第十一章 电路的频率响应

本章内容

●重点

1. 网络函数
2. 串、并联谐振的概念

11-1 网络函数

当电路中激励源的频率变化时，电路中的感抗、容抗将跟随频率变化，从而导致电路的工作状态亦跟随频率变化。因此，分析研究电路和系统的频率特性就显得格外重要。

$\boxed{\text{频率特性}}$ →

电路和系统的工作状态跟随频率而变化的现象，称为电路和系统的频率特性，又称频率响应。

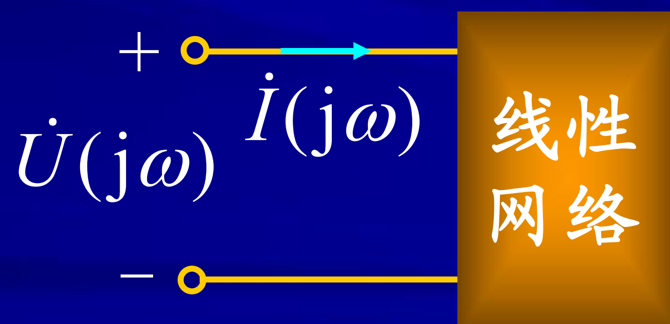
1. 网络函数$H(j\omega)$的定义

在线性正弦稳态网络中，当只有一个独立激励源作用时，网络中某一处的响应(电压或电流)与网络输入之比，称为该响应的网络函数。

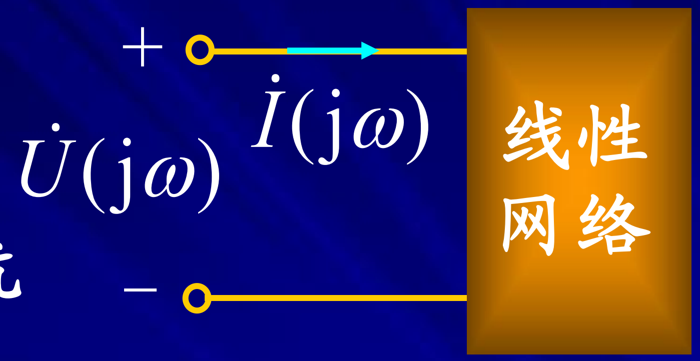
$$H(\mathrm{j}\omega) \overset{\text{def}}{=} \frac{\dot{R}(\mathrm{j}\omega)}{\dot{E}(\mathrm{j}\omega)}$$

2. 网络函数$H(\mathrm{j}\omega)$的物理意义

- 驱动点函数



激励是电流源，响应是电压

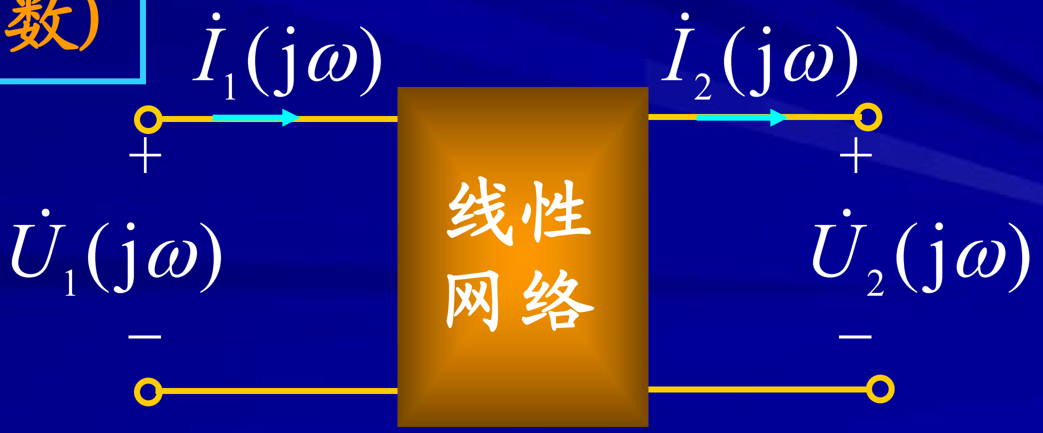


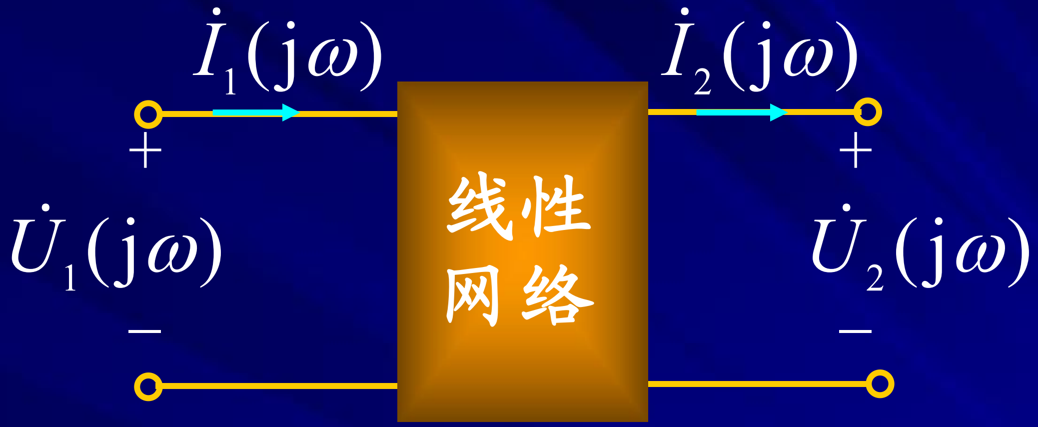
$$H(j\omega)=\frac{\dot{U}(j\omega)}{\dot{I}(j\omega)} \longrightarrow \text{驱动点阻抗}$$

激励是电压源，响应是电流

$$H(j\omega)=\frac{\dot{I}(j\omega)}{\dot{U}(j\omega)} \longrightarrow \text{驱动点导纳}$$

- 转移函数(传递函数)





激励是电压源

$$H(j\omega)=\frac{\dot{I}_2(j\omega)}{\dot{U}_1(j\omega)}$$

转移导纳

$$H(j\omega)=\frac{\dot{U}_2(j\omega)}{\dot{U}_1(j\omega)}$$

转移电压比

激励是电流源

$$H(j\omega)=\frac{\dot{U}_2(j\omega)}{\dot{I}_1(j\omega)}$$

转移阻抗

$$H(j\omega)=\frac{\dot{I}_2(j\omega)}{\dot{I}_1(j\omega)}$$

转移电流比

注意

① $H(\mathrm{j}\omega)$与网络的结构、参数值有关，与输入、输出变量的类型以及端口对的相互位置有关，与输入、输出幅值无关。因此网络函数是网络性质的一种体现。

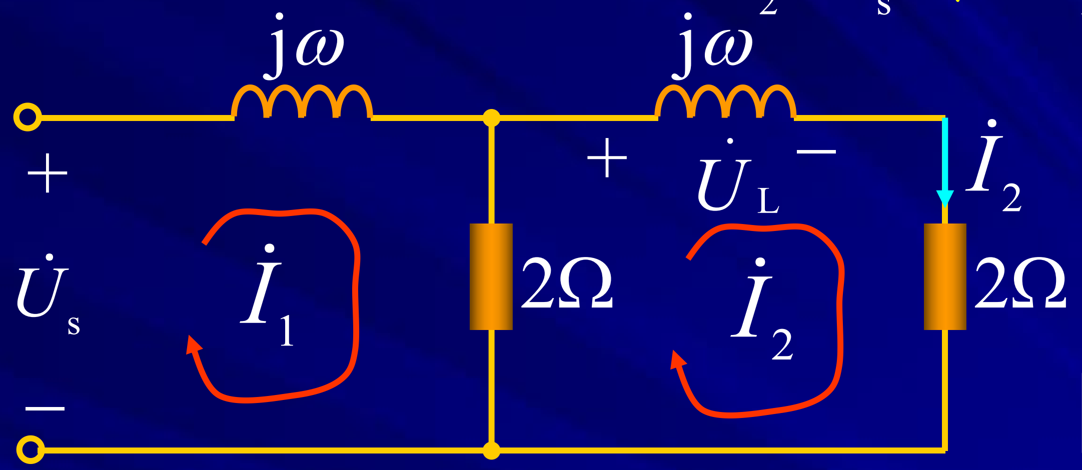
② $H(\mathrm{j}\omega)$ 是一个复数，它的频率特性分为两个部分:

$\boxed{\text{幅频特性}}$ ⟶ 模与频率的关系 $|H(\mathrm{j}\omega)|-\omega$

$\boxed{\text{相频特性}}$ ⟶ 幅角与频率的关系 $\varphi(\mathrm{j}\omega)-\omega$

③ 网络函数可以用相量法中任一分析求解方法获得。

例1-1 求图示电路的网络函数 $\dot{I}_2/\dot{U}_s$ 和 $\dot{U}_L/\dot{U}_s$。



解 列网孔方程解电流 $\dot{I}_2$

$$\begin{cases}(2+j\omega)\dot{I}_1-2\dot{I}_2=\dot{U}_s\\ -2\dot{I}_1+(4+j\omega)\dot{I}_2=0\end{cases}$$

$$\dot{I}_2=\frac{2\dot{U}_s}{4+(j\omega)^2+j6\omega}$$

转移导纳

$$\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_s}=\frac{2}{4+(j\omega)^2+j6\omega}$$

$$\frac{\dot{U}_L}{\dot{U}_s}=\frac{j2\omega}{4-\omega^2+j6\omega}$$

转移电压比

注意 ①以网络函数中 $j\omega$ 的最高次方的次数定义网络函数的阶数。

②由网络函数能求得网络在任意正弦输入时的端口 正弦响应，即有

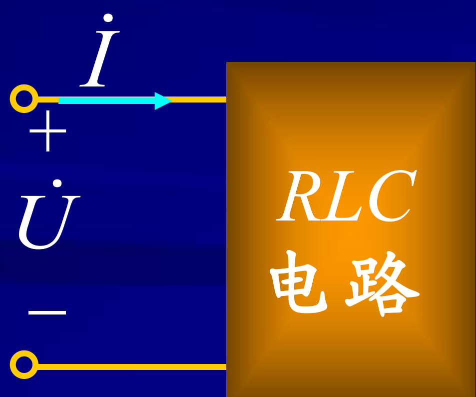
$$H(j\omega)=\frac{R(j\omega)}{E(j\omega)} \longrightarrow R(j\omega)=H(j\omega)E(j\omega)$$

11-2 *RLC*串联电路的谐振

谐振是正弦电路在特定条件下产生的一种特殊物理现象。谐振现象在无线电和电工技术中得到广泛应用，研究电路中的谐振现象有重要实际意义。

1. 谐振的定义

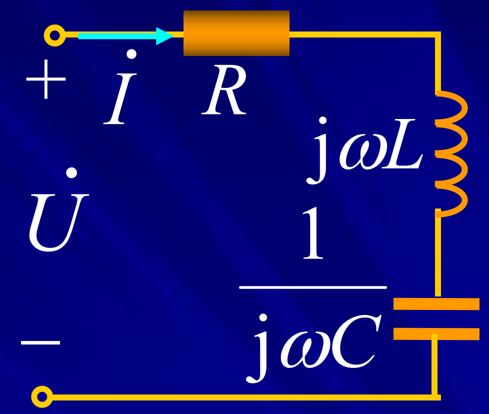
含*R*、*L*、*C*的一端口电路，在特定条件下出现端口电压、电流同相位的现象时，称电路发生了谐振。



$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Z = R$$

发生谐振

2. 串联谐振的条件



$$Z = R + \mathrm{j}(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R + \mathrm{j}(X_L + X_C)$$

$$= R + \mathrm{j}X$$

当 $X = 0 \Rightarrow \boxed{\omega_0 L = \dfrac{1}{\omega_0 C}}$ 时，电路发生谐振。

谐振条件

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$ 谐振角频率

仅与电路参数有关

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$ 谐振频率

串联电路实现谐振的方式:

