总复习之综合练习

判断题

1. 因果稳定的连续时间线性时不变系统不可能有因果稳定的逆系统。 ×

2. 若$x[n]$是一个$x[0]$为非零且为有限值的因果序列，则$X(z)$在$z=\infty$处不存在任何的零点与极点。 √

$\sum_{0}^{+\infty}$ $\lim_{z\to\infty}$ 收敛

3. 因果稳定的全通系统其逆系统不可能是因果稳定的全通系统。 ×

但对离散来说.

无记忆系统：不仅有 $h(t) = k\delta(t)$. 只有 $h[n] = k\delta[n]$

可以 $h(t) = k\delta'(t)$

判断题

至少LTI 然后，卷积结合律成立？

先过积分后微分器

4. 某连续时间系统由两个连续时间子系统级联而成，现交换两个子系统级联次序而形成一个新的系统，则信号通过这两个系统的输出相同。

与反顺序不同 ×

5. 考虑一个连续时间LTI系统，其频率响应是有理函数（即分子和分母都是$j\omega$的有理多项式），且分母的阶数低于分子的阶数，则其单位阶跃响应在t=0处连续。 ×

化简后 $(j\omega)^m$ 出现 $\delta(t)$ 在 $t=0$

$u(t)$ 响应 不连续

判断题

$j2 \to 4\pi\delta\omega$

$j\sin\omega t \to \pi(\delta(\omega \quad +\delta()))$

6. 一个奇的且为纯虚数的信号总是有一个奇的且为纯虚数的傅里叶变换。 ×

实

7. 对离散时间周期信号$x[n]$进行等间隔采样得到$y[n]$，那么$y[n]$一定是一个周期序列。 √

得采样周

8. 一个离散时间LTI系统，若其单位阶跃响应在$n<0$时为零，则该系统就是因果的。 √

仔细看这些题 也会有新收获

$u[n]$ 为移位

$h[n] = y[n] - y[n-1]$

虚部 不起作用(对收敛)

$H(s)=\lim_{s\to\infty}\frac{1}{s^2}$

单项选择题

1. 有一个因果稳定的LTI系统，其单位冲激响应$h(t)$是实值函数，系统函数为$H(s)$。已知$H(s)$是有理的，它的极点之一在$-1+j$，零点之一在$3+j$，并且在无限远点只有两个零点。下列说法错误的是（ **D** ）

$-1-j$

$3-j$

4个、

母比子高2阶

A. $h(t)e^{-3t}$是绝对可积的

B. 关联系统输入和输出的微分方程具有实系数

C. $H(s)$不少于4个极点

D. 若系统输入$e^{3t}\sin t$，则输出为$e^{3t}\cos t$

$e^{(j+3)t}$ $H(j+3)=0$

$e^{(3-j)t}$ $H(j-3)=0$

单项选择题

2. 对于由下列方程所描述的系统，其输入为$x(t)$，输出为$y(t)$，哪个是时不变系统？

（ **C** ）

A. $y(t)=x(at)$

B. $y(t)=tx(t-2)$ 时变

C. $y(t)=\left(\dfrac{dx(t)}{dt}\right)^2$ 线

D. $y(t)=\int_{-5}^{5}x(t)\,dt$

+t0 +t0 −t0

单项选择题

3. 对于正的实偶函数$x(t)$及其傅里叶变换$X(j\omega)$而言，下列说法正确的是（ **B** ）

A. $X(j\omega)$是奇函数

B. $\int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)d\omega > 0$ $2\pi f(0)$

C. $\int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)d\omega < 0$

D. 以上说法均不对

单项选择题

4. 对一个连续时间带限信号$x(t)$，以其最高频率ω_m的4倍为采样频率进行等间隔采样，得到离散时间序列$x[n]$，其所对应的离散时间傅里叶变换为$X(e^{j\omega})$，下列说法正确的是

(C)

