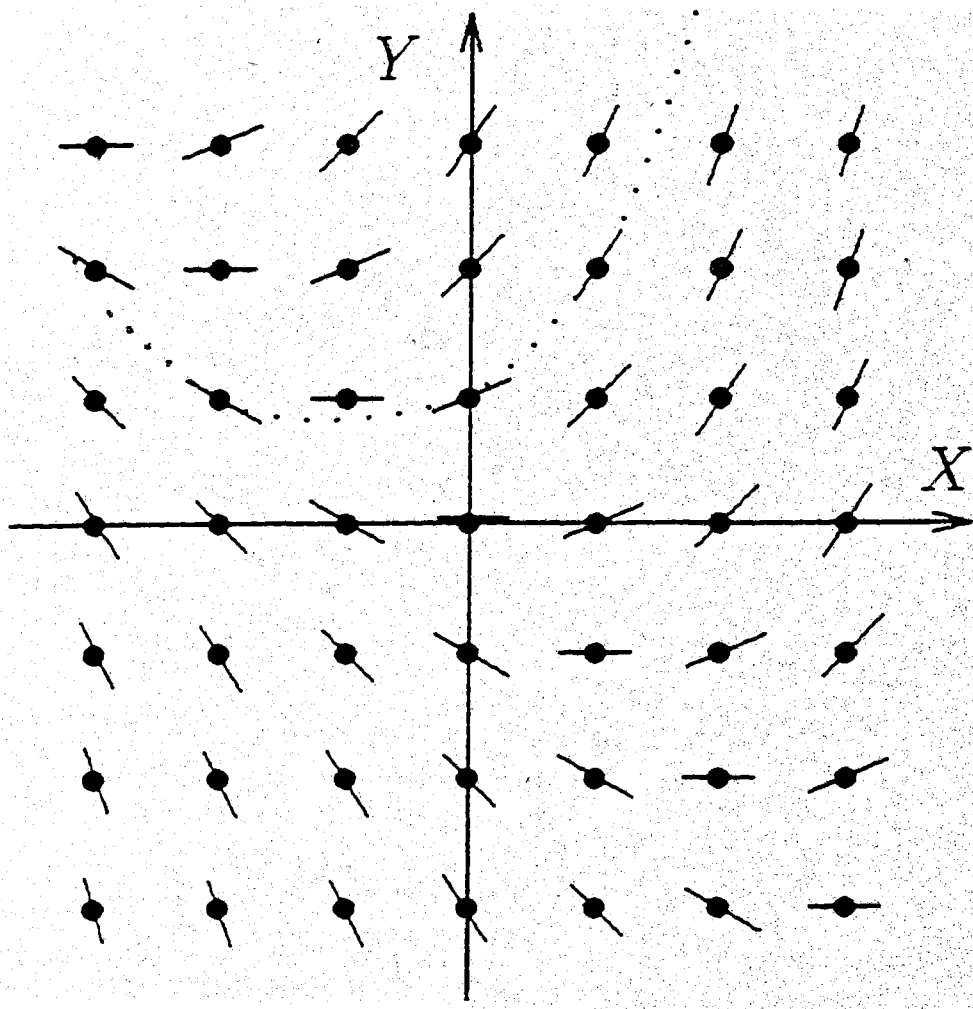


Differential- ligninger



Poul Einer Hansen

INDHOLD

FORORD

INDHOLDSFORTEGNELSE

Kapitel 1 DE KOMPLEKSE TAL 1

- 0. Indledning 1
- 1. De komplekse tal 6
- 2. Modulus og argument 9
- 3. Konjugering 13
- 4. Den binome ligning 14
- 5. Andengradsligningen 16
- 6. Ligning af n 'te grad 20
- 7. Eksponentialfunktionen 23

Kapitel 2 KURVEINTEGRAL 29

- 0. Indledning 29
- 1. Kurveintegral i planen 30
- 2. Totalt differential 41
- 3. Krydsdifferentiationsbetingelsen 47

