Zadanie 1 (2012Z)

Daną mamy trzywymiarową kostkę $K = [1, n] \times [1, n] \times [1, n]$ (n jest liczbą naturalną). Chcemy wybrać z niej k punktów o całkowitych współrzędnych tak, aby żadne dwa z nich nie miały tej samej współrzędnej (pierwszej, drugiej ani trzeciej). Na ile sposobów możemy to zrobić?

Zadanie 2 (2012Z)

Oblicz sumę

$$\sum_{A,B\subseteq\{1,2,\ldots,n\}\wedge|A\cap B|=1} |A| + |B|$$

Zadanie 4 (2012P)

Danych mamy k nierozróżnialnych kul i n rozróżnialnych szuflad (ponumerowanych od 1 do n). Na ile sposobów możemy umieścić kule w szafkach tak, aby w każdej szufladzie parzystej była niepusta liczba kul, a w każdej szufladzie nieparzystej parzysta liczba?

Zadanie 2 (2010P)

Chcemy zbudować płot ustawiając w ciąg ustawiając w ciąg sztachetki. Mamy do dyspozycji nieograniczoną liczbę sztachetek bezbarwnych, s żółtych, s czerwonych i s niebieskich. Na ile sposobów możemy zbudować taki płot, jeśli wsród każdych kolejnych 7 sztachet znajdzie się przynajmniej jedna żółta i przynajmniej jedna niebieska sztacheta lub znajdzie się przynajmniej jedna sztacheta czerwona oraz sztachet żółtych i niebieskich musimy użyć tyle samo, powiedzmy n i jeśli c oznacza liczbę użytych sztachet czerwonych, to chcemy by $2n + 2c = 2s$.

Zadanie 3 (2009P)

Tablicę $2n$ elementową wypełniamy liczbami naturalnymi z przedziału $[1, n]$ tak, aby elementy na pozycjach parzystych tworzyły ciąg niemalejący. Na ile sposobów możemy to zrobić?

Zadanie 4 (2009P)

W tablicy prostokątnej $n \times m$ zaznaczamy p pól. Na ile sposobów możemy to zrobić, jeśli chcemy, aby w każdym wierszu i każdej kolumnie jakieś pole było zaznaczone.

Zadanie 2 (2007P

Niech $\{{X= \atop 1,2,\ldots,n}\}$. Niech $S_n = \sum_{A\subseteq X} max(A)$, gdzie $max(A)$ oznacza największy element w zbiorze A (przyjmujemy, że $max(\emptyset) = 0$). Podaj wzór jawny na S_n.

Zadanie 3 (2007P

Ile jest słów złożonych z liter a, b, c, d długości n, w których nie ma podsłów bb, cc, dd?

Zadanie 4 (2005P

Ile jest ciągów długości n złożonych z cyfr $0, 1, 2$, w których żadne dwa zera nie stoją obok siebie? Podaj zwartą postać.

Zadanie 1 (2004P)

Na ile sposobów można (kładąc klocki jeden na drugim) ułożyć wieżę o wysokości n z klocków białych o wysokości 1 i czarnych, czerwonych, niebieskich, zielonych, żółtych i różowych o wysokości 2? Podaj jawny wzór.

Zadanie 2 (2004P)

Ile jest takich permutacji $a_1, a_2, \ldots a_n$ liczb $1, 2, \ldots, n$, w których dla wszystkich i zachodzi $a_{i+1} \neq a_i + 1$?

Zadanie 2 (2003P)

Oblicz liczbę możliwych układów dziesięciu kart z 52, które zawierają (co najmniej po jednym) króla, damę i waleta. Wzór jawny.

Zadanie 4 (2003P)

Niech c_n oznacza liczbę ciągów n liczb ze zbioru $\{0, 1, 2\}$ nie zawierających dwóch sąsiednich jedynek ani dwóch sąsiednich dwójek. Podaj wzór jawny na c_n.

Zadanie 4 (2002P)

W ilu zerojedynkowych macierzach $n \times n$ co najmniej jeden wiersz składa się z samych zer?

Zadanie 2 (2015Z)

Podaj liczbę możliwych rozmieszczeń n kulek do s szuflad tak, aby żadna szuflada nie była pusta i żadna nie zawierała więcej niż k kulek.

Zadanie 1 (2015P)

Ile jest permutacji zbioru $\{1, 2, 3, \ldots, n\}$, w którym żadne dwie sąsiednie liczby nie są parzyste (wymagany wzór zwarty).

Zadanie 3 (2015P)

W klasie jest $2n$ dzieci siedzących w n dwuosobowych ławkach. Klasa jedzie na wycieczkę autokarem, w którym jest $2n$ ponumerowanych miejsc : miejsce $2i - 1$ jest obok miejsca $2i$ (i tylko te miejsca ze sobą sąsiadują).Klasa jest dość niesforna i nauczyciel chce zerwać istniejące więzi społeczne : żaden uczeń nie może siedzieć w autobusie obok swojego kolegi z ławki. Na ile sposobów może tak usadzić uczniów w autokarze?

Zadanie 4 (1997P)

Ile jest takich permutacji zbioru $\{1, 2, \ldots n\}$, że żadna z liczb $i \in \{1, 2, \ldots, k\}$ nie znajdzie się na pozycji i?

Zadanie 3 (2011Z)

Oblicz liczbę rozwiązań równania $x_1 + x_2 + \ldots + x_n = N$, gdy $0 \leqslant x_i \leqslant K$ dla $i = 1, 2, \ldots, n$.

Zadanie 2 (2008Z)

Oblicz

$$\sum_{A,B \subseteq X} |A \cup B|,$$

gdzie sumowanie odbywa się po wszystkich podzbiorach n elementowego zbioru X.

Zadanie 3 (2007Z)

Ile jest takich permutacji liczb $1, 2, \ldots, 2n$, w których żadne liczby $2k-1$, $2k$ nie stoją obok siebie?

Zadanie 3 (2006Z)

Ile jest liczb n-cyfrowych w zapisie dziesiętnym, które wśród tych cyfr mają co najmniej jedno $0, 1, 2$?

Zadanie 4 (2006Z)

Ile jest liczb n-cyfrowych w zapisie dziesiętnych, które mają wśród tych cyfr parzystą liczbę zer?

Zadanie 3 (2002Z)

Oblicz liczbę funkcji ze zbioru $\{1, 2, \ldots, m\}$ **na** $\{1, 2, 3 \ldots n\}$.

Zadanie 4 (2001Z)

Ile jest takich rozłożeń n rozróżnialnych piłeczek w k pudełkach ponumerowanych od 1 do k takich, że pudełka o numerach $1, 2, \ldots, l$ nie są puste?

Zadanie 3 (2013Z)

Znajdź liczbę grafów na zbiorze wierzchołków $\{1, 2, \ldots, n\}$, które składają się z cyklu o co najmniej trzech wierzchołkach i drogi o co najmniej jednej krawędzi wychodzącej z któregoś z wierzchołków tego cyklu. Wymagany zwarty wzór.

Zadanie 2 (2013P)

Ile jest permutacji liczb $\{1, 2, 3, \ldots, 2n\}$, w których dla żadnego k liczby $2k-1, 2k$ nie zajmują jednocześnie pozycji $2k-1, 2k$?