EGZAMIN Z AISD. NR 1.

IIUWr. II rok informatyki.

Numer indeksu:

1. W trakcie egzaminu miałeś za zadanie napisać algorytm Karatsuby. Zdaje się, że lekko się pomyliłeś i napisałeś:

```
 \begin{aligned} & \textit{multiply}(a,b) \\ & n \leftarrow \textit{max}(|a|,|b|) \quad (* \mid x \mid \text{oznacza długość liczby } x \; *) \\ & \textbf{if } n \text{ jest małe } \textbf{then } \text{ pomnóż } a \text{ i } b \text{ klasycznym algorytmem} \\ & & \textbf{return } \text{ obliczony iloczyn} \\ & p \leftarrow \lfloor n/2 \rfloor \\ & a_1 \leftarrow \lfloor a/2^p \rfloor; \; a_0 \leftarrow a \; \mathbf{mod} \; 2^p \\ & b_1 \leftarrow \lfloor b/2^p \rfloor; \; b_0 \leftarrow b \; \mathbf{mod} \; 2^p \\ & z \leftarrow \textit{multiply}(a_0,b_0) \\ & y \leftarrow \textit{multiply}(2a_1+a_0,2b_1+b_0) \\ & x \leftarrow \textit{multiply}(a_1,b_1); \\ & \textbf{return} \end{aligned}
```

Dokończ instrukcję **return** tak, by algorytm miał sens i robił to co powinien (i to tak szybko, jak powinien).

2. Jak już zapewne dobrze wiesz po ostatniej kartkówce, do obliczania elementów pewnych ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie można zastosować metodę szybkiego podnoszenia macierzy do potęgi, a następnie wynik należy przemnożyć przez pewien wektor. Ułóż odpowiednią macierz dla elementów ciągu zdefiniowanego w następujący sposób:

$$h_{n+1} = \begin{cases} 7 & \text{dla } n = 1\\ h_n + n^3 & \text{dla } n > 1 \end{cases}$$

- (a) Do której potęgi należy podnieść tę macierz?
- (b) Przez jaki wektor należy ją przemnożyć?
- (c) Skąd odczytamy wynik (tj. wartość h_n)?

3. Profesor Gullible prowadzi badania nad udoskonaleniem algorytmu MergeSort i jest przekonany, że wymyślił sposób na scalanie w czasie stałym, który nie wpływa na zwiększenie czasu działania pozostałych części algorytmu. Jaką złożoność tak zmodyfikowanego algorytmu MergeSort spodziewa się otrzymać profesor?

4. Podaj przykład danych, dla których algorytm Boruvki może dać zły wynik. Jak można zapobiec takiemu działaniu algorytmu?

- 5. Podaj kolejność, w jakiej podzbiory będą dołączane do rozwiązania przez podany na wykładzie zachłanny algorytm dla problemu Pokrycia Zbioru (Set Cover) dla następujących danych:
 - uniwersum $U = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\},\$
 - podzbiory z ich wagami:

$$-S_1 = \{e_1, e_2, e_3\}; w(S_1) = 9$$

$$-S_2 = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}; w(S_2) = 12$$

$$-S_3 = \{e_4, e_5\}; w(S_3) = 5$$

$$-S_4 = \{e_1, e_3, e_5\}; w(S_4) = 6$$

Odpowiedź uzasadnij.

6. Na wykładzie rozważaliśmy dwie wersje wykonania operacji deletemin na kopcu. W jednej wersji usuwany element zastępowaliśmy elementem ze skrajnie prawego liścia ostatniego poziomu kopca; w drugiej wersji przesuwaliśmy dziurę powstałą po usunięciu minimum na spód kopca. W której wersji spodziewaliśmy się wykonać mniej porównań kluczy i dlaczego?

Numer indeksu:

- 7. Napisz, które z poniższych algorytmów sortują dane w sposób stabilny, a które nie. Dla tych drugich podaj przykład danych, które mogą zostać posortowane niestabilnie (w każdym przypadku uzasadnij ten fakt).
 - \bullet InsertSort
 - MergeSort
 - Quicksort
 - $\bullet \ \operatorname{HeapSort}$
 - SelectSort