SCIO

1.

Posloupnost $(3n+2)_{n=1}^{\infty}$ je totožná s posloupností:

(A) $a_1 = 5,\ a_{n+1} = 3\,a_n$

(B) $a_1 = 5,\ a_{n+1} - a_n = 3$

(C) $a_1 = 5,\ a_{n+1} = \dfrac{3}{a_n}$

(D) $a_1 = 3,\ a_{n+1} = a_n + 5$

(E) $a_1 = 3,\ \dfrac{a_{n+1}}{a_n} = 5$

2.

David hraje každý všední den fotbal a v sobotu i v neděli chodí do posilovny. Dnes se sportovně vyžíval jinak než předevčírem. Počet dní v týdnu, které tomuto popisu vyhovují, je:

(A) 0

(B) 2

(C) 3

(D) 4

(E) 5

3.

Výraz $\dfrac{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}}$ je pro všechna $x, y \in \mathbf{R}$ splňující podmínky $x^2 \neq y^2$ a $xy \neq 0$ roven:

(A) $\dfrac{1}{x-y}$

(B) $\dfrac{1}{y-x}$

(C) $\dfrac{xy}{y-x}$

(D) $\dfrac{xy}{x-y}$

(E) $\dfrac{1}{xy(x-y)}$

4.

Rozdíl druhých mocnin dvou po sobě jdoucích přirozených čísel je 2011. Součet těchto dvou čísel je:

(A) 56

(B) 144

(C) 512

(D) 2 011

(E) Taková čísla neexistují.

5.

Počet všech **přirozených** čísel, která vyhovují rovnici $(x-\pi)\cdot(2x+1)\cdot(7-x)\cdot\left(x+\sqrt{2}\right)=0$, je:

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

(E) 4

6.

Druhá odmocnina z podílu libovolného nenulového reálného čísla *x* a jeho převrácené hodnoty je rovna:

(A) $|x|$

(B) x

(C) $\sqrt{\frac{1}{x}}$

(D) 1

(E) $\sqrt{x}$

7.

Rovnost $\frac{1}{x-1}=\sqrt{\frac{1}{x^2-2x+1}}$

platí pro všechna reálná čísla *x* pro něž je:

(A) $x \geq -1, x \neq 1$

(B) $x \geq 0, x \neq 1$

(C) $x \geq 1$

(D) $x > 1$

(E) $x < 1$

8.

Kvádr byl obarven červenou barvou a následně rozřezán rovnoběžně se svými stěnami na několik shodných krychliček. Víme, že právě 13 ze vzniklých krychliček nemá obarvenou ani jednu svou stěnu. Počet krychliček, které mají obarvené právě dvě své stěny, je:

(A) 13

(B) 52

(C) 54

(D) 60

(E) 68

9.

Grafy funkcí $f: y=4^{2x+1}$ a $g: y=\left(\frac{1}{2}\right)^{-x+1}$ se:

(A) protínají v bodě $A\left[\frac{1}{4},-1\right]$

(B) protínají v bodě $A\left[\frac{1}{2},4\right]$

(C) protínají v bodě $A\left[-1,\frac{1}{4}\right]$

(D) protínají v bodech $A[0,1]$, $B\left[1,\frac{1}{4}\right]$

(E) neprotínají v žádném bodě

10.

Obdélník je jedním osovým řezem rozdělen na dva obdélníky, z nichž každý má obvod 140 cm. Jiným osovým řezem je rozdělen na dva obdélníky, z nichž každý má obvod 100 cm. Obvod původního obdélníku je:

(A) 180 cm

(B) 160 cm

(C) 140 cm

(D) 120 cm

(E) 100 cm

11.

Z následujících čísel je největší:

$a=(1\cdot 2)\cdot(2011\cdot 2012)$

$b=(1+2)\cdot(2011\cdot 2012)$

$c=(1\cdot 2)\cdot(2011+2012)$

$d=(1+2)+(2011\cdot 2012)$

$e=(1+2)+(2011+2012)$

(A) *a*

(B) *b*

(C) *c*

(D) *d*

(E) *e*

12.