(1) L C 不变，改变 ω

ω_0由电路参数决定，一个RLC串联电路只有一个对应的ω_0，当外加电源频率等于谐振频率时，电路发生谐振。

(2) 电源频率不变，改变 L 或 C（常改变C）

3. RLC串联电路谐振时的特点

阻抗的频率特性

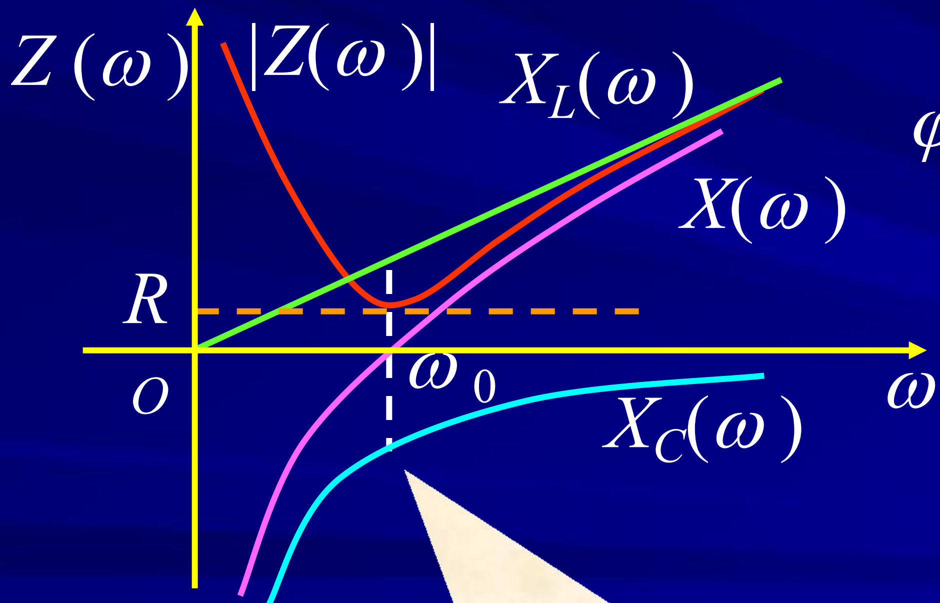
$$Z = R + \mathrm{j}(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = |Z(\omega)| \underline{/\varphi(\omega)}$$

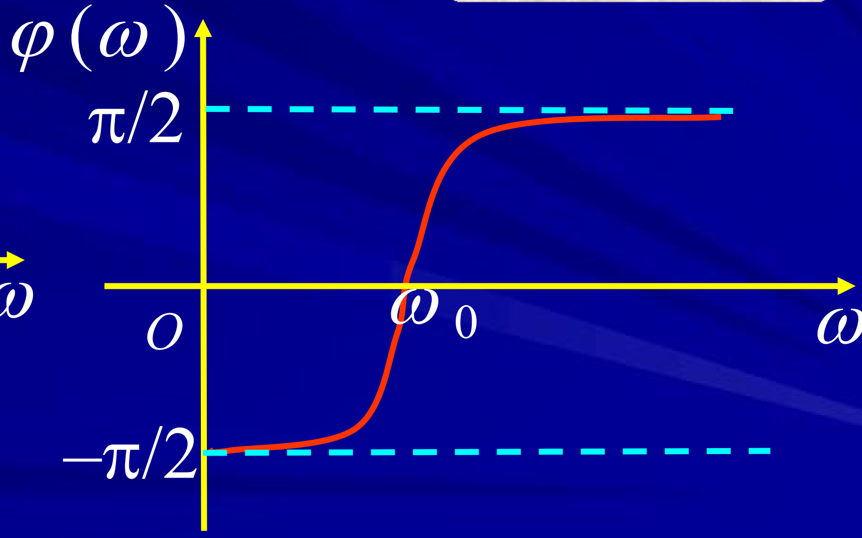
$$|Z(\omega)| = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = \sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}$$

幅频特性

$$\varphi(\omega) = \arctan(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}) = \arctan(\frac{X_L + X_C}{R}) = \arctan(\frac{X}{R})$$

相频特性





$Z(j\omega)$频响曲线

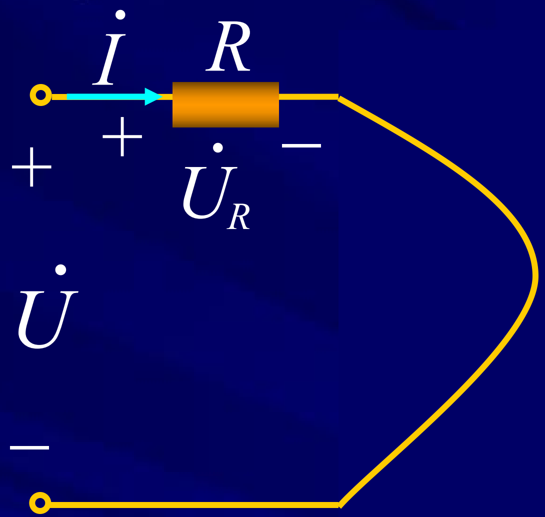
$Z(\mathrm{j}\omega)$频响曲线表明阻抗特性可分三个区域描述:

容性区	电阻性	感性区
$\omega < \omega_0$	$\omega = \omega_0$	$\omega > \omega_0$
$X(\mathrm{j}\omega) < 0$	$X(\mathrm{j}\omega) = 0$	$X(\mathrm{j}\omega) > 0$
$\varphi(\mathrm{j}\omega) < 0$	$\varphi(\mathrm{j}\omega) = 0$	$\varphi(\mathrm{j}\omega) > 0$
$R < \lvert Z(\mathrm{j}\omega) \rvert$	$Z(\mathrm{j}\omega_0) = R$	$R < \lvert Z(\mathrm{j}\omega) \rvert$
$\lim\limits_{\omega\to 0} \lvert Z(\mathrm{j}\omega) \rvert = \infty$		$\lim\limits_{\omega\to\infty} \lvert Z(\mathrm{j}\omega) \rvert = \infty$

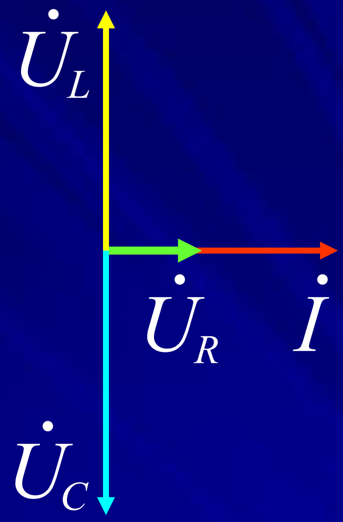
(1) 谐振时$\dot{U}$与$\dot{I}$同相 →

输入阻抗为纯电阻，即$Z=R$，阻抗值$|Z|$最小。

电流I和电阻电压U_R达到最大值 $I_0=U/R$ (U一定)。



$$\left.\begin{array}{l}\dot{U}_L+\dot{U}_C=0\\ X=0\end{array}\right\}$$



(2) L、C上的电压大小相等，相位相反，串联总电压为零，也称电压谐振，即

$\dot{U}_L+\dot{U}_C=0$，LC相当于短路。

电源电压全部加在电阻上，$\dot{U}_R=\dot{U}$。

$$\dot{U}_L = \mathrm{j}\omega_0 L\dot{I} = \mathrm{j}\omega_0 L\frac{\dot{U}}{R} = \mathrm{j}Q\dot{U}$$

$$\dot{U}_C = -\mathrm{j}\frac{\dot{I}}{\omega_0 C} = -\mathrm{j}\omega_0 L\frac{\dot{U}}{R} = -\mathrm{j}Q\dot{U}$$

$$\left|\dot{U}_L\right| = \left|\dot{U}_C\right| = QU$$

特性阻抗

品质因数

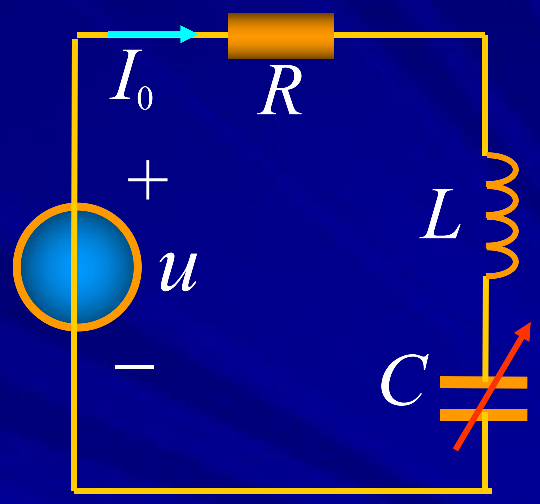
$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R\omega_0 C} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\rho}{R}$$

(3) 谐振时可能出现过电压

当 $\rho = \omega_0 L = 1/(\omega_0 C) >> R$ 时，$Q >> 1$

$U_L = U_C = QU >> U$

例2-1 某收音机输入回路 L=0.3mH，R=10Ω，为收到中央电台 560kHz信号，求：（1）调谐电容C值；（2）如输入电压为1.5μV，求谐振电流和此时的电容电压。



解 (1) $$C=\frac{1}{(2\pi f)^2 L}=269\,\text{pF}$$

(2) $$I_0=\frac{U}{R}=\frac{1.5}{10}\,\mu\text{A}=0.15\,\mu\text{A}$$

$$U_C=I_0X_C=158.5\,\mu\text{V}>>1.5\,\mu\text{V}$$

或 $$U_C=QU=\frac{\omega_0 L}{R}U$$

（4）谐振时的功率

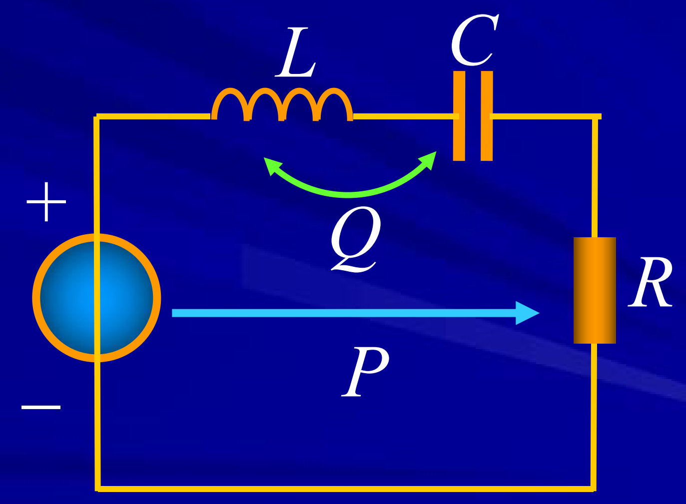
$$P=UI\cos\varphi=UI=RI_0^2=U^2/R$$

电源向电路输送电阻消耗的功率，电阻功率达最大。

$$Q=UI\sin\varphi=Q_L+Q_C=0$$

$$Q_L=\omega_0 LI_0^2,\quad Q_C=-\frac{1}{\omega_0 C}I_0^2=-\omega_0 LI_0^2$$

注意 电源不向电路输送无功功率。电感中的无功功率与电容中的无功功率大小相等，互相补偿，彼此进行能量交换。



(5) 谐振时的能量关系

设 $u = U_{\mathrm{m}}\sin(\omega_0 t)$ 则 $i = \dfrac{U_{\mathrm{m}}}{R}\sin(\omega_0 t) = I_{\mathrm{m}}\sin(\omega_0 t)$

$$u_C = \frac{I_{\mathrm{m}}}{\omega_0 C}\sin(\omega_0 t - 90^{\circ}) = -\sqrt{\frac{L}{C}} I_{\mathrm{m}}\cos(\omega_0 t)$$

$$W_C = \frac{1}{2}Cu_C^2 = \frac{1}{2}LI_{\mathrm{m}}^2\cos^2(\omega_0 t) \rightarrow \text{电场能量}$$

$$W_L = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}LI_{\mathrm{m}}^2\sin^2(\omega_0 t) \rightarrow \text{磁场能量}$$

表明

①电感和电容能量按正弦规律变化，最大值相等 $W_{L\mathrm{m}}=W_{C\mathrm{m}}$。$L$、$C$的电场能量和磁场能量作周期振荡性的交换，而不与电源进行能量交换。

