

# Sieci komputerowe

## Wykład 11: Podstawy kryptografii

Marcin Bieńkowski

Instytut Informatyki  
Uniwersytet Wrocławski

# Spis treści

- 1 Szyfrowanie
- 2 Uwierzytelnianie
- 3 Dystrybucja kluczy publicznych
- 4 Uwagi końcowe

# Szyfrowanie

# Szyfrowanie symetryczne

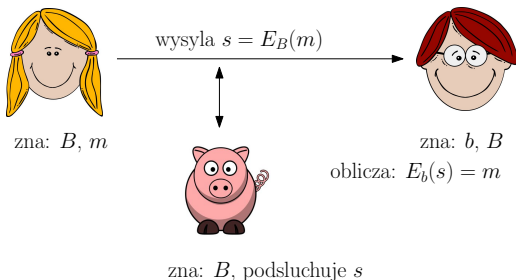
Główny problem: jak ustalić wspólny klucz  $K$ ?

Rozwiązanie 1: przesłać innym, *zabezpieczonym* kanałem (zazwyczaj niepraktyczne / drogie)

Rozwiązanie 2: zastosować **szyfrowanie asymetryczne** (do przesyłania klucza lub całej wiadomości)

# Szyfrowanie asymetryczne, założenia

- Bob ma dwa klucze
  - *klucz*  $B$  (na stronie WWW)
  - *klucz*  $b$  (w sejfie)
- Istnieje algorytm szyfrujący  $E$ , taki że dla dowolnej wiadomości  $m$  zachodzi  $E_b(E_B(m)) = m$ .



- $b$  i  $m$  są **trudno obliczalne** na podstawie  $s = E_B(m)$  i  $B$ !

# Efekt

*Każdy może wysłać wiadomość do Boba,  
ale odczytać może ją tylko Bob.*

## Czy takie szyfrowanie jest w ogóle możliwe do zrealizowania?

- **Tak!** Idea: pewne *odwracalne* operacje są łatwiejsze do wykonania niż ich odwrotności (np. mnożenie liczb pierwszych kontra rozkład na czynniki pierwsze).
- Przykładowy algorytm: RSA → notatki.

# Efekt

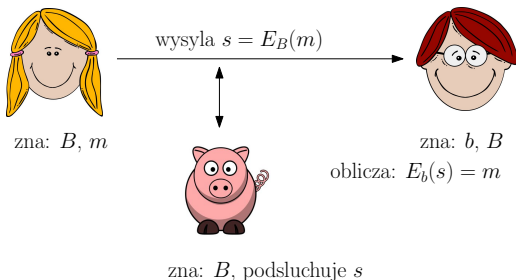
*Każdy może wysłać wiadomość do Boba,  
ale odczytać może ją tylko Bob.*

## Czy takie szyfrowanie jest w ogóle możliwe do zrealizowania?

- **Tak!** Idea: pewne *odwracalne* operacje są łatwiejsze do wykonania niż ich odwrotności (np. mnożenie liczb pierwszych kontra rozkład na czynniki pierwsze).
- Przykładowy algorytm: RSA → notatki.

# Szyfrowanie asymetryczne

- Bob ma dwa klucze
  - *klucz*  $B$  (na stronie WWW)
  - *klucz*  $b$  (w sejfie)
- Istnieje algorytm szyfrujący  $E$ , taki że dla dowolnej wiadomości  $m$  zachodzi  $E_b(E_B(m)) = m$ .



- $b$  i  $m$  są **trudno obliczalne** na podstawie  $s = E_B(m)$  i  $B$ !



# Uwierzytelnianie

# Normalny scenariusz

## Założenia

- Alicja **zna** klucz B (publiczny Boba).
- Alicja wysyła wiadomość do Boba zaszyfrowaną B.

## Co wiedzą poszczególne osoby?

- Bob nie musi się uwierzytelniać.
  - Wiadomość jest zaszyfrowana kluczem B, więc przeczytać może tylko posiadacz b, czyli Bob.
- Ale Bob nie wie, kto wysłał wiadomość!

