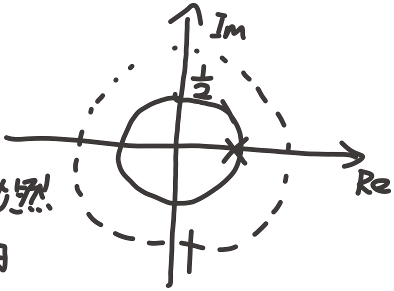
10.6 (a)

$x[n]$绝对可和且又存在极点，必然无法是有限长的

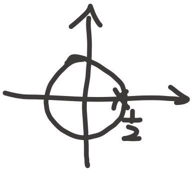


(b) 不可能 若左边信号，则收敛域为 $|z|<\frac{1}{2}$ 不含 $|z|=1$，不满足绝对可和

(c) 可以 与(b)结论一致，右边信号可包含 $|z|=1$

(d) 可能 若知道一个 $z>1$ 的极点，$X(z)$ 的收敛域可包含 $|z|=1$

10.8



① 假设为一个右边信号

$\because x_1[n]=(\frac{1}{4})^n x[n]$ 绝对可和 $\quad X(z)=\dfrac{A}{z-\frac{1}{2}}$

$x_1(z) \xrightarrow{z} X(\frac{z}{4})$ 则 $\frac{|z|}{4}>\frac{1}{2}$

$|z|>\frac{1}{8}$

$X_2(z) \xrightarrow{z} X(8z)$ 则 $8z>\frac{1}{2}$

$|z|>\frac{1}{16}$

则都含 $|z|=1$ 显然非右边的

②a假设左边信号

由①可看出，若为左边信号，则 $x_1[n]$, $x_2[n]$ 收敛域均不含 $|z|=1$ 故其只可能为双边的

记 $\frac{1}{2}<|z|<a$，a为另一极点、

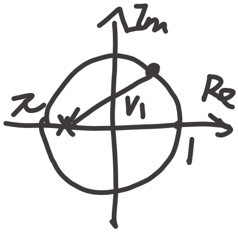
有 $\frac{1}{2}<\frac{|z|}{4}<a$ 即 $\frac{1}{8}<|z|<\frac{1}{4}a$

包含 $|z|=1$

且 $\frac{1}{16}<|z|<\frac{1}{8}a$ 不含 $|z|=1$

∴ $4<a<8$. 即还包含一个4至8之间的极点.

10.12 (a) $X(z)=\frac{1}{z+\frac{8}{9}}$ 极点为 $z=-\frac{8}{9}$



$|H(e^{j\omega})|=\frac{1}{v_1}$

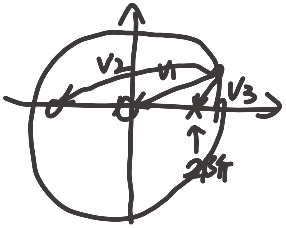
$\omega=0$ $|H(e^{j\omega})|$ 较小，为 $\frac{9}{17}$

$\omega=\pi$ $|H(e^{j\omega})|$ 较大，为 9.

可见是高通的

(b) $X(z)=\frac{z^2+\frac{8}{9}z}{z^2-\frac{16}{9}z+\frac{64}{81}}=\frac{z(z+\frac{8}{9})}{(z-\frac{8}{9})^2}$

零点 $z_{01}=0$ $z_{02}=-\frac{8}{9}$ 极点 $z=\frac{8}{9}$ (二阶)



$$|H(e^{j\omega})| = \frac{V_1 V_2}{(V_3)^2}$$

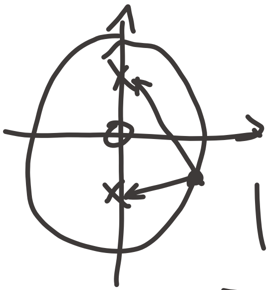
当 $\omega = 0$ 附近，$|H(e^{j\omega})|$ 取最大

当 $\omega = \pi$ 附近 $|H(e^{j\omega})|$ 最小

是低通的

(c). $X(z) = \dfrac{z^2}{z^2 + \frac{64}{81}}$ 极点 $z = \pm\frac{8}{9}$；

零点：$z = 0$ (2阶



$$|H(e^{j\omega})| = \frac{V_1^2}{V_2 V_3} = \frac{1}{V_2 V_3}$$

ω 在接近 $\frac{\pi}{2}$，$-\frac{\pi}{2}$ 时，$V_2 \cdot V_3$ 最小

$|H(e^{j\omega})|$ 最大，可见为带通的

10 15 1. $Y(z)=\dfrac{1}{1-\frac{1}{9}z^{-1}}=\dfrac{z}{z-\frac{1}{9}}$

$Y(z^2)=\dfrac{z^2}{z^2-\frac{1}{9}}=\dfrac{z^2}{(z+\frac{1}{3})(z-\frac{1}{3})}$

$=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{z}{z+\frac{1}{3}}+\dfrac{z}{z-\frac{1}{3}}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{1+\frac{1}{3}z^{-1}}+\dfrac{1}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}\right)$

