EGZAMIN Z MATEMATYKI DYSKRETNEJ
STYCZEŃ 2012, PIERWSZY TERMIN, CZĘŚĆ A, CZAS: 125 MIN.
zadania powinny być rozwiązane na osobnych kartkach

ZADANIE 1
Daną mamy trzywymiarową kostkę $K = [1, n] \times [1, n] \times [1, n]$ (n jest liczbą naturalną). Chcemy wybrać z niej k punktów o całkowitych współrzędnych tak, aby żadne dwa z nich nie miały tej samej współrzędnej (pierwszej, drugiej ani trzeciej). Na ile sposobów możemy to zrobić?

ZADANIE 2
Oblicz sumę

$$\sum_{\substack{A,B\subseteq\{1,2,\ldots,n\} \\ |A\cap B|=1}} |A| + |B|.$$

ZADANIE 3
Oblicz prawdopodobieństwo, ze rzucając n razy dwoma kostkami do gry uzyskamy wszystkie pary $\{i, i\}$, gdzie $i = 1, \ldots, 6$.

ZADANIE 4
Rozważamy zbiór wszystkich plansz kwadratowych 4×4 pól. Plansze posiadają 8 pól czarnych i 8 białych dowolnie rozmieszczonych na planszy. Ile jest istotnie różnych różnych plansz, jeśli dwie plansze uważamy za istotnie różne gdy nie przechodzą na siebie przez symetrię lub obrót?

POWODZENIA !

Egzamin z matematyki dyskretnej

styczeń 2012, pierwszy termin, część B, czas: 125 min.

zadania powinny być rozwiązane na osobnych kartkach

Zadanie 5

Niech T będzie ustalonym drzewem na $k+1$ wierzchołkach. Pokaż, że jeżeli graf G jest prosty i minimalny stopień wierzchołka w G jest niemniejszy od k, to w G istnieje podgraf izomorficzny z T.

Zadanie 6

Pokaż, że jeśli graf kubiczny ma ścieżke Hamiltona, to ma przynajmniej 3 różne ścieżki Hamiltona. Ścieżki Hamiltona są różne, jeśli nie mają dokładnie tych samych krawędzi.

Zadanie 7

Dany mamy silnie spójny turniej T na n wierzchołkach (turniej tzn. dla każdej pary wierzchołków u, v digraf T zawiera (u, v) albo (v, u); silnie spójny znaczy, że dla każdej pary wierzchołków u, v w T istnieje ścieżka skierowana z u do v jak również z v do u.) Pokaż, że dla każdego k, $3 \leq k \leq n$ T zawiera cykl o długości k.

Zadanie 8

Oblicz liczbę drzew spinających grafu $K_n \setminus e$, gdzie e dowolną krawędzią K_n.

Powodzenia !