信号与系统

第一讲 信号及其描述

杜清河
信息与通信工程学院
Email:
duqinghe@mail.xjtu.edu.cn
2025春

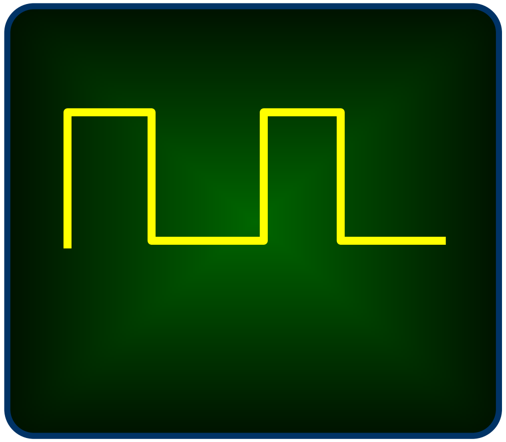
对应课本学习内容

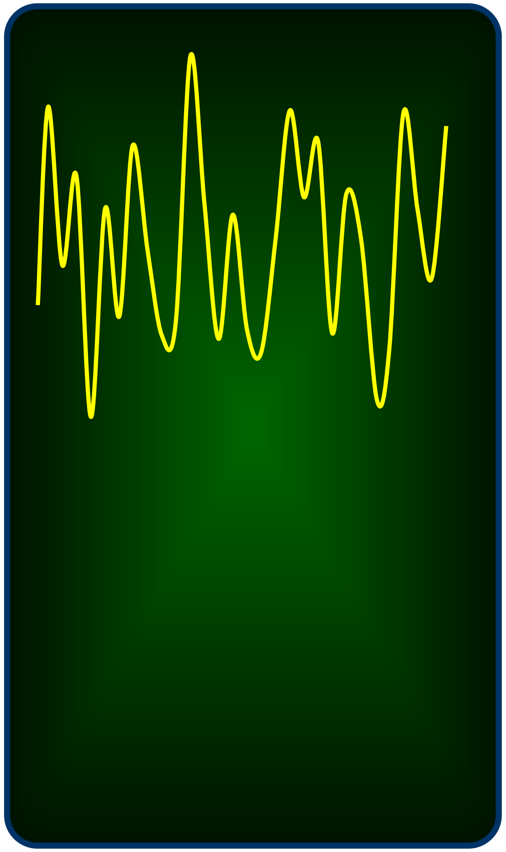
- 第一章
  - 1.0、1.1、1.2节

内容提要

- 信号及其描述
- 自变量的变换
- 信号的基本性质

信号及其物理示例





信号及其物理示例

与信号相关的几个基本概念

- 信号？

与信号相关的几个基本概念

- 信号？

  最为原始的部分

与信号相关的几个基本概念

- 信号？

  最为原始的部分

- 信息？

与信号相关的几个基本概念

- 信号？

  最为原始的部分

- 信息？

  有用的部分，带有一定主观性

与信号相关的几个基本概念

- 信号?

  最为原始的部分

- 信息?

