

**Zad 7 - dziwny wzór**

W podręcznikach z termodynamiki występuje wzór

$$\frac{\partial y}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial x}{\partial z} = -1$$

Wyjaśnić znaczenie tego wzoru i udowodnić jego prawdziwość.

*Dowód.* Załóżmy, że  $x, y, z$  są powiązane równaniem  $F(x, y, z) = 0$ .

Wtedy każdą ze zmiennych można określić jako :

- $x = x(y, z)$
- $y = y(x, z)$
- $z = z(x, y)$

Z twierdzenia o funkcji uwikłanej dostajemy, że :

$$\frac{\partial y}{\partial x} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial z}}$$

$$\frac{\partial x}{\partial z} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial z}}{\frac{\partial F}{\partial x}}$$

Zatem

$$\frac{\partial y}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial x}{\partial z} = (-1) \cdot \frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} \cdot (-1) \cdot \frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial z}} \cdot (-1) \cdot \frac{\frac{\partial F}{\partial z}}{\frac{\partial F}{\partial x}} = -1$$

□