EGZAMIN Z MATEMATYKI DYSKRETNEJ LUTY 2001, PIERWSZY TERMIN, CZĘŚĆ B, CZAS: 120 MIN.

Zadanie 1

Pokaź, źe wykładnicza funkcja tworząca G'(z) pewnego ciągu jest powiązana ze zwykłą funkcją tworzącą G(z) za pomocą równania

$$\int_0^\infty G'(zt)e^{-t}dt = G(z)$$

jeśli tylko całka ta istnieje.

Zadanie 2

Pokaź, źe liczba krawędzi grafu, który nie zawiera jako podgrafu kliki czterowierzchołkowej wynosi co najwyźej $\lfloor n^2/3 \rfloor$.

Zadanie 3

Niech $\chi(G)$ będzie liczbą chromatyczną grafu G, a \bar{G} dopełnieniem grafu G. Pokaź, źe

$$\chi(G) + \chi(\bar{G}) \ge 2\sqrt{n}.$$

Zadanie 4

Załóźmy, źe dysponujemy procedurą, która dla dowolnego grafu odpowiada w czasie wielomianowym, TAK gdy ma on drogę Hamiltona, i NIE gdy nie posiada on takiej drogi. Skonstruuj algorytm uźywający tej procedury i konstruuący drogę Hamiltona w dowolnym grafie w czasie wielomianowym (lub odpowiadający NIE gdy nie ma takiej drogi).

POWODZENIA!

EGZAMIN Z MATEMATYKI DYSKRETNEJ LUTY 2001, PIERWSZY TERMIN, CZĘŚĆ B, CZAS: 120 MIN.

Zadanie 1

Pokaź, źe wykładnicza funkcja tworząca G'(z) pewnego ciągu jest powiązana ze zwykłą funkcją tworzącą G(z) za pomocą równania

$$\int_0^\infty G'(zt)e^{-t}dt = G(z)$$

jeśli tylko całka ta istnieje.

Zadanie 2

Pokaź, źe liczba krawędzi grafu, który nie zawiera jako podgrafu kliki czterowierzchołkowej wynosi co najwyźej $\lfloor n^2/3 \rfloor$.

Zadanie 3

Niech $\chi(G)$ będzie liczbą chromatyczną grafu G, a \bar{G} dopełnieniem grafu G. Pokaź, źe

$$\chi(G) + \chi(\bar{G}) \ge 2\sqrt{n}.$$

Zadanie 4

Załóźmy, źe dysponujemy procedurą, która dla dowolnego grafu odpowiada w czasie wielomianowym, TAK gdy ma on drogę Hamiltona, i NIE gdy nie posiada on takiej drogi. Skonstruuj algorytm uźywający tej procedury i konstruuący drogę Hamiltona w dowolnym grafie w czasie wielomianowym (lub odpowiadający NIE gdy nie ma takiej drogi).

POWODZENIA!