  有用的部分，带有一定主观性

信号在数学上的抽象

- 在数学上，信号可表示为一个或多个自变量的函数

信号在数学上的描述

- 在数学上，信号可表示为一个或多个自变量的函数

$$f(x) \qquad g(x, y) \quad l(x, y, z)$$

信号在数学上的描述

- 在数学上，信号可表示为一个或多个自变量的函数

$$f(x) \quad g(x, y) \quad l(x, y, z)$$

也可以是多维的函数

信号在数学上的描述

- 在数学上，信号可表示为一个或多个自变量的函数

$$f(x) \quad g(x, y) \quad l(x, y, z)$$

也可以是多维的函数

$$[f_1(x) \;\; f_2(x) \;\; \cdots \;\; f_3(x)]$$

信号在数学上的描述

- 在数学上，信号可表示为一个或多个自变量的函数

$$f(x) \quad g(x, y) \quad l(x, y, z)$$

也可以是多维的函数

$$[f_1(x) \;\; f_2(x) \;\; \cdots \;\; f_3(x)]$$

- 在本书中，我们研究的信号以时间t为自变量

信号的分类与表示符号

- 连续时间信号

信号的分类

- 连续时间信号

自变量的变化是连续的。

信号的分类

- 连续时间信号

  自变量的变化是连续的。

  $x(t)$

信号的分类

- 连续时间信号

  自变量的变化是连续的。

  $x(t)$

- 离散时间信号

信号的分类

- 连续时间信号

  自变量的变化是连续的。

  $x(t)$

- 离散时间信号

  自变量的变化是离散的。

信号的分类

- 连续时间信号

  自变量的变化是连续的。

  $x(t)$

- 离散时间信号

  自变量的变化是离散的。

  $x[n]$

数字信号

- 函数值经过量化的离散时间信号

数字信号

- 函数值经过量化的离散时间信号
- 数字信号是精度有限的离散时间信号

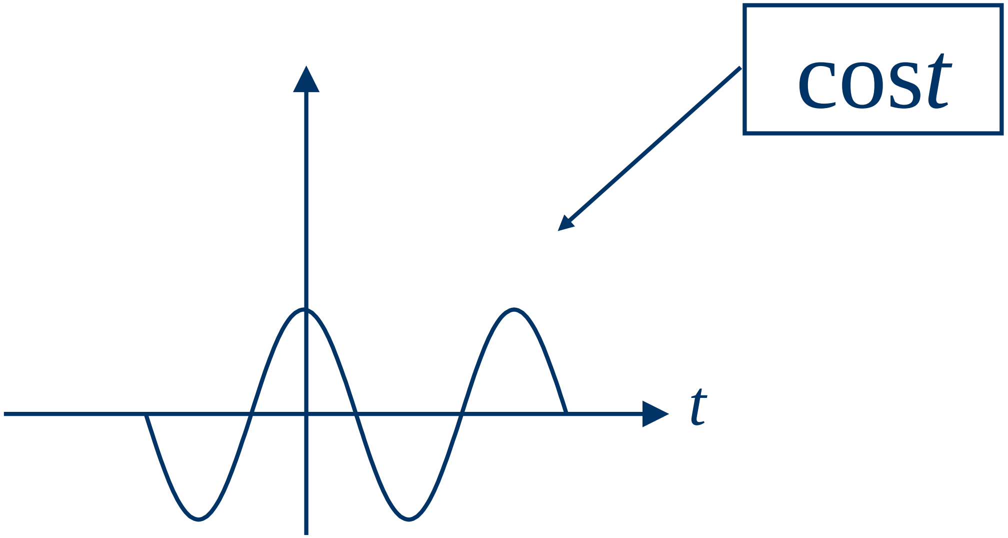
数字信号

- 函数值经过量化的离散时间信号
- 数字信号是精度有限的离散时间信号
- 离散时间信号是精度无限的时间信号

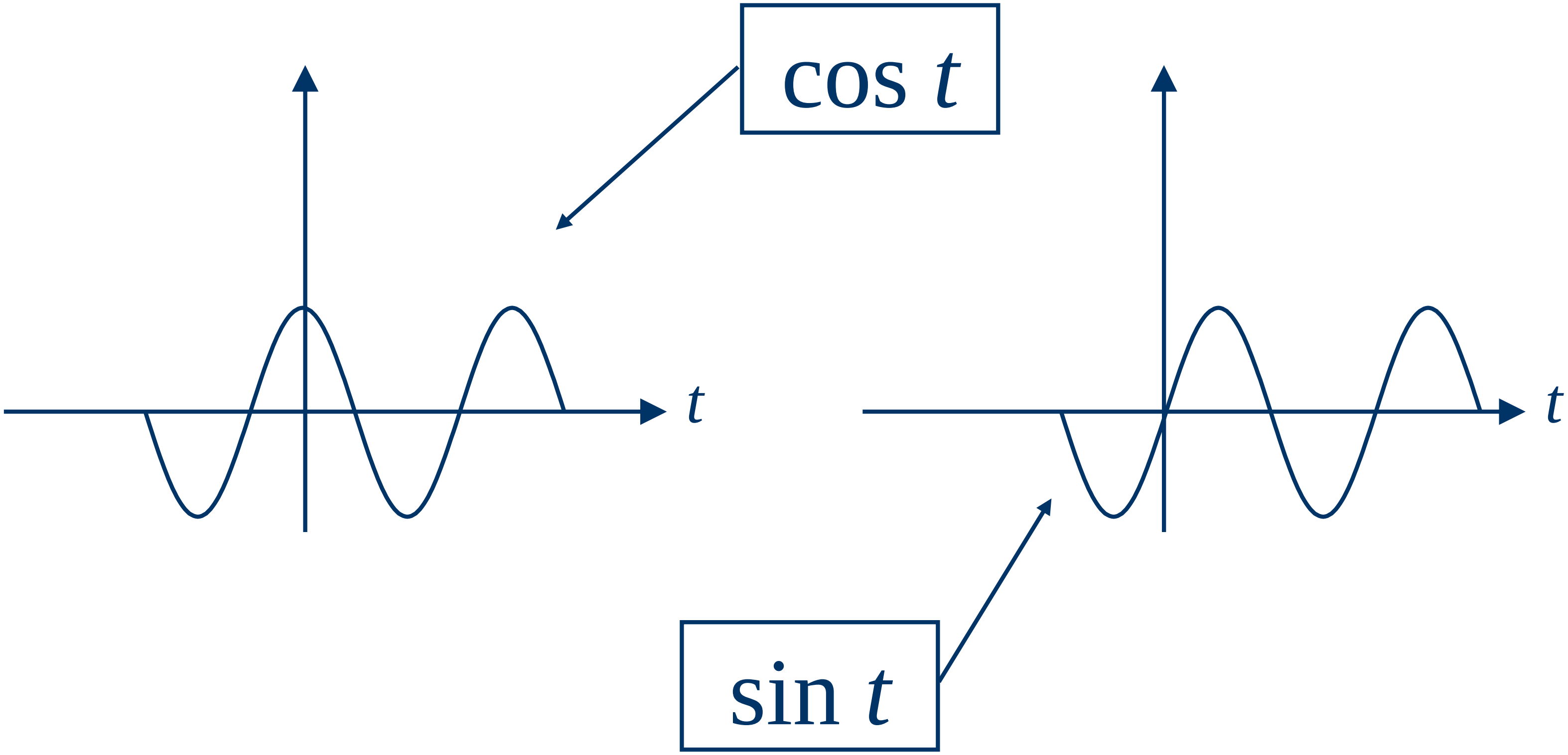
内容提要

- 信号及其描述
- 自变量的变换
- 信号的基本性质

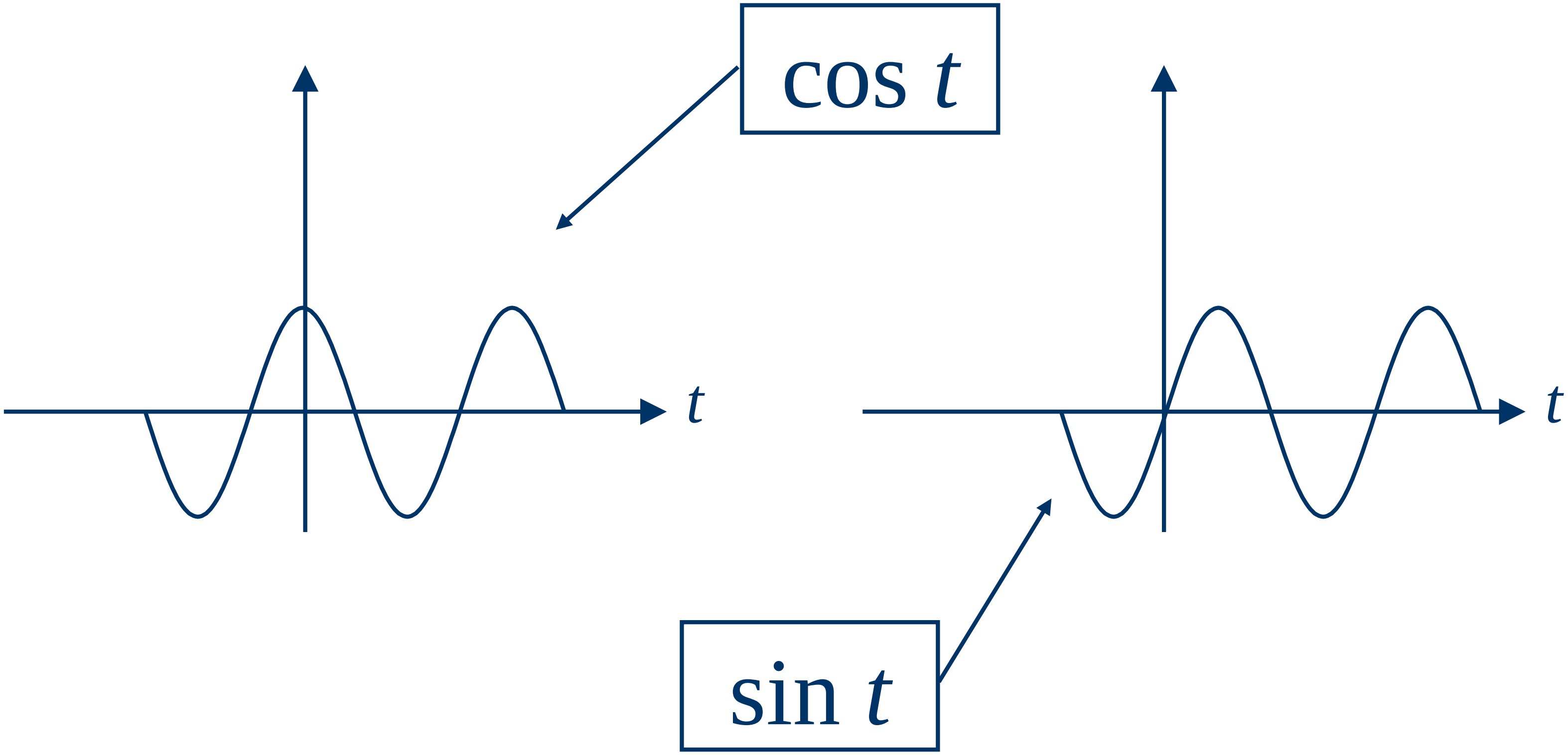
时移(shift)



时移(shift)

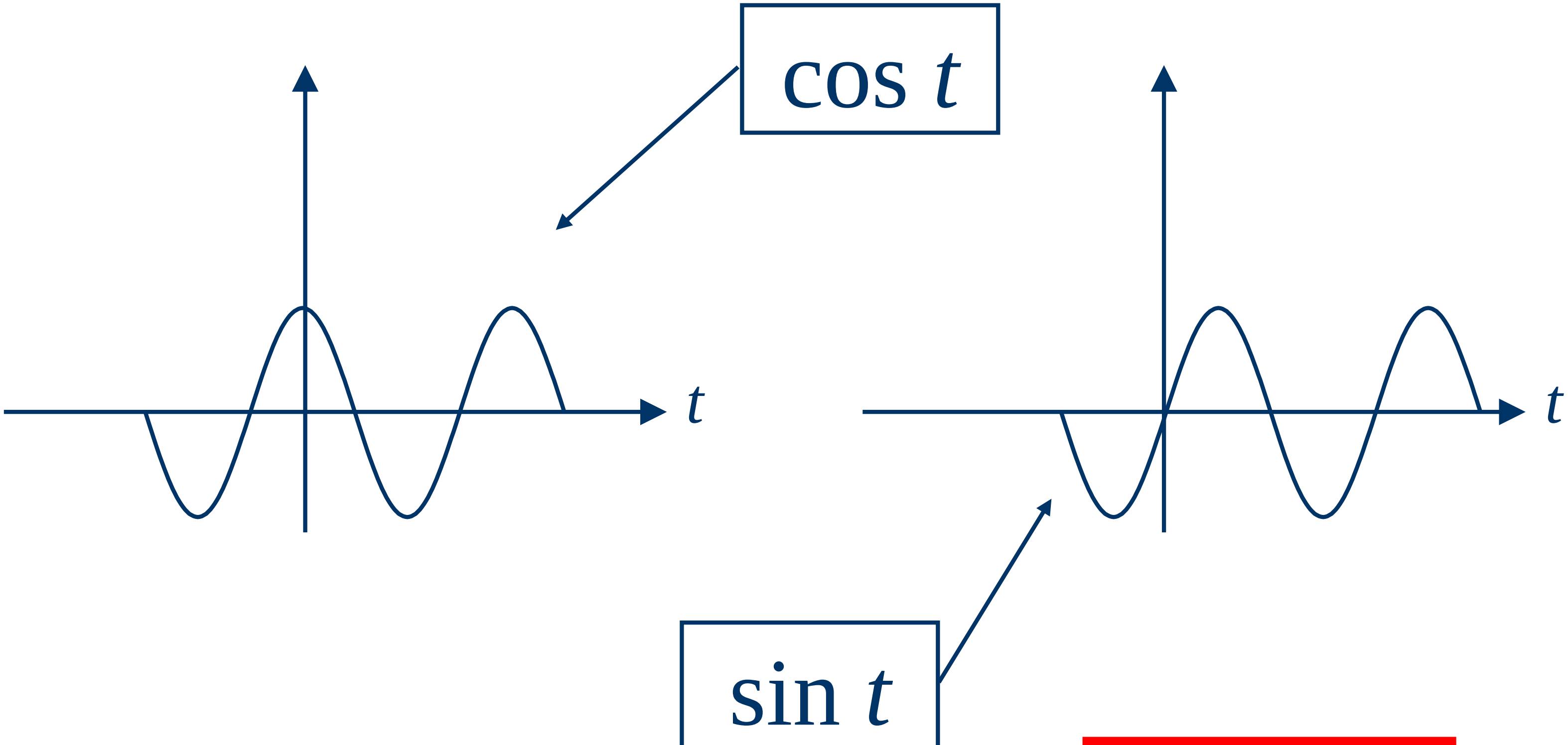


时移(shift)



$$x(t) \rightarrow x(t-t_0)$$

时移(shift)



