奥本 3.8 根据④个条件确定可以满足的信号.

① 实奇 $x(t) \xrightarrow{FS} a_k$

$a_k = -a_{-k}$ 且 a_k 为虚奇函数(共轭)

② $T=2$ $x(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} a_k e^{jkw_0 t}$ $w_0 = \pi$

③ 只有 a_1, a_0, a_{-1} 可能有非0值.

$a_k = -a_{-k} \Rightarrow a_0 = 0$

即 $x(t) = a_1 e^{jw_0 t} + a_{-1} e^{-jw_0 t}$

④ PSWE定理 $\frac{1}{T}\int_T |x(t)|^2 dt = \sum_{-\infty}^{+\infty} |a_k|^2$

$\frac{1}{2}\int_0^2 |x(t)|^2 dt = \boxed{a_1^2 + a_{-1}^2 = 1}$

$\therefore |a_1|^2 = \frac{1}{2}$ $|a_1| = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

不太对 应是 $|a_1|^2 + |a_{-1}|^2 = 1$

否则 a_{-1} 是虚数 a_{-1}^2 必然与 a_1^2 抵消

$\therefore \begin{cases} a_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ a_{-1} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} a_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ a_{-1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

我们算的都是模,既然均已知为纯虚数.

$$\begin{cases} x_1(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{j\pi t} + (-\frac{\sqrt{2}}{2}) e^{-j\pi t} \\ x_2(t) = -\frac{\sqrt{2}}{2} e^{j\pi t} + \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-j\pi t} \end{cases}$$

① 采取批改订正制. 第一次要充分暴露问题

② 题干最好翻书找,这个抄题

不过抄题也有意义. 复习方便

奥本(辅) 3.14 P103 $y[n]$ 周期为4 问 $x[n]$

$y[n] = \frac{1}{2}\left[e^{j(\frac{5}{2}\pi n + \frac{\pi}{4})} + e^{-j(\frac{5}{2}\pi n + \frac{\pi}{4})}\right]$ → 注意 $\frac{5}{2}\pi > 2\pi$ 会分出一个 $\boxed{2\pi n}$

$\therefore$ 写成 $\frac{1}{2} e^{j\frac{1}{2}\pi n} \cdot e^{j\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2} e^{-j\frac{\pi}{4}} \cdot e^{-j\frac{1}{2}\pi n}$

$= \frac{1}{2} e^{j\frac{\pi}{4}} e^{j\frac{5}{2}\pi n} + \frac{1}{2} e^{-j\frac{\pi}{4}} e^{-j\frac{5}{2}\pi n}$

$= a_5 H(e^{j\frac{5}{2}\pi}) e^{j\frac{5}{2}\pi n} + a_{-5} H(e^{-j\frac{5}{2}\pi}) e^{-j\frac{5}{2}\pi n}$

对应系数 $a_1 = a_5$ 最好写 a_1

将 $y[n]$ 写为 $y[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k H(e^{jk\frac{\pi}{2}}) e^{j\frac{\pi}{2}kn}$

记 $x[n]=\sum_{k=\langle N\rangle} a_k e^{jk\frac{2\pi}{4}n}$ $T=4$ 取 $(-2,6)$

且 $a_k=\frac{1}{4}\sum_{n=-2}^{2}\delta[n+4k]e^{-jk\frac{\pi}{2}n}=\frac{1}{4}$

$\therefore x[n]=\sum_{k=\langle N\rangle}\frac{1}{4}e^{jk\frac{2\pi}{4}n}$

$\therefore$ 此时 $y[n]=\sum_{k=\langle N\rangle}\frac{1}{4}H(e^{jk\frac{\pi}{2}})e^{j\frac{\pi}{2}kn}$

展开为4项
实际上也可以

$\therefore H(e^{j\frac{\pi}{2}\pi})=e^{j\frac{\pi}{4}}$ $H(e^{j(-\frac{\pi}{2})\pi})=e^{-j\frac{\pi}{4}}$

$H(e^{j(-\frac{1}{2})\pi})=e^{-j\frac{\pi}{4}}$

显然 $b_0=a_0H(e^{j0})=0$

$b_1=a_1H(e^{j\frac{\pi}{2}})=e^{j\frac{\pi}{4}}$

$b_2=a_2H(e^{j\pi})=0$

$b_3=a_3H(e^{j\frac{3\pi}{2}})=0$ $\times$ $=H(e^{j-\frac{\pi}{2}})=e^{-j\frac{\pi}{4}}$

0次谐波：无
2次：无

最好写出 $y[n]$ 中的复指数展示了 ±1 次谐波，那其他谐波系数是0.