Kapitel 3 DIFFERENTIALLIGNINGER AF 1. ORDEN 51

- 0. Indledning 51
- 1. Differentialligning af 1. orden 51
- 2. Ligningen $L(x, y)dx + M(x, y)dy = 0$ 57
- 3. Opstilling af differentialligning med forelagt løsning 66
- 4. Ligningen $y' = ay$ og dens varianter 69
- 5. Begrænset vækst. Den logistiske model 79
- 6. Substitution. Ligningen $y' = f(y/x)$ 90
- 7. Lineær 1. ordens differentialligning 94
- 8. Anvendelser i teoretisk økonomi 100

Kapitel 4 SAMHØRENDE DIFFERENTIALLIGNINGER 111

- 0. Indledning 111
- 1. Systemer af differentialligninger 112
- 2. Et simpelt specialtilfælde 114
- 3. Egen værdi og egenvektor. Systemet $x' = Ax$ 118
- 4. Komplekse egen værdier 128
- 5. Dobbelttrødder 136

6. Inhomogent system 140
7. Ligevægt og stabilitet 144
8. Vekselvirkende populationer 155

Kapitel 5 DIFFERENTIALLIGNINGER AF HØJERE ORDEN 167

0. Indledning 167
1. Differentialligning af n 'te orden 167
2. Ligningen $x''+ax'+bx=0$ 169
3. Ligningen $x''+ax'+bx=f(t)$ 173
4. Bevægelsesligning 175
5. Lineær 2. ordens differentialligning. Kort oversigt 178
6. Lineær differentialligning med konstante koefficienter 181
7. Elimination af de variable i et system 185

Kapitel 6 DIFFERENSLIGNINGER 189

0. Indledning 189
1. Differensligning af 1. orden 191
2. Lineær 1. ordens differensligning 193
3. Samhørende differensligninger 196
4. Ligevægt og stabilitet 200
5. Differensligninger af højere orden 203

OPGAVER nrr. 1-262 209

STIKORDSREGISTER 286

FACITLISTE 289

0. Indl

Fra den
tilhørende
er de na
plikation
division,

Vi til
sende m
{..., -3
division

Nu til
arterne,
de ration
bortset
udtrykk

Der er

Differentialligninger

ALFABETISK REGISTER

Et tal som f.eks. 57 henviser til side 57, x.142 til Opgave 142.

KVL, okt. 1996 / PEH

absolut ændring 100
afsluttet 3, 52
algebraens
 fundamentalsætning 20
algoritme 192
analytisk løsning 53
anden ordens proces 87-89
andengradsligning 16
arbejde 29-32, 40
arbitrære konstanter
 variationsmetode 94, 194
argument 9
asymptotisk stabilitet 148
asymptotisk væksthast 206
autonom 144, 153, 197

bakterievækst x.128
begrænset vækst 79, 85
begyndelsesbetingelse
 54, 113, 191, 197, 203
Bernoullis
 differentialligning 99-100
bevægelsesligning 167, 175 ff
binom ligning 14
biologi 51, 52, 69-70, 72, 76,
 77, 80, 85, 86, 111, 145,
 154, 155-165, 1901, 205-206,
 x.125, x.126, x.129, x.203,
 x.204, x.205, x.206, x.207
brønd, indsvining i 86
byttedyr 161
bærekapacitet 85

C 3, 6
C-optagelse i planter x.185
Cardanos metode x.35
centralfelt x.49

de Moivres formel 12
demografi: se populationsvækst
diagonalisere 123
diagonalmatrix 117
differens 190
differensligning 189 ff
differensligning af højere orden
 (af n'te orden) 203
differensligning, lineær 193
differential 33

differential i tre variable x.46
differentialform 33, 58
differentialligning
 af 1. orden 51 ff
differentialligning af højere
 orden (af n'te orden) 167 ff
differentialligning
 på differentialform 58
diskret 189
diskretisering 190
DL = differentialligning
dobbeltrødder 136 ff, 170
dynamisk 103, 111, 189
dødsrate 78, 161

