Wersja: **A**

Numer indeksu: 000000

Grupa[1]:

8–10 s. 5	8–10 s.103	8–10 s.104
8–10 s.105	8–10 s.140	12–14 zaaw
12–14 LPA	14–16 s.105	14–16 s.139

Logika dla informatyków

Kolokwium nr 2, 12 grudnia 2014

czas pisania: 30+60 minut

Zadanie 1 (2 punkty). Rozważmy zbiór dwuelementowy $A = \{a, b\}$. W prostokąt poniżej wpisz liczbę relacji zwrotnych na zbiorze A.

4

Zadanie 2 (2 punkty). Jeżeli istnieje zbiór A oraz taka relacja $R \subseteq A \times A$, że $RR = R$ to w prostokąt poniżej wpisz przykład takiej relacji. W przeciwnym przypadku wpisz słowo „NIE".

$A = \{1\}$, $R = \{\langle 1, 1\rangle\}$

Zadanie 3 (2 punkty). Mówimy, że rodzina zbiorów $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ jest *wstępująca*, jeżeli dla wszystkich $n \in \mathbb{N}$ zachodzi inkluzja $A_n \subseteq A_{n+1}$. Jeżeli istnieje zbiór A oraz taka nieskończona, wstępująca rodzina $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ parami różnych zbiorów, że $\bigcup_{i=0}^{\infty} A_i \subseteq A$ oraz $\bigcup_{i=0}^{\infty} A_i \neq A$, to w prostokąt poniżej wpisz przykład takiego zbioru A i rodziny $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$. W przeciwnym przypadku wpisz słowa „NIE ISTNIEJE".

$A = [1, 3]$, $A_n = [1, 2 - \frac{1}{1+n}]$

Zadanie 4 (2 punkty). Niech funkcja $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ będzie dana wzorem

$$f(\langle n, m\rangle) = \frac{|n-m| + n + m}{2}.$$

W prostokąt poniżej wpisz obliczony obraz zbioru $\{\langle m, 2m\rangle \mid m \in \mathbb{N}\}$ w odwzorowaniu f.

$\{2m \mid m \in \mathbb{N}\}$

Zadanie 5 (2 punkty). Rozważmy zbiory osób O, barów B i soków S oraz relacje $\mathit{Bywa} \subseteq O \times B$, $\mathit{Lubi} \subseteq O \times S$ i $\mathit{Podają} \subseteq B \times S$ informujące odpowiednio o tym jakie osoby bywają w jakich barach, jakie osoby lubią jakie soki oraz jakie bary podają jakie soki. W prostokąt poniżej wpisz taką formułę φ, że $\{x \mid \varphi\}$ jest zapytaniem relacyjnego rachunku dziedzin oznaczającym wykaz osób bywających we wszystkich barach podających sok *Malinowy*.

$x \in O \wedge \forall b \in B\ (\mathit{Podają}(b, '\mathit{Malinowy}') \Rightarrow \mathit{Bywa}(x, b))$

[1] Proszę zakreślić dzień tygodnia, godzinę i numer sali, w której odbywają się ćwiczenia.

Wersja: **A**

Numer indeksu: 000000

Grupa[1]:

8–10 s. 5	8–10 s.103	8–10 s.104
8–10 s.105	8–10 s.140	12–14 zaaw
12–14 LPA	14–16 s.105	14–16 s.139

Zadanie 6 (5 punktów). Rozważmy funkcję $F : \{2n \mid n{\in}\mathbb{N}\}^{\{1,3,5\}} \to \{2n+1 \mid n{\in}\mathbb{N}\}^{\{3,5,7\}}$ zdefiniowaną w następujący sposób: dla $f : \{1,3,5\} \to \{2n \mid n{\in}\mathbb{N}\}$ funkcja $F(f) : \{3,5,7\} \to \{2n+1 \mid n{\in}\mathbb{N}\}$ jest zadana wzorem $(F(f))(x) = f(x-2)+1$. Udowodnij, że F jest różnowartościowa. Czy F jest bijekcją? Uzasadnij odpowiedź (tzn. udowodnij, że F jest bijekcją lub udowodnij, że F nie jest bijekcją).

Zadanie 7 (5 punktów). Niech R i S będą symetrycznymi relacjami na zbiorze A. Udowodnij, że jeśli $SR = RS$ to relacja RS jest symetryczna.

Zadanie 8 (5 punktów). Na zbiorze $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ wszystkich funkcji z $\mathbb{N}$ w $\mathbb{N}$ wprowadzamy relację binarną R wzorem

$$R(f,g) \stackrel{\text{df}}{\iff} \exists m \forall n{>}m\ f(n) = g(n).$$

Udowodnij, że relacja R jest przechodnia.

