1.16 (a) 不是 如 $n=2$ 时.

$y[2]=x[2]x[0]$ 输出还取决于 $n=0$ 输出

(b). $y[n]=A\delta[n]\ A\delta[n-2]$,

$=A^2\delta[n]\cdot\delta[n-2]$.

(c) 是可逆的，一组输入只会导致一组输出.

其逆系统为 $y[n]=\dfrac{1}{x[n]x[n-2]}$

1.28 (a) ① 记忆性: $y[1]=x[-1]$. 输出取决于过去有记忆

② 时变性: i) 进入系统后时移. $y[n-n_0]=x[n_0-n]$

ii) 时移后时移 $x_1[n]=x[n-n_0]$

$y_1[n]=x_1[-n]=x[-n-n_0]\neq x_0[n_0-n]$ 故,为时变的.

③ 线性.

设 $x_1[n]\to y_1[n]=x_1[-n]$ $x_2[n]\to y_2[n]=x_2[-n]$

令 $x_3[n]=ax_1[n]+bx_2[n]$ $x_3[n]\to y_3[n]=ax_1[-n]+bx_2[-n]$

$=ay_1[n]+by_2[n]$ 为线性的

④ 因果性. $y[-1]=x[1]$ 输出还取决于未来. 非因果.

⑤ 稳定性. 记 $|x[n]|<M$ $|x[-n]|<M$ 显然

故系统稳定.

到底在证什么. h[n] 稳定 or x[n] 稳定

系统稳定不会由输入决定. 但至少要求 x[n] 有界 (为啥试), 然后反推 不可能影响到收敛.

(c) ① 记忆性. $y[n]=nx[n]$ 输出只取决当前, 无记忆

② 时不变性 1). 先时移: $x_1[n]=x[n-n_0]$ $y_1[n]=nx[n-n_0]$.

2) 先进入系统 $y[n-n_0]=(n-n_0)x[n-n_0]\ x[n-n_0]$.

结果不同，故时变的

③ 线性 设 $x_1[n] \to y_1[n] = n x_1[n]$、$x_2[n] \to y_2[n] = n x_2[n]$

设 $x_3[n] = a x_1[n] + b x_2[n] \to y_3[n] = a n x_1[n] + b n x_2[n]$

$= a y_1[n] + b y_2[n]$ 为线性.

④ 因果. ∵ $y[n] = n x[n]$ 只取决当前输入. 故是因果的

⑤ 稳定 对 $|x[n]| < M$. $n \to \infty$ 时 $\lim_{n\to\infty} n x[n] = \infty$ ✓

输出不稳定

故不是稳定的 写不出响应!!!

(e) $y[n] = x[n]u[n-1] + x[n+1]u[-1-n]$.

① 记忆性：输出可取决于未来. 有记忆的. 也是非因果的.

② 时不变性. 1) 先时变：令 $x_1[n] = x[n-n_0]$

$y_1[n] = x_1[n]u[n-1] + x_1[n+1]u[-1-n]$.

$= x[n-n_0]u[n-1] + x[n+1-n_0]u[-1-n]$.

2) 先进入系统. $y[n-n_0] = x[n-n_0]u[n-n_0-1] + x[n-n_0+1]u[-1-n+n_0]$

两者输入不同，是时变的

③ 线性. 1) 先进入系统后线性. 记 $x_1[n] \to y_1[n] = \begin{cases} x_1[n] & (n \geq 1) \\ 0 & (n=0) \\ x_1[n+1] & (n \leq -1) \end{cases}$

$x_2[n] \to y_2[n] = \begin{cases} x_2[n] & (n \geq 1) \\ 0 & n=0 \\ x_2[n+1] & (n \leq -1) \end{cases}$

2). 先线性后进入系统. 记 $x_3[n] = a x_1[n] + b x_2[n]$

$x_3[n] \to y_3[n] = \begin{cases} a x_1[n] + b x_2[n] & (n \geq 1) \\ 0 & (n=0) \\ a x_1[n+1] + b x_2[n+1] & (n \leq -1) \end{cases} = a y_1[n] + b y_2[n]$

为线性的

(g). $y[n]=x[4n+1]$.