Heslo, které má 5 znaků, je sestavené z číslic a z malých písmen mezinárodní abecedy (která má celkem 26 písmen). Na každém místě hesla může být libovolný znak, znaky se mohou libovolně opakovat. Maximální počet všech hesel, která můžeme takto sestavit, je:

(A) 26^5

(B) 35^5

(C) 36^5

(D) 5^{35}

(E) 5^{36}

13.

Graf funkce $y = x^2 + px + q$ protíná osu x v bodech $x_1 = -1$, $x_2 = 3$. Parametry p, q jsou rovny:

(A) $p = -2, q = -3$

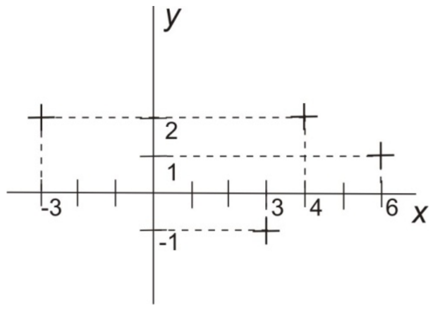
(B) $p = 2, q = 1$

(C) $p = 3, q = 3$

(D) $p = -2, q = 3$

(E) $p = 2, q = 0$

14.



V rovině je dán pás ohraničený dvěma rovnoběžnými přímkami. Víme, že na hranici tohoto pásu leží mimo jiné body $[-3,2]$, $[4,2]$, $[6,1]$ a $[3,-1]$. Šířka pásu je:

(A) $\sqrt{5}$

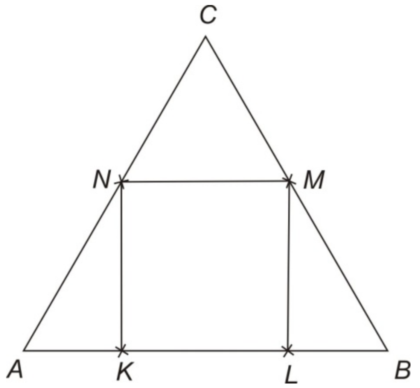
(B) $\frac{7\sqrt{5}}{5}$

(C) $\sqrt{10}$

(D) 7

(E) $5\sqrt{5}$

15.



Do rovnostranného trojúhelníku *ABC* je vepsán čtverec *KLMN* o straně délky $2\sqrt{3}$ cm. Výška trojúhelníku *ABC* je:

(A) $\dfrac{2\sqrt{3}+3}{2}$ cm

(B) $2\sqrt{3}+3$ cm

(C) $3\sqrt{3}$ cm

(D) $3\sqrt{3}+3$ cm

(E) $\dfrac{4\sqrt{3}+3}{2}$ cm

16.

Graf funkce $y = 2x^2 + 3x + 1$ posuneme rovnoběžně s osou y tak, aby se dotýkal osy x. Bod dotyku bude mít souřadnice:

(A) $[-3, 0]$

(B) $\left[-\dfrac{3}{2}, 0\right]$

(C) $\left[-\dfrac{3}{4}, 0\right]$

(D) $\left[\dfrac{3}{4}, 0\right]$

(E) $\left[\dfrac{3}{2}, 0\right]$

17.

Řešením rovnice $\dfrac{\sqrt{x^2 - 11x + 24}}{x-3} = \sqrt{2}$ v množině reálných čísel je číslo:

(A) -3

(B) -2

(C) 2

(D) 8

(E) Rovnice nemá řešení.

18.