A. $\omega=\pi, X\left(e^{j\omega}\right)\neq 0$

B. $\omega=\pi$时，$X\left(e^{j\omega}\right)$不一定为零

C. $\omega=\pi, X\left(e^{j\omega}\right)=0$

D. 以上结果均不对

单项选择题

5. 一个稳定的离散时间序列，其Z变换为$X(z)$，下列说法正确的是 （ **D** ）

A. $X(z)$的全部极点都位于单位圆内

B. $X(z)$的全部极点都位于单位圆外

C. 若$X(z)$为z的有理分式形式，且其极点数多于零点数，则$x[n]$为因果序列

D. 以上说法都不对

单项选择题

6. 已知某离散时间LTI系统的单位脉冲响应是$h[n]=\sin(\frac{\pi}{3}n)/(\pi n)$，当输入信号为$x[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(n-8k)$时，系统的输出为

(**D**)

A. 0

B. $y[n]=\sin(\frac{\pi}{3}n)/(\pi n)$

C. $y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\sin(\frac{\pi}{3}(n-8k))/(\pi(n-8k))$

D. $y[n]=\frac{1}{8}+\frac{1}{4}\cos\frac{\pi}{4}n$

计算题

1. 利用傅里叶变换计算 $\sum_{n=0}^{+\infty} n\left(\frac{1}{3}\right)^n$

解：

$$\sum_{n=0}^{+\infty} n\left(\frac{1}{3}\right)^n = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} n\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$$

令 $x[n] = n\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$，则：

$$X(e^{j\omega}) = j\frac{d}{d\omega}\left\{\frac{1}{1-(1/3)e^{-j\omega}}\right\} = \frac{(1/3)e^{-j\omega}}{\left(1-(1/3)e^{-j\omega}\right)^2}$$

所以：

$$\sum_{n=0}^{+\infty} n\left(\frac{1}{3}\right)^n = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] = X\left(e^{j\omega}\right)|_{\omega=0} = \frac{3}{4}$$

计算题

2. 已知$x(t)$的拉普拉斯变换为$X(s)$，其ROC为R，求$x(at+b)e^{s_0 t}$的拉普拉斯变换，其中a，b为实常数。

解：$X(s) \to X(s)e^{bs} \to \frac{1}{|a|}X\left(\frac{s}{a}\right)e^{b\frac{s}{a}} \to X\left(\frac{s-s_0}{a}\right)$

$$x(t) \to x(t+b) \to x(at+b) \to x(at+b)e^{s_0 t}$$

由拉普拉斯变换的性质可知：

$$X(s) \to e^{bs}X(s) \to \frac{1}{|a|}e^{b\frac{s}{a}}X\left(\frac{s}{a}\right) \to \frac{1}{|a|}e^{b\frac{s-s_0}{a}}X\left(\frac{s-s_0}{a}\right)$$

收敛域 $R \to R \to aR \to \boxed{aR+\Re e\{s_0\}}$ 实部对收敛起作用

计算题

3. 已知$x[n]$的Z变换是$X(z)$，求$y[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}x[k]2^{k-n}x[k-n]$的Z变换的表达式。

解：

$$y[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}x[k]2^{k-n}x[k-n]=x[n]*\left(2^{-n}x[-n]\right)$$

$re^{j\omega}$

因为：

$$x[n]\rightarrow w[n]=2^{n}x[n]\rightarrow w[-n]=2^{-n}x[-n]$$

幅

(2)　加 2

旋转

$-n$

所以：

$$X(z)\rightarrow \boxed{W(z)=X\left(\frac{z}{2}\right)}\rightarrow X\left(\frac{2}{z}\right)\Rightarrow Y(z)=X(z)X\left(2z^{-1}\right)$$