[1] Proszę zakreślić dzień tygodnia, godzinę i numer sali, w której odbywają się ćwiczenia.

Wersja: **B**

Numer indeksu: 000000

Grupa[1]:

8–10 s. 5	8–10 s.103	8–10 s.104
8–10 s.105	8–10 s.140	12–14 zaaw
12–14 LPA	14–16 s.105	14–16 s.139

Logika dla informatyków

Kolokwium nr 2, 12 grudnia 2014

czas pisania: 30+60 minut

Zadanie 1 (2 punkty). Rozważmy zbiór dwuelementowy $A = \{a, b\}$. W prostokąt poniżej wpisz liczbę relacji symetrycznych na zbiorze A.

8

Zadanie 2 (2 punkty). Jeżeli istnieje zbiór A oraz taka relacja $R \subseteq A \times A$, że $RR \neq R$ to w prostokąt poniżej wpisz przykład takiej relacji. W przeciwnym przypadku wpisz słowo „NIE”.

$A = \{1, 2\}$, $R = \{\langle 1, 2\rangle\}$

Zadanie 3 (2 punkty). Mówimy, że rodzina zbiorów $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ jest *zstępująca*, jeżeli dla wszystkich $n \in \mathbb{N}$ zachodzi inkluzja $A_n \supseteq A_{n+1}$. Jeżeli istnieje taka nieskończona, zstępująca rodzina $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ parami różnych zbiorów, że $\bigcap_{i=0}^{\infty} A_i \neq \emptyset$, to w prostokąt poniżej wpisz przykład takiej rodziny $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$. W przeciwnym przypadku wpisz słowa „NIE ISTNIEJE”.

$A_n = [1, 1 + \frac{1}{1+n}]$

Zadanie 4 (2 punkty). Niech funkcja $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ będzie dana wzorem

$$f(\langle n, m\rangle) = \frac{|n - m| + n + m}{2}.$$

W prostokąt poniżej wpisz obliczony przeciwobraz zbioru $\{2014\}$ w odwzorowaniu f.

$\{\langle n, 2014\rangle \mid n \in N \wedge n \leq 2014\} \cup \{\langle 2014, n\rangle \mid n \in N \wedge n \leq 2014\}$

Zadanie 5 (2 punkty). Rozważmy zbiory osób O, barów B i soków S oraz relacje $Bywa \subseteq O \times B$, $Lubi \subseteq O \times S$ i $Podają \subseteq B \times S$ informujące odpowiednio o tym jakie osoby bywają w jakich barach, jakie osoby lubią jakie soki oraz jakie bary podają jakie soki. W prostokąt poniżej wpisz taką formułę φ, że $\{x \mid \varphi\}$ jest zapytaniem relacyjnego rachunku dziedzin oznaczającym wykaz osób bywających tylko w barach podających sok *Malinowy*.

$x \in O \wedge \forall b \in B\ (Bywa(x, b) \Rightarrow Podają(b, 'Malinowy'))$

[1] Proszę zakreślić dzień tygodnia, godzinę i numer sali, w której odbywają się ćwiczenia.

Wersja: **B**

Numer indeksu: 000000

Grupa[1]:

8–10 s. 5	8–10 s.103	8–10 s.104
8–10 s.105	8–10 s.140	12–14 zaaw
12–14 LPA	14–16 s.105	14–16 s.139

Zadanie 6 (5 punktów). Rozważmy funkcję $F : \{1,3,5\}^{\{2n|n\in\mathbb{N}\}} \to \{2,4,6\}^{\mathbb{N}}$ zdefiniowaną w następujący sposób: dla $f : \{2n \mid n\in\mathbb{N}\} \to \{1,3,5\}$ funkcja $F(f) : \mathbb{N} \to \{2,4,6\}$ jest zadana wzorem $(F(f))(x) = f(2x) + 1$. Udowodnij, że F jest „na”. Czy F jest bijekcją? Uzasadnij odpowiedź (tzn. udowodnij, że F jest bijekcją lub udowodnij, że F nie jest bijekcją).

Zadanie 7 (5 punktów). Niech R i S będą przechodnimi relacjami na zbiorze A. Udowodnij, że jeśli $SR = RS$ to relacja RS jest przechodnia

Zadanie 8 (5 punktów). Na zbiorze $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ wszystkich podzbiorów zbioru liczb naturalnych wprowadzamy relację binarną R wzorem

$$R(X,Y) \overset{\text{df}}{\iff} \exists m \forall n{>}m \; n \in X \Leftrightarrow n \in Y.$$

Udowodnij, że relacja R jest przechodnia.

[1]Proszę zakreślić dzień tygodnia, godzinę i numer sali, w której odbywają się ćwiczenia.