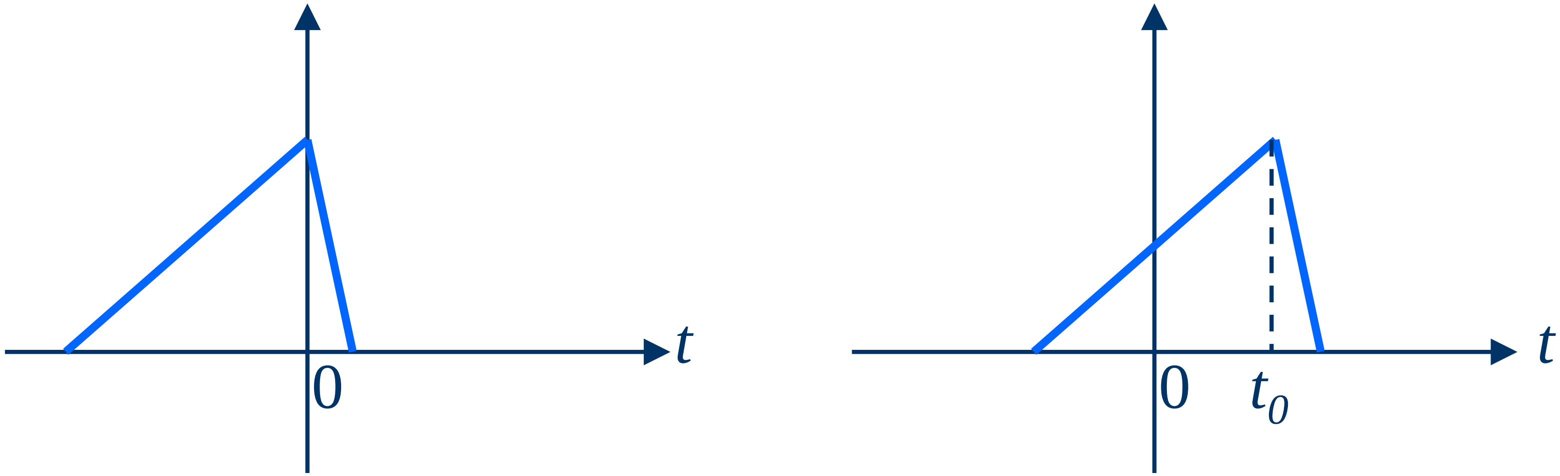
$x(t) \to x(t\text{-}t_0)$

$\boxed{t_0 = \pi/2}$

$\cos(t) \to \cos(t\text{-}t_0) = \sin(t)$

时移(shift)

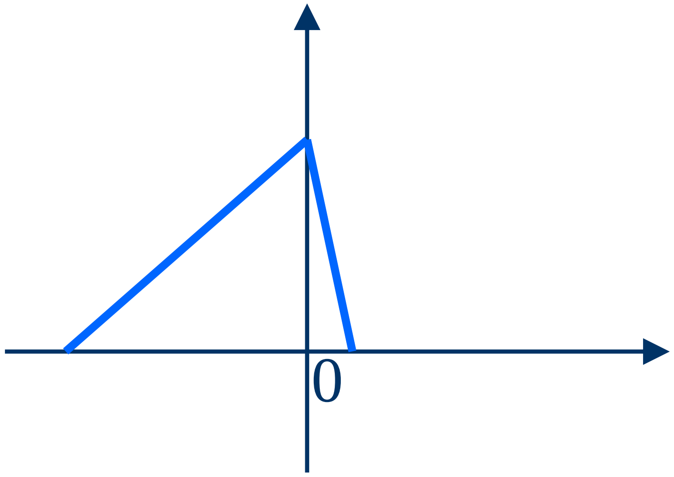
$x(t) \quad \longrightarrow \quad x(t-t_0)$

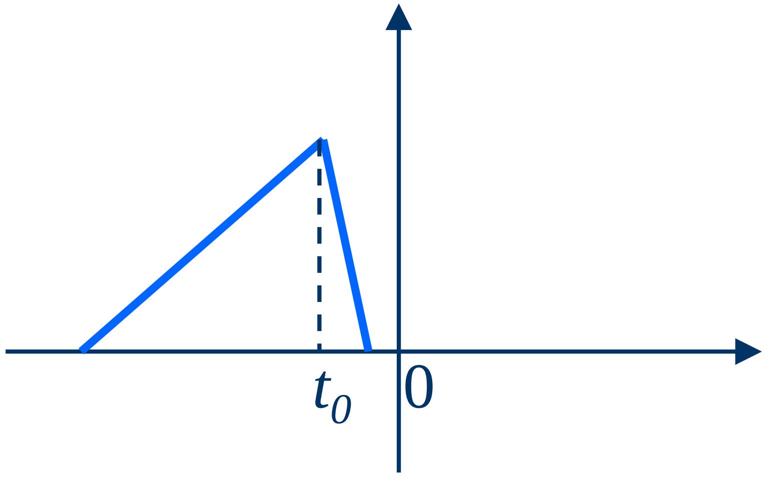


$t_0 > 0$，信号向右移

时移(shift)

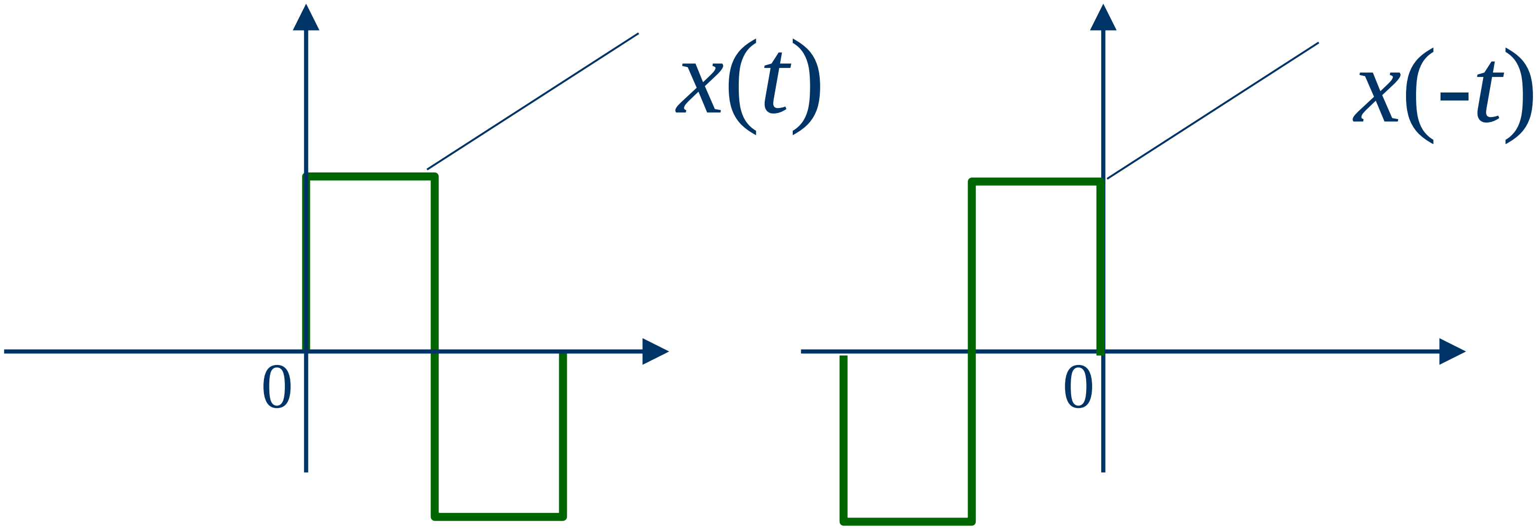
$x(t) \quad \longrightarrow \quad x(t\text{-}t_0)$





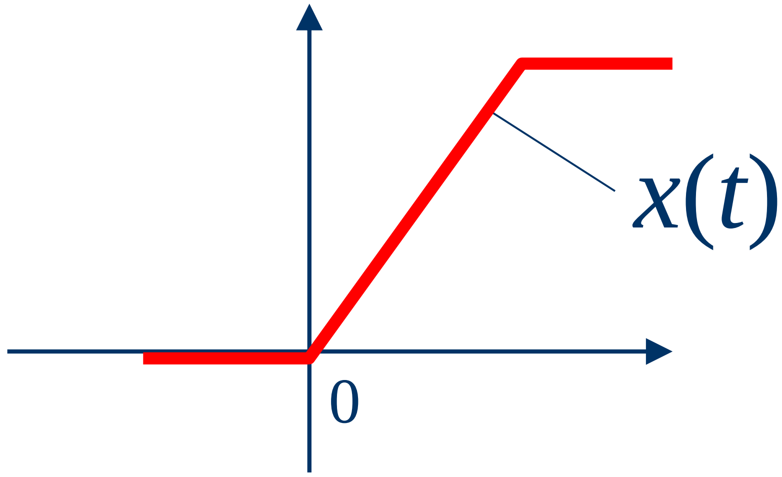
$t_0 < 0$，信号向左移

反转(Reversal)

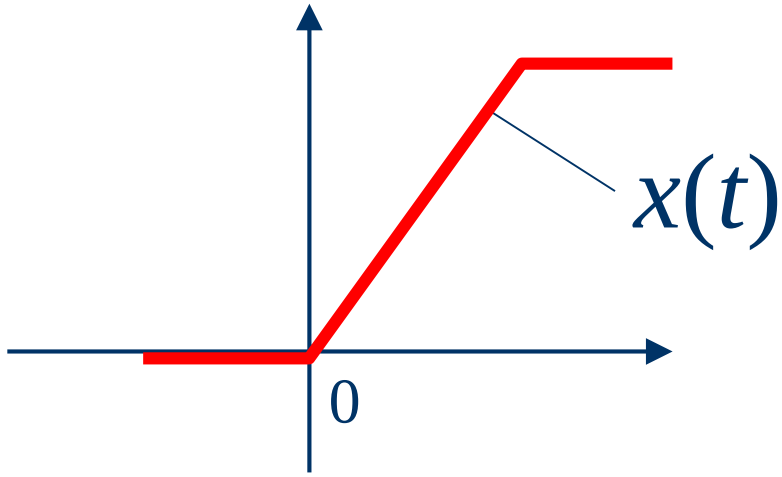


$$x(t) \longrightarrow x(-t)$$

尺度变换(scaling)