计算题

4. 已知 $x_1[n]=u[n]-u[n-2],\ x_2[n]=u[n]-u[n-4]$ ，计算 $y[n]=x_1[n]*x_2[n]$

解：

$$x_1[n]=u[n]-u[n-2]=\delta[n]+\delta[n-1],$$

$$x_2[n]=u[n]-u[n-4]=\delta[n]+\delta[n-1]+\delta[n-2]+\delta[n-3]$$

所以：

$$\begin{aligned}y[n]&=\left(\delta[n]+\delta[n-1]\right)*\left(\delta[n]+\delta[n-1]+\delta[n-2]+\delta[n-3]\right)\\&=\delta[n]+\delta[n-1]+\delta[n-2]+\delta[n-3]+\delta[n-1]+\delta[n-2]+\delta[n-3]+\delta[n-4]\\&=\delta[n]+2\delta[n-1]+2\delta[n-2]+2\delta[n-3]+\delta[n-4]\end{aligned}$$

综合题

某连续时间LTI系统由下列线性常系数微分方程描述，假设系统最初是松弛的。

因果LTI.

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2}+3\frac{dy(t)}{dt}+2y(t)=\frac{dx(t)}{dt}-2x(t)$$

可以用单边

1) 求该系统的系统函数$H(s)$及其收敛域

2) 判断该系统是否稳定

3)画出用两个一阶系统的级联实现该系统的方框图结构，要求其中一个系统为全通系统

综合题

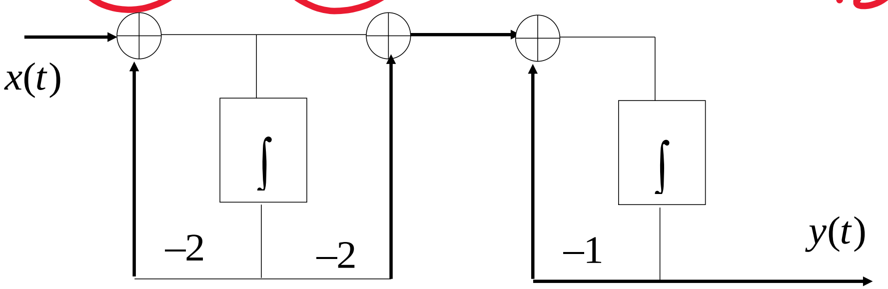
解： 1) $H(s)=\dfrac{s-2}{s^2+3s+2}=\dfrac{s-2}{(s+2)(s+1)}$

