ESCUELA de ECONOMÍA
UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

SP6527 - Economía Computacional

Tarea 1

Profesor: Randall Romero Aguilar, PhD

Fecha límite de entrega: lunes 19 de septiembre de 2022, 6pm

Instrucciones

- Esta tarea debe ser resuelta individualmente. Puede colaborar con compañeros de clases, pero cada estudiante debe presentar su propio documento.
- Complete sus respuestas en el cuaderno de Jupyter adjunto a esta tarea. Envíe el cuaderno al correo randall.romero@ucr.ac.cr, escriba "Tarea 1 SP6527" en la línea de asunto, y cambiele el nombre al archivo de Jupyter a Tarea-1-######, donde ###### corresponde a su número de carné.
- Ajuste la primera celda del cuaderno de Jupyter para que tenga sus datos personales (nombre y carné).
- Las tareas que se envíen posterior a la fecha de entrega serán evaluadas, pero a la calificación obtenida se le deducirá 20 puntos por cada día de retraso.

---

1 Ecuaciones lineales

Pregunta 1: 5 puntos
Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones, usando la función `numpy.linalg.solve`:

$$
\begin{aligned}
3x - 0.1y - 0.2z &= 7.85 \\
0.1x + 7y - 0.3z &= -19.3 \\
0.3x - 0.2y + 10z &= 71.4
\end{aligned}
$$

Pregunta 2: 10 puntos
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales

$$
\begin{aligned}
x + 7y - 4z &= -51 \\
4x - 4y + 9z &= 62 \\
12x - y + 3z &= 8
\end{aligned}
$$

utilizando para ello la descomposición LU con pivoteo parcial.

(a) (2 puntos) Use la función `scipy.linalg.lu` para obtener la descomposición LU de la matriz

$$
A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & -4 \\ 4 & -4 & 9 \\ 12 & -1 & 3 \end{bmatrix}
$$

Pista:

```python
from scipy.linalg import lu

A = # completar esto

L , U = lu(A, permute_l=True)
```

Verifique su resultado multiplicando L por U. Debe ser igual a A

(b) (6 puntos) Utilice este resultado para resolver “con papel y lápiz” el sistema de ecuaciones.

(c) (2 puntos) Compare su resultado con el que obtendría resolviendo el sistema con la función `numpy.linalg.solve`.

Pregunta 3: 5 puntos
Considere el problema de resolver la ecuación lineal $Ax = b$ donde A es una matriz $n \times n$ y x y b dos vectores $n \times 1$, con x la incógnita.

(a) (2 puntos) ¿Qué es una matriz mal condicionada?

(b) (3 puntos) ¿Qué tipo de inconvenientes surge en esta ecuación lineal si A es mal condicionada?

2 Ecuaciones no lineales

Pregunta 4: 5 puntos

Mencione una ventaja y una desventaja del método de Broyden en comparación con el de Newton.

Pregunta 5: 10 puntos

Considere el problema de encontrar la raíz cúbica x de un número real arbitrario a.

(a) (4 puntos) Escriba una función de Python, llámela `raizcubica`, que tome por argumento cualquier número real x y que retorne su raíz cúbica:

$$x \equiv \texttt{raizcubica}(a) = \sqrt[3]{a}$$

La función debe usar el método de Newton, partiendo de un valor inicial $x_0 = 1$. Nota: No puede utilizar ninguna función del paquete `compecon` en esta parte.

(b) (2 puntos) Pruebe su función con el valor $x = 64$.

(c) (4 puntos) Escriba una nueva función de Python, llámela `raizcubica2`, que haga la misma tarea que la función `raizcubica`, pero que utilice para ello la clase `NLP` del paquete `compecon` y aplique el método de Broyden en vez del método de Newton.

Pregunta 6: 10 puntos

Con el método de iteración de funciones localice la raíz de

$$f(x) = \sin\left(\sqrt{x}\right) - x$$

Use un valor inicial de $x_0 = 0.5$ y haga iteraciones hasta que el valor absoluto del cambio en x de una iteración a la siguiente sea menor a 10^{-7}.

(a) (6 puntos) Sin utilizar la clase `NLP`.

(b) (4 puntos) Utilizando la clase `NLP`.

Pregunta 7: 10 puntos

Calcule las raíces de las siguientes ecuaciones simultáneas no lineales

$$x = y + x^2 - 0.5$$
$$y = x^2 - 5xy$$

Emplee los valores iniciales $x = y = 1.0$. Utilice la clase `NLP`.

(a) (3 puntos) Usando iteración de funciones

(b) (4 puntos) Usando el método de Newton

(c) (3 puntos) Usando el método de Broyden

Pregunta 8: 15 puntos

Considere el mercado de las papas, las cuales pueden almacenarse a lo largo de una temporada, pero no de una temporada a la siguiente. En este mercado, la cosecha s de una temporada se consume completamente en dos períodos, $t = 1, 2$, con lo que debe cumplirse la restricción

$$s = c_1 + c_2$$

donde c_t es el consumo del período t.

La competencia entre los almacenadores de papas elimina las oportunidades de arbitraje, por lo que

$$p_1 + \kappa = \delta p_2$$

donde p_t es el precio de equilibrio del período t, $k = 0.2$ el costo unitario de almacenar papas por un período, y $\delta = 0.95$ es un factor de descuento. La demanda en cada período es

$$p_t = c_T^{-5}$$

Calcule los precios de equilibrio p_1, p_2 para tamaños de cosecha $s = 1$, $s = 2$ y $s = 3$.