

Wersja:

A

Imię i nazwisko:

Logika dla informatyków

Sprawdzian nr 1, 27 października 2010

Zadanie 1 (1 punkt). Powiemy, że formuła φ jest *uproszczeniem* formuły ψ jeśli φ i ψ są równoważne oraz φ zawiera mniej spójników logicznych niż ψ . Jeśli istnieje uproszczenie formuły

$$(p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee r)$$

to w prostokąt poniżej wpisz dowolne takie uproszczenie. W przeciwnym przypadku wpisz słowo „NIE”.

Zadanie 2 (1 punkt). Jeśli istnieją takie formuły φ i ψ , że formuła $((p \vee q) \Rightarrow p)[p/\varphi, q/\psi]$ jest sprzeczna, to w prostokąty poniżej wpisz dowolne takie formuły. W przeciwnym przypadku w oba prostokąty wpisz słowo „NIE”.

φ :

ψ :

Zadanie 3 (1 punkt). W prostokąt poniżej wpisz formułę w dysjunkcyjnej postaci normalnej i równoważną formule $(\neg p \Leftrightarrow q) \wedge r$.

Zadanie 4 (1 punkt). W prostokąt poniżej wpisz formułę (o ile taka formuła istnieje), która jest prawdziwa dla dokładnie tych wartościowań zmiennych p, q, r , w których co najmniej dwie zmienne są prawdziwe. Jeśli taka formuła nie istnieje, to wpisz słowo „NIE”.

Zadanie 5 (1 punkt). Rozważmy spójnik logiczny \uparrow zdefiniowany tak, że formuła $p \uparrow q$ jest równoważna $\neg(p \wedge q)$. Jeśli istnieje formuła zbudowana ze zmiennych p, q , spójnika \uparrow i nawiasów, równoważna formule $p \Rightarrow q$, to w prostokąt poniżej wpisz dowolną taką formułę. W przeciwnym przypadku wpisz słowo „NIE”.

Zadanie 6 (5 punktów). Rozważmy formuły zbudowane ze zmiennej p , spójnika \Leftrightarrow i nawiasów. Udowodnij, że jeśli w takiej formule zmienna p występuje parzystą liczbę razy, to formuła ta jest tautologią.

Wersja:

C

Imię i nazwisko:

Logika dla informatyków

Sprawdzian nr 1, 27 października 2010

Zadanie 1 (1 punkt). W prostokąt poniżej wpisz formułę (o ile taka formuła istnieje), która jest prawdziwa dla dokładnie tych wartościowań zmiennych p, q, r , w których co najwyżej dwie zmienne są prawdziwe. Jeśli taka formuła nie istnieje, to wpisz słowo „NIE”.

Zadanie 2 (1 punkt). W prostokąt poniżej wpisz formułę w koniunkcyjnej postaci normalnej i równoważną formule $(\neg p \Rightarrow q) \vee r$.

Zadanie 3 (1 punkt). Powiemy, że formuła φ jest *uproszczeniem* formuły ψ jeśli φ i ψ są równoważne oraz φ zawiera mniej spójników logicznych niż ψ . Jeśli istnieje uproszczenie formuły

$$(p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$$

to w prostokąt poniżej wpisz dowolne takie uproszczenie. W przeciwnym przypadku wpisz słowo „NIE”.

Zadanie 4 (1 punkt). Rozważmy spójnik logiczny \downarrow zdefiniowany tak, że formuła $p \downarrow q$ jest równoważna $\neg(p \vee q)$. Jeśli istnieje formuła zbudowana ze zmiennych p, q , spójnika \downarrow i nawiasów, równoważna formule $\neg p \wedge q$, to w prostokąt poniżej wpisz dowolną taką formułę. W przeciwnym przypadku wpisz słowo „NIE”.

Zadanie 5 (1 punkt). Jeśli istnieją takie formuły φ i ψ , że formuła $((p \wedge q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)) [p/\varphi, q/\psi]$ jest tautologią, to w prostokąty poniżej wpisz dowolne takie formuły. W przeciwnym przypadku w oba prostokąty wpisz słowo „NIE”.

φ :

ψ :

Zadanie 6 (5 punktów). Rozważmy formuły zbudowane ze zmiennych p_1, p_2, \dots, p_{27} , spójnika \Leftrightarrow oraz nawiasów. Udowodnij, że każda taka formuła jest spełniona przez parzystą liczbę wartościowań zmiennych p_1, p_2, \dots, p_{27} .