① 记忆. $y[n]$ 不一定取决于此刻的输入.

② 时不变性.

1) 先时变 $x_1[n]=x[n-n_0]$

$\therefore y_1[n]=x_1[4n+1]=x[4n+1-n_0]$.

2) 先进入系统 $y[n-n_0]=x[4(n-n_0)+1]\neq y_1[n]$ 为时变的.

③ 线性 记 $y_1[n]=x_1[4n+1]$ $y_2[n]=x_2[4n+1]$.

记 $x_3[n]=ax_1[n]+bx_2[n]$

$y_3[n]=x_3[4n+1]=ax_1[4n+1]+bx_2[4n+1]$.

$\because ay_1[n]+by_2[n]=ax_1[4n+1]+bx_2[4n+1]$ $\therefore$ 是线性的

④ 因果性: $\because y[1]=x[5]$ 输出取决于未来 非因果的.

⑤ 稳定: 对 $|x[n]|<M$ $|x[4n+1]|<M$ 恒成立.

$\therefore$ 是稳定的.

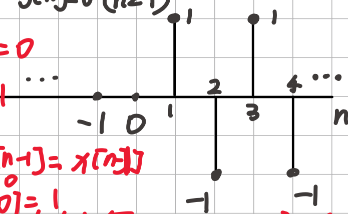
是一个差分方程, 1.46 有意思.

1.46 (a) $y[n]=x[n-1]-y[n-1]$
$=(-1)^{n-1}$ $(n\geq 1)$.
$y[n]=0$ $(n<1)$

(b) $\begin{cases} y[n]=\dfrac{1+(-1)^{n-1}}{2} & (n\geq 1) \\ y[n]=0 & (n<1) \end{cases}$

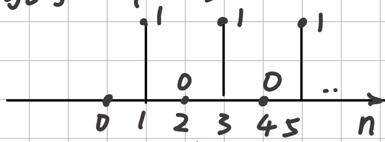
$x[0-1]=0$

$x[1-1]=1$



$y[n]+y[n-1]=x[n-1]$

$y[1]+y[0]=1$



$\delta[n] \xrightarrow{\text{时延(微分)}} y$

$\delta[n]+\delta[n-1]$

1.46 须了解什么是反馈

正负相反数

1.47 (c)

(i) 设 $x_3[n]=ax_1[n]+bx_2[n]$ $x_1[n]\to y_1[n]=n+x_1[n]+2x_1[n+4]$, $x_2[n]\to y_2[n]=n+x_2[n]+2x_2[n+4]$

当输入 $x_3[n]\to y_3[n]=n+ax_1[n]+bx_2[n]+2ax_1[n+4]+2bx_2[n+4]$

1.46 反馈为一个差分方程反馈

$x[n]*\delta[n-1]$

$\sum \delta[n-1]e^{-j\omega n}$

$= e^{-j\omega}$

有 $y[n] = -y[n-1] + x[n-1]$

∴ $y[n] + y[n-1] = x[n-1]$

当 $x[n] = u[n]$ $\quad x[n-1] =$

↓ 变换域.

$$\mathcal{F}\{x[n]\} = \mathcal{F}\{u[n]\} = \frac{1}{1-e^{-j\omega}} + \sum_{-\infty}^{\infty} \delta[\omega - 2k\pi]$$

$$Y(e^{j\omega})(1+e^{-j\omega}) = e^{-j\omega}\left\{\frac{1}{1-e^{-j\omega}} + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta[\omega-2k\pi]\right\}$$

$$Y(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j\omega}}{(1+e^{-j\omega})(1-e^{-j\omega})} + \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-j(2k\pi)}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{1-e^{-j\omega}} - \frac{1}{1+e^{-j\omega}}\right] + 0$$

$$y[n] = \frac{1}{2}\left(1 - (-1)^n\right)u[n]$$

可以不用讨论

第一章给下了如此恶心的题.