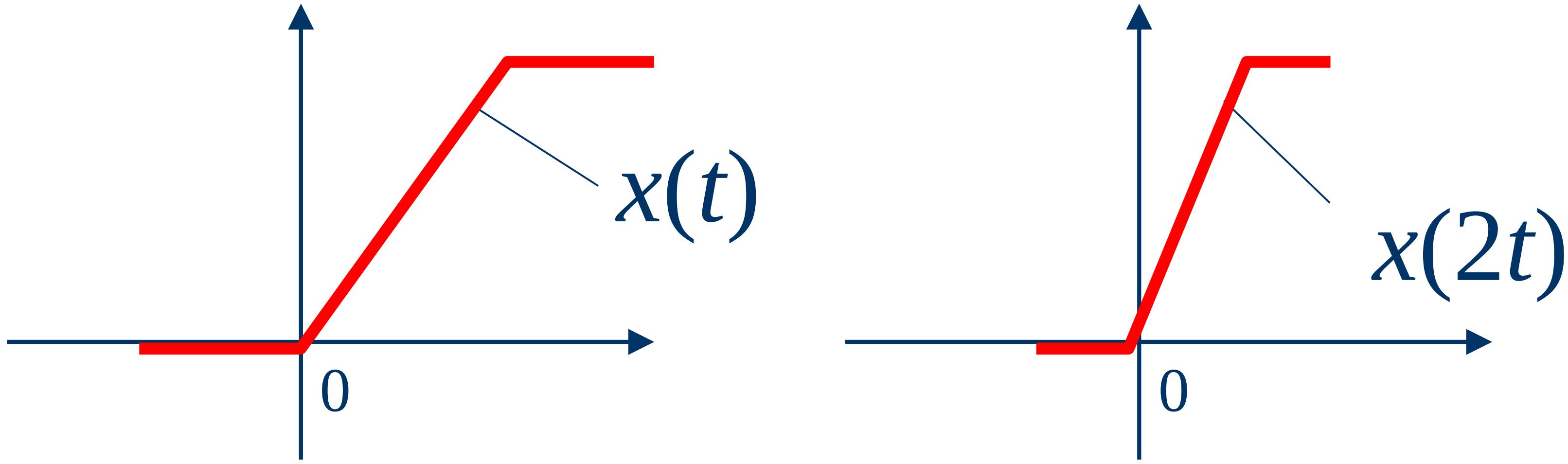


尺度变换(scaling)



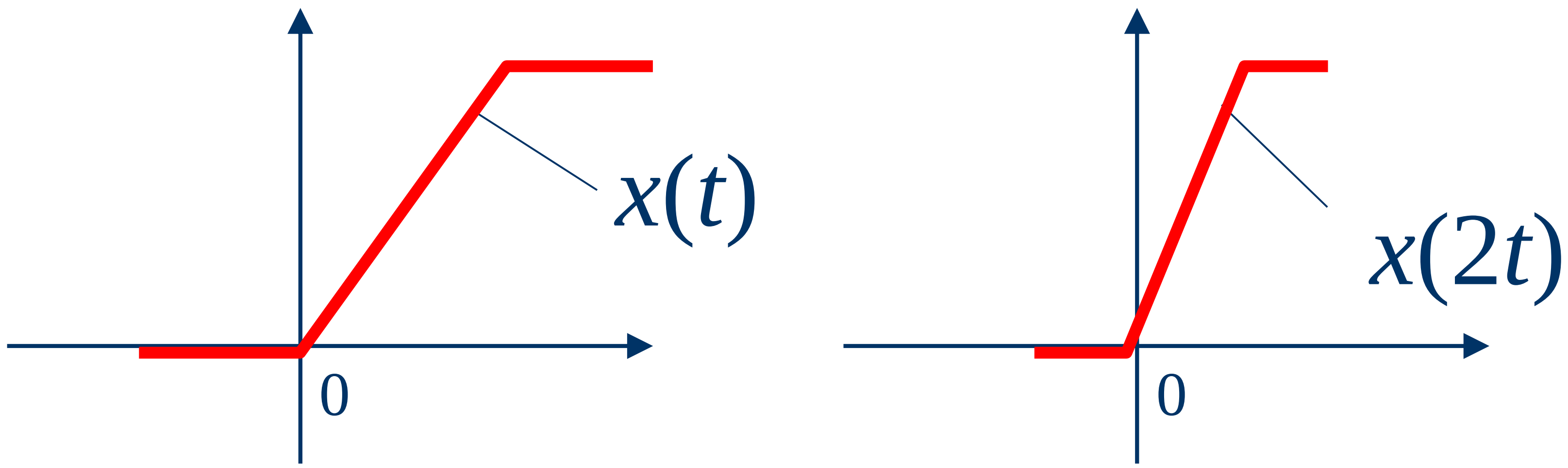
$$x(t) \to x(at)$$

尺度变换(scaling)



$$x(t) \longrightarrow x(at)$$

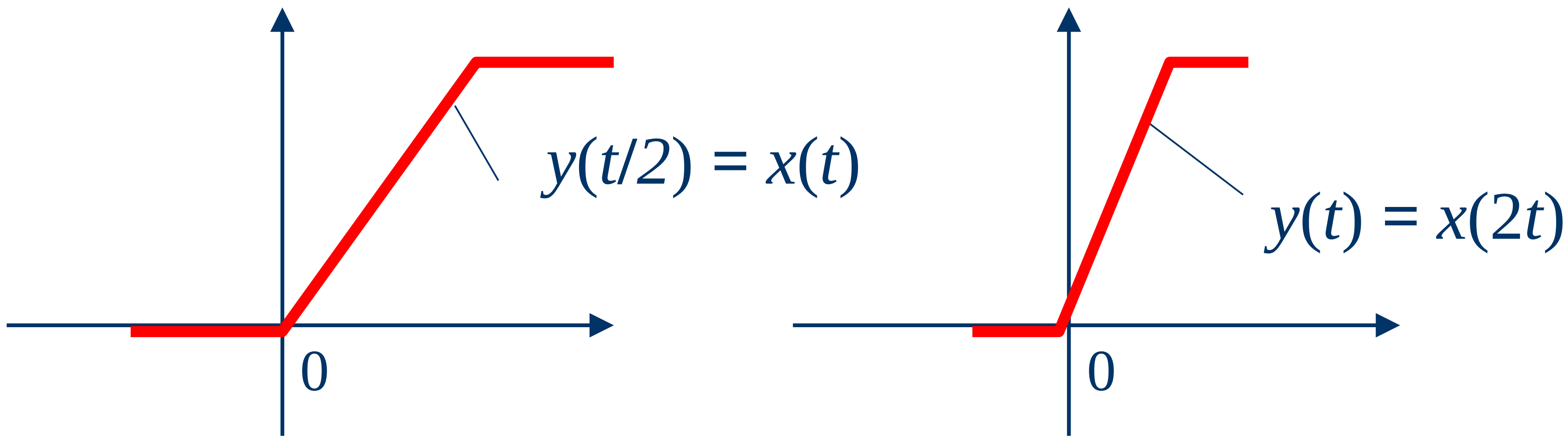
尺度变换(scaling)



$$x(t) \longrightarrow x(at)$$

$a > 1$, 信号以纵轴为中心压缩

尺度变换(scaling)



$$y(at) \leftarrow y(t)$$

$0 < a < 1$, 信号以纵轴为中心扩展

内容提要

- 信号及其描述
- 自变量的变换
- 信号的基本性质

能量与功率

- 总能量的定义

$$E_\infty = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 \, dt \qquad\qquad E_\infty = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2$$

能量与功率

❖ 总能量的定义

$$E_\infty = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 \, dt \qquad E_\infty = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2$$

❖ 平均功率的定义

$$P_\infty = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2 \, dt \qquad P_\infty = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{+N} |x[n]|^2$$

能量与功率

❖ 能量信号

具有有限总能量，即$E_\infty < \infty$的信号

能量与功率

- **能量信号**

  总能量E_∞有限的信号

- **功率信号**

  平均功率P_∞有限的信号。

能量与功率

- 能量信号

  总能量E_∞有限的信号

- 功率信号

  平均功率P_∞有限的信号。

周期信号

能量与功率

- 能量信号

  总能量E_∞有限的信号

- 功率信号

  平均功率P_∞有限的信号。

- 第三类信号

周期性

$$x(t) = x(t+T) \qquad T > 0$$

$$x[n] = x[n+N] \qquad N > 0$$

周期性

$$x(t) = x(t+T)$$

使该式成立的最小正值T_0

$$x[n] = x[n+N]$$

使该式成立的最小正值N_0

T_0, N_0我们都称之为

基波周期。

周期性

$$x(t) \equiv c$$

$$x(t) = x(t+T) \qquad T > 0$$

$$x[n] = x[n+N] \qquad N > 0$$

周期性

$$x(t) \equiv c$$

$$x(t) = x(t+T)$$

1、根据定义基波周期趋近于0

2、我们通常不称其为周期信号。

周期性

$$x(t) = x(t+T) \quad T>0$$

$$x[n] = x[n+N] \quad N>0$$

$$x[n] \equiv c$$

基波周期为1。

奇偶性

- **偶信号**

$$x(t) = x(-t)$$

$$x[n] = x[-n]$$

关于y轴对称

奇偶性

- 偶信号

$$x(t) = x(-t) \qquad x[n] = x[-n]$$

- 奇信号

$$x(t) = -x(-t) \qquad x[n] = -x[-n]$$

关于原点对称

奇偶性

- **偶部**

$$Ev\{x(t)\} = \frac{1}{2}[x(t) + x(-t)] \qquad Ev\{x[n]\} = \frac{1}{2}\{x[n] + x[-n]\}$$

