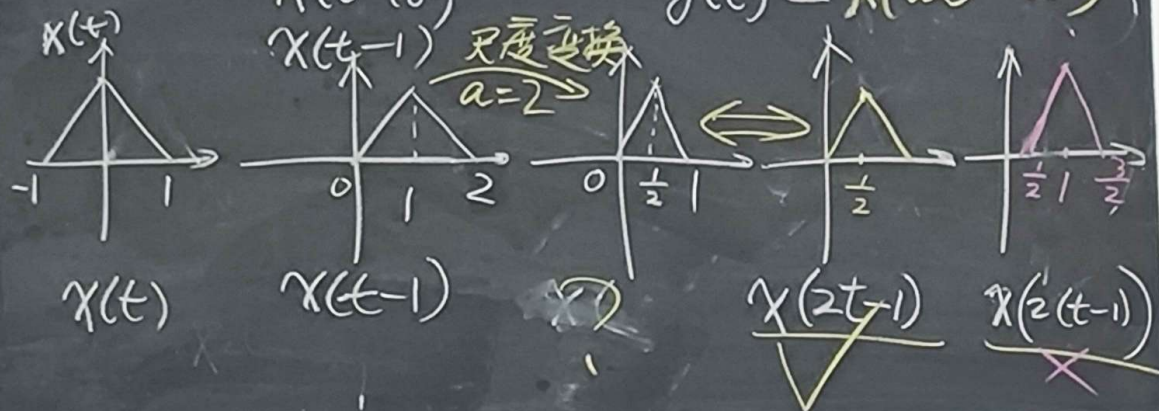
$$y(t) = x(at)$$

• 尺度变换改变系统的时不变性?

$$x(t-t_0) \rightarrow y(t) = x(at-t_0) \text{ or } x[al(t-t_0)]$$

$$x(t) \longrightarrow y(t) = x(at)$$

$$X(t-t_0) \xrightarrow{\text{time shift}} y(t) = X(at-t_0)$$





线性 (Linearity)

➤ 定义：若系统的特性行为满足**叠加性质**，
即：**齐次性和可加性**，那么称该系统是**线性**的。

➤ **齐次 (Homogeneity):**

$$x_1(t) \rightarrow y_1(t) \quad \Longrightarrow \quad ax_1(t) \rightarrow ay_1(t)$$

➤ **可加性 (Additivity):**

$$\begin{array}{l} x_1(t) \rightarrow y_1(t) \\ x_2(t) \rightarrow y_2(t) \end{array} \quad \Longrightarrow \quad x_1(t) + x_2(t) \rightarrow y_1(t) + y_2(t)$$

线性 (Linearity)



线性系统分析
的基本思想

➤ 叠加性质:

如果 $x_k[n] \rightarrow y_k[n]$, 则:

$$x[n] = \sum_k a_k x_k[n] \rightarrow y[n] = \sum_k a_k y_k[n]$$

➤ 零输入-零输出特性: 必要条件

只取决信号本身
操作.

$$x[n] \rightarrow y[n] \quad \Longrightarrow \quad 0 = 0 \cdot x[n] \rightarrow 0 \cdot y[n] = 0$$

- 1) 无论系统是齐次的还是可加的, 都具有这一性质。
- 2) 这一性质强调输入恒为零则输出恒为零。

线性 (Linearity)



$$\begin{cases} y_1(t) = t x_1(t) \\ y_2(t) = t x_2(t) \end{cases}$$

➤ 判断下列系统是否为线性系统:

$$y(t) = t x(t)$$

$$y[n] = \text{Re}\{x[n]\}$$

$$y[n] = 2x[n] + 3$$

不是

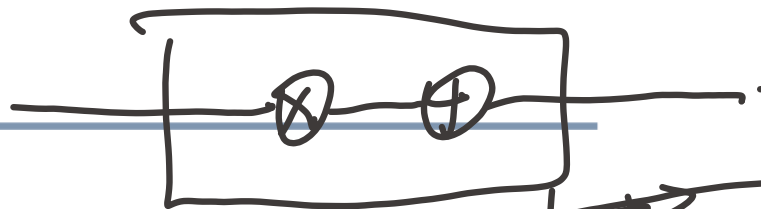
增量线性系统

a 为复数. 实数变化. 不是线性

➤ 增量线性系统: 系统输出响应的增量和输入增量之间满足线性性(可加的和齐次的)。

$$x_1[n] = 2x_1[n]$$

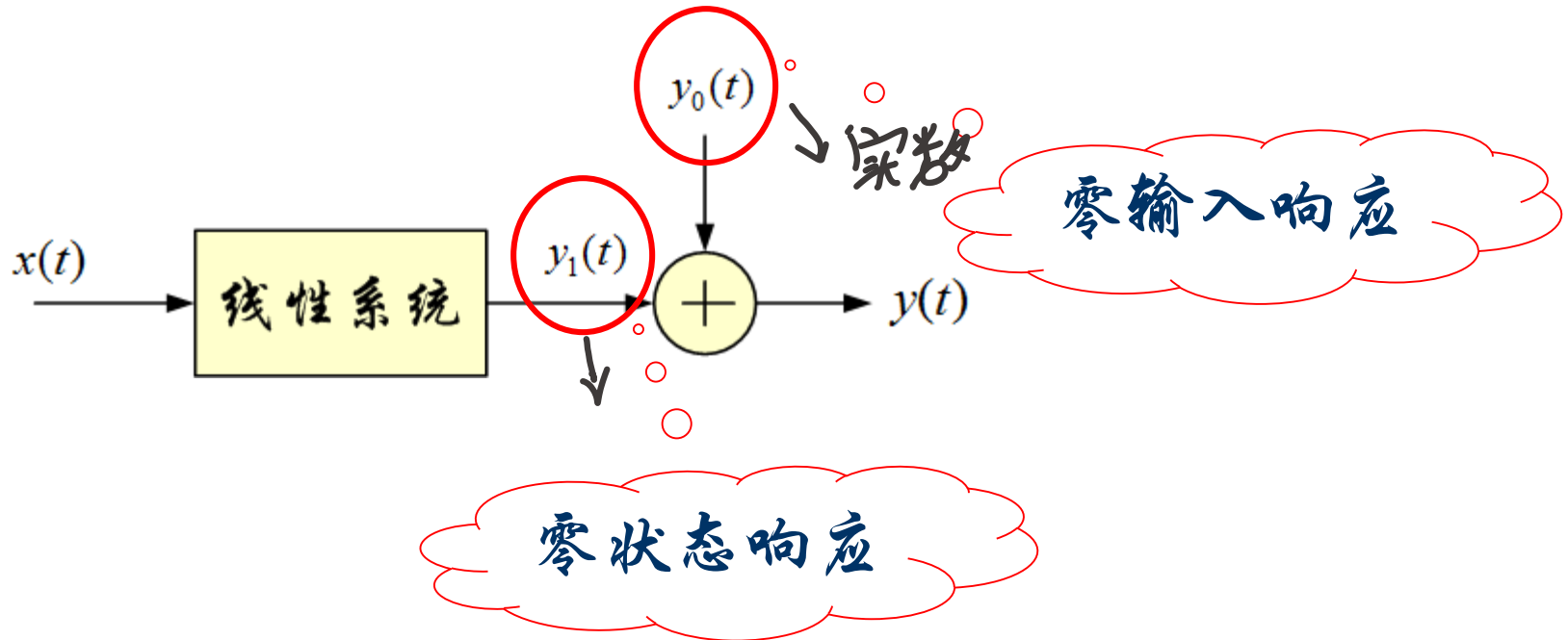
$$\therefore y_1[n] = 2 - 2x_1[n] + 3 = 4x_1[n] + 3 \rightarrow \text{不随输入而改.}$$



+3
一直存在!!!

可减掉.

增量线性 (Incremental Linearity)



$$\text{全响应} = \text{零状态响应} + \text{零输入响应}$$

线性时不变系统



因稳✓

- 本课程主要研究线性时不变 (Linear and Time-Invariant, LTI) 系统
- 前面讨论的时延器、微分器、积分器、差分器、累加器都是LTI系统



谢谢大家！

系统在数学上的描述与应用



房贷问题：住房问题已成为最受关注的社会话题之一。A君因为买房从银行贷了10万元的款，其利息按每年未偿还金额的12%来计算（或者说月利息为1%），例如，第一个月，总的欠款等于

$$100\ 000 + \left(\frac{0.12}{12} \right) \times 100\ 000 = 101\ 000$$

一个现实的问题就是要确定月供（亦即每月需要偿还的金额），以使得在某一规定时间内，贷款全部还清。

系统在数学上的描述与应用



房贷问题：住房问题已成为最受关注的社会话题之一。A君因为买房从银行贷了10万元的款，其利息按每年未偿还金额的12%来计算（或者说月利息为1%），例如，第一个月，总的欠款等于

$$100\ 000 + \left(\frac{0.12}{12} \right) \times 100\ 000 = 101\ 000$$

一个现实的问题就是要确定月供（亦即每月需要偿还的金额），以使得在某一规定时间内，贷款全部还清。