Notatki mdm

...

16 lutego 2014

Co było oceniane na 1 punkt w 3?(czy były ustalone w1,w2,...,wn, albo był dopuszczalny wzór w postaci sumy) i jaka była wzorcówka? 6. Jak to zadanie miało brzmieć i czemu brzmiało jak brzmiało?

1 Zadania

1.1 Zadanie 1.

$|\Omega| = \binom{49}{6}$ $|A|$ - ilość szóstek w których żadne 2 liczby nie są obok siebie co jest równe liczbie ciągów 43 zer i 6 jedynek w których żadne 2 jedynki nie są obok siebie Są 44 miejsca na jedynki, w 6 z nich wkładamy jedynki czyli z 44 miejsc wybieramy 6.
$|A| = \binom{44}{6}$

1.2 Zadanie 2

Jeżeli mamy 2 kolejne wyrazy a_i, a_{i+1} to mamy 2 możliwości (Rozważmy przypadki)
1.$a_i = 0$ lub $a_{i+1} = 0$
2.$a_i = a_{i+1}$
Sugerowane rozwiązanie było aby znaleźć zależność rekurencyjną.
x_n - liczba dopuszczalnych ciągów długości n.
Można jąznaleźć na parę różnych sposobów, ja spróbujęwam podać jakiś zoptymalizowany. Ciągi te mogą mieć jedną z 2 postaci. Mogą być zbudowane z n ciągów przez zdwojenie ostatniej liczby, takich jest x_n Poza tym mogą być ciągi które powstają z n-1 ciągów przez dodanie zera i jakiejś liczby p' co daje nam $9x_{n-1}$ ciągów. Jeszcze są ciągi które powstają przez dodanie 0. Jest ich x_n Policzyliśmy 2 razy ciągi które kończąsię na 2 zera więc musimy je odjąć. Jest ich x_{n-1} $x_{n+1} = x_n + x_n + 9x_{n-1} - x_{n-1} = 2x_n + 8x_{n-1}$ Jak ktoś znalazł taką zależność to dostał $\frac{3}{4}$ punktu. Jeszcze trzeba znaleźć warunki początkowe $x_1 = 10, x_0 = 1$ Potem używając metody anihilatorów otrzymujemy $x_n = 2*4^n - (-2)^n$. Niektórzy jako drugi pierwiastek otrzymywali 2, jeżeli ktoś dostawał taki wynik lub bardzo podobny to dostawał 1 punkt.

1.3 Zadanie 3

Odp na pytanie czy ustalone są $w_1, w_2, \ldots, w_r$ czy coś innego? Odpowiada Grzesiu że w może być ustalone ale on nie wie jak to zrobić wtedy (znaczy mówi że to jakoś dałoby się zrobić).// Każda warstwa to cykl kamieni (rysunek jak na tablicy kiedy pisaliśmy :P) Mamy r typów warstw, w_1 warstwy typu 1, etc. (w_i warstw i) razem to w. Każdy naszyjnik ma k kamieni, z tym że w każdej warstwie występują te same kamyki. Jeżeli obrócimy jakikolwiek w jednej warstwie to ma nie przechodzić na krążek tego samego typu (przez obrót wiadomo nie da się zmienić składu cyklu krążków). Na ile sposobów można zbudować taką bransoletkę? Jeżeli mamy określone typy (zbiory) kamieni w każdym zbiorze to liczba naszyjników danego typu to jest : Ustalamy typ k kamieni. Wtedy liczba istotnie różnych krążków wynosi $(k-1)! = \frac{k!}{k}$ bo jest k! sposobów ułożenia i k sposobów obrócenia tego krążka. To teraz ile mamy bransoletek? Liczba bransoletek : najpierw wybieramy w_1 krążków 1 typu, potem w_2 2 typu itd. aż do w_r $(k-1)!\underline{^{w_1}} * (k-1)!\underline{^{w_2}} \dots (k-1)!\underline{^{w_r}}$

1.4 Zadanie 4

Więc na początek to wybierzemy sobie, no ile może mieć, jaki może być stopień tego wierzchołka w środku, no więc stopień tego wierzchołka to $v_1 = 3, 4, \dots, n-1$ Jeśli ustalimy stopień wierzchołka w środku na d to mamy następującą liczbę gwiazd. Mamy stopnie wszystkich wierzchołków, jest d wierzchołków stopnia jeden, jeden wierzchołek stopnia d, więc reszta jest stopnia 2 (jest ich n-d-1). To teraz liczba gwiazd to liczba drzew o ciągu stopni wierzchołków $\underbrace{1, 1, \dots, 1}_{d}, \underbrace{2, 2, \dots, 2}_{n-d-1}, d$. Może najpierw uogólnionym symbolem Newtona

$$\binom{n}{\underbrace{1, 1, \dots, 1}_{n-d-1}, d-2}$$

Tylko tutaj, to jest, skąd to się bierze w ogóle? To się bierze stąd że jest tyle potencjalnych kodów prufera gdzie mamy jedną 1, 2, i n-2 liczbę mamy d-1 razy, ale my nie wiemy który wierzchołek ma który stopień w ogóle, natomiast nie wiemy że to jest o etykiecie n-2. to teraz mamy

$$\binom{n}{\underbrace{1, 1, \dots, 1}_{n-d-1}, d-2} * n * \binom{n-1}{d} = \frac{(n-2)! * n}{(d-1)!}\binom{n-1}{d}$$

Tylko że to jest dla konkretnego d więc odpowiedź to suma po wszystkich d

$$\sum_{d=3}^{n-1} \frac{(n-2)! * n}{(d-1)!}\binom{n-1}{d}$$

(Nie znana postać spójna przez Grzesia)

1.5 Zadanie 5

Weźmy sobie to kolorowanie 5 kolorami. Mamy graf G podzielony wg wierzchołków, ustalone kolorowanie, na 5 grup jest podzielony. Bez straty ogólności przyjmijmy że jest n_i wierzchołków koloru i, oraz $n_1 \leqslant n_2 \leqslant n_3 \leqslant n_4 \leqslant n_5$ można to też zapisać w sposób $\frac{n}{5} \leqslant n_5$. To kolorowanie można zmodyfikować kolorując dowolny podzbiór tego najliczniejszego na kolor 5(??) i dokolorowując reszte na kolor 6. Więc możemy przekolorować podzbiór koloru 5 na kolor 6 na 2^{n_5} sposobów uzyskując 2^{n_5} róznych 6-kolorowań G, no i tutaj

$$2^{n_5} \geqslant 2^{\frac{n}{5}} = (2^{\frac{1}{5}})^n = \Omega(c^n)$$

1.6 Zadanie 6

Nie zna przeformułowania żeby to zadanie dało się zrobić (nie wie czy miało to brzmieć inaczej czy tak właśnie, mówi że jak dr. Byrka rozwiązywał to nie zauważyli że jest źle

XD) Kontrprzykład jest trywialny, chyba każdy potrafi go podać (np. 2 cykle nierozłączne krawędziowo w których na jednym ta krawędź którą bierzemy jest najcięższa, na drugim zaś najlżejsza) Punktowany był kontrprzykład zatem. (Np. Kwadrat z bokami 3,3,1,1 i przekątną dzielącą go na 1,1 i 3,3 o wadze 2)