

Architektury systemów komputerowych

Lista 1

26 II 2015

$x_1 = 9$ (minimum na bdb)

1. Sprawdź, że zbiór $B = \{0, 1\}$ z określonymi na wykładzie działaniami $+$ i \cdot spełnia własności 1-10 z *Notatek*. Wolno korzystać jedynie z tabeli prawdy działań $+$, \cdot i $\bar{}$.
2. Korzystając z własności 1-10 z *Notatek* udowodnij następujące wzory:
 - a) $0 \cdot x = 0, \quad 1 + x = 1$
 - b) $x + x = x, \quad x \cdot x = x$
 - c) $x(x + y) = x, \quad x + xy = x$
3. Korzystając z własności 1-13 z *Notatek* udowodnij następujące równoważności:
 - b) $xy + x\bar{y} = x$
 - c) $(x + y) \cdot (x + \bar{y}) = x$
4. Korzystając z własności 1-13 z *Notatek* uprość wyrażenia:
 - a) $xz + xy\bar{z}$
 - b) $\overline{x + y} \cdot \overline{x + \bar{y}}$
 - c) $x + \bar{x}y + \bar{x}\bar{y}$
 - d) $(x\bar{y} + \bar{w}z)(w\bar{x} + y\bar{z})$
5. Napisz wyrażenie odpowiadające negacji F , a następnie uprość je stosując prawa de Morgana:
$$F(w, x, y, z) = xy\bar{z}(\bar{y}z + x) + (\bar{w}yz + \bar{x})$$
6. Utwórz tablice prawdy dla następujących wyrażeń:
 - a) $xyz + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$
 - b) $(x + y)(x + z)(\bar{x} + z)$
7. Zdefiniujmy nowe działanie \oplus na zbiorze $\{0, 1\}$: $x \oplus y = 1$ wtedy, gdy dokładnie jeden z argumentów x, y jest równy 1. Zauważ, że jest ono odpowiednikiem bramki XOR. Udowodnij lub obal następującą równoważność wyrażeń:

$$x \oplus (y \cdot z) = (x \oplus y) \cdot (x \oplus z).$$

8. Oto tablica prawdy pewnej funkcji boolowskiej:

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Zapisz odpowiadające jej wyrażenie w postaci dysjunkcyjnej postaci.

9. Zapisz wyrażenie z poprzedniego zadania w postaci koniunkcyjnej postaci. Udowodnij, że każda funkcja boolowska może być opisana przy użyciu wyrażenia w koniunkcyjnej postaci normalnej.
- 10.* Udowodnij, że wyrażenie $\bar{x} \bar{y} + xy + \bar{x}z$ nie da się zapisać w dysjunkcyjnej postaci normalnej przy użyciu mniej niż trzech składników.
11. Pokaż w jaki sposób bramkę XOR można zastąpić układem zbudowanym tylko tylko z bramek NAND.

Emanuel Kieroński