

Rachunek prawdopodobieństwa dla informatyków – lista 6

1. (10p) Na końcowym egzaminie z rachunku prawdopodobieństwa student może otrzymać maksymalnie 100 pkt. Średnia ilość punktów uzyskana przez 800 studentów wynosi 72,5, a odchylenie standardowe 8.2. Stosując nierówność Czebyszewa, podaj (oszacowanie) co najmniej ilu studentów musiało otrzymać pomiędzy 55 i 90 pkt.
2. (10p) Oszacuj prawdopodobieństwo wyrzucenia pomiędzy 400 a 500 orłów na 900 rzutów idealną monetą.
3. (10p) Prawdopodobieństwo poprawnego przesłania pakietu danych wynosi 0.6. Niezależnie przesyłamy n pakietów. Cała transmisja kończy się sukcesem jeśli uda się przesłać poprawnie co najmniej połowę pakietów. Korzystając z nierówności Chernoffa znaleźć oszacowanie prawdopodobieństwa sukcesu.
4. (10p) Niech X będzie krotnością wystąpienia „6” w n rzutach idealną kością do gry. Porównaj oszacowania na $P(X \geq n/4)$ przy użyciu nierówności Markowa, Czebyszewa i Chernoffa.
5. (5p) Wyznaczyć funkcję tworzącą momenty dla zmiennej losowej $B(n,p)$. Niech $X \sim B(n,p)$, $Y \sim B(m,p)$ będą niezależnymi zmiennymi losowymi. Korzystając z funkcji tworzących momenty, znaleźć rozkład $X+Y$.
6. (10p) Wyznacz prawdopodobieństwo uzyskania co najmniej 55 orłów w 100 rzutach monetą i porównaj z oszacowaniem Chernoffa. To samo dla 550 orłów w 1000 rzutach (jeśli jest taka potrzeba, to można posłużyć się komputerem).
7. (5p) Niech $X \sim N(0,1)$. Znaleźć $E(X^k)$ dla $k=1,2,\dots$
8. (5p) Oszacować prawdopodobieństwo otrzymania nie mniej niż 50 i nie więcej niż 70 razy jednego oczka w 300 rzutach symetryczną kostką.
9. (5p) Rzucamy kostką 100 razy. Oszacować prawdopodobieństwo, że suma uzyskanych oczek jest zawarta pomiędzy 330 a 380.
10. (10p) Prawdopodobieństwo uszkodzenia elementu w ciągu czasu T wynosi 0.2. Oszacować jak duża powinna być liczba elementów, aby co najmniej 50 z nich nie uległo uszkodzeniu w czasie T z prawdopodobieństwem 0.9, 0.95, 0.99.
11. (10p) W teatrze mającym 600 miejsc są dwie szatnie – na prawo i na lewo od wejścia. Każdy wchodzący niezależnie od pozostałych widzów, losowo kieruje się do jednej z szatni. Oszacować, ile co najmniej „numerków” powinno być w każdej szatni, aby prawdopodobieństwo odesłania widza do drugiej szatni z powodu braku miejsca było nie większe niż 0.01.
12. (10p) Wynik pomiaru opóźnienia w transmisji na pojedynczym odcinku sieci komputerowej obarczony jest błędem systematycznym 0.5 i błędem losowym będącym zmienną losową o średniej 0 i wariancji 1. Dokonano pomiaru sieci składającej się ze 100 odcinków (pomiaru były niezależne od siebie). Niech Y będzie błędem całkowitym popełnionych przy badaniu całej sieci. Oszacować prawdopodobieństwo tego, że:
 - a) $Y < 75$
 - b) Wynik pomiaru nie przekracza rzeczywistej wartości mierzonego opóźnienia na trasie 100 odcinków.
13. (5p) Przyjmując, że błąd zapisu drugiej cyfry po przecinku w systemie dziesiętnym jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym $U[-0.5, 0.5]$, oszacować prawdopodobieństwo, że błąd powstały po zsumowaniu 1000 liczb będzie mniejszy niż 2.

14. (5p) Po mieście jeździ 200 tramwajów. Prawdopodobieństwo uszkodzenia jednego w ciągu doby wynosi 0.005. Zakładają, że tramwaje psują się niezależnie, oszacować prawdopodobieństwo awarii w ciągu doby co najwyżej 3 tramwajów.
15. (5p) Rzucamy 200 razy sześcioma kostkami. Oszacować prawdopodobieństwo otrzymania sześciu różnych wyników 0,1,...,5 razy.
16. (10p) W celu ustalenia frakcji (procentu) p dorosłych obywateli akceptujących kandydaturę pana ŁĄ na prezydenta, przeprowadzono sondaż opinii publicznej. Ile osób powinno być ankietowanych, aby z prawdopodobieństwem co najmniej 0.95 frakcja otrzymana z próby losowej różniła się od rzeczywistej frakcji p o mniej niż 0.01 jeśli wiadomo, że
- i) $p < 0.3$
 - ii) nie ma żadnych dodatkowych informacji o p .
17. (5p) Przy 10 000 rzutów monetą reszka pojawiła się 5400 razy. Oceń, czy uzasadnione jest przypuszczenie, że moneta była niesymetryczna.
18. (10p) 50 komputerów zostało wybranych z bardzo dużej partii i poddanych testom wydajności. Średni wynik testu dał 11.75 z odchyleniem standardowym 0.14.
- a) Jaki co najwyżej błąd popełniamy z prawdopodobieństwem 0.95, przyjmując wartość 11.75 za średni wynik testu wszystkich komputerów.
 - b) Zbudować przedział ufności na poziomie ufności 0.98 dla średniego wyniku testu.
19. (10p) REFERAT (jeśli zostanie czasu na ćwiczeniach): *Niezależność parami*.