efterspørgsel 101, 103 ff
egenvektor 136 ff, 128 ff, 198
egenværdi 136 ff, 128 ff, 198
eksistens- og entydighedssætn.
 53, 58, 64-65, 113, 168
eksponentialfunktion 23
elasticitet 100 ff
elektrisk kredsløb 73, 74,
 99, 177, x.234
elimination af de variable
 i system 185-187
empirisk 85
enkelt uendelighed 53
enkeltsammenhængende 47
entropi 30
Ernsts ligning 87
Euklids algoritme 192
Eulers formler 25
Eulers metode 55-56, x.73

fasediagram 157
fasefaktor 25
FHL = fuldstændig
 homogen løsning
Fibonacci-følge 205
Fibonnaccis kaniner 205
FIL = fuldstændig
 inhomogen løsning
fjederkonstant 40
fjederkraft 40, 45, 65, 183,
 x.49, x.233
forbrugsvektor 106
fordoblingstid 70
fortegn 25
fortætningspunkt 202
forurening 72, 76
friktionskraft 175
fuldstændig løsning 52, 112,
 168, 182, 192, 196, 199
fundamentalsætning 20
funktionalmatrix 150, 200
fysik 29-33, 39, 40-43, 46,
 51, 57, 65, 70, 73-74, 86-87,

99, 111, 114-115, 146-147,
 151, 167, 175-177, 183-185,
 x.49, x.233, x.234, x.235
fysisk kemi
 30, 51, 71, 87-89, 111
første ordens proces 71

gnidningsfrie tilfælde, det 176
Gompertz' funktion 85
grad, af polynomium 20
gradientfelt 42
gravitation 39, 46
gætte regler 97, 142, 173, 199

halveringstid 71, 72
harmonisk kraft(felt)
 40, 65, 175-176, x.49
helt tal 1
henfaldskonstant 115
Hermite'sk matrix 133
homogen
 94, 119, 178, 193, 197, 204
hvilelængde 40
hyperbolske funktioner 25

i 6
imaginærdel 6, 135
imaginært tal 3, 6
indifferensflade 107
indre punkt 52
indsivning i brønd 86
inhomogen 94, 119, 140, 142,
 178, 194, 198, 199, 204
integrerende faktor 60
isomorf 5
iteration 194

jagt 84, 154
jordfysik 86-87

kaos 202
kapitalvækst 71
karakteristisk polynomium 133
karakteristisk ligning 121 ff
karakterligning 169, 204
kemi: se fysisk kemi
kemisk bekæmpelse 163-164
kemostat x.205
koblede svingninger 183-185
kompleks funktion
 af reel variabel 23
kompleks løsning
 128 ff, 169, 196, 199
kompleks matrixalgebra x.21
kompleks talplan 6
komplekse egenværdier 128 ff
konjugering 13
konkurrerende arter
 156 ff, x.204, x.206

konserverativ
 29, 41, x.
kontinuert d
konveks 10
kraftfelt 29
krydsdifferen
kurveintegral
kurveintegral

LC-kredsløb
legeme 1
ligevægt 10
lineær 2. orde
 differential
lineær differen
lineær n'te or
 ligning med
 koefficienter
lineær, homog
 differentiall
 konstante k
lineær 1. orde
 differentiall
lineær, inhom
 differentiall
 konstante k
lineært differen
 system med
 koefficienter
lineært, homog
 ligningssyste
linielement 5
liniestykke 35
logistisk funkti
logistisk ligning
Lotka 153
Lotka-Volterra
LR-kredsløb 7
løsning (=partik
 52, 58, 112, 1
løsning ved udvi
 i potensrække
løsningskurve 5

Maclaurinrække
marginal substitu
 107-101
massetiltrækning
matrixmodel 19
modsat tal 7
modulus 9
Moivre, de 12

