

Zadanie 2

Oblicz dla dowolnych liczb $x \in \mathbb{R}$ i $m \in \mathbb{N}$ wyrażenie

$$\lfloor x/m \rfloor + \lfloor (x+1)/m \rfloor + \dots + \lfloor (x+m-1)/m \rfloor$$

Dowód. Niech $x = mk + r$, gdzie $k \in \mathbb{N}, r \in [0, m)$. Oznaczmy sobie $a_i = \lfloor \frac{x+i}{m} \rfloor$.

$$a_i = \begin{cases} k & i < m - r \\ k + 1 & i \geq m - r \end{cases}$$

Wtedy suma z zadania jest równa $mk + \lfloor r \rfloor = \lfloor x \rfloor$. □