# Normalny scenariusz

## Założenia

- Alicja **zna** klucz B (publiczny Boba).
- Alicja wysyła wiadomość do Boba zaszyfrowaną B.

## Co wiedzą poszczególne osoby?

- Bob nie musi się uwierzytelniać.
  - Wiadomość jest zaszyfrowana kluczem B, więc przeczytać może tylko posiadacz b, czyli Bob.
- Ale Bob nie wie, kto wysłał wiadomość!

# Normalny scenariusz

## Założenia

- Alicja **zna** klucz B (publiczny Boba).
- Alicja wysłała wiadomość do Boba zaszyfrowaną B.

## Co wiedzą poszczególne osoby?

- Bob nie musi się uwierzytelniać.
  - Wiadomość jest zaszyfrowana kluczem B, więc przeczytać może tylko posiadacz b, czyli Bob.
- Ale Bob nie wie, kto wysłał wiadomość!



To ja, Alicja. Oto wiadomosc ...



# Normalny scenariusz

## Założenia

- Alicja **zna** klucz B (publiczny Boba).
- Alicja wysyła wiadomość do Boba zaszyfrowaną B.

## Co wiedzą poszczególne osoby?

- Bob nie musi się uwierzytelniać.
  - Wiadomość jest zaszyfrowana kluczem B, więc przeczytać może tylko posiadacz b, czyli Bob.
- Ale Bob nie wie, kto wysłał wiadomość!

**Uwaga na marginesie:** w przypadku szyfrowania symetrycznego nie mamy tego problemu, bo Alicja udowadnia swoją tożsamość znajomością klucza (który jest znany tylko Alicji i Bobowi).

# Wróćmy do algorytmu RSA

- Klucz prywatny  $B$  i publiczny  $b$  można zamienić miejscami, tj.

$$E_b(E_B(m)) = m ,$$

ale również

$$E_B(E_b(m)) = m .$$

- $E_b(m)$  nazywamy **podpisem cyfrowym** tekstu  $m$ .
  - To nie do końca prawda.
- Zweryfikować taki podpis może każdy, wystarczy znać klucz publiczny  $B$ .
- Tylko posiadacz klucza prywatnego  $b$  może tak podpisać  $m$ .
- **Jak wykorzystać to w uwierzytelnianiu?**

# Wróćmy do algorytmu RSA

- Klucz prywatny  $B$  i publiczny  $b$  można zamienić miejscami, tj.

$$E_b(E_B(m)) = m ,$$

ale również

$$E_B(E_b(m)) = m .$$

- $E_b(m)$  nazywamy **podpisem cyfrowym** tekstu  $m$ .
  - To nie do końca prawda.
- Zweryfikować taki podpis może każdy, wystarczy znać klucz publiczny  $B$ .
- Tylko posiadacz klucza prywatnego  $b$  może tak podpisać  $m$ .
- **Jak wykorzystać to w uwierzytelnianiu?**

# Złe rozwiązanie



To ja, Alicja.

Wysyłam  $X$  oraz  $Y = E_a(X)$



klucz prywatny:  $a$

klucz publiczny:  $A$

zna:  $A$

sprawdza, czy  $E_A(Y) = X$

**Problem:** Atak powtórzeniowy: świnka może nagrać tę transmisję i odtworzyć później w komunikacji z Bobem.



# Złe rozwiązanie



To ja, Alicja.

