11-1 逆系统

11-3-3 挖个坑·最小相位系统，在z-p图上要求零点全在jw轴之左，那这样导致了什么?

极 $z=a$
零 $z=\frac{1}{a}$
} 纯实倒数

11-3-4 $H(z)=\dfrac{1-a^{-1}z^{-1}}{1-az^{-1}}\ (a>0)$

(1)与(2)一起解

① $|z|>a$（右边信号）则希望 $0<a<1$（因果）

② $0<|z|<a$（左边）则应，$a>1$（因果）

(3) 证明全通。实际上可以深挖一下共轭这个性质。可能会教育我们这样的道理。

$X(s)=X^*(s^*)\Rightarrow$ 共轭函数是极点&零点固定的性质

或用计算。$H(e^{jw})\Big|_{z=1e^{jw_0}}=\dfrac{e^{jw}-\frac{1}{a}}{e^{jw}-a}=\dfrac{\cos w+j\sin w-\frac{1}{a}}{\cos w+j\sin w-a}$

$|H(e^{jw_0})|=\frac{1}{a}\sqrt{\dfrac{(1-\frac{2}{a}\cos w+\frac{1}{a^2})a^2}{1-2a\cos w+a^2}}=\frac{1}{a}\cdot 1=\frac{1}{a}$

11-3-5. $y[n]-ay[n-1]=bx[n]+x[n-1]$.

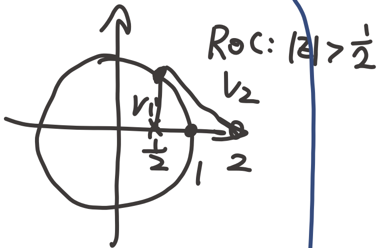
(1). Z变换. $Y(z)-az^{-1}Y(z)=bX(z)+z^{-1}X(z)$

$$\therefore H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{b+z^{-1}}{1-az^{-1}}=\frac{bz+1}{z-a}$$

极点 $z_1=a$ 零点 $z=-\frac{1}{b}$ $=\frac{b(z+\frac{1}{b})}{z-a}$

则 $b=-a$. (共轭倒)

(2) $a=\frac{1}{2}$ $b=-\frac{1}{2}$



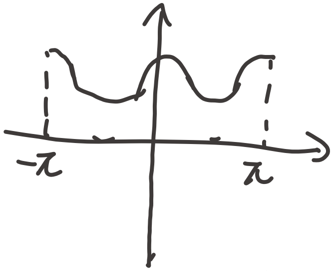
$$H(z)=\frac{-\frac{1}{2}(z-2)}{z-\frac{1}{2}}$$

$$\therefore H(e^{jw})=\frac{-\frac{1}{2}(e^{jw}+2)}{e^{jw}-\frac{1}{2}} \Rightarrow |H(e^{jw})|=\frac{V_2}{V_1}$$

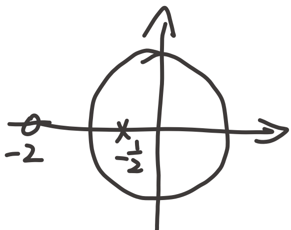
当 $w=0$ $|H(e^{jw})|=2$.

$w=\pi$ $|H(e^{jw})|=\frac{3}{\frac{3}{2}}=2$.

求错了 要相频!!!



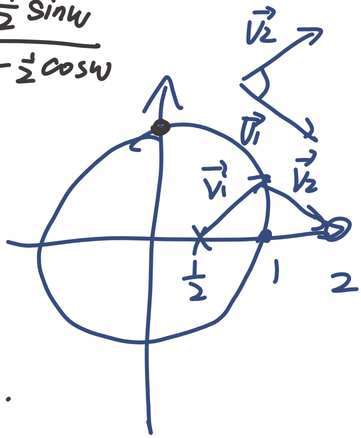
(3) $a=-\frac{1}{2}$ $b=\frac{1}{2}$



$$H(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j\omega}-\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}e^{-j\omega}} = e^{-j\omega}\,\frac{1-\boxed{\frac{1}{2}\cos\omega}+j\boxed{\frac{1}{2}\sin\omega}}{1-\frac{1}{2}\cos\omega+j\frac{1}{2}\sin\omega}$$

① $\omega=0$ $\quad \varphi(\omega)=0$

$$\varphi(\omega) = -\omega - 2\arctan\frac{\frac{1}{2}\sin\omega}{1-\frac{1}{2}\cos\omega}$$



$\omega=\frac{\pi}{2}$

零点相角 $-\arctan\frac{1}{2}$

极点

相角 $\pi-\arctan 2$.

