Egzamin z matematyki dyskretnej

luty 2004, termin poprawkowy, część A, czas: 120 min.

Zadanie 1

Na ile sposobów można (kładąc klocki jeden na drugim) ułożyć wieżę o wysokości n z klocków białych o wysokości 1 i czarnych, czerwonych, niebieskich, zielonych, żółtych i różowych o wysokości 2. Podaj zwarty wzór.

Zadanie 2

Pokaż, że suma kwadratów trzech liczb nieparzystych nie jest kwadratem liczby całkowitej.

Zadanie 3

Pokaż, że nie można pokryć trójkąta o boku 1 trzema kołami o średnicy mniejszej, niż $1/\sqrt{3}$.

Zadanie 4

Ile jest takich permutacji $a_1, a_2, \ldots, a_n$ liczb $1, 2, \ldots, n$, w których dla wszystkich i zachodzi $a_{i+1} \neq a_i + 1$?

Powodzenia !

Egzamin z matematyki dyskretnej
luty 2004, termin poprawkowy, część B, czas: 120 min.

Zadanie 5
Naszym zadaniem jest zorganizowanie turnieju szachowego między n zawodnikami. W ciągu ilu najmniej dni można zorganizować ten turniej, jeśli każda para zawodników musi rozegrać partię i żaden zawodnik nie może grać dwukrotnie w ciągu jednego dnia. Odpowiedź uzasadnij pokazując jak uzyskać optymalne rozłożenie.

Zadanie 6
Niech T będzie drzewem spinającym grafu G o stopniu d. Niech W będzie zbiorem w wierzchołków grafu G, którego usunięcie rozspaja G na t składowych spójnych. Pokaż, że

$$d \geq \frac{w+t-1}{w}.$$

Zadanie 7
Na płaszczyźnie rozłożono pewną liczbę monet o jednakowej średnicy, z których żadne dwie nie nachodzą na siebie. Monety te kolorujemy tak, by te które się stykają miały różne kolory Nie korzystając z twierdzenia o czterech barwach pokaż, że cztery kolory zawsze wystarczą a trzy nie zawsze.

Zadanie 8
Opisz wielomianową transformację sprowadzającą problem izomorfizmu posetów do problemu izomorfizmu grafów.

Powodzenia !