Numer indeksu:

Logika dla informatyków

Sprawdzian nr 3, 10 stycznia 2013

Rozwiązania wszystkich zadań powinny zmieścić się w odpowiednich prostokatach

		10211	ązama wszystmi	lub na odwr	ocie tej kartki.	apowiedinen	probookgodon	
				bijekcja $f: \mathcal{P}(\{0\})$				to w prostoką
_	omrel whisz	uowoiiią	ara nijereję. V	· przeciwnym pr	LZy pauku w pisz	510WU ,,1NII	╛・	
\mathbf{Z}_{i}	adanie 2 (3	3 punkty	y). Rozważmy	taką funkcję φ :	$\{0,1\}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{N}^{\mathbb{N}},$	że dla $f \in$	$\{0,1\}^{\mathbb{N}}$ funkcja	$\varphi(f):\mathbb{N}\to\mathbb{N}$
				= f(n) + 1. Jeśli eciwnym przypa				
	tnieje.	odwioth	ą do φ. w prz	eciwiiyiii pizypa	aka wpisz aza.	sadificine, d	raczego rumkeja	odwiotha in
_								
\mathbf{Z}_{i}	adanie 3 (3	punkty). Wpisz w p	ouste pola poniżs	szej tabelki mod	ce odpowied	nich zbiorów.	
	$\{0,1\} \times \mathbb{N}$	$\mathbb{N} \times \mathbb{Q}$	$\mathcal{P}(\mathbb{Q}\setminus[0,1])$	$\mathcal{P}(\mathbb{N} \times \{0,1\})$	$\{2013, \mathbb{Q}, \mathbb{R}\}$	$(\mathbb{Q}\setminus\mathbb{N})^{\mathbb{Q}}$	$(\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q})^{\{a,b,c\}}$	$\mathcal{P}(\{0,1\})$
			(3 (1 / 1)		, , ,		(, , ,	(())
_	1 1 1 (0	• • •	<u> </u>	1		1. 1		
Z	adanie 4 (3	punkty). Rozwazmy r	elację równoważi		rze liczb rze	czywistych zdeh	niowaną prze
				$x \sim y \iff$	$\stackrel{\mathrm{f}}{\Rightarrow} x^2 = y^2.$			
W	prostokąt p	oniżej wp	pisz moc klasy	abstracji $[2013]_{\sim}$, .			
_	1	7 1	•) 117 1:	NIN (1.1	C 1 1	<i>N</i> 1 1.	/ NI 1	1 .
	adanie 5 (7 zorem	punkto	ow). W zbiorz	e N ^N wszystkich	runkcji ze zbio	oru ⋈ w zbi	or ⋈ wprowadz	amy relację ^

$$f \sim g \quad \stackrel{\text{df}}{\Longleftrightarrow} \quad \exists m \ \forall n \ge m \ f(n) = g(n).$$

Udowodnij, że \sim jest relacją przechodnią.

Zadanie 6 (6 punktów). Rozważmy funkcję $f:\mathcal{P}(\mathbb{Z})\to\mathcal{P}(\mathbb{N}\times\{0,1\})$ daną wzorem

$$f(X) = \{ \langle n, 0 \rangle \mid n \in X \land n \geq 0 \} \cup \{ \langle -n, 1 \rangle \mid n \in X \land n < 0 \}.$$

Udowodnij, że f jest rożnowartościowa.

TT7 '	
Wers	ıa
VVCID	cu

Numer indeksu:

Logika dla informatyków

Sprawdzian nr 3, 10 stycznia 2013

R	łozwiązania wszystki		powinny zmie na odwrocie t		dpowiednich	prostokątaci	1	
	nkty). Jeśli istnie ą bijekcję. W przec					(2,3) to w	prostokąt pon	ıiżej
	g sijeneję. W przec				11111			
	nkty). Rozważmy							
	a funkcję odwrotna zasadnienie, dlacze					wrotną do o	arphi. W przeciwr	ıym
Zadanie 3 (3 pu	nkty). Wpisz w pr	uste pola	poniższej ta	belki moce	odpowiedni	ich zbiorów.		
$\mathbb{N} \times \{0, 1, 7\}$	$\{1,2,3\} \times \{4,5\}$	$\mathbb{Q} \times \mathbb{N}$	$\mathcal{P}(\mathbb{N} \times \mathbb{Q})$	${2013}^{\mathbb{R}}$	$(\mathbb{Q}\setminus\mathbb{N})^{\mathbb{N}}$	$(\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q})^\mathbb{Q}$	$\{0,1\}^{\{2,3,4\}}$	
Zadania 4 (2 pur	alstra) Dogumánas	nologio nó	vyn ovyo żn o ćaj	- no abior	ezo liozh vzo	aanniatuah s	definierane n	, ,
Zadame 4 (5 pur	nkty). Rozważmy i				ze nczo rzec	czywistych z	rdenmowaną pi	rzez
TT7			$x \sim y \iff x'$					
W prostokąt poniż	ej wpisz moc zbior	u klas ab	strakcji $\mathbb{R}/_{\sim}$	•				
Zadanie 5 (7 pu	nktów). W zbiorz	e P(ℕ) w	zzystkich po	dzbiorów z	bioru ℕ wp	rowadzamy	relacie ~ wzor	 rem
Zadamie e (v. p.a.		٠, (٢٠)	szysumen po	debiolon e	51514 1 · · · p	i o waazarrij	101000000000000000000000000000000000000	. 0111
	V	$V \stackrel{\mathrm{df}}{\sim}$	$\Rightarrow \exists n \ \forall m \geq n$	$n m \in Y \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \$	$m \in V$			

Zadanie 6 (6 punktów). Rozważmy funkcję $f:\mathcal{P}(\mathbb{Z})\to\mathcal{P}(\mathbb{N}\times\{0,1\})$ daną wzorem

 $f(X) = \{ \langle n, 0 \rangle \mid n \in X \land n \ge 0 \} \cup \{ \langle -n, 1 \rangle \mid n \in X \land n < 0 \}.$

Udowodnij, że f jest "na".