

Jako że nie umiałem rozwiązać zadań z egzaminu xD, to postanowiłem je chociaż spisać w celu późniejszego rozwiązania w ramach przygotowania do poprawki. Biercie i jedźcie z tego wszyscy. I, w przeciwieństwie do mnie, uczcie się na egzaminy. A jak wam się nie chce, to spisujcie treści zadań jak ja, przynajmniej ktoś ambitniejszy od nas na tym skorzysta.

1. W jakim czasie można wykonać operację **succ(x)** w:

- kopcu,
- kopcu dwumianowym,
- kopcu Fibonacciego,

która znajduje następnik klucza znajdującego się w wierzchołku o adresie **x**? Przez następnik klucza *k* rozumiemy najmniejszy występujący w kopcu klucz *k'* taki, że $k' > k$. Jeśli *k* jest największym kluczem w kopcu, to $k' = \infty$. Możesz założyć, że wszystkie klucze w kopcu są unikalne. Odpowiedź uzasadnij.

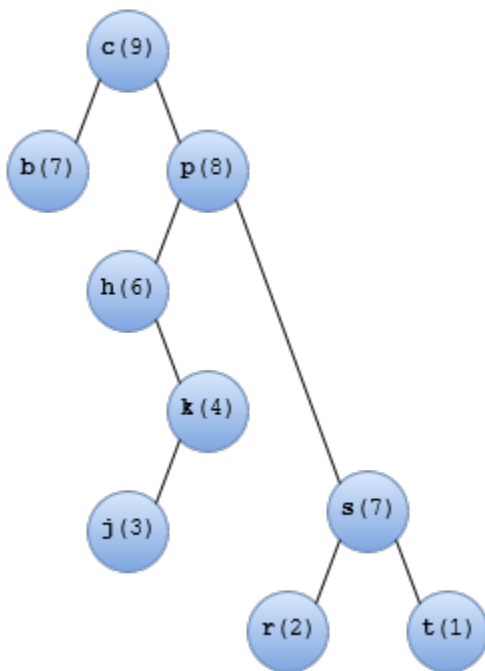
2. Rozwiąż równanie rekurencyjne (z redukcją do pierwiastka):

$$T(n) = \begin{cases} 1 : & n = 1 \\ T(\sqrt{n}) + O(1) : & \text{wpp.} \end{cases}$$

Możesz ograniczyć się do rozwiązania dla *n* mających odpowiednią postać (taką, by w trakcie redukcji argumenty dla *T* były liczbami naturalnymi).

3. Narysuj sieć Benesa-Waksmana dla $n = 8$.

4. Narysuj ciąg rotacji, które zostaną wykonane w trakcie wykonywania **delete(p)** na poniższym drzewcu. Litera w wierzchołkach drzewca oznaczają klucze, a liczby w nawiasach - priorytety. Rotacje wypisz w kolejności wykonywania.



Rysunek 1: Drzewiec dla zadania 4.

5. Opisz ideę algorytmu klasy NC dla problemu dodawania liczb naturalnych.
 6. Czy trójelementowe drzewo złożone z korzenia i dwóch jego synów może być drzewem splay? Odpowiedź uzasadnij.
 7. Opisz ideę algorytmu znajdowania mediany opartego na idei próbkowania losowego.
 8. Dlaczego algorytm Shift-And stosowany jest jedynie do wyszukiwania krótkich wzorców?
 9. Opisz (albo zapisz w pseudokodzie), w jaki sposób wykonywana jest operacja wstawiania klucza w drzewie van Emde Boasa.
 10. Jaka jest największa wartość funkcji π dla wzorca $P = (ab)^k$? Odpowiedź uzasadnij.
 11. W jakim czasie działa algorytm Kruskala, jeśli:
 - krawędzie podane są w kolejności rosnących wag;
 - kolejka priorytetowa zaimplementowana jest przy pomocy kopca Fibonacciego.
- Odpowiedź uzasadnij. *Uwaga: Oba te warunki są spełnione jednocześnie.*
12. Zapisz w pseudokodzie algorytm wielomianowy, znajdujący minimalny koszt obliczenia iloczynu ciągu macierzy.
 13. Przedstaw ideę szybkiego algorytmu sprawdzania izomorfizmu drzew. W jakim czasie działa ten algorytm?
 14. W jakim czasie można wykonać ciąg n operacji **union** i **find**, w którym wszystkie operacje **union** poprzedzają operacje **find**? Odpowiedź uzasadnij.
 15. Podaj definicję problemu plecakowego z powtórzeniami i przedstaw pseudowielomianowy algorytm rozwiązujący ten problem. Uzasadnij, że jest on pseudowielomianowy.
 16. Jak wiadomo, FFT jest algorytmem opartym na strategii Dziel i Zwyciężaj. Przedstaw redukcję wykonaną w tym algorytmie.
 17. Napisz w pseudokodzie szybką procedurę budowy kopca. W jakim czasie działa ta procedura?
 18. Wyjaśnij, na czym polega operacja kaskadowego odcinania w kopcu Fibonacciego.
 19. Jaką największą wysokość może mieć drzewo AVL zawierające 67 kluczy? Odpowiedź uzasadnij.
 20. Jaka jest oczekiwana liczba kolizji podczas wstawiania n kluczy do tablicy o $m = n^2$ elementach, jeśli do wyznaczania miejsc wstawiania użyjemy funkcji o postaci $h(k) = ((ak + b) \bmod p) \bmod m$, gdzie:
 - p jest liczbą pierwszą większą od każdego ze wstawianych kluczy i większą od m ,
 - a jest losowo wybraną (z rozkładem jednostajnym) liczbą z przedziału $(0, p - 1]$,
 - b jest losowo wybraną (z rozkładem jednostajnym) liczbą z przedziału $[0, p - 1]$.

Odpowiedź uzasadnij.