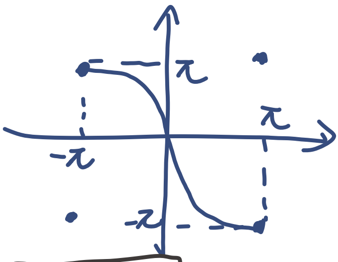
② $\omega=\frac{\pi}{2}$

$\because \varphi(\omega) = -\arctan\frac{1}{2} - \pi + \arctan 2 \approx -1.642$

$\omega=\pi$ $\quad \varphi(\omega)=-\pi$

一般是知道怎么得 $(-\pi,\pi)$
$(\pi,-\pi)$

但不知凸凹.



$\because \quad \varphi(\omega) = \varphi_1 - \varphi_2 =$ 因为 $\boxed{\frac{|V_1|e^{j\angle\varphi_1}}{|V_2|e^{j\angle\varphi_2}}}$ 极坐标

$x[n]=\frac{1}{2}u[n] \xleftrightarrow{z} \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1-z^{-1}}$

$H(z)\cdot X(z)=\frac{-\frac{1}{2}(z+2)}{z+\frac{1}{2}}\ \frac{1}{2}\ \frac{z}{z-1}$

$\frac{bz+1}{z-a}$

$\frac{\frac{1}{2}z+1}{z+\frac{1}{2}}$

$=\frac{-(z+2)z}{4(z+\frac{1}{2})(z-1)}$

$\frac{Y(z)}{z}=\frac{1}{4}\frac{-z-2}{(z+\frac{1}{2})(z-1)}=\left(\frac{1}{z+\frac{1}{2}}+\frac{-2}{z-1}\right)\frac{1}{4}$

$\therefore\ Y(z)=\left(\frac{z}{z+\frac{1}{2}}-2\frac{z}{z-1}\right)\frac{1}{4}$

$\therefore\ y[n]=\frac{1}{2}(-\frac{1}{2})^n u[n]-\frac{\cancel{2}}{2}(+1)^n u[n]$

$\frac{\quad}{2}$

11-3-7 ① 零状态响应

$s^2Y(s)+4sY(s)+Y(s)=sF(s)+3F(s)$

$(s+2)^2\ Y(s)=(s+3)F(s)$

$F(s)=\frac{1}{s+1}$

$\therefore\ Y(s)=\frac{s+3}{(s+1)(s+2)^2}=\frac{A}{s+1}+\frac{B}{s+2}+\frac{C}{(s+2)(s+2)}$

正好复习二阶留数

对1次 $k=1$ $\quad Res=\lim_{z\to-2}\frac{(s+2)^2}{(s+2)^2}\cdot\left(\frac{s+3}{s+1}\right)^{(2-k)}=-2$ →导1次

对2次 $k=2$ $\quad Res=\lim_{z=-2}\frac{(s+2)^2}{(s+2)^2}\cdot\left(\frac{s+3}{s+1}\right)^{(2-k)}=-1.$ →(2-2)不导

$\therefore\ Y(s)=\frac{2}{s+1}+\frac{-2}{s+2}+\frac{-1}{(s+2)^2} \overset{\mathcal{L}}{\longleftrightarrow} 2e^{-t}u(t)-2e^{-2t}u(t)-te^{-2t}u(t)$

使用冲激平衡算跳变 $f(t)=e^{-t}u(t)$

$$f'(t)=e^{-t}\delta(t)+(-e^{-t})u(t)=\delta(t)-e^{-t}u(t)$$

$$\therefore\ y''(t)+4y'(t)+4y(t)=\delta(t)-e^{-t}u(t)+3e^{-t}u(t)$$

$$y''(t)+4y'(t)+4y(t)=\delta(t)+2e^{-t}u(t)$$

令 $y''(t)=A\delta(t)+Bu(t)$

$y'(t)=Au(t)+Btu(t)$ 之后已不用设.