N 1
N₀ 191
naturligt tal 1
Newtons 2. lov
niveauflade 107
numerisk løsning

konservativt kraftfelt 29, 41, x.49
 kontinuert dyrkning x.205
 konveks 109
 kraftfelt 29, 30, 57
 krydsdifferentiation 47 ff, 66
 kurveintegral i rummet 38
 kurveintegral 29 ff, 33
 LC-kredsløb x.234
 legeme 1
 ligevægt 101, 144 ff, 200
 lineær 2. ordens
 differentialligning 178 ff
 lineær differensligning 193
 lineær n'te ordens differential-
 ligning med konstante
 koefficienter 181
 lineær, homogen 2. ordens
 differentialligning med
 konstante koefficienter 169
 lineær 1. ordens
 differentialligning 94 ff
 lineær, inhomogen 2. ordens
 differentialligning med
 konstante koefficienter 173
 lineært differentiallignings-
 system med konstante
 koefficienter 119
 lineært, homogent differential-
 ligningssystem 141
 linieelement 54
 liniestykke 35
 logistisk funktion 81
 logistisk ligning 79 ff, 153
 Lotka 153
 Lotka-Volterra ligninger 165
 LR-kredsløb 73-74
 løsning (=partikulær løsning)
 52, 58, 112, 168, 191, 197
 løsning ved udvikling
 i potensrække x.148
 løsningskurve 58, 61
 Maclaurinrække 26
 marginal substitutionsrate
 107-101
 massetiltrækning = gravitation
 matrixmodel 197
 modsat tal 7
 modulus 9
 Moivre, de 12
 N 1
 N_0 191
 naturligt tal 1
 Newtons 2. lov 167, 175
 niveauflade 107
 numerisk løsning 54, 190

nyttefunktion 106 ff
 ODE = 'ordinary differential
 equation' (eng.)
 = differentialligning
 omegn 52
 opstilling af differentialligning
 66-67
 ortogonaltrajektorie x.101,
 x.102, x.103, x.104
 overgangsformler,
 komplekse 9
 partiel differentialligning 167
 partikulær løsning = løsning
 PDE = 'partial differential
 equation' (eng.)
 = partiel differentialligning
 pendul 146-147, 151, x.121
 plantekonkurrence x.206
 polynomium 13, 20
 populationsvækst
 69-70, 72, 77, 78, 85, 86,
 111, 155-165, 205, 206,
 x.124, x.125, x.126, x.129
 potensrække x.148
 potentialfunktion 46
 potentiel energi 46
 pris, priselastisitet 60
 proces af 1. orden 71
 proces af 2. orden 87-88
 prædatere 161
 påtrykt kraft 175
 Q 1
 R 2
 radioaktivt henfald 70, 114
 rand, randpunkt 52
 rationalt tal 1
 RC-kredsløb 74, 99
 RCL-kredsløb 177
 reaktionshastighed 71, 87-89
 reaktionskinetik x.127
 realdel 6
 reciprok 7
 reelt polynomium 13
 reelt tal 2
 rekursiv 192
 relativ ændring 101
 rent imaginær 6
 resonans 177, x.235
 retningsfelt 55, 160
 rovdyr-byttedyr model
 161 ff, x.203, x.207
 rumligt kurveintegral 38
 sameksistens 55, 160
 samhørende differensligninger
 196 ff

samhørende differentialligninger
 111 ff
 sammenhængende område 47
 separation af de variable 61
 singulært punkt 59
 stabil ligevægt 147, 200
 stabilitet 144 ff, 200
 stamfunktion 43
 statisk model 103
 stykkevis differentiabel
 kurve 38
 substitution i differentialligning
 90 ff
 svingningstid x.121
 symbiose 165
 system af differensligninger
 196 ff
 system af differentialligninger
 112 ff
 sæsonvariation 77
 sømodel 76
 talfølge 189
 termin 71
 termodynamik 30
 totalt differential 29, 41 ff, 60
 tredjegradsligning x.35
 trend 77
 tyngdefelt x.49
 uafhængig af vejen 41
 ubegrænset vækst 69, 80
 udbud 103
 udbud/efterspørgsel
 balance 103
 ustabil ligevægt 147-148
 varmehandling af konserver
 72, 75, 78
 varmeoverførsel 75
 vekselspænding 99
 vekselvirkende
 populationer 155
 vektorfunktion af flere
 variable 149
 Verhulst 85
 Volterra 165
 vækstrate 69, 77, 79, 155
 Wronski-determinant 178
 ydre punkt 52
 Z 1
 økologisk niche 160
 økonomi 51, 52, 71, 80,
 100-109, 111, 190, 193
 åben mængde 52