收敛域为 $\operatorname{Re}\{s\}>-1$

2) 该系统是稳定的

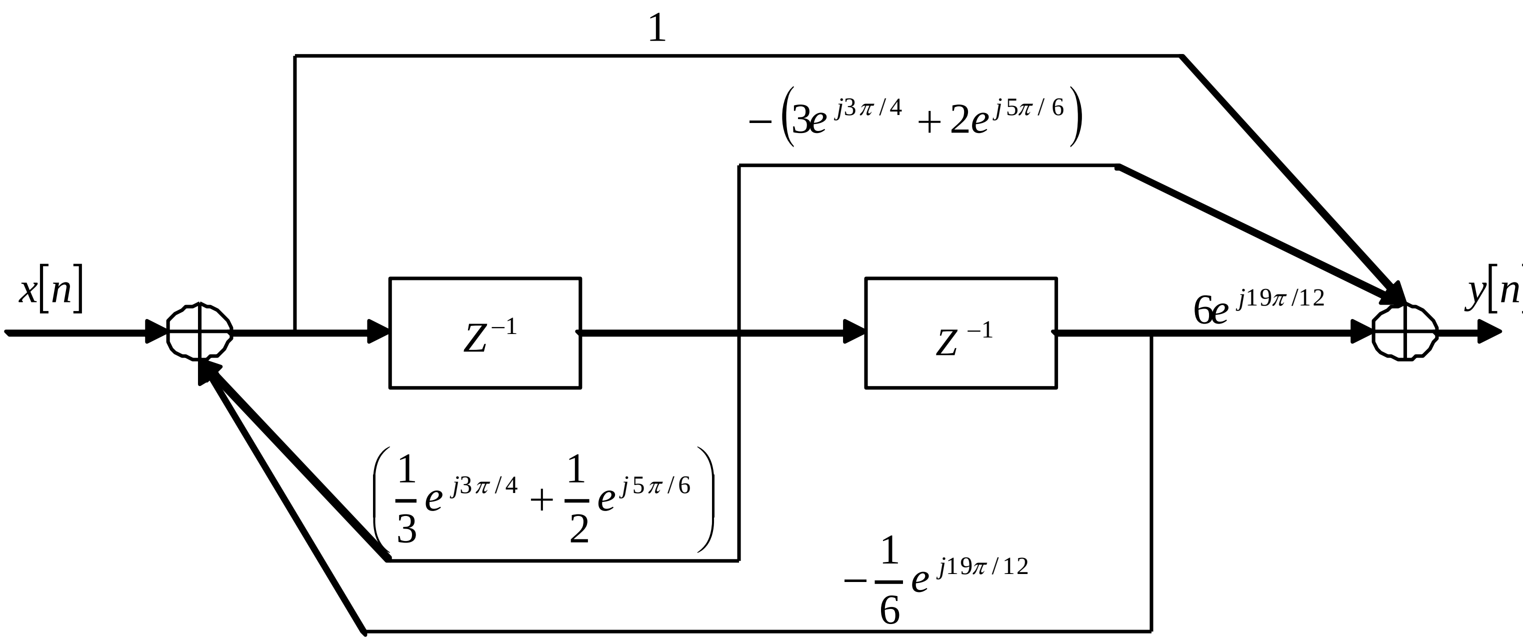
3) $H(s)=\dfrac{s-2}{s+2}\times\dfrac{1}{s+1}$

写出微分方程、再、画I型
后转II型



综合题

研究一个具有下列结构的离散时间线性时不变因果系统，假设满足初始松弛条件。



综合题

1) 给出该系统的系统函数

$$w[n]=x[n]+\left(\frac{1}{3}e^{j3\pi/4}+\frac{1}{2}e^{j5\pi/6}\right)w[n-1]-\frac{1}{6}e^{j19\pi/12}w[n-2]$$

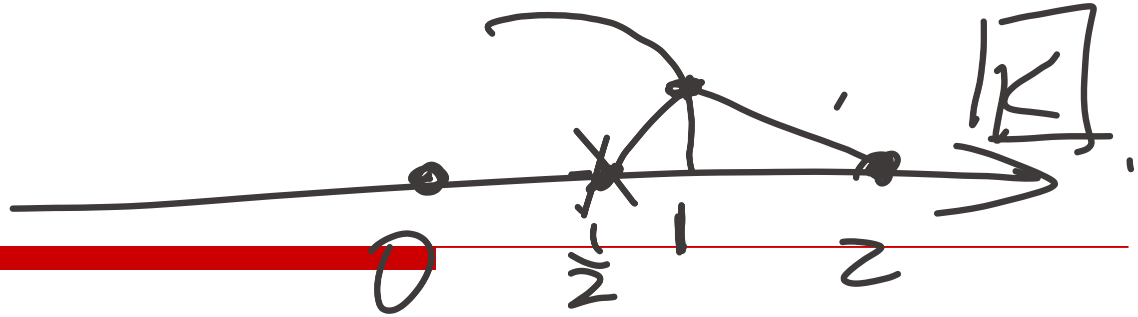
$$\boxed{W(z)=X(z)+\left(\frac{1}{3}e^{j3\pi/4}+\frac{1}{2}e^{j5\pi/6}\right)z^{-1}W(z)-\frac{1}{6}e^{j19\pi/12}z^{-2}W(z)}$$