Wysyłam  $X$  oraz  $Y = E_a(X)$



klucz prywatny:  $a$

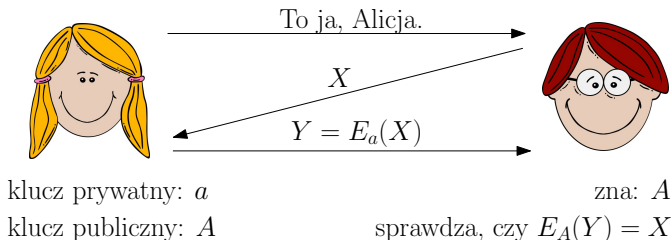
klucz publiczny:  $A$

zna:  $A$

sprawdza, czy  $E_A(Y) = X$

**Problem:** Atak powtórzeniowy: świnia może nagrać tę transmisję i odtworzyć później w komunikacji z Bobem.

# Uwierzytelnianie za pomocą podpisu cyfrowego



- Bob wybiera unikatowe, wcześniej niewykorzystywane  $X$ .
- Alicja udowadnia w ten sposób że jest posiadaczką klucza prywatnego pasującego do klucza publicznego Alicji.

# Podsumowanie szyfrowania i uwierzytelniania

- Każda strona komunikacji generuje parę kluczy: publiczny i prywatny
- Alicja:  $(A, a)$ , Bob:  $(B, b)$ .
  - wiadomość:  $m$
  - wiadomość + podpis kluczem prywatnym Alicji  $m, E_a(m)$   
(każdy może zweryfikować, że to Alicja napisała)
  - wiadomość zaszyfrowana kluczem publicznym Alicji  $E_A(m)$   
(przeczytać może tylko Alicja)
- Zastosowanie: PGP (*Pretty Good Privacy*).

# Podpisy cyfrowe raz jeszcze

Rozwiązanie 1: Alicja wysyła parę  $(m, E_a(m))$ .

- Wada: zużywa 2 x więcej miejsca
- Wada: obliczanie  $E_a(\cdot)$  długo trwa.

Rozwiązanie 2: Alicja wysyła parę  $(m, E_a(h(m)))$ , gdzie  $h$  to kryptograficzna funkcja skrótu.

# Podpisy cyfrowe raz jeszcze

Rozwiązanie 1: Alicja wysyła parę  $(m, E_a(m))$ .

- Wada: zużywa 2 x więcej miejsca
- Wada: obliczanie  $E_a(\cdot)$  długo trwa.

Rozwiązanie 2: Alicja wysyła parę  $(m, E_a(h(m)))$ , gdzie  $h$  to kryptograficzna funkcja skrótu.

# Dystrybucja kluczy publicznych

# Skąd wziąć czyjś klucz publiczny? (1)

Szyfrowanie i uwierzytelnianie zakłada, że nie tylko znamy czyjś klucz publiczny, ale wiemy też, że należy on do konkretnej osoby.

- Szyfrujemy kluczem publicznym  $B$ , odczytać może tylko posiadacz  $b$ , ale czy jest to Bob?
- Uwierzytelnianie: wiemy, że druga osoba posiada klucz prywatny  $a$  pasujący do klucza publicznego  $A$ , ale czy jest to Alicja?

# Skąd wziąć czyjś klucz publiczny? (2)

**Pomysł 1:** Spotkanie fizyczne / telefoniczne / videokonferencja (czasem niepraktyczne).

- Poza tym wtedy można ustalić klucz symetryczny, po co nam kryptografia asymetryczna?

**Pomysł 2:** Klucz publiczny dostępny na stronie WWW.

- Bezpieczeństwo oparte na tym, że nikt go nie podmieni!
- Konieczna dodatkowa weryfikacja, np.:
  - Alicja umieszcza na stronie WWW klucz  $A$ .
  - Bob pobiera ze strony klucz  $A'$ .
  - Alicja i Bob weryfikują telefonicznie, czy  $h(A) = h(A')$ .



# Skąd wziąć czyjś klucz publiczny? (3)

Poprzednie pomysły działają tylko przy komunikacji fizycznych osób.

## Komunikacja z instytucją:

- Wchodzimy na stronę banku.
- Bank mówi „mój klucz publiczny = ..., szyfruj do mnie dane tym kluczem”.
- Skąd wiemy, że łączymy się faktycznie z bankiem?

# Certyfikaty

## Założmy, że Alicja:

- Ma klucz publiczny  $B$  i wie, że należy on do Boba.
- Wierzy w to, że Bob świadomie używa podpisów cyfrowych.
- Ma wiadomość „klucz publiczny Charliego to  $C$ ” podpisaną kluczem  $b$ .
  - Ta wiadomość to **certyfikat**.