②总能量是不随时间变化的常量，且等于最大值。

$$W = W_L + W_C = \frac{1}{2}LI_m^2 = \frac{1}{2}CU_{Cm}^2 = CQ^2U^2$$

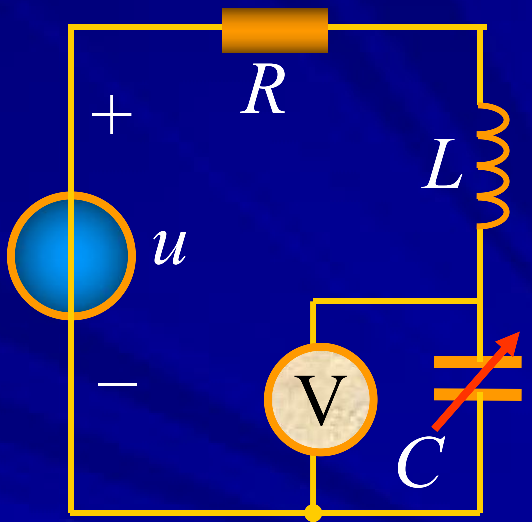
电感、电容储能的总值与品质因数的关系：

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \omega_0 \cdot \frac{LI_0^2}{RI_0^2} = 2\pi \cdot \frac{LI_0^2}{RI_0^2 T_0}$$

$$= 2\pi \frac{\text{谐振时电路中电磁场的总储能}}{\text{谐振时一周期内电路消耗的能量}}$$

Q是反映谐振回路中电磁振荡程度的量，Q越大，总能量就越大，维持振荡所消耗的能量愈小，振荡程度越剧烈。则振荡电路的“品质”愈好。一般在要求发生谐振的回路中希望尽可能提高Q值。

例2-2 一接收器的电路参数为： $\omega=5\times10^3$ rad/s, $U=10$V, 调C使电路中的电流最大，$I_{max}=200$mA, 测得电容电压为600V，求R、L、C及Q。



解

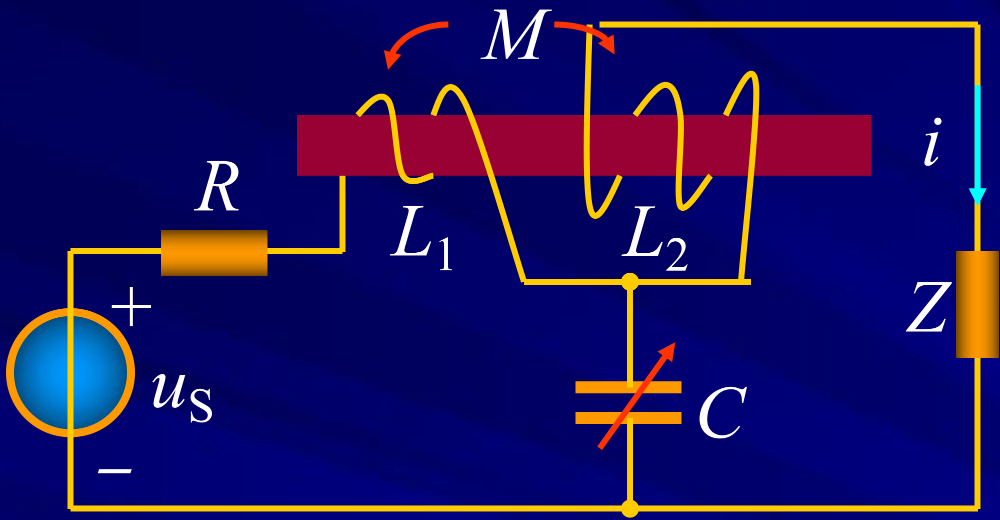
$$R=\frac{U}{I_0}=\frac{10}{200\times10^{-3}}\Omega=50\Omega$$

$$U_C=QU\Rightarrow Q=\frac{U_C}{U}=\frac{600}{10}=60$$

$$L=\frac{RQ}{\omega_0}=\frac{50\times60}{5\times10^3}\mathrm{H}=60\mathrm{mH}$$

$$C=\frac{1}{\omega_0^2L}=0.67\mu\mathrm{F}$$

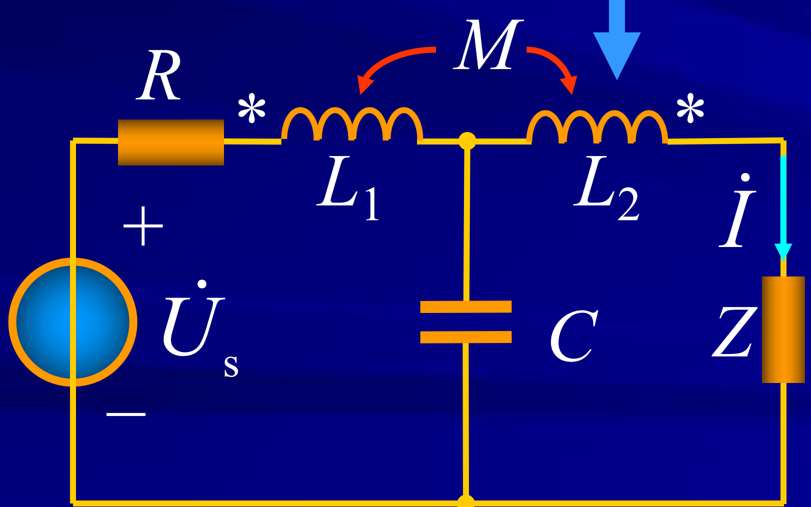
例2-3 要使 i=0，问电源的角频率为多少？

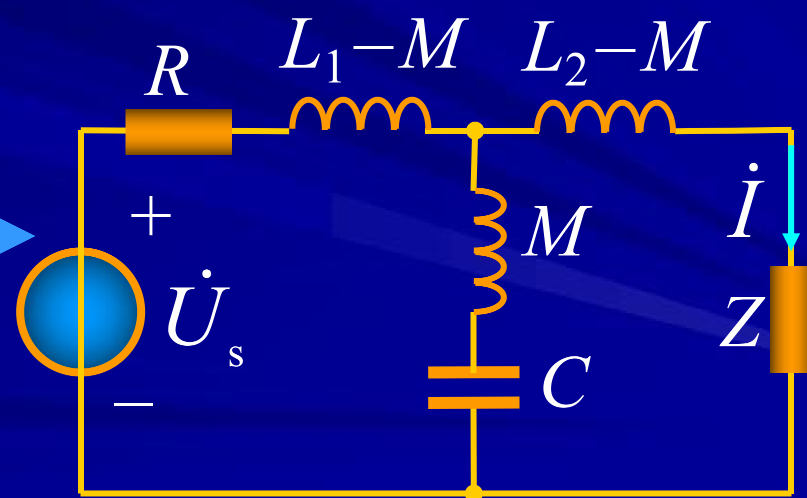


解 当 $\omega M = \dfrac{1}{\omega C}$

$$\rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{MC}}$$

$$\dot{I} = 0$$





11-3 *RLC*串联电路的频率响应

研究物理量与频率关系的图形(谐振曲线)可以加深对谐振现象的认识。

① $H(\mathrm{j}\omega)=\dot{U}_R(\mathrm{j}\omega)/\dot{U}_s(\mathrm{j}\omega)$ 的频率响应

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_R(\mathrm{j}\omega)}{\dot{U}_s(\mathrm{j}\omega)}=\frac{R}{R+\mathrm{j}(\omega L-\dfrac{1}{\omega C})}$$

为比较不同谐振回路，令

$$\omega\rightarrow\frac{\omega}{\omega_0}=\eta$$

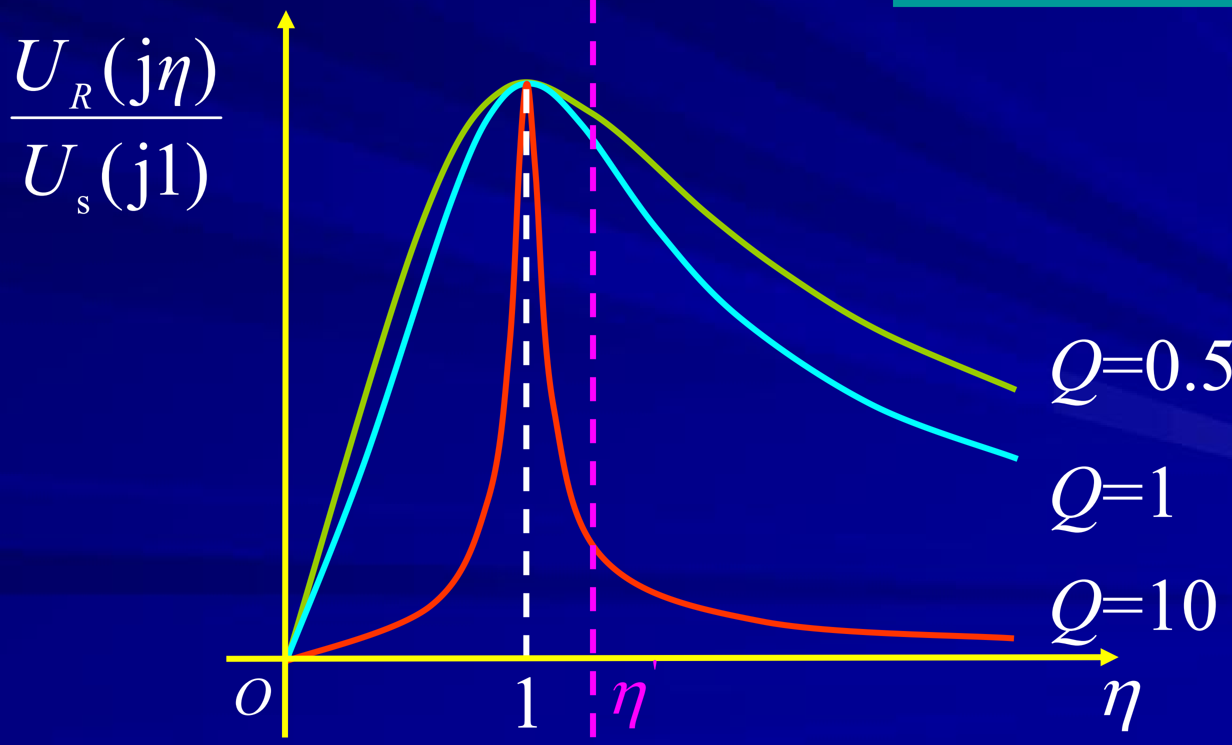
$$H_R(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot U_R(\mathrm{j}\omega)}{\dot U_s(\mathrm{j}\omega)}=\frac{R}{R+\mathrm{j}(\omega L-\frac{1}{\omega C})}=\frac{1}{1+\mathrm{j}Q(\eta-\frac{1}{\eta})}$$

$$\varphi(\mathrm{j}\omega)=-\arctan[Q(\eta-1/\eta)]$$

相频特性

$$|H(\mathrm{j}\eta)|=\cos[\varphi(\mathrm{j}\eta)]$$

幅频特性



表明

① 谐振电路具有选择性

在谐振点响应出现峰值，当 ω 偏离 ω_0 时，输出下降。即串联谐振电路对不同频率信号有不同的响应，对谐振信号最突出（响应最大），而对远离谐振频率的信号具有抑制能力。这种对不同输入信号的选择能力称为“选择性”。

