

EGZAMIN Z MATEMATYKI DYSKRETNEJ
LUTY 2002, PIERWSZY TERMIN, CZĘĆ A, CZAS: 120 MIN.

ZADANIE 1

W poczekalni do lekarza, w rzędzie złożonym z n krzeseł siedzi k pacjentów w ten sposób, że żadeni dwaj z nich nie znajdują się na sąsiednich krzesłach. Na ile różnych sposobów mogą być rozsadzeni ci pacjenci?

ZADANIE 2

Pokaż, że jeśli $\frac{3^n-1}{2}$ jest liczbą pierwszą, to n jest liczbą pierwszą.

ZADANIE 3

Oblicz liczbę funkcji ze zbioru $\{1, 2, \dots, m\}$ na $\{1, 2, \dots, n\}$.

ZADANIE 4

W łamigłówce chińskich pierścieni na pręt nałożonych jest n pierścieni o numerach $1, 2, 3, \dots, n$. Rozwiązanie łamigłówki polega na zdjęciu wszystkich pierścieni z pręta. W jednym kroku możemy zdjąć lub założyć pierścień i gdy

- $i = 1$ lub
- pierścień $i - 1$ jest na pręcie a wszystkie wcześniejsze poza nim.

Jaka jest minimalna liczba kroków t_n koniecznych do rozwiązania tej łamigłówki? Ułóż zależność rekurencyjną na t_n i rozwiąż ją np. metodą anihilatorów wyznaczając jawny wzór na t_n .

POWODZENIA !

EGZAMIN Z MATEMATYKI DYSKRETNEJ
LUTY 2002, PIERWSZY TERMIN, CZĘĆ B, CZAS: 120 MIN.

ZADANIE 5

Z szachownicy $n \times n$ usunięto dwa pola. Pokaż, że pozostała część szachownicy można pokryć kostkami domina 1×2 **dokładnie wtedy** gdy n jest parzyste i usunięte pola są różnych kolorów.

ZADANIE 6

Dany jest graf prosty G , $n = |V(G)| > 3$ w którym dla dowolnych trzech wierzchołków u, v, w istnieje co najmniej dwie spośród trzech krawędzi $\{u, v\}, \{v, w\}, \{w, u\}$. Wykaż, że w G istnieje cykl Hamiltona.

ZADANIE 7

Niech wszystkie wierzchołki G poza v mają stopień d i niech indeks chromatyczny G wynosi d . Pokaż, że $n = |V(G)|$ jest nieparzyste i $\deg(v) = 0$.

ZADANIE 8

Każdą cząsteczkę węglowodoru o wzorze sumarycznym $C_k H_{2k+2}$ można przedstawić w postaci grafu (spójnego). W grafie tym krawędzie oznaczają wiązania chemiczne. Każdy atom wodoru (H) związany jest z jednym innym atomem, a każdy atom węgla (C) związany jest z czterema innymi atomami. Pokaż, że graf ten dla węglowodoru $C_k H_{2k+2}$ jest drzewem. Każde dwa nieizomorficzne grafy tego typu wyznaczają różne izomery. Ile jest różnych izomerów $C_5 H_{12}$?

POWODZENIA !