奇偶性

- **偶部**

$$Ev\{x(t)\} = \frac{1}{2}[x(t) + x(-t)] \qquad Ev\{x[n]\} = \frac{1}{2}\{x[n] + x[-n]\}$$

- **奇部**

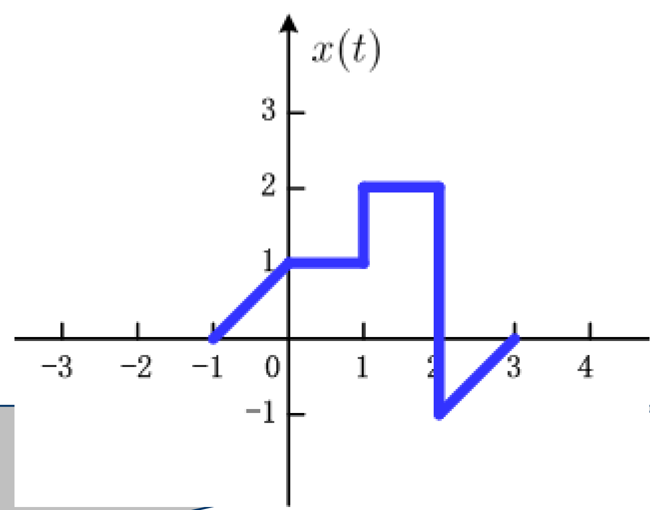
$$Od\{x(t)\} = \frac{1}{2}[x(t) - x(-t)] \qquad Od\{x[n]\} = \frac{1}{2}\{x[n] - x[-n]\}$$

练习与讨论

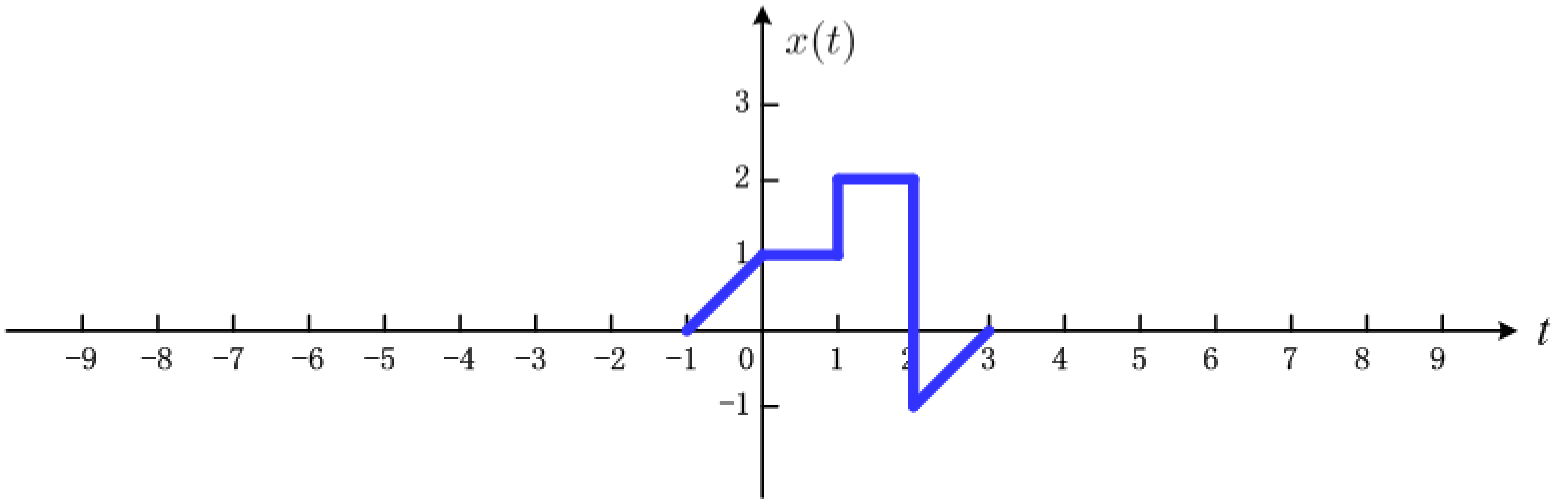
- 自变量的变换示例：
  - 平移、反转、尺度变换的联合使用。

思考题1

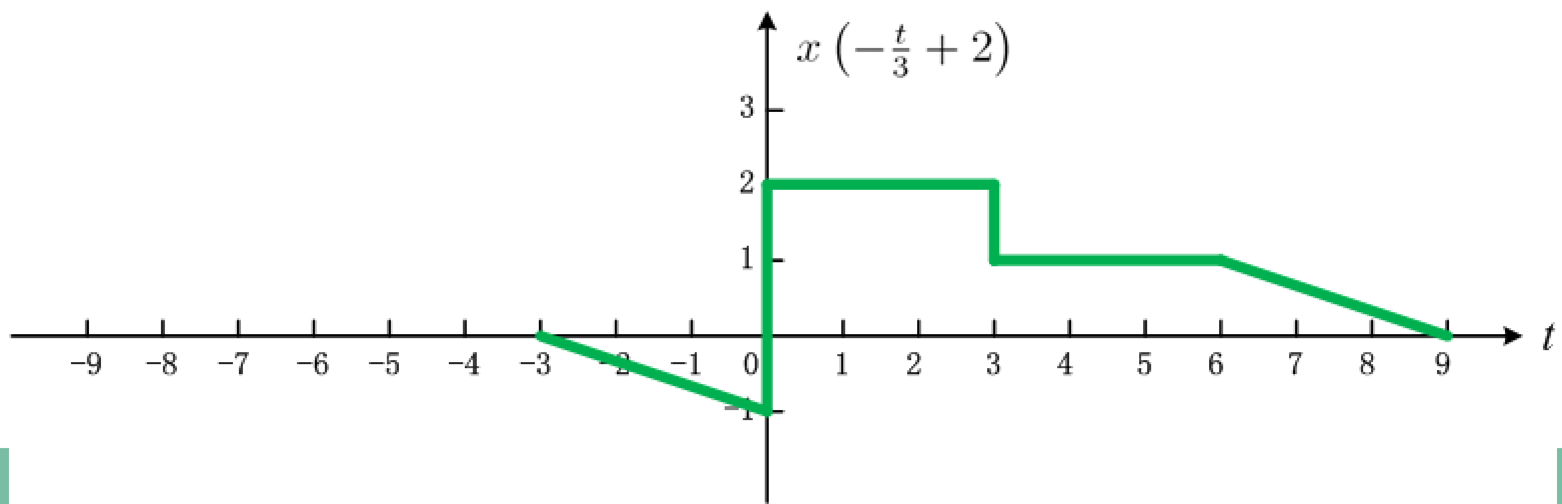
1. 已知$x(t)$的图像，利用自变量的变换来求$x(-t/3+2)$的图像。有多少种不同的方法，经过三步即可完成变换。