Na tej podstawie Alicja może zweryfikować, że wiadomość napisał Bob i uwierzyć w nią. → poznaje klucz publiczny Charliego.

# Certyfikaty

## Założmy, że Alicja:

- Ma klucz publiczny  $B$  i wie, że należy on do Boba.
- Wierzy w to, że Bob świadomie używa podpisów cyfrowych.
- Ma wiadomość „klucz publiczny Charliego to  $C$ ” podpisaną kluczem  $b$ .
  - Ta wiadomość to **certyfikat**.

Na tej podstawie Alicja może zweryfikować, że wiadomość napisał Bob i uwierzyć w nią. → poznaje klucz publiczny Charliego.

# Certyfikaty w PGP

## Na stronie WWW Charlie może umieścić

- swój klucz publiczny  $C$ .
- certyfikat „klucz publiczny Charliego to  $C$ ” podpisany kluczami różnych osób.

## Uwagi:

- Umożliwia budowanie grafu certyfikacji.
  - Ścieżki certyfikacji mogą być długie.
- Podpisywanie kluczy publicznych: częste w środowisku programistów open source.
- PGP wykorzystywane do podpisywania oprogramowania.

# A co z kluczami publicznymi instytucji?

## Również certyfikaty:

- Ale generowane przez specjalne (zaufane) urzędy certyfikacji (CA).
- Można zgłosić się do CA, żeby dostać certyfikat (żeby CA podpisało nasz klucz publiczny).
  - CA powinno zweryfikować, czy jesteśmy tym, za kogo się podajemy.

## Ale skąd wziąć klucz publiczny CA?

- Mamy je wpisane w przeglądarkę WWW → prezentacja

## **SSL (Secure Sockets Layer), TLS (Transport Layer Security)**

- Warstwa pośrednicząca pomiędzy warstwą transportową i warstwą aplikacji.
- Odpowiada za szyfrowanie i uwierzytelnianie.
- Większość popularnych usług ma swoje warianty wykorzystujące SSL działające na innym porcie (np. HTTPS = HTTP over SSL, port 443)

# Łączenie z serwerem HTTPS

- Serwer WWW wysyła certyfikat (klucz publiczny + dane o stronie) podpisany przez pewne CA.
- Przeglądarka sprawdza, czy:
  - posiada klucz publiczny tego CA i sprawdza prawdziwość podpisu CA.
  - dane o stronie opisują tę stronę, z którą zamierzamy się łączyć.
- Mamy uwierzytelniony serwer i możemy szyfrować wiadomości dla serwera WWW jego kluczem publicznym.
- Zazwyczaj nie uwierzytelnia się użytkownika, choć jest to teoretycznie możliwe.

# Rodzaje certyfikatów

**Zwykłe:** zaświadczenie, że łączymy się z konkretną stroną `abc.org`.

- To nie znaczy, że łączymy się ze stroną należącą do instytucji ABC!

**Rozszerzone:** zaświadczenie, że łączymy się ze stroną danej instytucji.

**Wadliwe:** najczęściej klucz publiczny podpisany nim samym.

→ prezentacja



# Klucze sesji

Powiedzieliśmy: „mamy uwierzytelniony serwer i możemy szyfrować wiadomości dla serwera WWW”

## Problemy:

- Serwer musi też jakoś szyfrować dane do nas.
  - Moglibyśmy mu teraz wysłać swój klucz publiczny...
- Szyfrowanie asymetryczne jest nieefektywne (RSA jest ok. 1000 razy wolniejszy niż AES)

## Rozwiązanie:

- Przeglądarka generuje **symetryczny klucz sesji**.
- Przeglądarka szyfruje go kluczem publicznym serwera WWW i wysyła do serwera WWW.
- Dalsza komunikacja jest szyfrowana kluczem sesji.

