

Zadanie 8

Rozwiąż zależność rekurencyjną $a_n = \frac{1+a_{n-1}}{a_{n-2}}$ przy warunkach początkowych $a_0 = x$, $a_1 = y$.
Jakie muszą być x, y by ciąg był określony dla dowolnego $n \in \mathbb{N}$?

Rozwiązanie: Zauważmy, że :

- $a_0 = x$
- $a_1 = y$
- $a_2 = \frac{1+x}{y}$
- $a_3 = \frac{1+x+y}{y^2}$
- $a_4 = \frac{1+x+y+y^2}{xy+y}$
- $a_5 = \frac{y(y+1)}{x+1}$
- $a_6 = y = a_1$
- $a_7 = \frac{x+1}{y} = a_2$
- ...

Czyli wystarczy, że dobrze określimy pierwsze elementy, a dalej ciąg będzie miał identyczne wartości (wynika to z pokazanych wyżej równości oraz definicji tego ciągu).

Wystarczy wybrać dowolne x, y przy założeniach $y \neq 0$, $x \neq -1$ $x \neq 0$