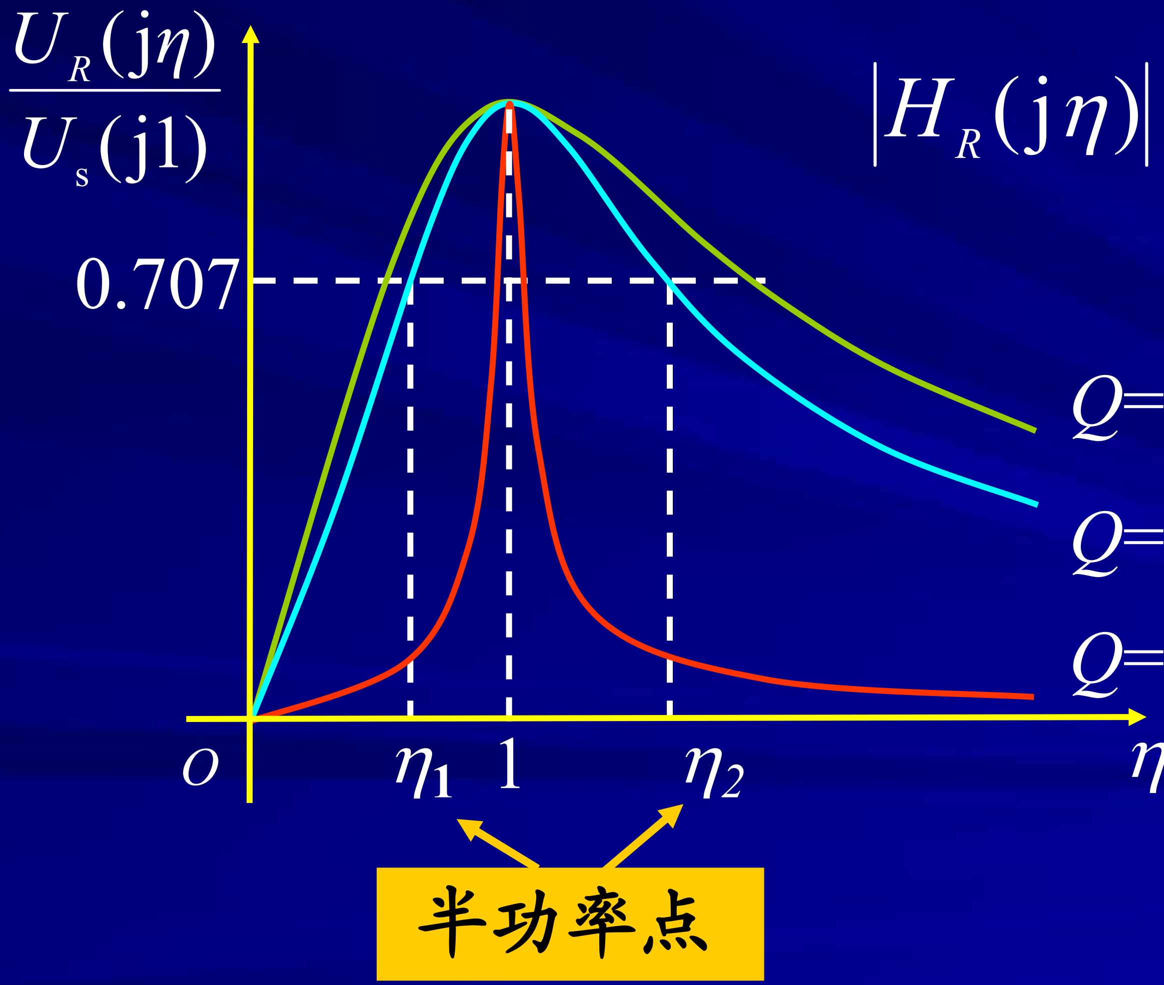
② 谐振电路的选择性与 Q 成正比

Q 越大，谐振曲线越陡，电路对非谐振频率的信号具有越强的抑制能力，所以选择性越好。因此 Q 是反映谐振电路性质的一个重要指标。

③谐振电路的有效工作频段

半功率点

声学研究表明，如信号功率不低于原有最大值一半，人的听觉辨别不出。



$$\left|H_R(\mathrm{j}\eta)\right| \geq 1/\sqrt{2} = 0.707$$

$$\eta_1 = \frac{\omega_1}{\omega_0}$$

$$\eta_2 = \frac{\omega_2}{\omega_0}$$

$$\omega_2 > \omega_1$$

通频带 → $\omega_2-\omega_1$ 3分贝 频率

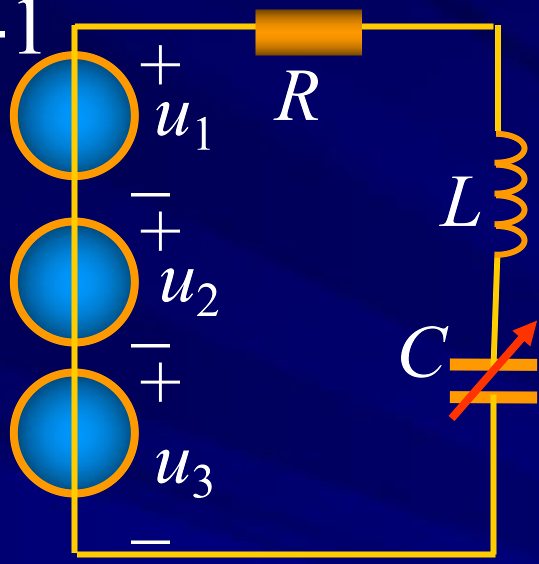
可以证明：$Q=\dfrac{1}{\eta_2-\eta_1}=\dfrac{\omega_0}{\omega_2-\omega_1}=\dfrac{\omega_0}{\Delta\omega}$

定义：$H_{\mathrm{dB}}=20\lg[U_R(\mathrm{j}\eta)/U_{\mathrm{s}}(\mathrm{j}1)]$

$$20\lg 0.707=-3\ \mathrm{dB}$$

通频带规定了谐振电路允许通过信号的频率范围。是比较和设计谐振电路的指标。

例3-1



讨论一接收器的输出电压U_R，参数为 L=250μH, R=20Ω,

$U_1+U_2+U_3$=10μV,

当电容调至 C=150.7pF时谐振。

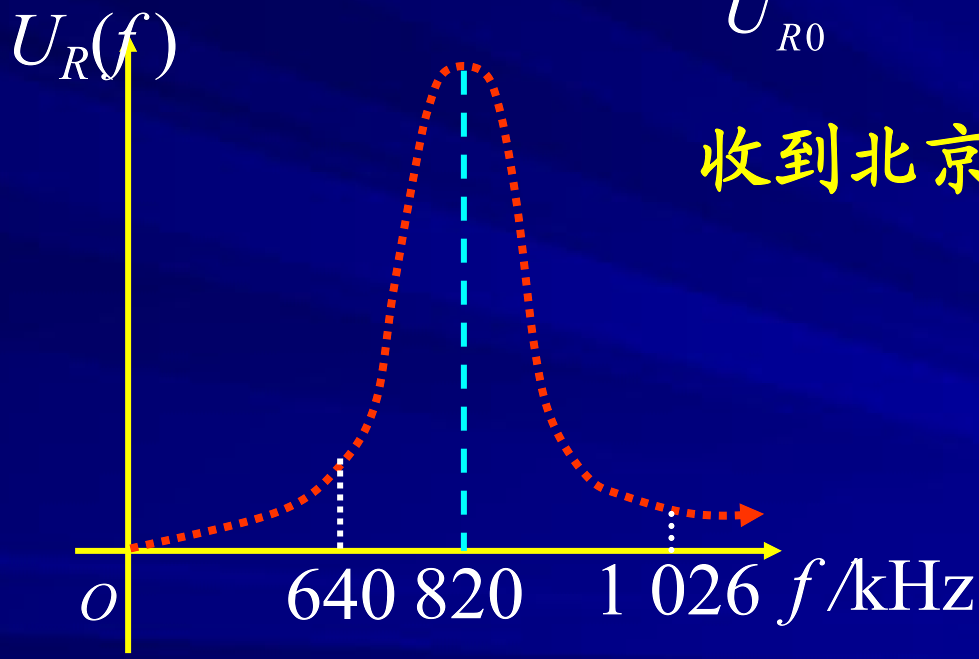
ω_0=5.152×10^{6}rad/s, f_0=820 kHz

解

	北京台	中央台	北京经济台
f (kHz)	820	640	1026
ωL	1288	1005	1611
$-\frac{1}{\omega C}$	−1288	–1650	−1029
X	0	– 645	582
$U_R=UR/\lvert Z\rvert$	U_{R0}=10	U_{R1}=0.310	U_{R2}=0.344

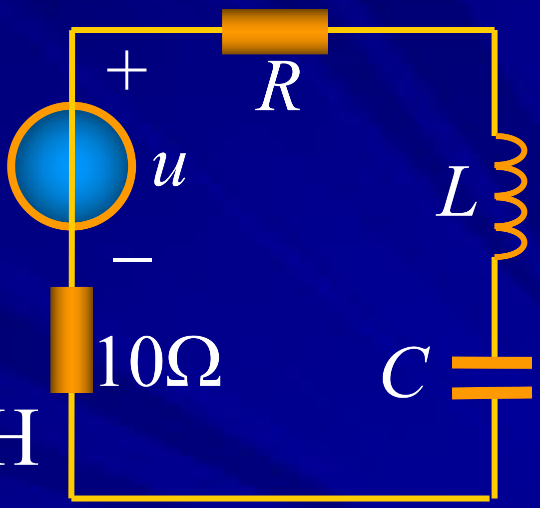
$U_R = UR/|Z|\ (\mu V)$　$U_{R0}=10$　$U_{R1}=0.310$　$U_{R2}=0.344$

$$\frac{U_{R1}}{U_{R0}} = 3.1\% \qquad \frac{U_{R2}}{U_{R0}} = 3.44\%$$



收到北京台 820kHz的节目。

例3-2 一信号源与R、L、C电路串联，要求$f_0=10^4$Hz，$\Delta f=100$Hz，$R=15\Omega$，请设计一个线性电路。



解

$$Q=\frac{\omega_0}{\Delta\omega}=\frac{f_0}{\Delta f}=\frac{10^4}{100}=100$$

$$L=\frac{RQ}{\omega_0}=\frac{100\times 15}{2\pi\times 10^4}\mathrm{H}=39.8\mathrm{mH}$$

$$C=\frac{1}{\omega_0^2 L}=6\,360\mathrm{pF}$$

② 以$U_L(\omega)$与$U_C(\omega)$为输出的$H(\omega)$频率特性

$$H_L(\omega)=\frac{U_L(\omega)}{U(\omega)}=\frac{\omega L}{|Z|}=\frac{\omega L}{\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$H_L(\eta)=\frac{Q}{\sqrt{\frac{1}{\eta^2}+Q^2(1-\frac{1}{\eta^2})^2}}$$

$$H_C(\omega)=\frac{U_C(\omega)}{U(\omega)}=\frac{1}{\omega C|Z|}=\frac{1}{\omega C\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$H_C(\eta)=\frac{Q}{\sqrt{\eta^2+Q^2(\eta^2-1)^2}}$$

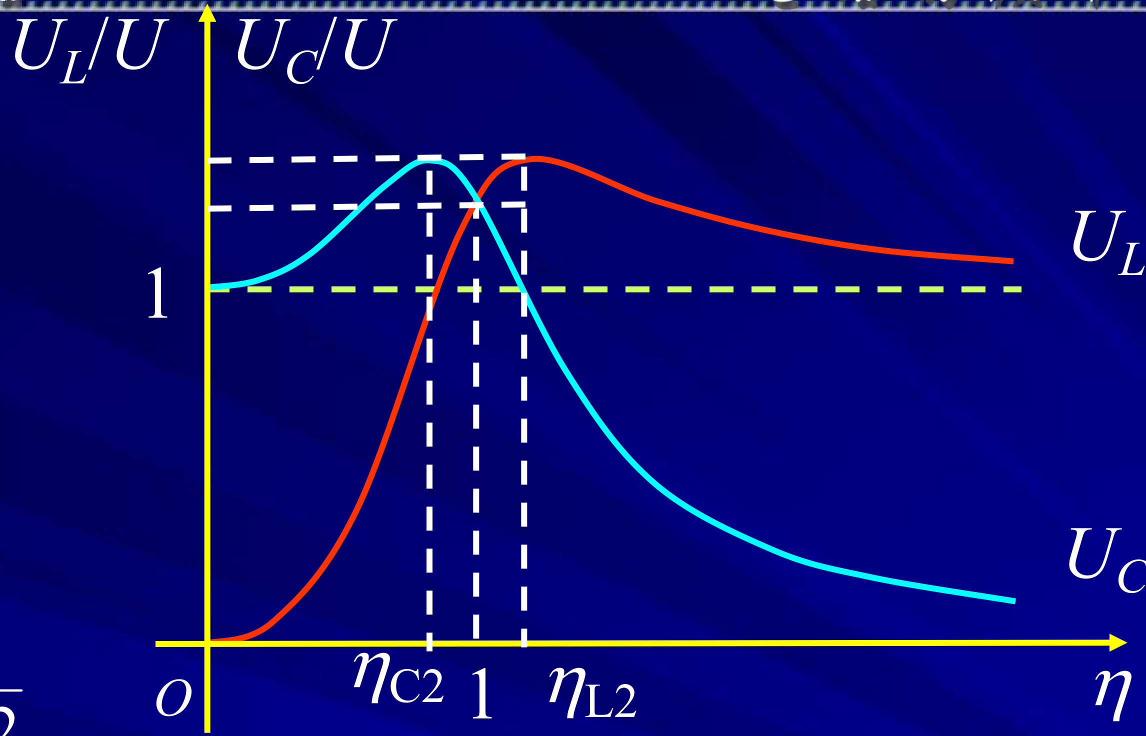
$H_L(\eta)$与$H_C(\eta)$的极值点：令 $\dfrac{\mathrm{d}H_L(\eta)}{\mathrm{d}\eta}=0$ $\dfrac{\mathrm{d}H_C(\eta)}{\mathrm{d}\eta}=0$

$$\eta_{C1}=0 \qquad H_C(\eta_{C1})=1 \qquad \eta_{C3}=\infty \qquad H_C(\eta_{C3})=0$$

$$\eta_{C2}=\sqrt{1-\frac{1}{2Q^2}} \qquad H_C(\eta_{C2})=\frac{Q}{\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}}>Q(Q>0.707)$$

$$\eta_{L1}=\frac{1}{\eta_{C3}}=0 \qquad H_L(\eta_{L1})=0 \qquad \eta_{L3}=\frac{1}{\eta_{C1}}=\infty \quad H_L(\eta_{L3})=1$$

$$\eta_{L2}=\frac{1}{\eta_{C2}}=\sqrt{1-\frac{1}{2Q^2}} \qquad H_L(\eta_{L2})=H_C(\eta_{C2})$$