# Uwagi końcowe

# Dwie historie na zakończenie

Kryptografia  $\neq$  bezpieczeństwo

- Kryptografia dostarcza *matematycznych metod*.
- Te metody mogą być wadliwe same w sobie.
- Ale zazwyczaj po prostu są źle wykorzystywane.
- Trudność: nie umiemy zdefiniować matematycznie, co to jest bezpieczeństwo.

# Historia nr 1 (1)

## Alicja pisze list rekomendacyjny

- Alicja jest bardzo zajęta (jest profesorem).
- Alicja chce rekomendować na stanowisko osobę  $X$ .
- Alicja zleca napisanie listu Bobowi, dając mu wytyczne co ma w nim być.
- Po tym jak Bob napisze rekomendację  $m$ , Alicja ją przeczyta, obliczy  $E_a(h(m))$  i Bob wyśle  $(m, E_a(h(m)))$  do pracodawcy.
- Zakładamy, że funkcja  $h$  generuje 80-bitowy skrót.

## Gdzie tu jest problem?

- Ustalmy parę  $(m, E_a(h(m)))$ . Jeśli chcemy znaleźć  $m'$  takie, że  $E_a(h(m)) = E_a(h(m'))$  to musimy sprawdzić średnio  $2^{80}/2$  wiadomości.
- A co może zrobić Bob jeśli nie lubi osoby  $X$ ?

# Historia nr 1 (1)

## Alicja pisze list rekomendacyjny

- Alicja jest bardzo zajęta (jest profesorem).
- Alicja chce rekomendować na stanowisko osobę  $X$ .
- Alicja zleca napisanie listu Bobowi, dając mu wytyczne co ma w nim być.
- Po tym jak Bob napisze rekomendację  $m$ , Alicja ją przeczyta, obliczy  $E_a(h(m))$  i Bob wyśle  $(m, E_a(h(m)))$  do pracodawcy.
- Zakładamy, że funkcja  $h$  generuje 80-bitowy skrót.

## Gdzie tu jest problem?

- Ustalmy parę  $(m, E_a(h(m)))$ . Jeśli chcemy znaleźć  $m'$  takie, że  $E_a(h(m)) = E_a(h(m'))$  to musimy sprawdzić średnio  $2^{80}/2$  wiadomości.
- A co może zrobić Bob jeśli nie lubi osoby  $X$ ?

# Historia nr 1 (1)

## Alicja pisze list rekomendacyjny

- Alicja jest bardzo zajęta (jest profesorem).
- Alicja chce rekomendować na stanowisko osobę  $X$ .
- Alicja zleca napisanie listu Bobowi, dając mu wytyczne co ma w nim być.
- Po tym jak Bob napisze rekomendację  $m$ , Alicja ją przeczyta, obliczy  $E_a(h(m))$  i Bob wyśle  $(m, E_a(h(m)))$  do pracodawcy.
- Zakładamy, że funkcja  $h$  generuje 80-bitowy skrót.

## Gdzie tu jest problem?

- Ustalmy parę  $(m, E_a(h(m)))$ . Jeśli chcemy znaleźć  $m'$  takie, że  $E_a(h(m)) = E_a(h(m'))$  to musimy sprawdzić średnio  $2^{80}/2$  wiadomości.
- A co może zrobić Bob jeśli nie lubi osoby  $X$ ?

# Historia nr 1 (2)

- Alicja chce rekomendować na stanowisko osobę X.
- Alicja zleca napisanie listu Bobowi, dając mu wytyczne co ma w nim być.
- Po tym jak Bob napisze rekomendację  $m$ , Alicja ją przeczyta, obliczy  $E_a(h(m))$  i Bob wyśle  $(m, E_a(h(m)))$  do pracodawcy.
- Zakładamy, że funkcja  $h$  generuje 80-bitowy skrót.