思考题1

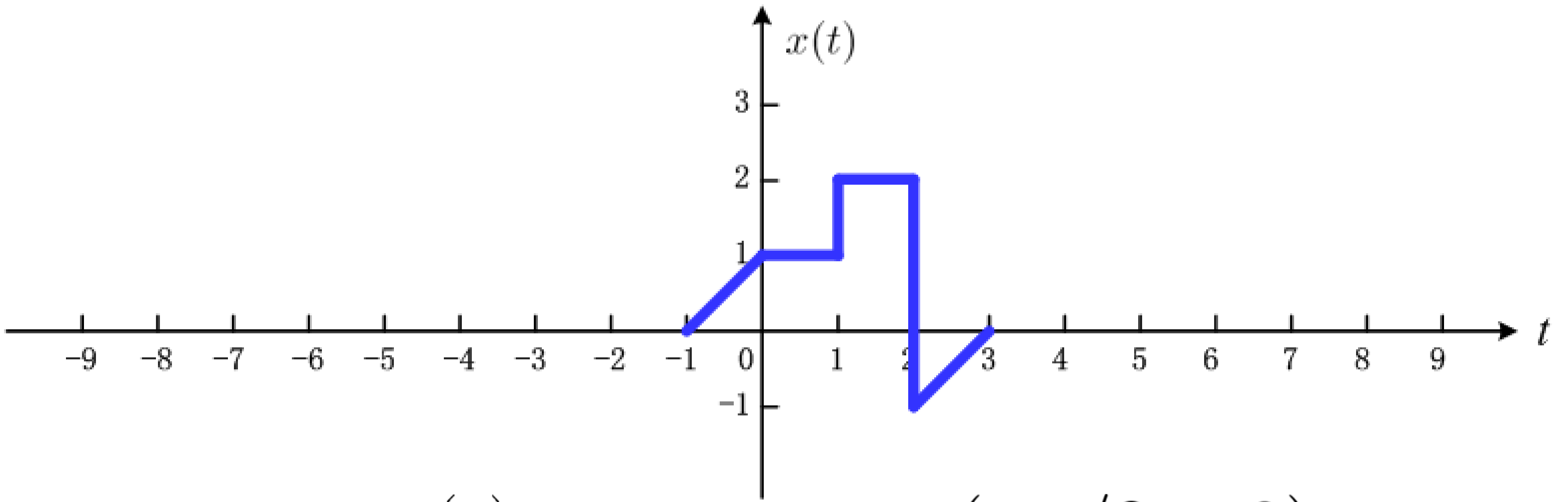


$x(t)$
3
2
1
-1
-9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
t



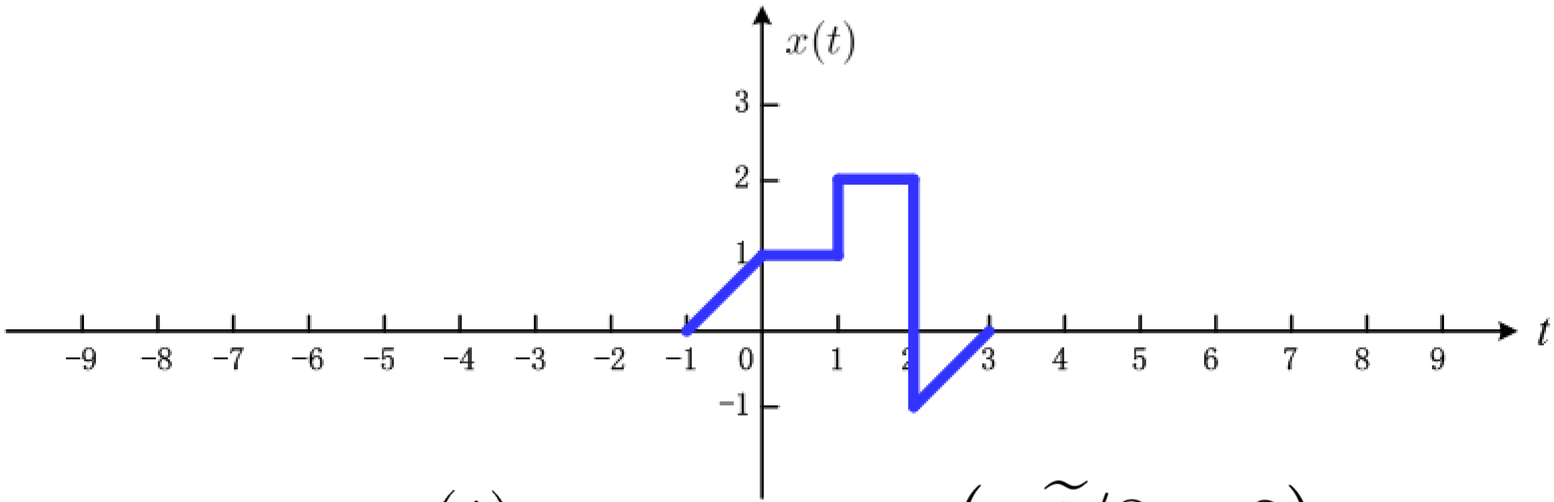
$x\left(-\frac{t}{3}+2\right)$
3
2
1
-1
-9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
t

最简单直接的方法-定标法(描点法)



$x(t)$ $\qquad$ $x(-t/3+2)$

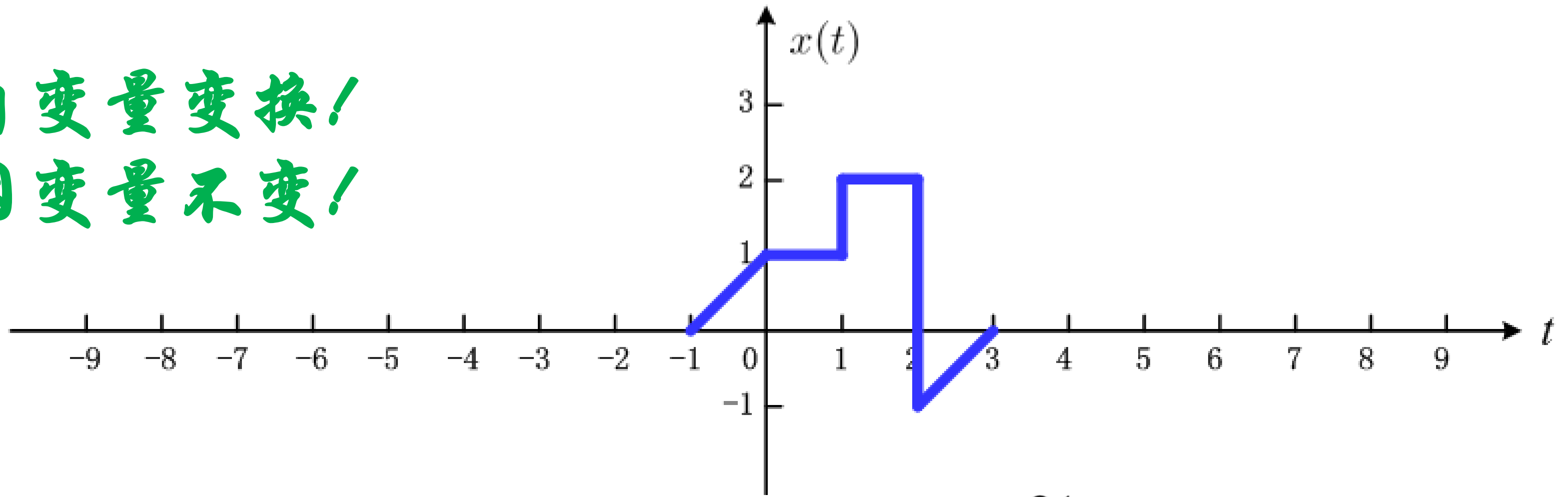
定标法(描点法)



$x(t)$ $x\left(-\tilde{t}/3+2\right)$

定标法(描点法)

自变量变换!
因变量不变!