当 $Q > 1/\sqrt{2}$

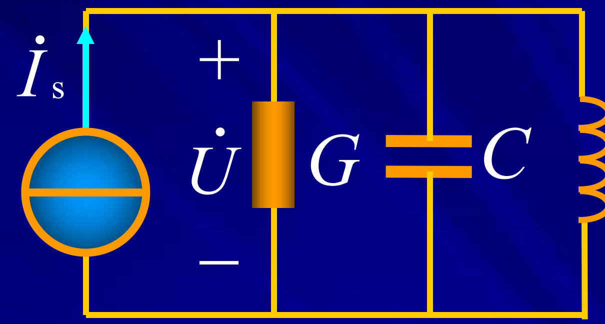
$\eta=\eta_{C2}$，$U_C(\eta)$获最大值； $\eta=\eta_{L2}$，$U_L(\eta)$获最大值。且$U_C(\eta_{C2})$=$U_L(\eta_{L2})$。

注意 $H_C(\mathrm{j}\eta)$ 为低通函数，$H_L(\mathrm{j}\eta)$为高通函数；

Q越高， η_{L2}和 η_{C2} 越靠近η=1，同时峰值增高。

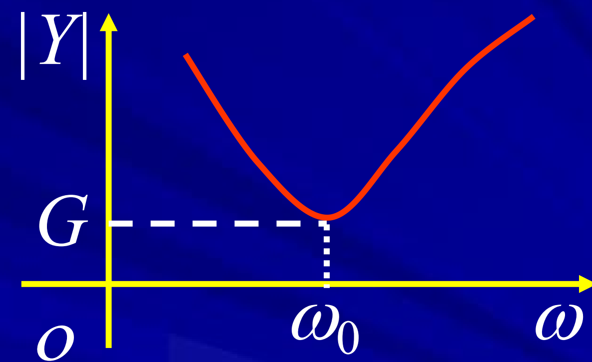
11-4 *RLC*并联谐振电路

1. *GCL* 并联电路



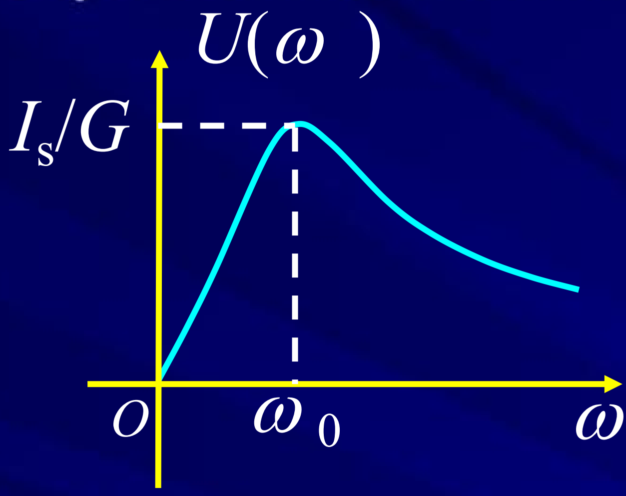
$$Y = G + \mathrm{j}(\omega C - \frac{1}{\omega L})$$

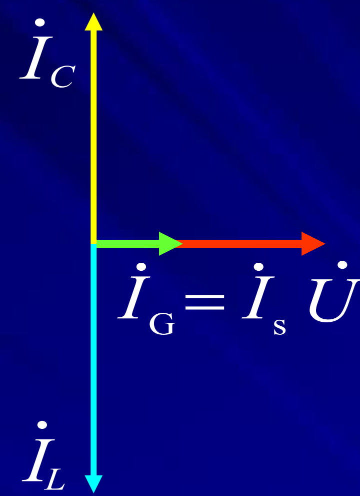
谐振角频率　$\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$



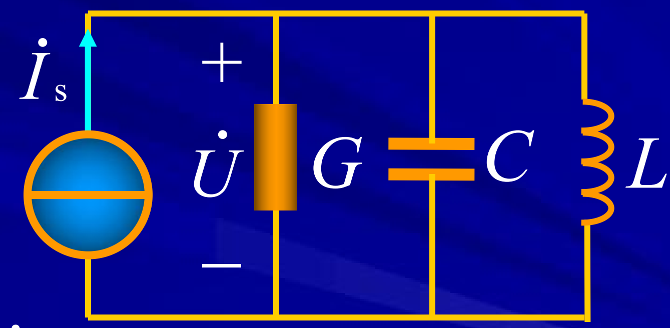
谐振特点：

①输入导纳为纯电导，导纳值$|Y|$最小，端电压达最大。





② L、C上的电流大小相等，相位相反，并联总电流为零，也称电流谐振，即



$$\dot{I}_C=\mathrm{j}\omega_0 C\dot{U}=\mathrm{j}\omega_0 C\frac{\dot{I}_s}{G}=\mathrm{j}Q\dot{I}_s$$

$$\dot{I}_L=\dot{U}/\mathrm{j}\omega_0 L=-\mathrm{j}\omega_0 C\frac{\dot{I}_s}{G}=-\mathrm{j}Q\dot{I}_s$$

$$I_L(\omega_0)=I_C(\omega_0)=QI_s$$

品质因数 $$Q=\frac{\omega_0 C}{G}=\frac{1}{\omega_0 GL}=\frac{1}{G}\sqrt{\frac{C}{L}}$$

③谐振时的功率

$$P=UI=U^2G$$

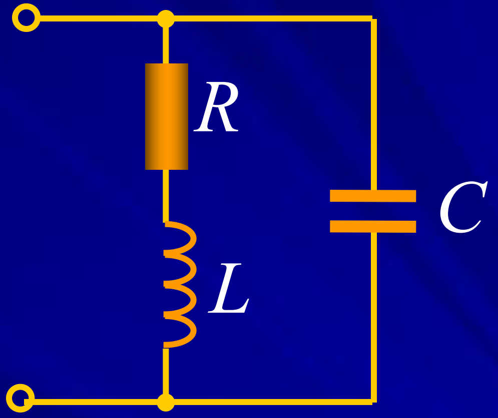
$$|Q_L|=|Q_C|=\omega_0 CU^2=\frac{U^2}{\omega_0 L} \qquad Q_L+Q_C=0$$

④谐振时的能量

$$W(\omega_0)=W_L(\omega_0)+W_C(\omega_0)=LQ^2I_s^2$$

2. 电感线圈与电容器的并联谐振

实际的电感线圈总是存在电阻，因此当电感线圈与电容器并联时，电路如图所示。



（1）谐振条件

$$Y = \mathrm{j}\omega C + \frac{1}{R + \mathrm{j}\omega L}$$

$$= \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + \mathrm{j}[\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}] = G + \mathrm{j}B$$

$$\omega_0 C - \frac{\omega_0 L}{R^2 + (\omega_0 L)^2} = 0 \rightarrow \boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - (\frac{R}{L})^2}}$$

注意 ① 电路发生谐振是有条件的，在电路参数一定时，满足

$$\frac{1}{LC}-(\frac{R}{L})^2>0 \Rightarrow R<\sqrt{\frac{L}{C}}$$ 时，可以发生谐振。

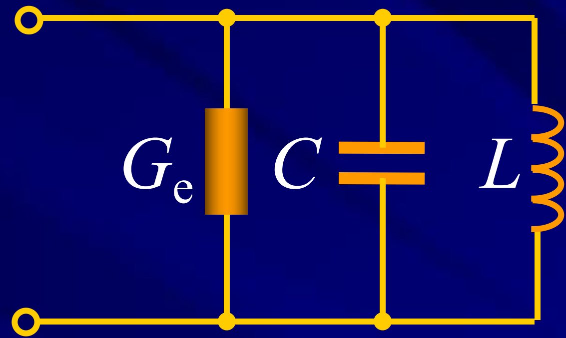
② 一般线圈电阻 $R<<\omega L$，则等效导纳为

$$Y=\frac{R}{R^2+(\omega L)^2}+\mathrm{j}[\omega C-\frac{\omega L}{R^2+(\omega L)^2}]$$

$$\approx\frac{R}{(\omega L)^2}+\mathrm{j}(\omega C-\frac{1}{\omega L})$$

谐振角频率 $\omega_0\approx\frac{1}{\sqrt{LC}}$

等效电路



$$R_e = \frac{1}{G_e} \approx \frac{(\omega_0 L)^2}{R}$$

品质因数

$$Q = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{\omega_0 C}{R/(\omega_0 L)^2} = \frac{\omega_0^3 C L^2}{R} = \frac{\omega_0 L}{R}$$

线圈的品质因数

（2）谐振特点

①电路发生谐振时，输入阻抗很大。

$$Z(\omega_0) = R_0 = \frac{R^2 + (\omega_0 L)^2}{R} \approx \frac{(\omega_0 L)^2}{R} = \frac{L}{RC}$$

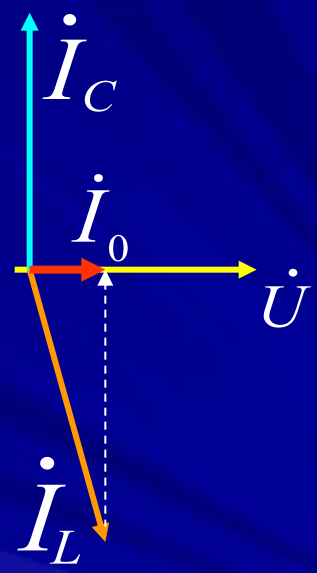
②电流一定时，端电压较高。 $U_0 = I_0 Z = I_0 \dfrac{L}{RC}$

③支路电流是总电流的Q倍，设$R << \omega L$

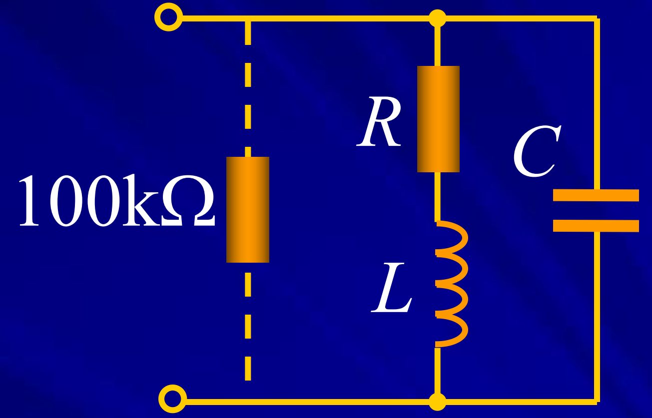
$$I_L \approx I_C \approx \frac{U}{\omega_0 L} = U\omega_0 C$$

$$\frac{I_L}{I_0} = \frac{I_C}{I_0} = \frac{U/\omega_0 L}{U(RC/L)} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{\omega_0 L}{R} = Q$$

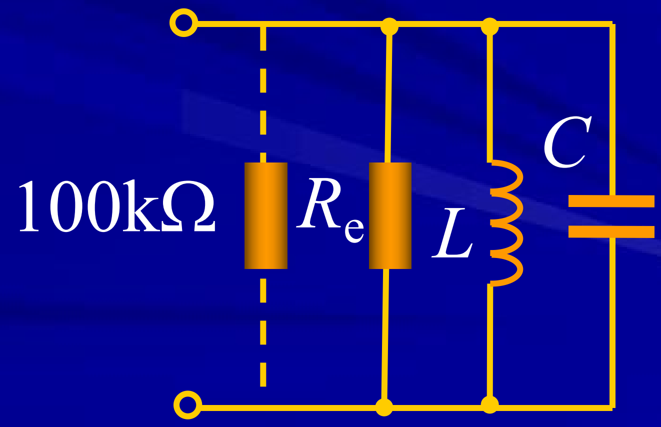
$$\Rightarrow \quad I_L \approx I_C = QI_0 >> I_0$$