$$y[n]=6e^{j19\pi/12}w[n-2]-\left(3e^{j3\pi/4}+2e^{j5\pi/6}\right)w[n-1]+w[n]$$

$$\boxed{Y(z)=6e^{j19\pi/12}z^{-2}W(z)-\left(3e^{j3\pi/4}+2e^{j5\pi/6}\right)z^{-1}W(z)+W(z)}$$

$$\Rightarrow H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{\left(1-2e^{j5\pi/6}z^{-1}\right)\left(1-3e^{j3\pi/4}z^{-1}\right)}{\left(1-\frac{1}{2}e^{j5\pi/6}z^{-1}\right)\left(1-\frac{1}{3}e^{j3\pi/4}z^{-1}\right)}$$

综合题



2) 画出系统函数的所有零极点，并用斜线阴影标注收敛域

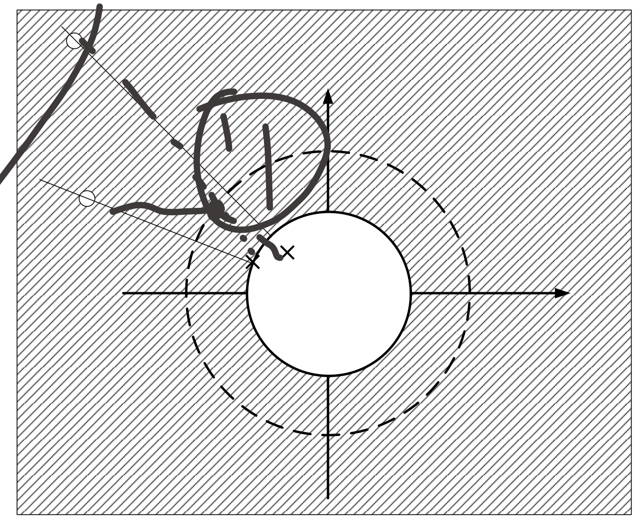
$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{\left(1-2e^{j5\pi/6}z^{-1}\right)\left(1-3e^{j3\pi/4}z^{-1}\right)}{\left(1-\frac{1}{2}e^{j5\pi/6}z^{-1}\right)\left(1-\frac{1}{3}e^{j3\pi/4}z^{-1}\right)}$$

两个极点为：

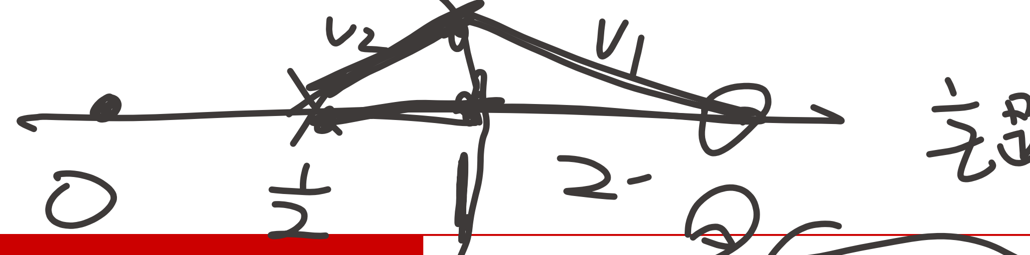
$$z_1=\frac{1}{2}e^{j5\pi/6};z_2=\frac{1}{3}e^{j3\pi/4}$$

两个零点为：

$$z_1=2e^{j5\pi/6};z_2=3e^{j3\pi/4}$$



综合题



3) 求出该系统的幅频特性

$$\frac{V_1}{V_2}=|C$$

$$H(z)=\frac{\left(1-2e^{j5\pi/6}z^{-1}\right)\left(1-3e^{j3\pi/4}z^{-1}\right)}{\left(1-\frac{1}{2}e^{j5\pi/6}z^{-1}\right)\left(1-\frac{1}{3}e^{j3\pi/4}z^{-1}\right)}$$

