Architektury systemów komputerowych

Lista 3

12 III 2015

$x_3 = 8$ (minimum na bdb)

1. Rozważmy układ sumatora n-bitowego (patrz np. rys. 10 w notatkach do wykładu). Jeśli dodajemy za pomocą takiego układu liczby dodatnie w naturalnym kodzie binarnym, to aby sprawdzić, czy wynik na bitach wynikowych jest poprawny wystarczy zbadać wartość przeniesienia z ostatniego przerzutnika (jeśli jest on równy jeden, to wystąpił tzw. błąd przepełnienia). Wiemy, że ten sam układ może być użyty również do dodawania liczb w reprezentacji uzupełnień do 2 (dodatnich i ujemnych). W jaki sposób można wykrywać, czy zwracany przez układ wynik jest w tym przypadku poprawny? Twoim zadaniem jest możliwie proste rozszerzenie układu (dodanie pewnych bramek i połączeń) – nowy układ powinien mieć dodatkowe wyjście, które przyjmuje wartość 1 dokładnie wtedy, gdy wynik obliczeń podawany na bitach wynikowych jest błędny. Uzasadnij, że Twoje rozwiązanie jest poprawne.

2. W tym zadaniu rozważamy liczby dodatnie reprezentowane w naturalnym kodzie binarnym. Do dyspozycji masz układy dwóch rodzajów:

   - układ przyjmujący na wejściu dwie liczby dwubitowe i zwracający ich czterobitowy iloczyn
   - układ sumatora otrzymujący dwie dwubitowe liczby i dodatkowo wstępne przeniesienie, zwracający dwubitową sumę oraz bit przeniesienia.

   Używając pewnej liczby układów powyższego typu skonstruuj układ przyjmujący na wejściu dwie liczby czterobitowe i zwracający ich ośmiobitowy iloczyn. Nie wolno używać żadnych dodatkowych bramek logicznych.

3.* Na wykładzie przedstawiłem nastepujący schemat mnożenia matrycowego liczb w reprezentacji uzupłnień do 2. Wyjaśnij dlaczego działa on poprawnie ('-x' oznacza negację odpowiedniej bramki AND).

```
            x  x  x  x
            x  x  x  x
            ----------
         1 -x  x  x  x
        -x  x  x  x
     -x  x  x  x
 1 x -x -x -x
 --------------------
```

4. Rozważmy następujący, prosty format zmiennopozycyjny, WWWMMMMM:

   - mantysa składa się z pięciu bitów,
   - pierwsza jedynka jest ukryta,
   - zakładamy, że znormalizowana mantysa reprezentuje wartość $1.xxxxx$,
   - nie ma bitu znaku (wszystkie liczby są dodatnie)
   - nie ma reprezentacji dla zera,
   - podstawą reprezentacji jest 2,
   - wykładnik to trzy bity,

- przesunięcie w wykładniku wynosi 3,
- nie ma żadnych sytuacji specjalnych.

Przykładowo 01001100 reprezentuje $(1.01100)_2 \cdot 2^{-1}$.

(a) Jakie są trzy najmniejsze wartości jakie potrafimy reprezentować?
(b) Jakie są trzy największe wartości jakie potrafimy reprezentować?
(c) Ile wartości potrafimy reprezentować?

5. Przedstaw w formacie z zadania 4 liczby $a = 1.2$ oraz $b = 5.75$ (być może nie da się tego zrobić dokładnie). Wykonaj działanie $a + b$ zakładając, że podczas przesuwania mantysy przy wyrównywania wykładników obu liczb nie mamy dodatkowego miejsca na tracone cyfry przesuwanej mantysy. Jeśli to konieczne dospecyfikuj samodzielnie pozostałe szczegóły. Porównaj uzyskany wynik z wynikiem dokładnym.

6. Czy działanie dodawania w arytemetyce z poprzedniego zadania jest łączne?

7. Wprowadzamy następującą modyfikację do formatu z zadania 4:

   - w przypadku gdy w wykładniku są same zera reprezentowaną liczbą jest $0.xxxxx \cdot 2^{-2}$.

   Odpowiedz na pytania (a)-(c) z zadania 4 dla formatu z wprowadzoną modyfikacją.

8. Jak w formacie IEEE 754 pojedynczej precyzji będą reprezentowane następujące wartości:

   (a) 0.5
   (b) -17
   (c) $-1/32$
   (d) 384

9. Zminimalizuj następujące funkcje metodą siatek Karnaugha.*

   - $\sum(0,1,4,5)$
   - $\sum(0,1,2,3,4,5)$
   - $\sum(0,1,2,4,5,6)$
   - $\sum(0,1,3,4,5,6,7)$.

10. Zminimalizuj następujące funkcje metodą siatek Karnaugha.

    - $\sum(1,3,7,9,12,13,14,15)$
    - $\sum(4,6,7,9,11,15)$
    - $\sum(10,11,12,13,14,15)$
    - $\sum(0,2,4,8,10,13)$.

11. Rozważamy następującą reprezentację liczb dziesiętnych: kodujemy binarnie każdą cyfrę dziesiętną osobno (na czterech bitach). Np. reprezentacją liczby 17 jest 00010111. Zaprojektuj układ, który mnoży zadaną na wejściu (czterobitowym) cyfrę dziesiętną przez 5. Wynik na ośmiobitowym wyjściu powinien być zakodowany również w opisany sposób.

12. Układ ma spełniać następujące warunki: dla kombinacji 3,5,7,11 na wyjściu jest jedynka, kombinacje 12,15 są nieistotne (nadmiarowe) – wyjście układu może być dla nich dowolne, dla pozostałych kombinacji na wyjściu jest zero. Zaprojektuj układ metodą siatek Karnaugha.

    Wskazówka: w procesie wyznaczania implikantów prostych traktuj kombinacje nadamiarowe tak jak jedynki, ale w procesie zestawiania optymalnego wyrażenia z implikantów prostych nie staraj się ich koniecznie „pokrywać".

Emanuel Kieroński

*Wyjaśnienie co oznaczają poniższe napisy znajduje się w *Notatkach*.