$\therefore X(z)=(\frac{1}{3})^n u[n]$ 或 $(-\frac{1}{3})^n u[n]$

二个极点：$z=-\frac{1}{3}$ 或 $\frac{1}{3}$

一个零点．$z=0$

1017 (a) $h[n]$ 右边序列

实序列. $h[n]=h^*[n]$

$H(z)=H^*(z^*)$ 零、极点成对共轭

$\because \lim\limits_{z\to\infty}H(z)=h[0]=1$ 极点在 $|z|=\frac{3}{4}$ 上

ROC: $|z|>\frac{3}{4}$ 包含 $|z|=1$ 是稳定的

记极点为 z_1, z_2，零点为 $z_{01}\ z_{02}$

$\lim\limits_{z\to\infty}H(z)=\lim\limits_{z\to\infty}\dfrac{A(z-z_{01})(z-z_{02})}{(z-z_1)(z-z_2)}=A$ 是收敛的

或从 $\lim\limits_{z\to\infty}H(z)=1$ 看出 ROC 含 $|z|=+\infty$

故是因果的

10.22 (a). $x[n]=(\frac{1}{2})^n u[n+4]-(\frac{1}{2})^n u[n-5]$

$= (\frac{1}{2})^n \cdot 16\, u[n] * \delta[n+4] - \frac{1}{32}(\frac{1}{2})^n u[n] * \delta[n-5]$

$= (\frac{1}{2})^n u[n] * \{16\delta[n+4] - \frac{1}{32}\delta[n-5]\}$.

$\therefore \mathcal{Z}\{x[n]\} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} \cdot (16z^4 - \frac{1}{32}z^{-5})$

$= \frac{16z^9-\frac{1}{32}}{z^5-\frac{1}{2}z^4} = \frac{16z^9-\frac{1}{32}}{z^4(z-\frac{1}{2})}$

极点 $z_1=\frac{1}{2}$（一阶） $z=0$ 四阶

零点：$z^9=\frac{1}{2^9}$ $\quad z^9=|\frac{1}{2^9}|e^{j(2k\pi)}$

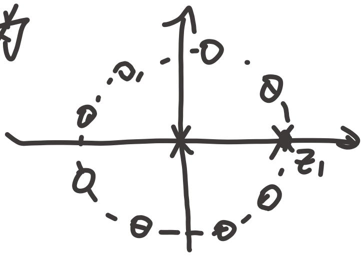
$\therefore z=\frac{1}{2}e^{j\frac{2}{9}k\pi}$ 一个周期内

$z_{01}=\frac{1}{2}e^{j\frac{2}{9}\pi}$, $z_{02}=\frac{1}{2}e^{j\frac{4}{9}\pi}$ $z_{03}=\frac{1}{2}e^{j\frac{6}{9}\pi}$

$z_{04}=\frac{1}{2}e^{j\frac{8}{9}\pi}$ $z_{05}=\frac{1}{2}e^{j\frac{10}{9}\pi}$ $z_{06}=\frac{1}{2}e^{j\frac{12}{9}\pi}$

$z_{07}=\frac{1}{2}e^{j\frac{14}{9}\pi}$ $z_{08}=\frac{1}{2}e^{j\frac{16}{9}\pi}$. $z_{09}=\frac{1}{2}e^{j0}$

零极点图为



收敛域为 $|z|>\frac{1}{2}$ 且 $|z|<\infty$ 是稳定的. 包含 $|z|=1$

(b) $X(z)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]z^{-n}$

$\because n\,x[n] \stackrel{z}{\longleftrightarrow}$ $\frac{dX(z)}{dz}=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}(-n)\,x[n]\,z^{-n-1}$

$\therefore z\frac{dX(z)}{dz}=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}(-n)\,x[n]z^{-n}$

$\therefore n\,x[n] \stackrel{z}{\longleftrightarrow} -z\frac{dX(z)}{dz}$.

$(\frac{1}{2})^{|n|}=(\frac{1}{2})^{n}u[n]+(\frac{1}{2})^{-n}u[-n]$

由: $a^{n}u[n] \stackrel{z}{\longleftrightarrow} \frac{1}{1-az^{-1}}$ $|z|>|a|$

$a^{-n}u[-n-1] \stackrel{z}{\longleftrightarrow} \frac{-1}{1-az^{-1}}$ $|z|<|a|$

$\therefore (\frac{1}{2})^{|n|} \stackrel{z}{\longleftrightarrow} \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}-\frac{1}{1-2z^{-1}}$ $\frac{1}{2}<|z|<2$

$\therefore X(z)=\frac{-z\,\frac{3}{2}(z^{2}-1)}{(z-\frac{1}{2})^{2}(z-2)^{2}}$ $\frac{1}{2}<|z|<2$

极点 $z_1=\frac{1}{2}$ (二阶) $z_2=2$ (二阶)

零点 $z_{01}=0$ (一阶) $z_{02}=\pm 1$ (一阶)

包含 $|z|=1$. 故存在傅利叶变换