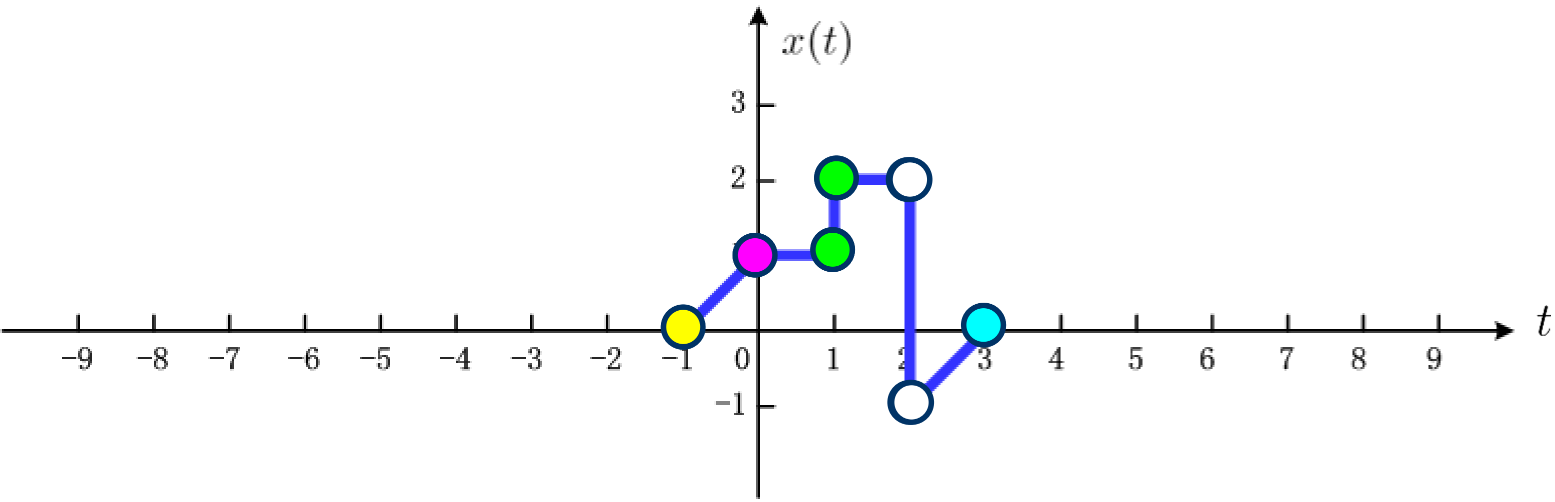


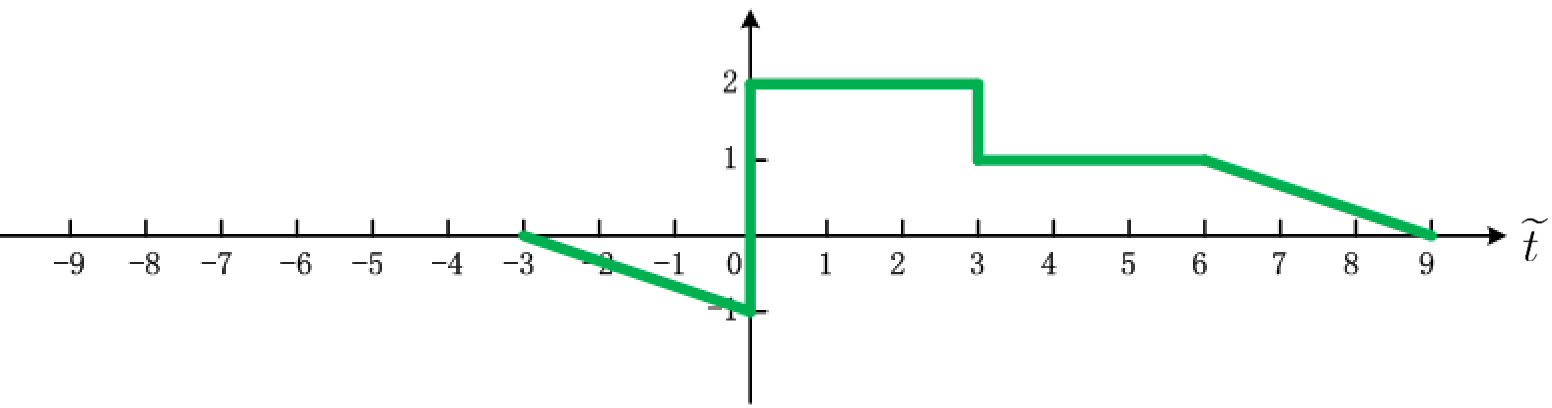
$$x(t) = x\left(-\tilde{t}/3+2\right)$$

$$t = -\tilde{t}/3+2$$

-1	9
0	6
1	3
2	0
3	-3

定标法(描点法)





t	$\tilde{t}$
-1	9
0	6
1	3
2	0
3	-3

进一步思考

反转

平移

$$x(t) \Rightarrow x\left(-\frac{t}{3}+2\right)$$

尺度变换

殊途同归

$x(t)$	$x(t)$	$x(t)$	$x(t)$	$x(t)$	$x(t)$
尺度变换	尺度变换	平移	平移	反转	反转
平移	反转	尺度变换	反转	平移	尺度变换
反转	平移	反转	尺度变换	尺度变换	平移
$x\left(-\frac{t}{3}+2\right)$	$x\left(-\frac{t}{3}+2\right)$	$x\left(-\frac{t}{3}+2\right)$	$x\left(-\frac{t}{3}+2\right)$	$x\left(-\frac{t}{3}+2\right)$	$x\left(-\frac{t}{3}+2\right)$

殊途同归

$x(t)$	$x(t)$	$x(t)$	$x(t)$	$x(t)$	$x(t)$
尺度变换	尺度变换	平移	平移	反转	反转
平移	反转	尺度变换	反转	平移	尺度变换
反转	平移	反转	尺度变换	尺度变换	平移
$x\left(-\frac{t}{3}+2\right)$	$x\left(-\frac{t}{3}+2\right)$	$x\left(-\frac{t}{3}+2\right)$	$x\left(-\frac{t}{3}+2\right)$	$x\left(-\frac{t}{3}+2\right)$	$x\left(-\frac{t}{3}+2\right)$