例4-1 如图 $R=10\Omega$的线圈其$Q_L=100$，与电容接成并联谐振电路，如再并联上一个100kΩ的电阻，求电路的Q。



等效电路



解

$$Q_L=100=\frac{\omega_0 L}{R}$$

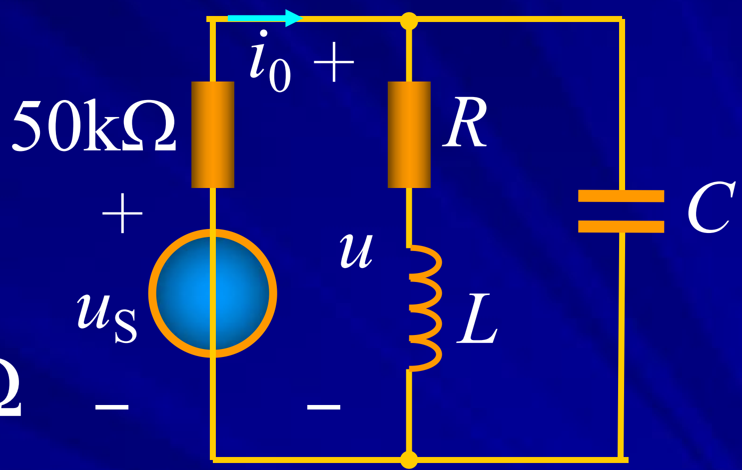
$$\Rightarrow \omega_0 L = RQ_L = 1000\Omega >> R$$

$$R_e \approx \frac{(\omega_0 L)^2}{R}=\frac{10^6}{10}\Omega = 100\text{k}\Omega$$

$$R_{eq}=100/2=50\text{k}\Omega$$

$$Q=\frac{R_{eq}}{\omega_0 L}=\frac{50\times 10^3}{1000}=50$$

例4-2 如图 R_S=50kΩ，U_s=100V，$\omega_0=10^6$，Q=100，谐振时线圈获取最大功率，求L、C、R及谐振时I_0、U和P。



解

$$\begin{cases} Q_L = \dfrac{\omega_0 L}{R} = 100 \\ R_e = (\omega_0 L)^2 / R = R_S = 50\text{k}\Omega \\ \omega_0 \approx \dfrac{1}{\sqrt{LC}} \end{cases}$$

$$I_0 = \frac{U_s}{2R_S} = \frac{100}{2\times 50\times 10^3}\text{A} = 1\text{mA}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R = 5\Omega \\ L = 0.5\text{mH} \\ C = 0.002\mu\text{F} \end{cases}$$

$$U = \frac{U_s}{2} = 50\text{V}$$

$$P = UI_0 = 0.05\text{W}$$

11-5 波特图

对电路和系统的频率特性进行分析时，为了直观地观察频率特性随频率变化的趋势和特征，工程上常采用对数坐标来作频响曲线，这种用对数坐标描绘的频率响应图就称为频响波特图。

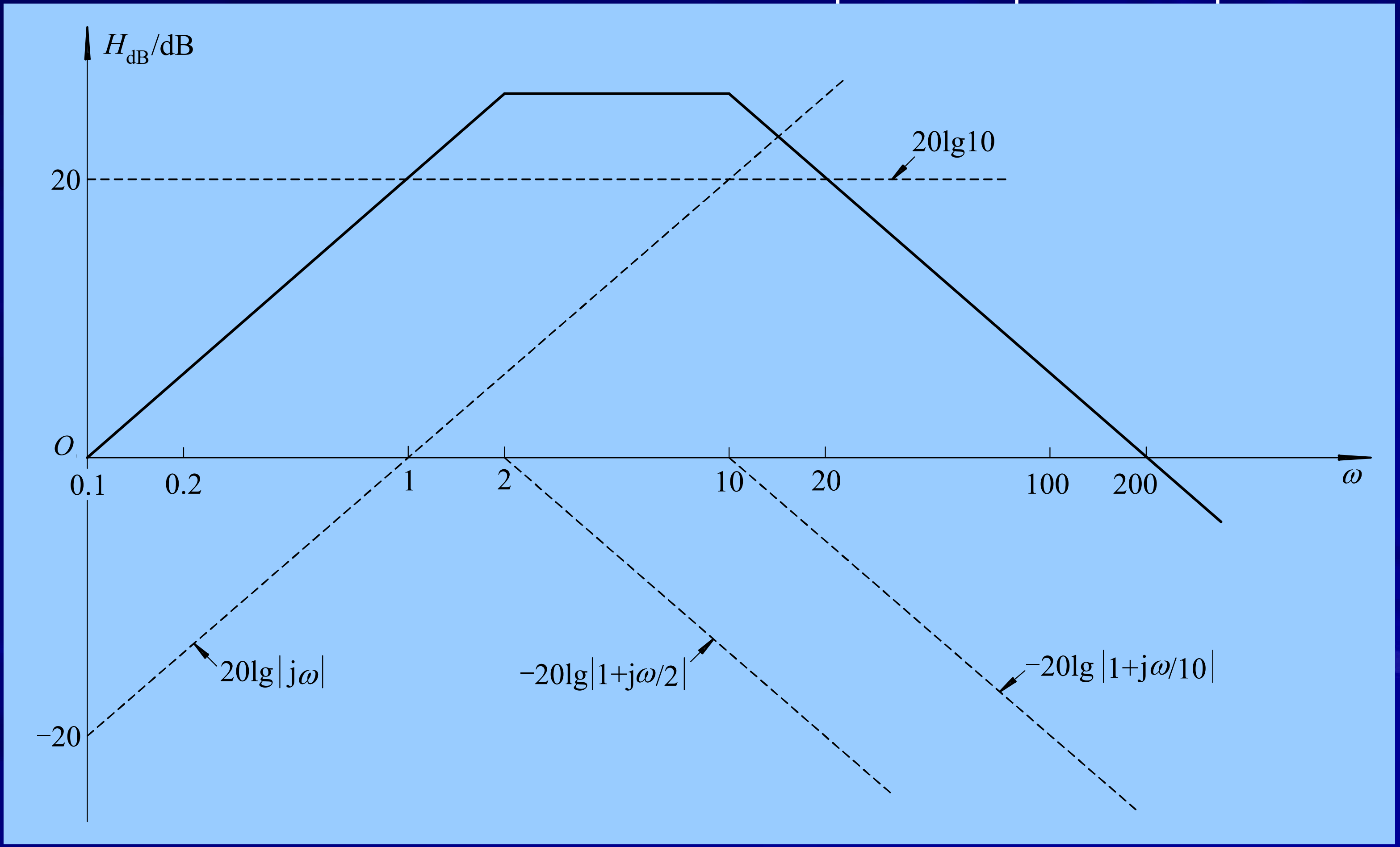
例 画出网络函数的波特图。$H(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{200\mathrm{j}\omega}{(\mathrm{j}\omega+2)(\mathrm{j}\omega+10)}$

解 改写网络函数为

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{10|\mathrm{j}\omega|}{|1+\mathrm{j}\omega/2|\cdot|1+\mathrm{j}\omega/10|}\underline{/90^\circ-\arctan(\frac{\omega}{2})-\arctan(\frac{\omega}{10})}$$

因此对数模（ 单位分贝）

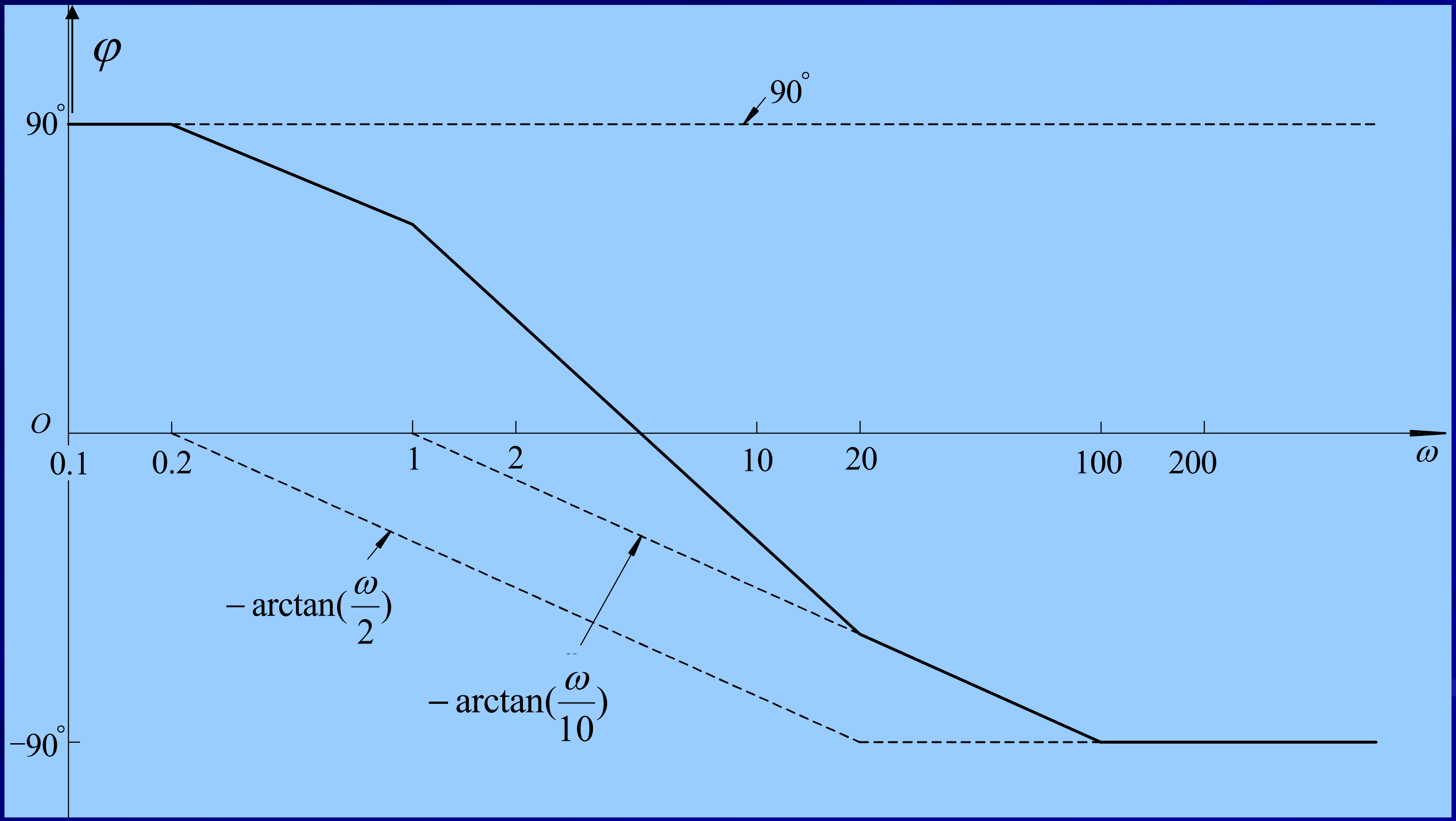
$$H_{dB}=20\lg 10+20\lg\left|j\omega\right|-20\lg\left|1+j\frac{\omega}{2}\right|-20\lg\left|1+j\frac{\omega}{10}\right|$$



幅频波特图

相位(单位度)

$$\varphi = 90^\circ - \arctan(\frac{\omega}{2}) - \arctan(\frac{\omega}{10})$$



相频波特图

11-6 滤波器简介

● 滤波器

工程上根据输出端口对信号频率范围的要求，设计专门的网络，置于输入-输出端口之间，使输出端口所需要的频率分量能够顺利通过，而抑制或削弱不需要的频率分量，这种具有选频功能的中间网络，工程上称为滤波器。