Definiční obor funkce $f(x) = \log\left(x + \sqrt{2}\right) + \sqrt{\dfrac{2}{x} - x}$ je:

(A) $\left(0, \sqrt{2}\right)$

(B) $\left(0, \sqrt{2}\right\rangle$

(C) $\left\langle 1, \sqrt{2}\right\rangle$

(D) $\left(-\sqrt{2}, 0\right) \cup \left(0, \sqrt{2}\right)$

(E) $\left\langle -\sqrt{2}, 0\right) \cup \left(0, \sqrt{2}\right\rangle$

19.

Počet všech celých čísel *x*, pro něž platí $\dfrac{x^2 - 2x + 1}{5 - x^2} > 0$, je roven:

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 5

(E) 6

20.

Je-li $n! = 2^{16} \cdot 3^8 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17$, je číslo n rovno:

(A) 15
(B) 16
(C) 17
(D) 18
(E) Takové číslo *n* neexistuje.

21.

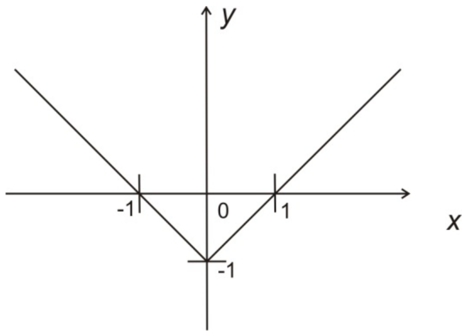
V aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je $a_2 = 5$, $a_3 = -2$. Součet všech jejích členů patřících do intervalu $\langle -100, 12 \rangle$ je:

(A) $-17 \cdot 44$
(B) $-16 \cdot 44$
(C) $-15 \cdot 44$
(D) $-17 \cdot 45$
(E) $-16 \cdot 45$

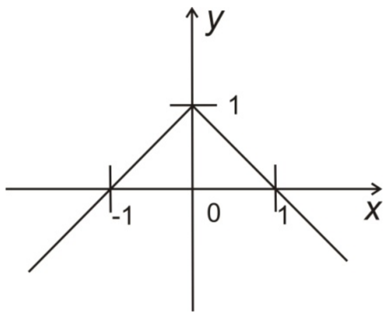
22.

Graf souměrně sdružený s grafem funkce $y = 1 - |x+1|$ podle osy *y* je na obrázku:

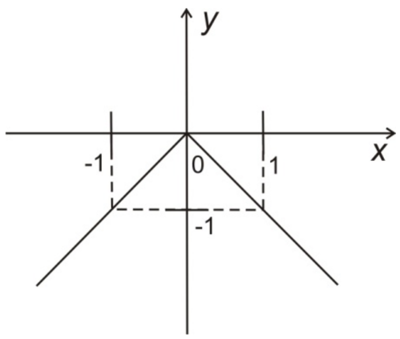
(A)



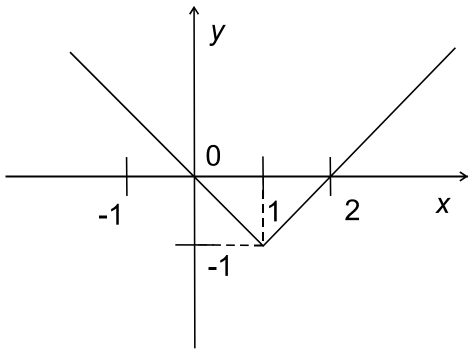
(B)



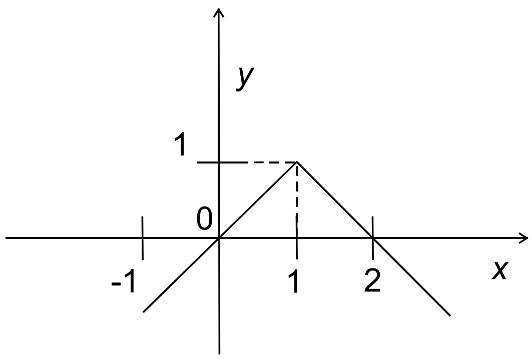
(C)



(D)



(E)



23.

