

IIUWr. II rok informatyki.

Numer indeksu:

1. Załóżmy, że 90% punktów w zbiorze P ma współrzędną x taką samą. Czy algorytm z wykładu znajdujący najbliższą parę punktów, uruchomiony dla zbioru P zadziała poprawnie? Odpowiedź uzasadnij. Jeśli do tego, by algorytm działał poprawnie, należy go zmodyfikować, przedstaw tę modyfikację (wraz z uzasadnieniem).
2. Chcemy skonstruować sieć przełączników umożliwiającą realizację wszystkich przesunięć cyklicznych wejść. Podaj ograniczenie dolne i górne na głębokość takiej sieci. Oczywiście najlepiej byłoby, gdyby te ograniczenia były asymptotycznie sobie równe.

3. Algorytm obliczający długość najdłuższego wspólnego podciągu dwóch ciągów $x_1 \dots x_m$ i $y_1 \dots y_n$ wyznacza wartości $d_{i,j}$ równe długości najdłuższego wspólnego podciągu ciągów $x_1 \dots x_i$ i $y_1 \dots y_j$. Uzasadnij poprawność poniższego wzoru:

$$d_{i,j} = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } i = 0 \text{ lub } j = 0, \\ 1 + d_{i-1,j-1} & \text{jeśli } i, j > 0 \text{ i } x_i = y_j, \\ \max(d_{i,j-1}, d_{i-1,j}) & \text{jeśli } i, j > 0 \text{ i } x_i \neq y_j \end{cases}$$

4. Narysuj sieć permutacyjną przełączników, która ma 4 wejścia. Wskaż na rysunku ustawienie przełączników, które generuje na wyjściu permutację $\langle 4, 1, 2, 3 \rangle$.

5. Profesor Ignoramus skonstruował algorytm, który rozwiązuje problem P . Co prawda nie potrafi dokładnie wyznaczyć czasu jego działania, jednak zauważył, że jedna z pętli w algorytmie wykonuje zawsze co najmniej n^2 iteracji. Profesor zastanawia się teraz, które z poniższych stwierdzeń udowodnił w ten sposób.
- (a) Dolna granica na złożoność problemu P wynosi $\Omega(n^2)$.
 - (b) Górna granica na złożoność problemu P wynosi $O(n^2)$.

Podpowiedz mu. (Oczywiście chodzi o odpowiedź z uzasadnieniem.)

6. Wyobraźmy sobie drzewo decyzyjne trzyarne. W każdym wierzchołku jego wierzchołku v znajduje się porównanie dwóch elementów danych (oznaczymy je v_a i v_b), a trzy wychodzące z niego krawędzie odpowiadają odpowiedziom: $v_a < v_b$, $v_a = v_b$ i $v_a > v_b$. Jaka jest złożoność problemu sortowania w takim modelu obliczeń?

7. W algorytmie sprawdzającym wyprowadzalność słowa w gramatyce bezkontekstowej korzystaliśmy z tego, że gramatyka jest w normalnej postaci Chomsky'ego.
- (a) Zdefiniuj tę postać.
 - (b) Jaka jest złożoność tego algorytmu?
 - (c) Załóżmy, że mamy gramatykę bezkontekstową, w której po prawej stronie może znajdować się do trzech symboli i nie mamy ochoty na przekształcanie jej do postaci Chomsky'ego. Chcemy natomiast w prosty sposób zaadaptować algorytm z wykładu. Podaj wzór na obliczenie m_{ij} , gdzie m_{ij} oznacza, podobnie jak na wykładzie, "zbiór symboli nieterminalnych, z których można wyprowadzić $a_i \dots a_j$ ". Jaka jest złożoność algorytmu wyliczającego w ten sposób wartości m_{ij} ?