

23 czerwca 2017

# EGZAMIN Z AISD. CZĘŚĆ 1.

IIUWr II rok informatyki

Numer indeksu:

PAMIĘTAJ: zakładamy Twoją niewiedzę! Nie będziemy szukać w Twoich rozwiązaniach błędów lecz dowodów Twojej wiedzy.

1. Opisz algorytm oparty na programowaniu dynamicznym wyznaczający optymalną kolejność mnożenia macierzy. Jaka jest jego złożoność? Jeśli jest to algorytm podany na wykładzie, możesz na tym poprzestać. W przeciwnym razie uzasadnij jego poprawność i złożoność.

2. Ile maksymalnie operacji *join* wykona się podczas łączenia kopców dwumianowych (wersja *eager*), z których każdy zawiera nie więcej niż 500 elementów?

Przypomnienie: operacja *join* łączy dwa drzewa dwumianowe tego samego rzędu.

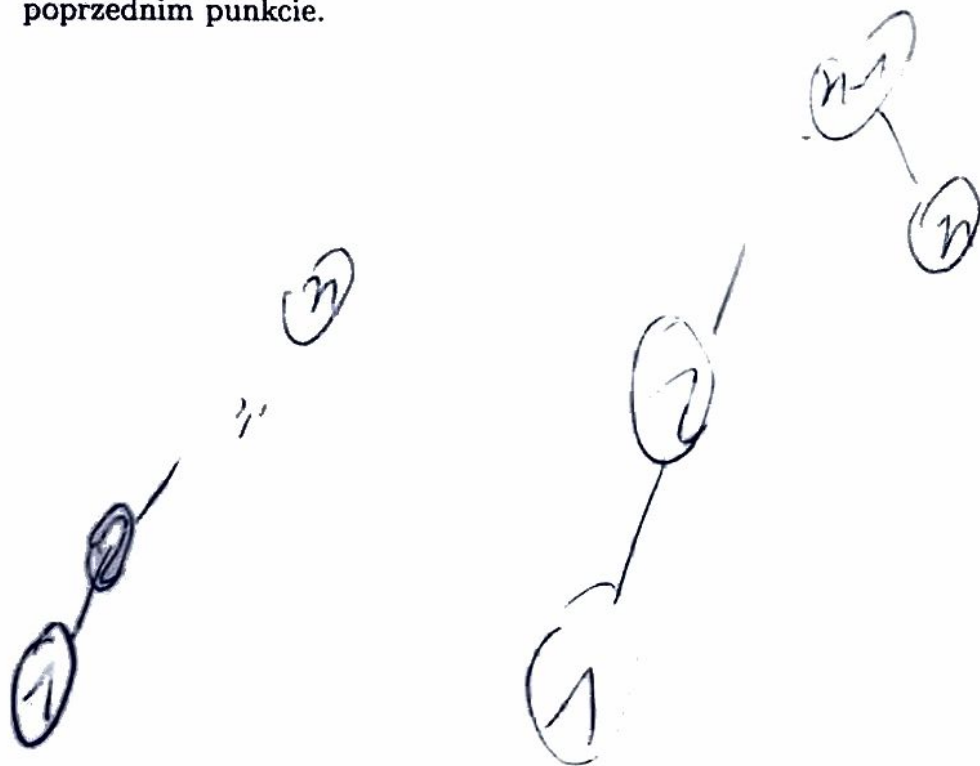
Numer indeksu:

3. Narysuj:

- drzewo Splay po wykonaniu na początkowo pustym drzewie ciągu operacji:

$insert(n), insert(n-1), \dots, insert(2), insert(1),$

- drzewo splay po wykonaniu operacji  $Splay(n), Splay(n-1)$  na drzewie otrzymanym w poprzednim punkcie.



4. Podaj przykład drzewca (tj. podaj wartości kluczy wraz z przydzielonymi im priorytetami) o  $n$  wierzchołkach, w którym każdy wierzchołek wewnętrzny ma tylko prawego syna. Następnie podaj, który wierzchołek będzie wymagał najwięcej rotacji podczas usuwania go. Ile to będzie rotacji? Odpowiedź uzasadnij.

