Logik in der Informatik

Wintersemester 2021/2022

Übungsblatt 1

Abgabe: bis 1. November 2021, 13.00 Uhr

Bitte beachten Sie für die Abgabe Ihrer Lösung die Vorgaben auf unserer Webseite

https://www.informatik.hu-berlin.de/de/forschung/gebiete/loginf/lehre/logik. Die Lösung zu Aufgabe 2 wird in der Übung zusammen erarbeitet. Die Abgaben zu den Aufgaben 1, 3 und 4 erfolgen digital über moodle.

Für dieses Übungsblatt und **alle** folgenden gilt: Eine Aufgabe gilt nur dann als vollständig bearbeitet, wenn neben der Lösung auch die notwendigen Begründungen angegeben sind – es sei denn, in der Aufgabenstellung steht explizit, dass eine solche Begründung nicht erforderlich ist.

Aufgabe 1: (Moodle-Quiz)

Absolvieren Sie das Quiz 1 auf der Moodle-Plattform.

Aufgabe 2: (Präsenzaufgabe)

Gegeben sei die folgende aussagenlogische Formel $\psi := (((A_1 \to A_2) \to (\neg A_1 \lor \mathbf{0})) \land \neg A_3)$

- (a) Beweisen Sie, dass ψ zur Menge AL gehört.
- (b) Geben Sie den Syntaxbaum der Formel ψ in seiner Kurzform an.
- (c) Berechnen Sie den Wert $\llbracket \psi \rrbracket^{\mathcal{I}}$ unter der Interpretation $\mathcal{I} : \mathsf{AS} \to \{0,1\}$ mit $\mathcal{I}(A_2) = 1$ und $\mathcal{I}(A_i) = 0$ für alle $i \in \mathbb{N} \setminus \{2\}$ in nachvollziehbaren Schritten.

Aufgabe 3: (40 Punkte)

Arthur hat eine weite Reise vor sich und wird wohl auch nicht wiederkommen. Nach dem ganzen Bier bleibt kaum noch Zeit zum Packen. Da wären die frisch gekauften Erdnüsse (28p plus £4.72 Trinkgeld), ein Handtuch, die Zahnbürste und eine Badehose. Alles wird er so schnell nicht finden können zwischen all den Trümmern. Aber *ohne Panik* liest Ford die Regeln aus einem Buch vor:

- Regel 1: Wer eine Badhose oder eine Zahnbürste mitnimmt, braucht auf jeden Fall auch ein Handtuch und Erdnüsse.
- Regel 2: Wer keine Zahnbürste mitnimmt, lässt gleich die Badehose zu Hause, nimmt zumindest aber die Erdnüsse mit.
- Regel 3: Weder kann man gleichzeitig Erdnüsse und Zahnbürste noch kann man gleichzeitig Handtuch und Badehose mitnehmen.

Jetzt kann nur noch die Aussagenlogik helfen!

- (a) Übersetzen Sie jede der drei Regeln 1, 2 und 3 in aussagenlogische Formeln φ_1 , φ_2 und φ_3 , welche den jeweiligen Sachverhalt widerspiegeln. Benutzen Sie dazu die Aussagensymbole B, E, H und Z mit der Bedeutung, dass die Badehose, die Erdnüsse, das Handtuch bzw. die Zahnbürste mitgenommen wird.
- (b) Stellen Sie eine aussagenlogische Formel φ auf, die ausschließlich die Aussagensymbole B, E, H und Z benutzt und die widerspiegelt, dass die Regeln (1)-(3) gleichzeitig erfüllt sein müssen.
- (c) Stellen Sie eine Wahrheitstafel für die Formel φ auf.
- (d) Travel light! Arthur fühlt sich nicht wohl mit überbordendem Gepäck. Geben Sie eine erfüllende Interpretation für Ihre Formel φ an, bei der die Anzahl der mit wahr interpretierten Aussagensymbole minimal ist. Zeigen Sie, dass Ihre Lösung korrekt ist.
- (e) Ford besteht darauf: Das Handtuch kommt mit! Gibt es eine erfüllende Interpretation \mathcal{I} für Ihre Formel φ mit $\mathcal{I}(H) = 1$? Wenn ja, geben Sie diese an!

Aufgabe 4: (20 Punkte)

(a) Arbeiten Sie Kapitel 1 des Buchs "Learn Prolog Now!" durch, dessen Online-Version Sie unter http://www.learnprolognow.org finden. Das heißt *nicht nur* lesen, sondern Sie sollten sich auch mit der Bedienung des Prolog-Systems vertraut machen. Unter

https://www.informatik.hu-berlin.de/de/forschung/gebiete/loginf/lehre/logik/swi

finden Sie eine Kurzanleitung dazu. Sie sollten auf jeden Fall dazu in der Lage sein, z.B. die Beispiele aus dem Buch in Prolog auszuprobieren.

(b) Gegeben sei folgendes Prologprogramm.

```
verwandt(luke, lea).

ugute_seite(han).

mag(lea, han).

mag(luke, X) :- verwandt(luke, X).

mag(luke, X) :- gute_seite(X).

verfolgt(han, lea).

verfolgt(darth_vader, X) :- mag(luke, X).
```

Wie reagiert Prolog auf die folgenden Anfragen:

```
      (i) ?- gute_seite(luke).
      (iv) ?- mag(luke, Y).

      (ii) ?- verwandt(luke, _).
      (v) ?- verfolgt(X, lea).

      (iii) ?- mag(X, han).
      (vi) ?- verfolgt(darth_vader, Y).
```

(c) Stellen Sie dem in (b) gegebenen Prologprogramm die Zeile

```
verwandt(luke, darth_vader).
```

voran. Wie reagiert Prolog nun auf die Anfrage ?- verfolgt(darth_vader, Y).? Begründen Sie!