● 有源滤波器

利用有源元件运算放大器构成的滤波器称为有源滤波器。

● 滤波电路的传递函数定义

$U_i \longrightarrow$ 滤波电路 $\longrightarrow U_o$

$$H(\omega)=\frac{U_o(\omega)}{U_i(\omega)}$$

● 滤波电路分类

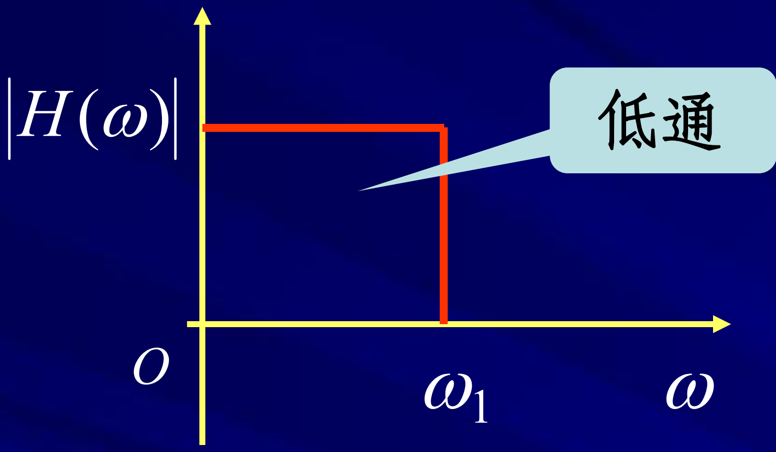
① 按所处理信号分 → 模拟和数字滤波器

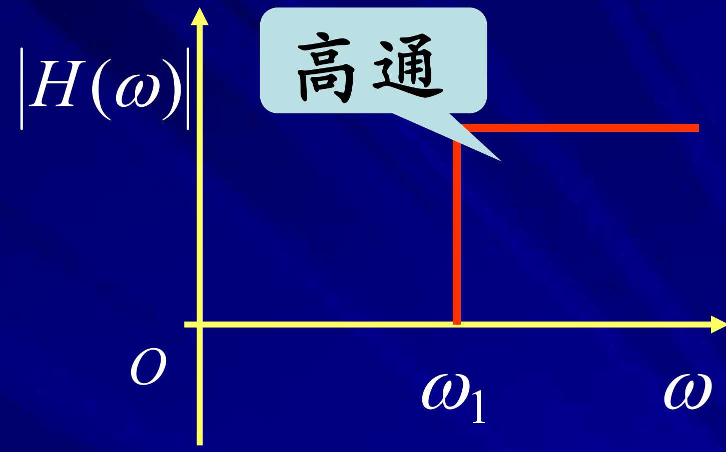
② 按所用元件分 → 无源和有源滤波器

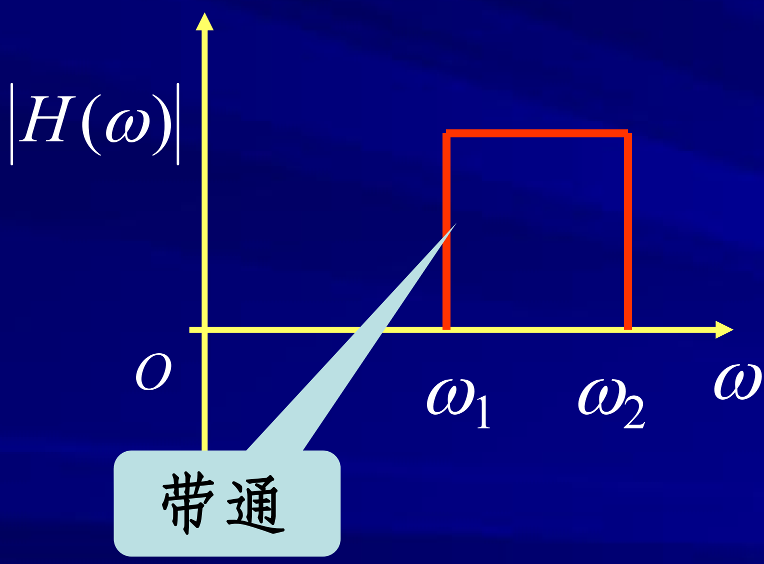
③ 按滤波特性分 → 低通滤波器(LPF)

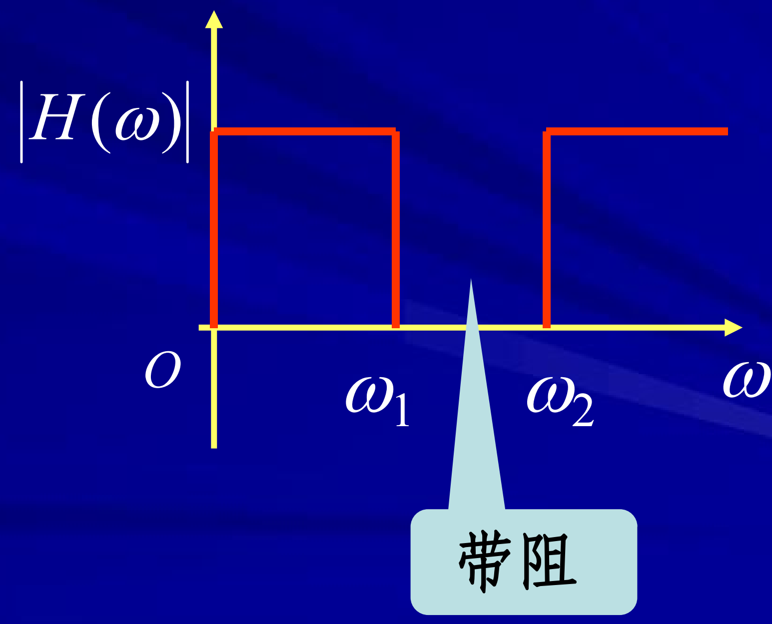
高通滤波器(HPF)　带通滤波器(BPF)

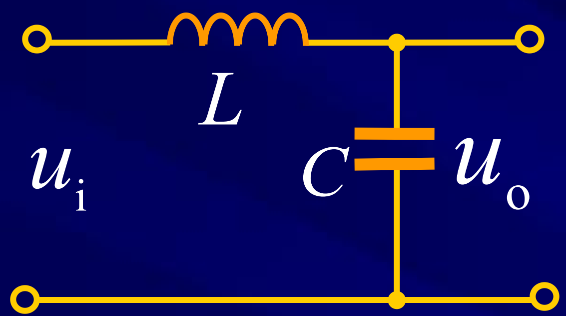
带阻滤波器(BEF)　全通滤波器(APF)