$\neq an+ax_1[n]+2ax_1[n+4]+2bx_2[n+4]+bn$ 故不是线性

但 $an+bn-n=(a+b-1)n$ 为线性 增量.是一个

故 $y[n]=n+x[n]+2x[n+4]$ 为增量线性系统

令 $x[n]=0$ $y_0[n]=n$ 增线. y的差 - 差的y 是个线性函数.

∴ 线性 $L\{x[n]\}=x[n]+2x[n+4]$ $y_0[n]=n$

$$x(t)\to\boxed{x[n]+2x[n+4]}\to\underset{\uparrow\, y_0[n]=n}{\oplus}\to y[n]=n+x[n]+2x[n+4]$$

(iii) 记 $x_1[n]\to y_1[n]=\begin{cases} n/2 & (n偶)\\ (n-1)/2+\sum\limits_{k=-\infty}^{(n-1)/2}x_1[k] & (n奇)\end{cases}$

$x_2[n]\to y_2[n]$ 表达相似

记 $x_3[n]=ax_1[n]+bx_2[n]$

$$x_3[n]\to y_3[n]=\begin{cases} n/2 & n偶\\ (n-1)/2+a\sum\limits_{k=-\infty}^{(n-1)/2}x_1[k]+b\sum\limits_{k=-\infty}^{(n-1)/2}x_2[k] & n奇\end{cases}$$

增量 $S=ay_1[n]+by_2[n]-y_3[n]$

$$=\begin{cases}\frac{n}{2}(a+b-1) & n偶\\ \frac{n-1}{2}(a+b-1) & n奇.\end{cases}$$

无论n偶或奇数 均是线性的增量

令 $x_0[n]=0$ 可得 $y_0[n]=\begin{cases} n/2 & n偶\\ (n-1)/2 & n奇\end{cases}$

线性系统 $L\{x[n]\}=\sum\limits_{k=-\infty}^{(n-1)/2}x[k]$

$$x(t)\to\boxed{\sum_{k=-\infty}^{(n-1)/2}x[k]}\to\underset{\downarrow\, y_0[n]}{\oplus}\to y[n]=\begin{cases} n/2 & (n偶)\\ \frac{n-1}{2}+\sum\limits_{k=-\infty}^{(n-1)/2}x[k] & (n奇)\end{cases}$$

(iii) 设 $x_1[n]$ 使 $x_1[0]\geq 0$ 设 $x_2[0]<0$

则 $x_3[n]= x_1[n]+ x_2[n]$ 中 $x_3[0]$ 很难确定正负.

不满足可加性 故不是增量线性的

(iv) $y(t) = \dfrac{d\,tx(t)}{dt} = tx'(t) + x(t)$

设 $x_1(t) \to y_1(t)$, $x_2(t) \to y_2(t)$

记 $x_3(t) = a x_1(t) + b x_2(t) \to y_3(t) = a\dfrac{d\,tx_1(t)}{dt} + b\dfrac{d\,tx_2(t)}{dt}$

$$= a y_1(t) + b y_1(t)$$

该系统是线性的, 零输入响应为0

$L\{x(t)\} = y(t) = \dfrac{d\,tx(t)}{dt}$

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\frac{d\,tx(t)}{dt}} \longrightarrow \underset{\uparrow\, 0}{\oplus} \longrightarrow y(t) = tx'(t) + x(t)$$

(v) $y[n] = x^2[n] + \{x[n] + \cos(\pi n)\}^2$

$$= 2x^2[n] + 2x[n]\cos(\pi n) + \cos^2(\pi n)$$

由于 $x^2[n]$ 存在, 该系统不是线性的.

也不满足可加性 故也非增量线性的