EGZAMIN Z MATEMATYKI DYSKRETNEJ
LUTY 2015, PIERWSZY TERMIN, CZAS: 200 MIN.
zadania powinny być rozwiązane na osobnych kartkach

ZADANIE 1
Udowodnij, że dla każdej ciągłej, nierosnącej funkcji rzeczywistej f, która przyjmuje wartości całkowite tylko dla argumentów całkowitych, zachodzi

$$\lceil f(x) \rceil = \lceil f(\lfloor x \rfloor) \rceil$$

Podaj analogiczny wzór dla funkcji niemalejącej.

ZADANIE 2
Podaj ilość możliwych rozmieszczeń n kulek do s szuflad tak, aby żadna szuflada nie była pusta i żadna nie zawierała więcej niż k kulek.

ZADANIE 3
Rozważamy sześciany, które mają 4 zielone krawędzie, a poza tym są całe czerwone. Oblicz ilość takich nierozróżnialnych sześcianów; dwa sześciany są nierozróżnialne, jeśli można obrócić jeden tak, że uzyskuje się drugi.

ZADANIE 4
Pokaż, że k–regularny graf dwudzielny spójny nie ma wierzchołka rozcinającego.

ZADANIE 5
Zbiór k psów, k kotów i k chomików chcielibyśmy podzielić na trójki, z których każda zawiera jednego psa, jednego kota i jednego chomika. O każdym psie wiemy, z którymi kotami jest w stanie żyć zgodnie. Podobnie o każdym kocie wiemy, które chomiki akceptuje. Mówimy, że trójka (pies, kot, chomik) jest *zgodna*, jeśli pies jest w stanie życ zgodnie z kotem i kot akceptuje chomika. Podaj wielomianowy algorytm który, jeśli to możliwe, dzieli zwierzęta na k rozłacznych zgodnych trójek (pies, kot, chomik) lub stwierdza, że taki podział jest niemożliwy.

ZADANIE 6
Niech $\mathcal{T}$ będzie takim zbiorem poddrzew ustalonego drzewa, że elementy $\mathcal{T}$ mają parami niepusty przekrój. Udowodnij, że $\bigcap_{\mathcal{T}} T$ nie jest grafem pustym.

POWODZENIA !

EGZAMIN Z MATEMATYKI DYSKRETNEJ
LUTY 2015, TERMIN POPRAWKOWY, CZAS: 200 MIN.
zadania powinny być rozwiązane na osobnych kartkach

ZADANIE 1

Ile jest permutacji zbioru $\{1, \dots, n\}$, w których żadne dwie sąsiednie liczby nie są parzyste? (wymagany wzór zwarty)

ZADANIE 2

Ile jest możliwych indywidualnych numerów rejestracyjnych pojazdów w Polsce? Numer taki składa się kolejno z litery oznaczającej województwo, cyfry, oraz indywidualnego wyróżnika pojazdu: ciągu od trzech do pięciu znaków (liter lub cyfr), z których najwyżej dwa ostatnie mogą być cyframi. Zignoruj zastrzeżenie mówiące, że indywidualny wyróżnik pojazdu nie może zawierać treści obraźliwych lub niezgodnych z zasadami współżycia społecznego.
Podaj wzór opisujący liczbę „uogólnionych indywidualnych wyróżników pojazdu", tj. ciągów od k do l znaków, z których najwyżej m ostatnich może być cyframi, ale pierwszy musi być literą. Załóż, że jest 16 województw i 26 liter w alfabecie.

ZADANIE 3

W klasie jest $2n$ dzieci siedzących w n dwuosobowych ławkach. Klasa jedzie na wycieczkę autokarem, w którym jest $2n$ ponumerowanych miejsc: miejsce $2i - 1$ jest obok miejsca $2i$ (i tylko te miejsca ze sobą sąsiadują). Klasa jest dość niesforna i Nauczyciel chce zerwać istniejące więzi społeczne: żaden uczeń nie może siedzieć w autobusie obok swojego kolegi z ławki. Na ile sposób można tak usadzić uczniów w autokarze?

ZADANIE 4

Pokaż, że jeśli graf spójny G nie jest kliką ani cyklem, to można z niego usunąć dwa niesąsiadujące wierzchołki tak, by pozostał spójny.

ZADANIE 5

Podaj funkcję tworząca dla ciągu $\{a_n\}$, gdzie a_n oznacza liczbę nieizomorficznych grafów 2-regularnych o n wierzchołkach.

ZADANIE 6

Udowodnij, że $n \nmid (n-1)!$ wtedy i tylko wtedy gdy n jest pierwsza lub $n = 4$.

POWODZENIA !

12/33

$$\sum_{d=k}^{l} 26^{d-\min(m,d-1)} \sum_{c=0}^{\min(m,d-1)} 10^c\, 26^{\min(m,d-1)-c} = \sum_{d=k}^{l} \sum_{c=0}^{\min(m,d-1)} 10^c\, 26^{d-c}$$

A-F | G-J | K-L | M-R | S | T-Z