5. Dolną granicę  $\lceil \frac{3}{2}n - 2 \rceil$  na liczbę porównań niezbędnych do wyznaczenia max i min w zbiorze  $n$  elementów można wykazać stosując grę z adversarzem. Opisz skuteczną strategię w takiej grze. Jeśli jest to strategia opisana na wykładzie, możesz na tym poprzestać. Jeśli jest to inna strategia, wykaż, że jest skuteczna.

6. Rozważamy haszowanie metodą adresowania otwartego, w której konflikty rozwiązujemy metodą liniową. Pokaż, że po umieszczeniu  $n/2$  kluczy w tablicy  $n$  elementowej, mogą istnieć dwie lokalizacje w tej tablicy, do których kolejny (tj.  $(n/2 + 1)$  szy) klucz ma szansę trafić z prawdopodobieństwem  $1/4$ .

Numer indeksu:

---

7. Opisz, w jaki sposób wybierany jest pivot w każdym z następujących algorytmów znajdowania  $k$  tego elementu:

- Algorytm Hoare'a,
- Algorytm Magicznych Piątek,
- Lazy Select.

8. Czy istnieje wzorzec o długości  $n$  (dla dowolnego  $n > 5$ ) nad alfabetem  $\{a, b\}$ , dla którego maksymalna wartość funkcji prefiksowej  $\pi$  jest równa

(a) 0,

(b) 1?

Numer indeksu:

---

9. Rozważamy  $B$  drzewa, których wierzchołki mogą pamiętać od dwóch do czterech kluczy. Narusuj, jak będzie wyglądać takie  $B$  drzewo po wstawieniu do początkowo pustego drzewa kolejno kluczy  $1, 2, \dots, 10$ .
10. Porównaj trudność problemu sprawdzania izomorfizmu drzew ukorzenionych i problemu sprawdzania izomorfizmu drzew nieukorzenionych.

Numer indeksu:

---

11. W algorytmie *Shift And* wykorzystywane są operacje logiczne na słowach maszynowych. Wy tłumacz, w jaki sposób?

12. Jak mocno można ograniczyć (w pesymistycznym przypadku) liczbę rotacji podczas usuwania wierzchołka z drzewa AVL o  $n$  wierzchołkach? Uzasadnij, że nie da się bardziej niż podać (aś).

Numer indeksu:

---

13. Niech  $T_i$  oznacza najmniejsze pod względem liczby wierzchołków drzewo o rzędzie  $i$ , które może zawierać kopiec Fibonacciego. Narysuj drzewa  $T_i$ , dla  $i = 0, 1, \dots, 6$ .

14. W jaki sposób, stosując iloczyn wektorowy, można sprawdzić, czy dwa punkty (powiedzmy  $p_1$  i  $p_2$ ) leżą po tej samej stronie prostej przechodzącej przez dwa punkty (powiedzmy  $A$  i  $B$ )?



Numer indeksu:

---

15. Ile pamięci zajmuje słownik statyczny (oparty o haszowanie dwupoziomowe) zawierający  $n$  kluczy? Co musimy w nim pamiętać oprócz samych kluczy?

16. Podaj definicję i przykład uniwersalnej rodziny funkcji haszujących.



Numer indeksu:

---

17. Algorytm FFT używaliśmy do zamiany współczynnikowej reprezentacji wielomianu w reprezentację jako zbiór wartości wielomianu. Uzasadnij, dlaczego FFT możemy także zastosować do zamiany odwrotnej.
18. W analizie problemu Union Find wykorzystywaliśmy pojęcia rzędu wierzchołka oraz grupy rzędu. Przypomnij definicje tych pojęć. Ile maksymalnie bitów potrzebujemy przeznaczyć na pamięć rzędu w każdym wierzchołku?

Numer indeksu:

---

19. Wyjaśnij, po co pamiętane są wartości min i max w każdej strukturze rekurencyjnej w drzewach (kolejkach) van Emde Boasa.
20. Przypomnij sobie algorytm oparty na zasadzie Dziel i Zwyciężaj dla problemu znajdowania najbliższej pary punktów na płaszczyźnie. Opisz trzecią fazę algorytmu, a więc tę, która następuje po wywołaniach rekurencyjnych. Jak jest jej złożoność?