

EGZAMIN Z MATEMATYKI DYSKRETNEJ
STYCZEŃ 2010, PIERWSZY TERMIN, CZĘŚĆ A, CZAS: 125 MIN.
zadania powinny być rozwiązane na osobnych kartkach

ZADANIE 1

Dla jakich α ciąg a_n zadany przez warunek początkowy $a_0 = 1$ oraz równanie rekurencyjne

$$a_n = (\alpha^2 - 2\alpha + 2)a_{n-1} + \alpha^n + \left(\frac{1}{\alpha^2 - 2\alpha + \frac{5}{4}}\right)^n$$

spełnia $a_n = \mathcal{O}(2^n)$.

ZADANIE 2

Udowodnij, że w ciągu n różnych liczb istnieje ciąg monotoniczny o długości $\lceil \sqrt{n} \rceil$.

ZADANIE 3

Ile jest rozdań w brydżu, przy których każdy gracz ma jakiegoś pika?

ZADANIE 4

Ile jest k -elementowych podzbiorów zbioru $\{1, 2, \dots, n\}$ takich, że jeśli a i b należą do jednego podzbioru, to $|a - b| > r$? (r jest liczbą naturalną.)

POWODZENIA !

EGZAMIN Z MATEMATYKI DYSKRETNEJ
STYCZEŃ 2010, PIERWSZY TERMIN, CZĘŚĆ B, CZAS: 125 MIN.
zadania powinny być rozwiązane na osobnych kartkach

ZADANIE 5

Dla ustalonego m napisz funkcję tworzącą ciąg a_n określającego liczbę podziałów n na dokładnie m składników.

ZADANIE 6

Dany jest graf 3-regularny G . Udowodnij, że dla każdego k graf G jest k -spójny wtedy i tylko wtedy, gdy jest k -krawędziowo spójny.

ZADANIE 7

Nie korzystając z twierdzenia o czterech barwach udowodnij, że liczba chromatyczna spójnego grafu planarnego bez trójkątów (podgrafów K_3) wynosi co najwyżej 4.

ZADANIE 8

Mamy dane dwa skojarzenia M, M' w grafie dwudzielnym o zbiorach partycji A i B . Przypuśćmy, że zbiór A' zawarty w A jest pokryty przez M , a zbiór B' zawarty w B jest pokryty w M' . Pokaż, że istnieje skojarzenie M'' , w którym $A' \cup B'$ jest pokryte.

POWODZENIA !