$|H(\omega)|$
低通
O
ω_1
ω

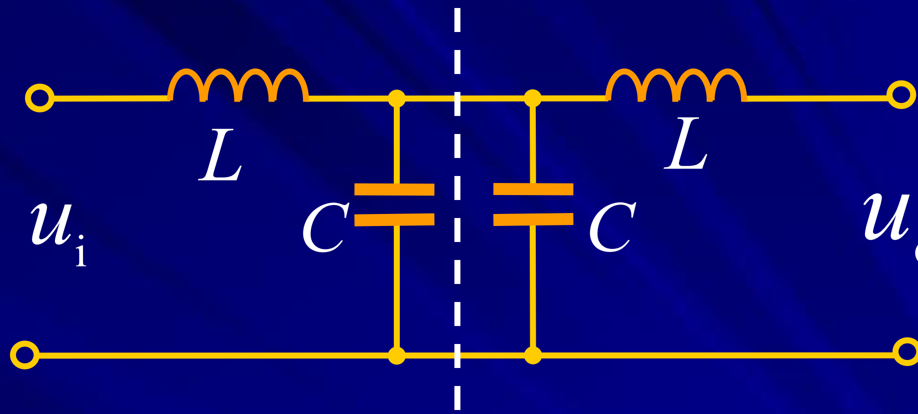

$|H(\omega)|$
高通
O
ω_1
ω


$|H(\omega)|$
O
ω_1
ω_2
ω
带通

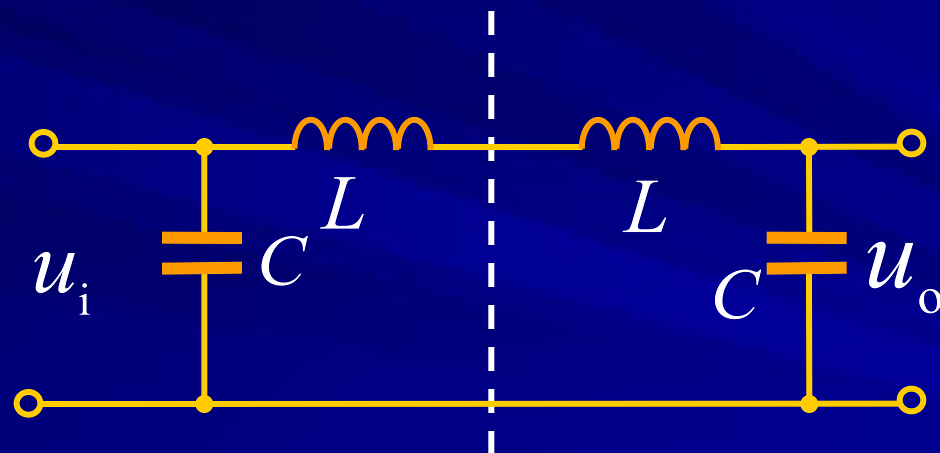

$|H(\omega)|$
O
ω_1
ω_2
ω
带阻



L形

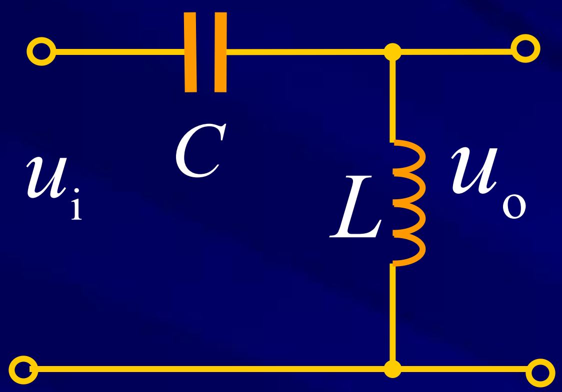


T形

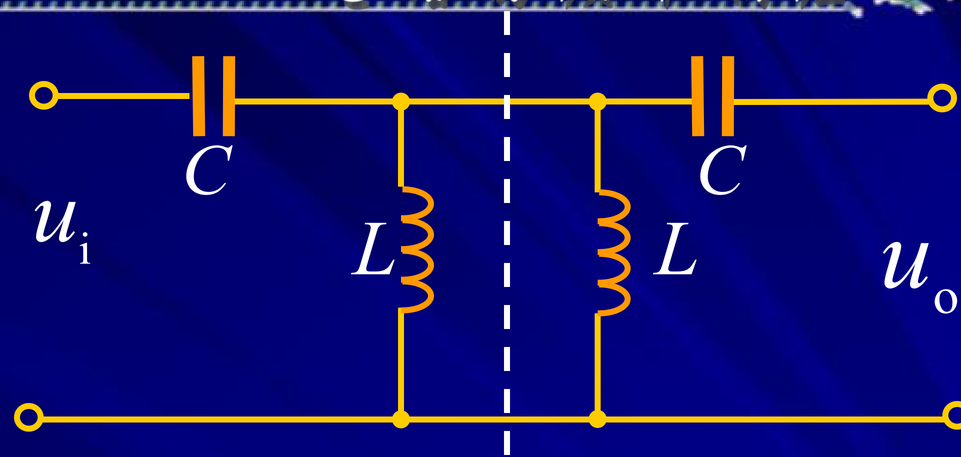


Π形

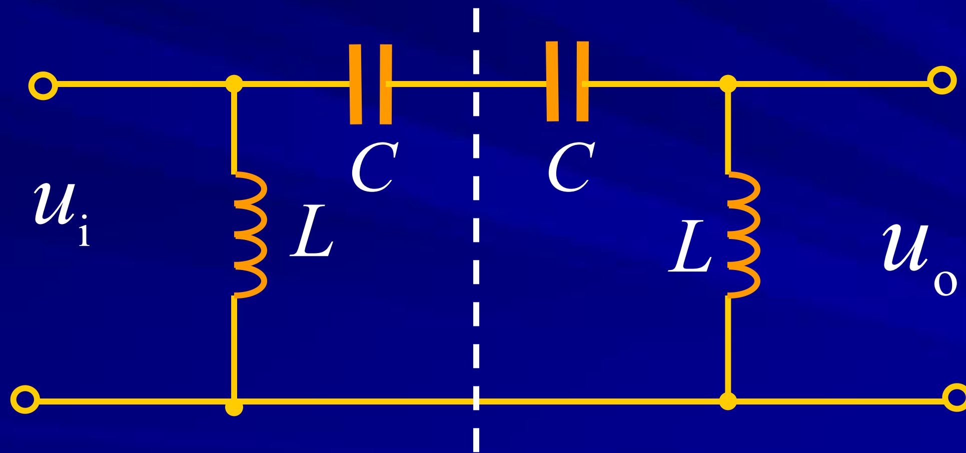
低通滤波器的单元电路



L形

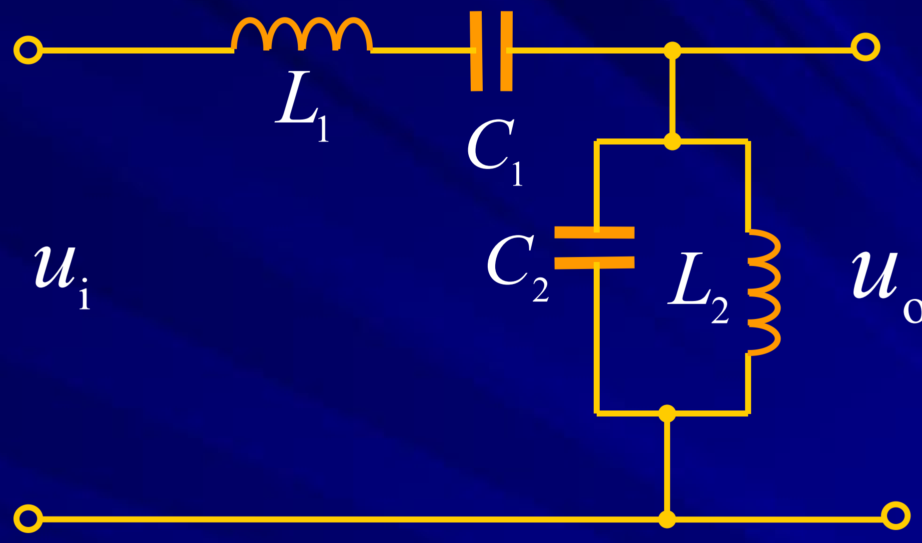


T形



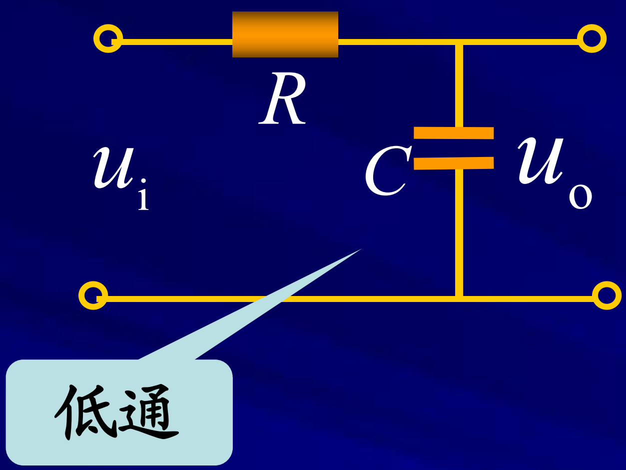
Π形

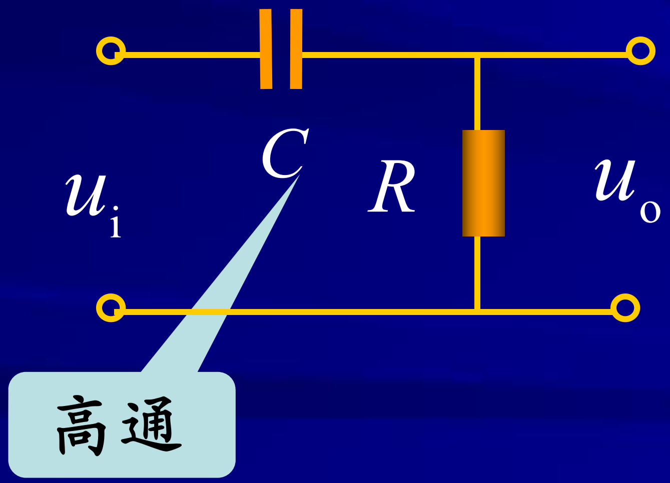
高通滤波器的单元电路



带通滤波器

例6-1 一阶RC无源低通滤波器。





传递函数，设

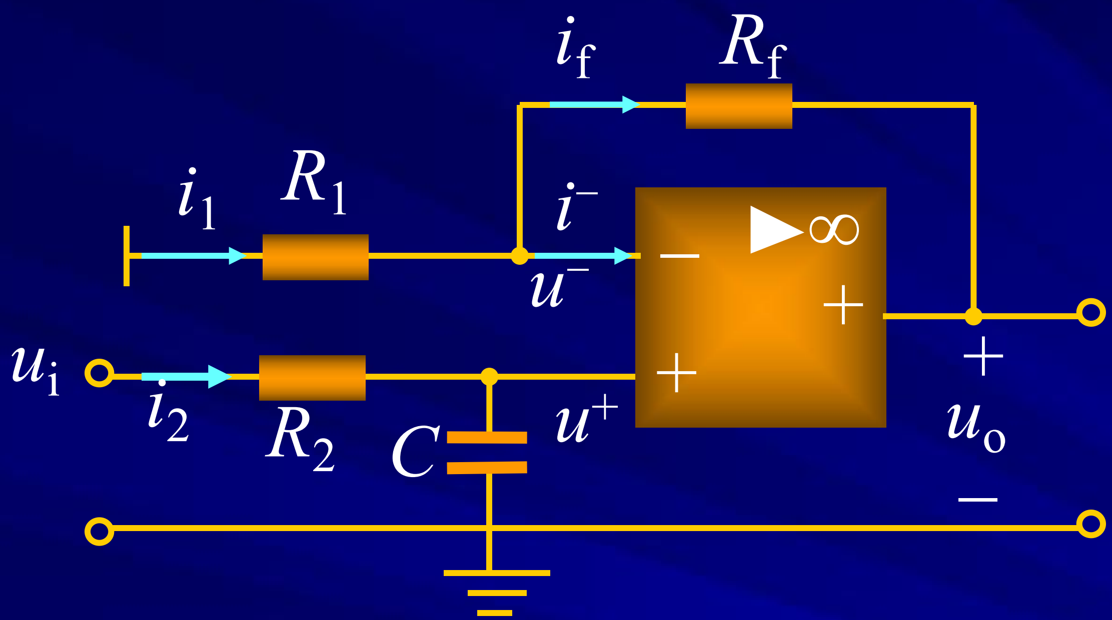
$$u_i = U_m \cos(\omega t)$$

$$u_i = Ri + u_C = RC\frac{du_C}{dt} + u_C$$

$$u_C = u_o = \frac{U_m \sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{(RC\omega)^2 + 1}}$$

$$|H(\omega)| = \frac{U_o}{U_i} = \left|\frac{1}{\sqrt{(RC\omega)^2 + 1}}\right|$$

例6-2 有源滤波器



$$\begin{cases} u^+ = u^- = u_C \\ i^- = i^+ = 0 \end{cases}$$

$$i_1 = i_f$$

$$\frac{-u^+}{R_1} = \frac{u^+ - u_o}{R_f}$$

$$u_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right)u^+$$

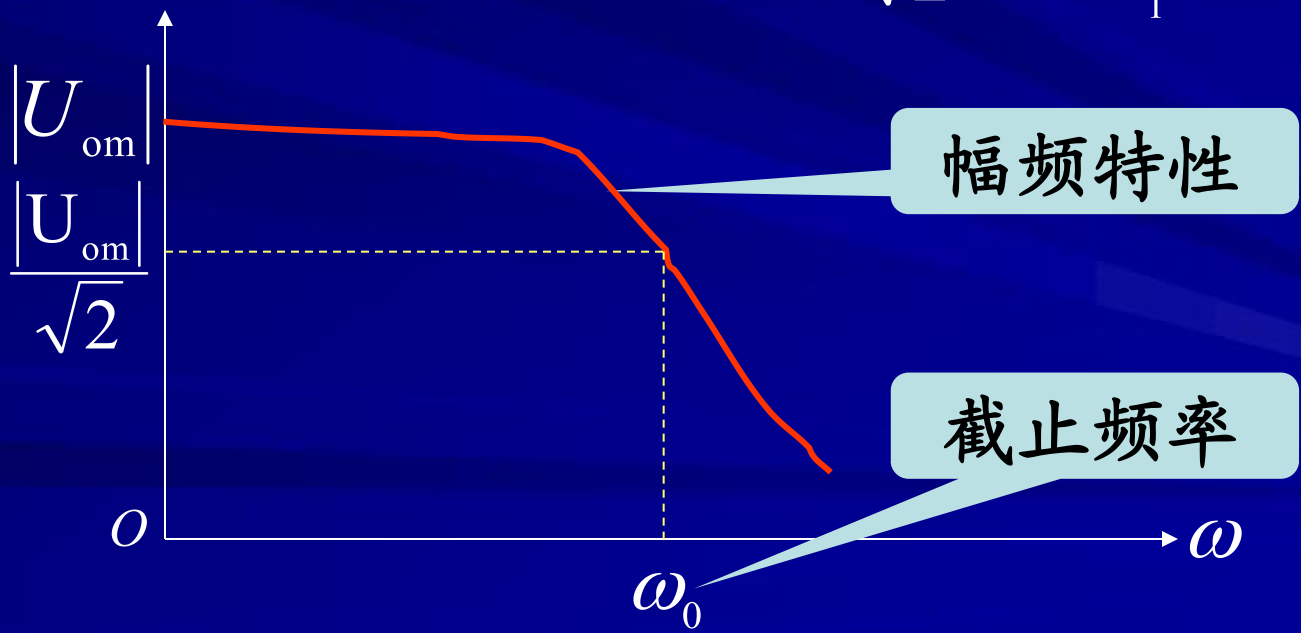
$$i_2 = \frac{u_i - u_C}{R_2} = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \quad \Rightarrow \quad R_2 C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = u_i$$

设 $u_i = \cos(\omega t)$　　解得 $u_C = u^+ = \dfrac{\cos(\omega t - 90^\circ + \theta)}{\sqrt{(R_2 C\omega)^2 + 1}}$

$$u_o = (1+\frac{R_f}{R_1})\frac{\cos(\omega t - 90^\circ + \theta)}{\sqrt{(R_2 C\omega)^2+1}}$$

当 $\omega = 0$ ➡ $|u_{om}| = (1+\frac{R_f}{R_1})$

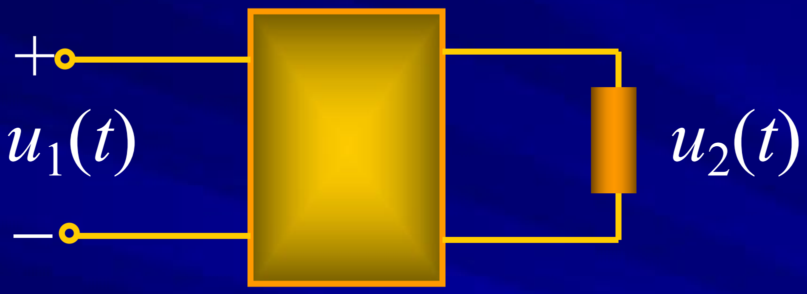
当 $\omega = \frac{1}{R_2 C} = \omega_0$ ➡ $|U_{om0}| = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+\frac{R_f}{R_1}) = \frac{|U_{om}|}{\sqrt{2}}$



例6-3 激励 $u_1(t)$，包含两个频率 ω_1、ω_2分量 ($\omega_1<\omega_2$):

$$u_1(t) = u_{11}(\omega_1) + u_{12}(\omega_2)$$

要求响应 $u_2(t)$只含有 ω_1频率电压。如何实现?



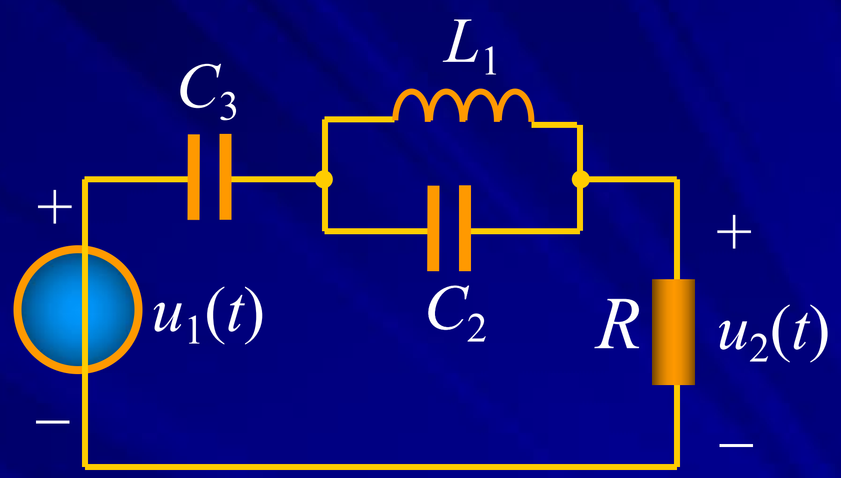
解　设计下列滤波电路实现:

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_2}}$$

并联谐振，开路

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 (C_2 + C_3)}}$$

串联谐振，短路



ω_1 信号短路直接加到负载上。

该电路 $\omega_2 > \omega_1$，滤去高频，得到低频。

注意 滤波器利用谐振电路的频率特性，只允许谐振频率邻域内的信号通过。