$$\therefore\ A\delta(t)+Bu(t)+4Au(t)=\delta(t)+2e^{-t}u(t)$$

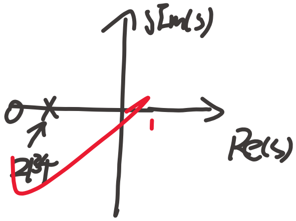
$A=1\quad B=-2$

$y'(0_-)=y'(0_+)-1=2.$

然后 $y'(0_-)=2.\ y(0)=1$ 代入

$\therefore\ A=4\quad B=1 \Rightarrow.\quad y_{zi}=(4t+1)e^{-2t}.$ 加上即可

(2) $H(s)=\dfrac{s+3}{(s+2)^2}$



最小相位要求零点、

(是，只关注零点) 在 $j\omega$ 轴之左

全通：$K\cdot\dfrac{s-a}{s+a}$

对于离散 $K\cdot\dfrac{s-\frac{1}{a}}{s-a}$ 单侧则是倒数.

有一点有意思

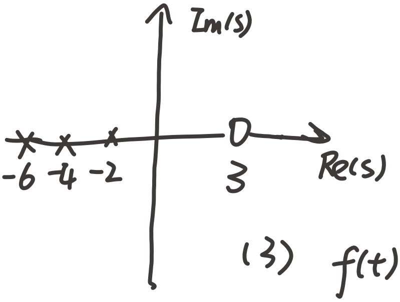
$Y(s)=\frac{2}{s+1}+\frac{-2}{s+2}+\frac{-1}{(s+1)^2}$ 可以用初值把 $y_{zs}(0_+)$ 利出来，即跳变

$y_{zs}(0_+)=\lim_{s\to\infty} sY(s)= 2+(-2)+0.=0$

但由于 $y'_{zs}(0_+)$ 的不会，所以这个方法不完善

11-3-8 最小相移

F(s) 零极点、



(1) 不是,极点都在左,点有一个

不是 有零点在右.

(2) $F(s)=\dfrac{-\frac{5}{8}}{s+2}+\dfrac{\frac{7}{4}}{s+4}+\dfrac{\frac{9}{8}}{s+6}$

$\therefore f(t)=\left(-\frac{5}{8}e^{-2t}+\frac{7}{4}e^{-4t}+\frac{9}{8}e^{-6t}\right)u(t)$

(3) $f(t)$ 初值 $f(0^+)=\lim\limits_{s\to\infty}F(s)\,s$

$= -\frac{5}{8}+\frac{7}{4}+\frac{9}{8}$

$= 0$ (注 这是线合之綵)

$f(\infty)=\lim\limits_{s\to0}sF(s)=0$

11.5.1 $\frac{d}{dt}[u(t)*v(t)] = u(t)*\frac{d\,v(t)}{dt}$

$$\frac{d\int_{-\infty}^{+\infty}u(\tau)\,v(t-\tau)d\tau}{dt} = \frac{d\,u(t)}{dt}*v(t).$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} u(\tau)\frac{d\,v(t-\tau)}{dt}d\tau = u(t)*\frac{d\,v(t)}{dt}.$$

同理……

11.5.2 $f_1(t)\cdot f_2(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} \frac{1}{2\pi}F_1(j\omega)*F_2(j\omega)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_1(t)f_2(t)e^{-j\omega t}dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(t)\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}F_2(j\omega)e^{+j\omega t}d\omega\, e^{-j\omega t}dt$$

正面实际上不容易证，因为你不知道怎么凑出 $t-\tau$.

$$\frac{1}{2\pi}F_1(j\omega)*F_2(j\omega) \xrightarrow{\mathcal{F}^{-1}} \frac{1}{2\pi}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty}F_1(\tau)F_2(\omega-\tau)d\tau}_{\text{把}j\omega\text{看作}\omega/\tau}e^{j\omega t}d\omega.$$

$$F_1(j\omega)*F_2(j\omega) \xrightarrow{\mathcal{F}^{-1}} \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}F_1(\tau)F_2(\omega-\tau)d\tau\, e^{j\omega t}d\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}F_1(\tau)\underline{F_2(\omega-\tau)e^{j(\omega-\tau)t}}\cdot e^{j\tau t}d\tau\, d(\omega-\tau) \text{ 先积}$$

$$= \cdot\underline{\int_{-\infty}^{+\infty}F_1(\tau)e^{j\tau t}}\ f_2(t)\,\underline{d\tau}$$

$$= 2\pi\, f_1(t)\cdot f_2(t).$$