奥本(辅) 3.15 低通滤波的定义

$H(j\omega)=\begin{cases}1 & |\omega|\le 100\\ 0 & |\omega|>100\end{cases}$ $x(t)$: $T=\frac{\pi}{6}$ $\omega=12$

$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}a_k e^{jk12t}$ $x(t)\xrightarrow{S}y(t)=x(t)$

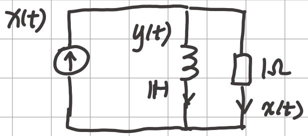
则 $x(t)$ 不含 $\pm100^+$ 次谐波

$\therefore$ $12|k|\le 100$ $|k|\le 8$

奥本(辅) 3.16 滤波器

奥3.19课后 $y(t)$ 为电流

$x(t)$ 为~~电压~~输入 电流



(a) 1Ω 流过电流为 $x(t)$

由 $u_L = L\frac{di_L}{dt}$

$\because \cancel{x(t) = 1\frac{dy(t)}{dt}}$

$\therefore \frac{dy(t)}{dt} = x(t)$

$u_L = L\frac{di_L}{dt}$. $x(t) = L\frac{dy(t)}{dt}$

$x(t) = \boxed{\frac{L}{R}}\frac{dy(t)}{dt} + y(t)$

$\boxed{\frac{L}{R}} = 1$

(b). $y(t) = \int_{-\infty}^{t} \cancel{x(t)dt} = \int_{-\infty}^{t} e^{j\omega\tau}d\tau = \frac{e^{j\omega\tau}\big|_{-\infty}^{t}}{j\omega}$

$= \frac{1}{j\omega}e^{j\omega t}$

(c) $x(t) = \cos(t)$

$\cancel{X(j\omega) = \pi[\delta(\omega+1) + \delta(\omega-1)]}$

$\cancel{j\omega Y(j\omega) = X(j\omega)}$

$Y(j\omega) = \frac{1}{j\omega}\pi[\delta(\omega+1) + \delta(\omega-1)]$

$\mathcal{F}^{-1}[Y(j\omega)] = \int_{-\infty}^{t}\cos s\,ds =$ $\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$

(b) 妙: $y(t) = \sum H(jk\omega_0)e^{jk\omega_0 t}a_k$

$\therefore j\omega H(j\omega)e^{j\omega t} + H(j\omega)e^{j\omega t} = e^{j\omega t}$

$H(j\omega) = \frac{1}{j\omega+1} \Rightarrow h(t) = e^{-t}u(t)$

(c). $y(t) = \sum H(j\omega_0)\frac{e^{jt} + e^{-jt}}{2}$

$= H(j1)\frac{1}{2}e^{jt} + H(-j)\frac{1}{2}e^{-jt}$.

$= \frac{1}{j+1}\cdot\frac{1}{2}\cdot e^{jt} + \frac{1}{1-j}\cdot\frac{1}{2}e^{-jt}$ 化简即可

$=$

吴大正 4 27

(1) $F(j\omega)\Big|_{\omega=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-j\omega t} dt \Big|_{\omega=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, dt$

$= 15$

(2) $f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$

$\therefore$ 原 $= 2\pi f(0) = 2\pi$

(3). 原 $= 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt.$

$= 2\pi \left(\int_{-1}^{0} (t+1)^2 dt + \int_{0}^{1} 1\, dt \right)$

$= 2\pi \left(\frac{1}{3}(t+1)^3 \Big|_{-1}^{0} + 1 \right) = \frac{2}{3}\pi + 2\pi = \frac{8}{3}\pi$