Jsou dány množiny $K=\{x\in\mathbf{R};\ |x|<7\}$, $L=\langle -8,5\rangle$, $M=\{x\in\mathbf{R};\ x^2\geq 25\}$. Počet všech celých čísel, která jsou prvkem množiny $(K\cup L)\cap M$, je:

(A) 4
(B) 5
(C) 6
(D) 7
(E) 8

24.

Šest chlapců a šest děvčat (mezi nimi Emil, Felix, Gertruda a Hanka) si chtějí zatančit. Počet způsobů, jak mohou utvořit šest (smíšených) párů, pokud Emil nechce tančit s Gertrudou a Hanka chce tančit s Felixem je:

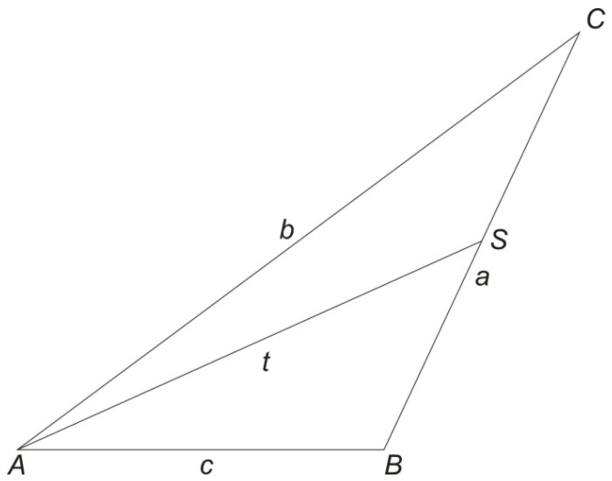
(A) 72
(B) 84
(C) 96
(D) 120
(E) 600

25.

Počet všech čtyřprvkových podmnožin množiny $M=\{x\in \mathrm{N}; \sqrt{2}<x<10\}$ je větší než počet všech jejích podmnožin pětiprvkových o:

(A) 12
(B) 14
(C) 16
(D) 18
(E) 20

26.



V trojúhelníku *ABC* je dána délka strany $c=|AB|=8\ \text{cm}$ a těžnice $t=|AS|=10\ \text{cm}$. Strana $a=|BC|$ může měřit:

(A) 2 cm
(B) 4 cm
(C) 18 cm
(D) 36 cm
(E) 40 cm

27.

Množinou všech bodů $[x,y]$ v rovině, pro jejichž souřadnice $x,y\in\mathbf{R}$ současně platí nerovnosti $y\leq 2$, $x-y\leq 0$, $x+y\geq 2$, je:

(A) prázdná množina
(B) bod
(C) přímka
(D) vnitřní oblast trojúhelníku včetně jeho stran
(E) vnitřní oblast čtverce

28.

V jedné zemi se cena zboží během posledního roku zvětšila o 100 000 %. Nová cena byla vzhledem k původní ceně větší:

(A) 101 krát
(B) 999 krát
(C) 1 000 krát
(D) 1 001 krát
(E) 100 000 krát

29.

Ze tří různých číslic je vytvořeno největší možné trojciferné číslo a druhé největší možné trojciferné číslo. Jejich součet je 1 655. Součet těchto tří číslic je:

(A) 9
(B) 10
(C) 11
(D) 12
(E) 13

30.

Koberec délky 4 m, šířky 1 m a tloušťky 0,8 cm byl svinut do role tvaru válce o výšce 1 m (mezi svinutými vrstvami nejsou žádné mezery). Poloměr (v cm) válcovité role je nejblíže k číslu:

(A) $4 \cdot \sqrt{\frac{12}{\pi}}$

(B) $8 \cdot \sqrt{\frac{10}{\pi}}$

(C) $5 \cdot \sqrt{\frac{8}{\pi}}$

(D) $9 \cdot \sqrt{\frac{6}{\pi}}$

(E) $8 \cdot \sqrt{\frac{5}{\pi}}$