$$\frac{1-a^*z}{z-a}$$

对于系统函数形如下式的系统，幅频特性是1：

$$H_{ap}(z)=\frac{z^{-1}-a^*}{1-az^{-1}}$$

$$\frac{\frac{z-a^*}{z}}{\frac{z-a}{z}}=\frac{\frac{z-a^*}{z}}{\frac{z}{z-a}}$$

而：

$$H(z)=\frac{2e^{j5\pi/6}\times 3e^{j3\pi/4}\left(z^{-1}-\frac{1}{2}e^{-j5\pi/6}\right)\left(z^{-1}-\frac{1}{3}e^{-j3\pi/4}\right)}{\left(1-\frac{1}{2}e^{j5\pi/6}z^{-1}\right)\left(1-\frac{1}{3}e^{j3\pi/4}z^{-1}\right)}$$

$$\frac{1-a^*}{z^2}$$

所以系统的幅频特性为：$\left|H\left(e^{j\omega}\right)\right|=6$

综合题

容易的.

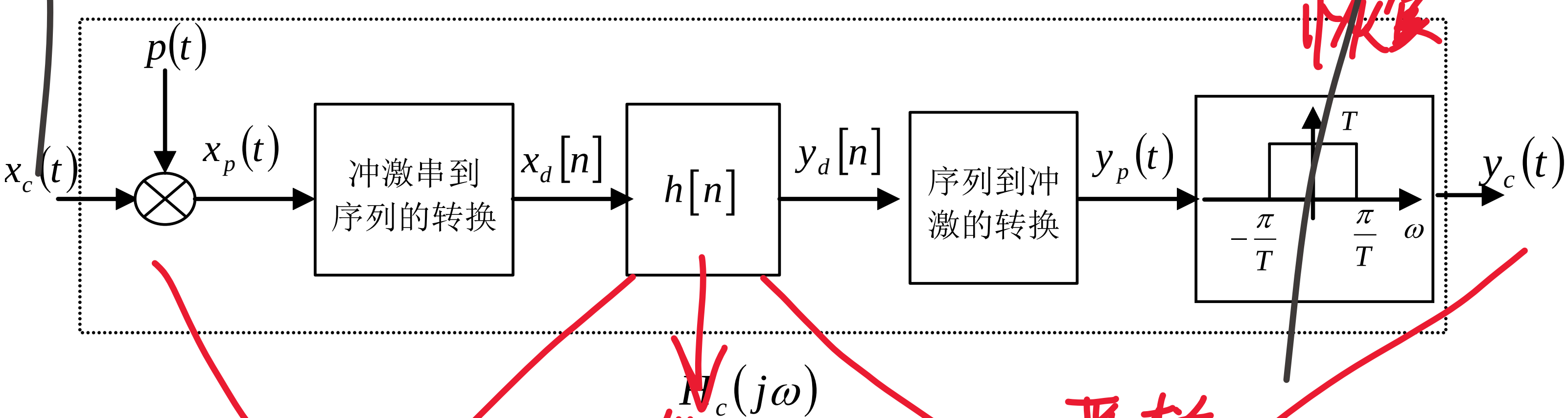
$$\frac{1-za^*}{z-a}$$

零 $\frac{1}{a^*}$

极 a

一个利用离散时间滤波器处理连续时间信号的系统如图所示。已知该离散时间滤波器为一离散时间因果系统，且满足下列差分方程：

$$y[n]-\frac{1}{4}y[n-2]=x[n]+\frac{1}{2}x[n-1]$$



恢复

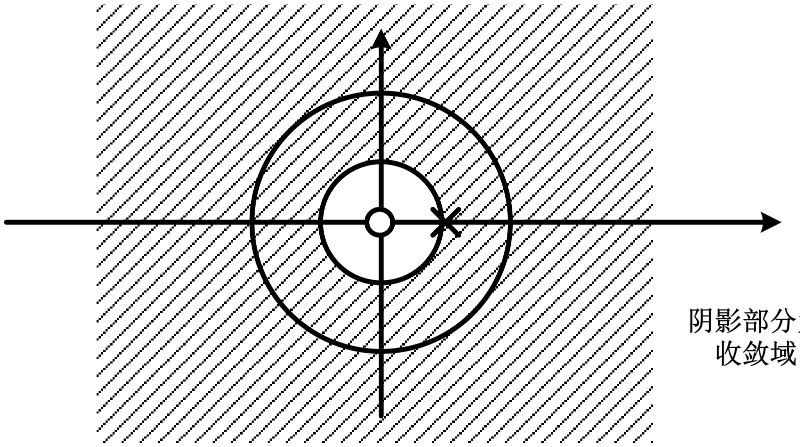
微分方程

采样

综合题

1) 画出$h[n]$所代表系统的零极点图，并判断其是否稳定。

