

MATEMATYKA DYSKRETNA, II ROK INFORMATYKI,  
LUTY 1997, TERMIN: 1, CZĘŚĆ: 1, CZAS: 120 MIN.

ZADANIE 1

Dany jest następujący algorytm Euklidesa obliczający  $\gcd(a, b)$ :

```
function gcd(a, b);  
begin while b > 0 do  
    (a, b) ← (b, a mod b);  
    gcd ← a;  
end;
```

Pokaż, że dla nieujemnych  $a, b$  i  $n > 0$ , jeśli  $a \leq F_{n+2}$  lub  $b \leq F_{n+1}$ , to algorytm ten wykonuje co najwyżej  $n$  iteracji pętli **while** i wskaż takie  $a, b$ , dla których liczba iteracji równa jest  $n$ . Pokaż, że jeśli  $T(k)$  jest największą liczbą iteracji algorytmu Euklidesa, gdy większa z liczb  $a, b$  ma w zapisie dwójkowym długość  $k$ , to  $T(k) \sim c \cdot k$  i oblicz wartość stałej  $c$ .

ZADANIE 2

Rozwiąż zależność rekurencyjną:

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n + 3^n - 1, \text{ gdy } a_0 = a_1 = 0$$

ZADANIE 3 Na teren fabryki, w której pracuje  $n$  osób można wejść jednym z  $k$  wejść. Przy każdym wejściu jest wyłożona lista obecności, na którą kolejno wpisują się pracownicy wchodzący tym wejściem w danym dniu (każdy wpisuje się na dokładnie jedną listę). Na ile sposobów mogą zostać wypełnione listy obecności w tym dniu (liczy się również kolejność na listach)

ZADANIE 4

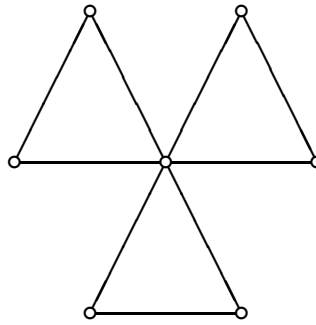
Ile jest rozłożeń ośmiu wzajemnie nieatakujących się wież na szachownicy  $8 \times 8$  takich, że żadna z wież nie leży na przekątnej a1 – h8?

POWODZENIA !

MATEMATYKA DYSKRETNA, II ROK INFORMATYKI,  
LUTY 1997, TERMIN: 1, CZĘŚĆ: 2, CZAS: 120 MIN.

ZADANIE 1

Oblicz rząd grupy automorfizmów grafu:



ZADANIE 2

Kolorowaniem krawędzi grafu nazywamy takie przyporządkowanie kolorów krawędziom grafu, że żadne dwie krawędzie wychodzące z tego samego wierzchołka nie są tego samego koloru. Pokaż, że krawędzie grafu  $K_n$  można pokolorować  $n - 1$  kolorami dla  $n$  parzystego, a dla nieparzystego  $n$  nie można.

ZADANIE 3

Jaka jest największa, a jaka najmniejsza liczba krawędzi, które może posiadać graf  $n$ -wierzchołkowy z  $k$  składowymi spójnościami?

ZADANIE 4

Napisz procedurę używającą przeszukiwania włąb dla znajdowania w grafie wierzchołka, którego usunięcie rozspaja ten graf.

POWODZENIA !