Egzamin z matematyki dyskretnej

luty 2002, termin poprawkowy, część B, czas: 120 min.

Zadanie 1

Na okręgu rozmieszczono $2n$ punktów. Na ile sposobów można te punkty połaczyć n nie przecinającymi się odcinkami tak by każdy z punktów był końcem dokładnie jednego odcinka?

Zadanie 2

Cięciem w grafie G nazywamy minimalny w sensie zawierania podzbiór krawędzi C, których usunięcie rozspaja G. Dany jest zbiór podzbiór krawędzi C' o tej własności, że z każdym cięciem ma parzystą liczbę wspólnych krawędzi. Pokaź, że C' jest sumą krawędziowo rozłącznych cykli.

Zadanie 3

Niech P_n będzie prawdopodobieństwem, że w losowym n-wierzchołkowym drzewie (wszystkie drzewa poetykietowane są jednakowo prawdopodobne) wierzchołek 1 jest liściem. Oblicz granicę $\lim_{n\to\infty} P_n$.

Wsk.: Rozważ kody Prüfera drzew.

Zadanie 4

Pokaź, że problemy istnienia w grafie skierowanym (skierowanej) drogi i cyklu Hamiltona są wielomianowo równoważne. To znaczy pokaź że albo dla obu problemów istnieje algorytm wielomianowy albo dla żadnego nie istnieje.

Powodzenia !