殊途同归——解法1

$$x(t)$$

尺度变换

反转

平移

$$x\left(-\frac{t}{3}+2\right)$$

$x(t)$

尺度变换

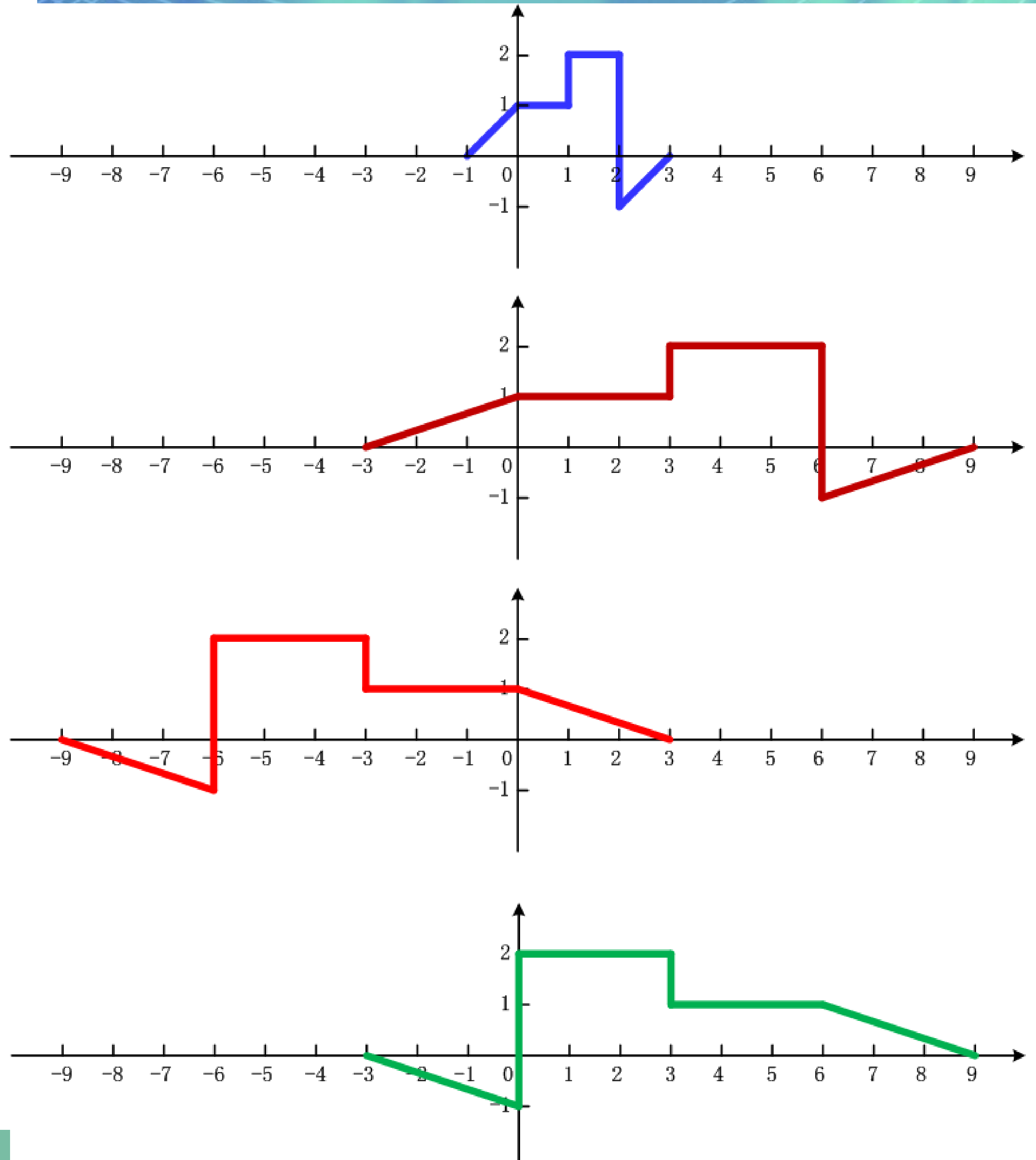
$x\left(\frac{t}{3}\right)$

反转

$x\left(-\frac{t}{3}\right)$

平移

$$\boxed{x\left(-\frac{1}{3}(t-6)\right)}$$



变换的特点

- 尺度变换：　以 $t=0$ 为轴的拉伸压缩。
- 反转：　以 $t=0$ 为轴的镜像。
- 平移：　针对 t（注意自变量系数的作用）的变化量。

殊途同归——解法2

$x(t)$

反转

↓

平移

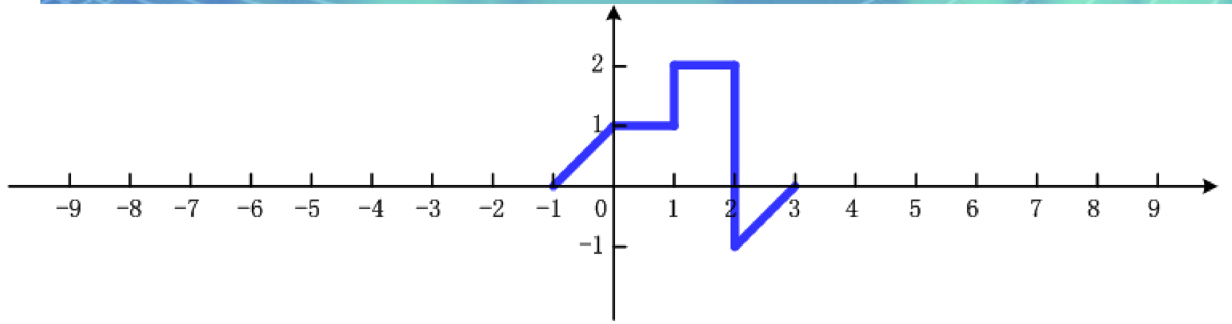
↓

尺度变换

↓

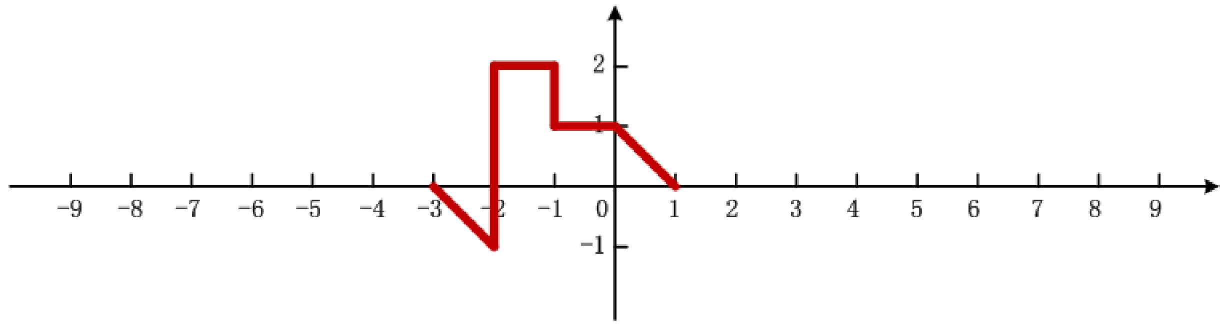
$$x\left(-\frac{t}{3}+2\right)$$

$x(t)$



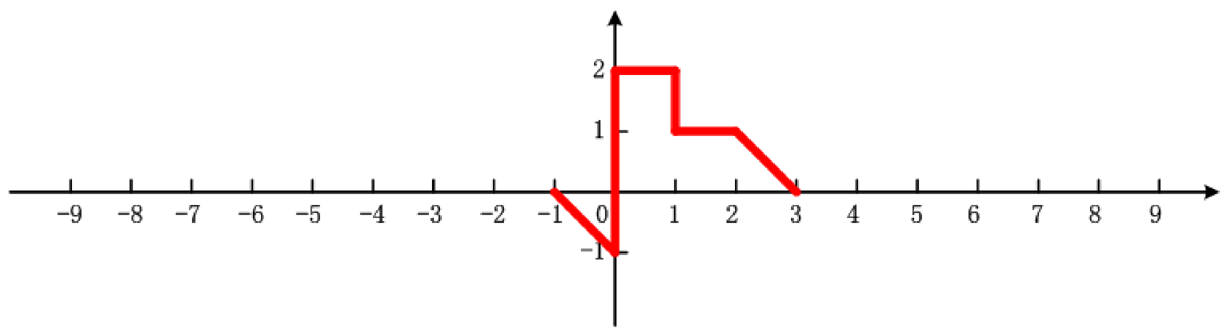
反转

$x(-t)$



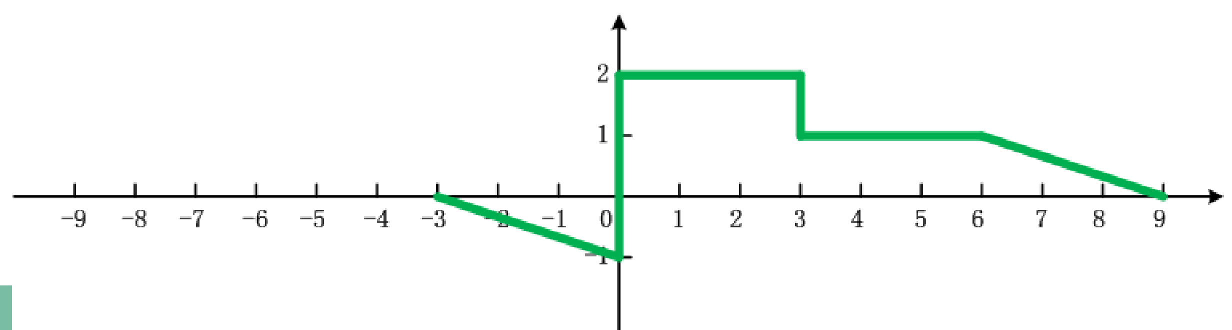
平移

$x(-t+2)$



尺度变换

$x\left(-\frac{t}{3}+2\right)$



思考题2

2. 已知$x(-t/3+2)$的图像，请求解$x(t)$。

思考题2-以彼之道，还施彼身

$$x\left(-\frac{t}{3}+2\right)$$

$$x(t)$$

$$x\left(-\frac{\widetilde{t}}{3}+2\right) \triangleq y(\widetilde{t})$$

$$-\frac{\widetilde{t}}{3}+2 = t \Rightarrow \widetilde{t} = -3t+6$$

$$x(t) = y(-3t+6)$$

离散/连续时间的自变量变换讨论

- 连续时间信号
  - 平移：可逆
  - 反转：可逆
  - 尺度变换：可逆
- 离散时间信号
  - 平移：可逆
  - 反转：可逆
  - 尺度变换：可逆？

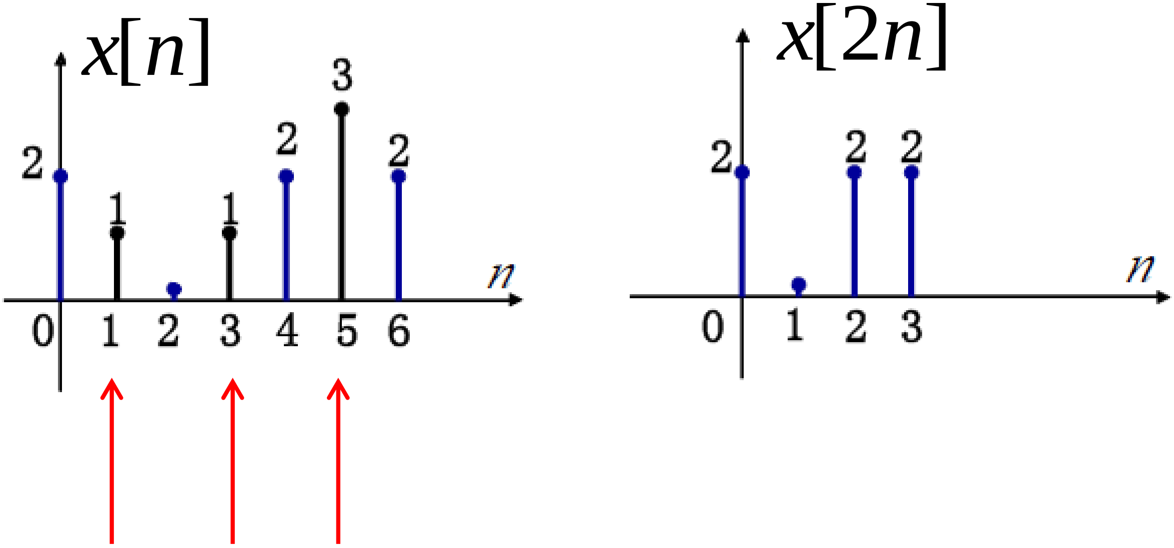
讨论1-时间尺度变换 (Time Scaling)

❖ 离散时间信号的尺度变换？

$$x[n] \rightarrow x[Nn], \quad N > 1$$

举例：

$$x[n] \rightarrow x[2n]$$



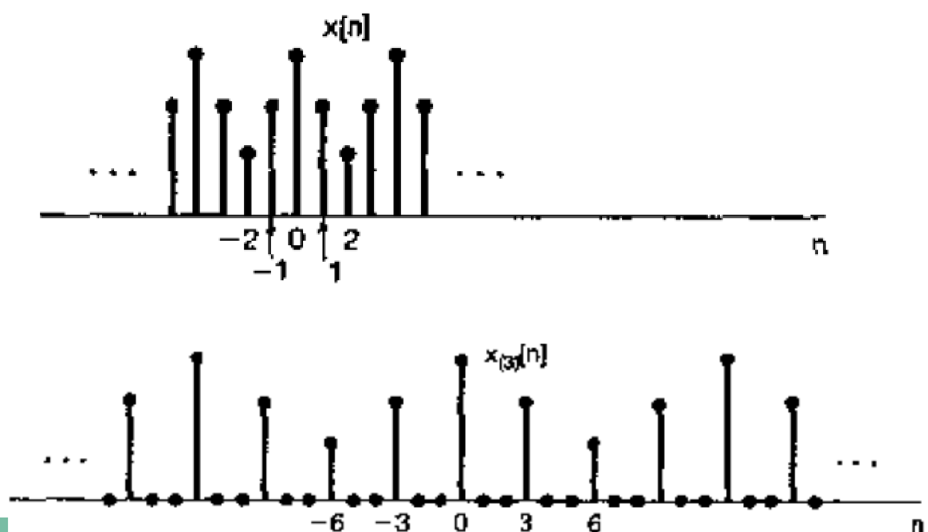
- 这一过程称为对信号的**抽取**
- 抽取的工程应用：**数据压缩**
- 抽取的过程是可逆的么？

讨论2-时间尺度变换 (Time Scaling)

❖ 离散时间信号的尺度变换？

$$x[n] \rightarrow x\left[\frac{n}{N}\right], \quad N>1$$

$$x[n] \rightarrow x_{(N)}[n] = \begin{cases} x\left[\frac{n}{N}\right], & n = 0, \pm N, \pm 2N, \ldots \\ 0, & otherwise \end{cases}$$



- 这一过程称为对信号的插零
- 插零的工程应用：实现语音和图像的同步处理

谢谢

关于信号周期性的几点讨论

1. 周期信号是不是能量信号？是不是功率信号？

2. 已知连续时间信号$x(t)$是一个周期函数，若对其采样得到一个离散时间序列$x[n]=x(nT)$，那么$x[n]$是不是一个周期序列？

3. 对于一个给定的离散时间序列，若已知其是某周期信号的一部分（至少包含多个周期），如何确定其周期？