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{1+\frac{1}{2}z^{-1}}{1-\frac{1}{4}z^{-2}}=\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$$

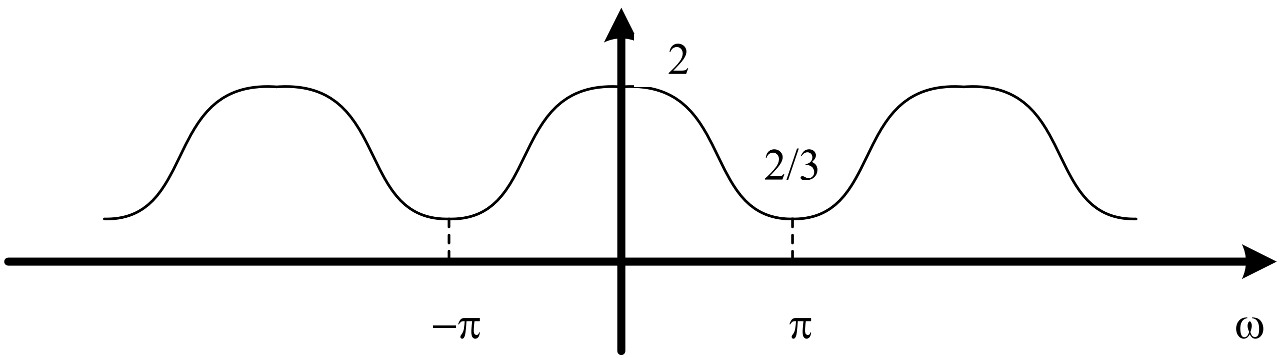


该系统稳定

综合题

2) 概略画出该离散时间滤波器的幅频特性。

$$\left|H\left(e^{j\omega}\right)\right| = \frac{1}{\left|1-\frac{1}{2}e^{-j\omega}\right|}$$



最小采样率 $2\omega_m$

综合题

3) 对输入$x_c(t)$有 $X_c(j\omega)=0,|\omega|>\pi\times10^4$，若从$x_c(t)$到$x_p(t)$的变换过程中不发生频谱混叠，求所允许的最大采样间隔T；在这一采样间隔T下，离散时间滤波器对输入信号中2.5kHz频率分量的增益为多少？

$T_s = \frac{1}{f_s}$

10K.

$5K\pi$

10000π rad/s

根据采样定理，最大采样间隔应为：0.1ms

2.5kHz的模拟频率对应于数字频率π/2，故增益为：

5K

$$\left|\frac{1}{1-z^{-1}/2}\right|_{z=e^{j\pi/2}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$f_s = 20000\pi \rightarrow 10000\pi$

区分出

① 表征形式

- 冲激响应
- 阶跃响应
- $H(j\omega)$ / $H(e^{j\omega})$
- $H(s)$ / $H(z)$
- 方框.
- 零极点
- 因果稳定判据

祝大家考试顺利！

复指数.

3种分解

sinc采样

- 上次有.
- 书上z变换

祝大家考试顺利！