## Gdzie tu jest problem?

- Bob generuje  $2^{40}$  listów rekomendacyjnych polecających X (zbiór  $M_X$ ) i  $2^{40}$  listów rekomendacyjnych polecających Y (zbiór  $M_Y$ )
  - listy różnią się spacjami, przecinkami, drobnymi słowami, etc.
- $h$  zachowuje się jak funkcja zwracająca losowy ciąg 80-bitowy.
- Ze stałym prawdopodobieństwem, istnieją  $m_x \in M_X$  i  $m_y \in M_Y$ , takie że  $h(m_x) = h(m_y)$ ! ( $\rightarrow$  ćwiczenie (paradoks urodzin))
- Bob pokazuje Alicji  $m_x$ , Alicja oblicza  $E_a(h(m_x))$ , Bob wysyła **poprawnie podpisany list**  $(m_y, E_a(h(m_x)))$ .

# Historia nr 1 (2)

- Alicja chce rekomendować na stanowisko osobę X.
- Alicja zleca napisanie listu Bobowi, dając mu wytyczne co ma w nim być.
- Po tym jak Bob napisze rekomendację  $m$ , Alicja ją przeczyta, obliczy  $E_a(h(m))$  i Bob wyśle  $(m, E_a(h(m)))$  do pracodawcy.
- Zakładamy, że funkcja  $h$  generuje 80-bitowy skrót.

## Gdzie tu jest problem?

- Bob generuje  $2^{40}$  listów rekomendacyjnych polecających X (zbiór  $M_X$ ) i  $2^{40}$  listów rekomendacyjnych polecających Y (zbiór  $M_Y$ )
  - listy różnią się spacjami, przecinkami, drobnymi słowami, etc.
- $h$  zachowuje się jak funkcja zwracająca losowy ciąg 80-bitowy.
- Ze stałym prawdopodobieństwem, istnieją  $m_x \in M_X$  i  $m_y \in M_Y$ , takie że  $h(m_x) = h(m_y)$ ! ( $\rightarrow$  ćwiczenie (paradoks urodzin))
- Bob pokazuje Alicji  $m_x$ , Alicja oblicza  $E_a(h(m_x))$ , Bob wysyła **poprawnie podpisany list**  $(m_y, E_a(h(m_x)))$ .



# Historia nr 1 (3)

## **Morał: dla funkcji skrótu ważne są dwie własności kryptograficzne**

- Słaba własność: dla ustalonego  $x$  znalezienie  $y$ , takiego że  $h(x) = h(y)$  jest obliczeniowo trudne.
- Silna własność: znalezienie  $x$  i  $y$ , takich że  $h(x) = h(y)$  jest obliczeniowo trudne.
- MD5 nie ma silnej własności, SHA-2 jak dotąd ma.
- Rozwiązaniem jest zazwyczaj podwojenie długości skrótu zwracanego przez  $h$ .

# Historia nr 2 (1)

*Alicja pisze wiadomość m. Chce ją podpisać i zaszyfrować do Boba.  
W jakiej kolejności powinna to robić?*

# Historia nr 2 (2)

## Wariant 1: zaszyfruj, potem podpisz



klucz publiczny:  $A$

klucz prywatny:  $a$

$m$  = „moj genialny pomysł ...”

$E_a(E_B(m))$

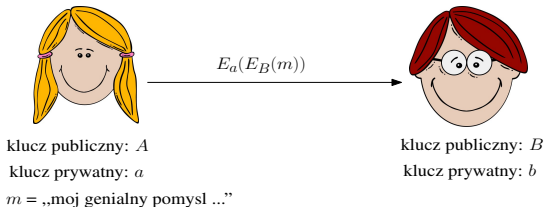


klucz publiczny:  $B$

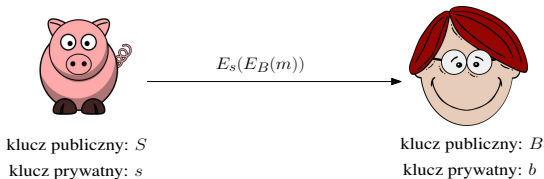
klucz prywatny:  $b$

# Historia nr 2 (2)

## Wariant 1: zaszyfruj, potem podpisz



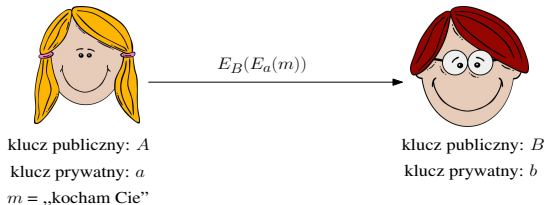
Oczywiście świnia przechwytuje wiadomość i wysłała własną.



Bob myśli, że genialny pomysł miała świnia (świnia nawet nie wie jaki).

# Historia nr 2 (3)

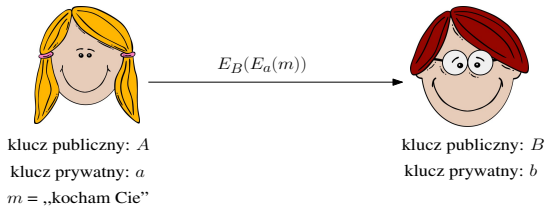
## Wariant 2: podpisz, potem zaszyfruj



Tym razem Bob to świnia, wysyła  $E_C(E_a(m))$  do swojego kumpla Charliego (dysponującego parą kluczy  $(C, c)$ ).

# Historia nr 2 (3)

## Wariant 2: podpisz, potem zaszyfruj

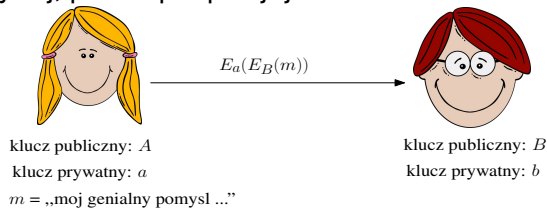


Tym razem Bob to świnia, wysyła  $E_C(E_a(m))$  do swojego kumpla Charliego (dysponującego parą kluczy  $(C, c)$ ).

# Historia nr 2 (4)

## Jeden ze sposobów naprawy:

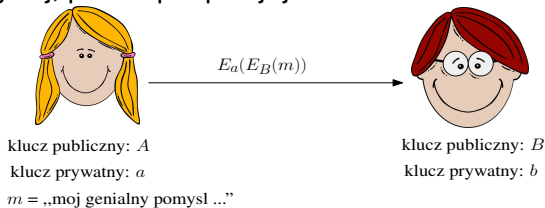
- Wariant „szyfruj, potem podpisuj” jeszcze raz:



# Historia nr 2 (4)

## Jeden ze sposobów naprawy:

- Wariant „szyfruj, potem podpisuj” jeszcze raz:



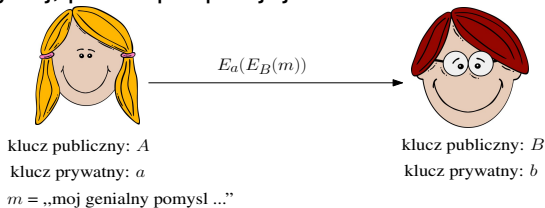
- Wystarczyłoby, żeby Alicja zmieniła wiadomość na: „To ja, Alicja. Mój genialny pomysł ...”.



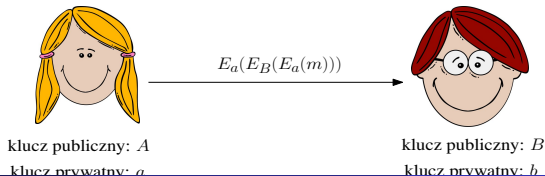
# Historia nr 2 (4)

## Jeden ze sposobów naprawy:

- Wariant „szyfruj, potem podpisuj” jeszcze raz:



- Wystarczyłoby, żeby Alicja zmieniła wiadomość na: „To ja, Alicja. Mój genialny pomysł ...”.
- Automatyzacja: podpisz, zaszyfruj, podpisz:



# Lektura dodatkowa

- Kurose, Ross: rozdział 8
- Tanenbaum: rozdział 8