

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

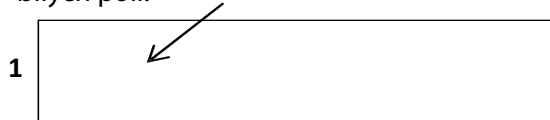
- **Didaktický test** obsahuje **26 úloh**.
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulátor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píšete do záznamového archu.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- První část didaktického testu (úlohy 1–15) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části (úlohy 16–26) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za nesprávnou nebo neuvedenou odpověď se **neudělují záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí.



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



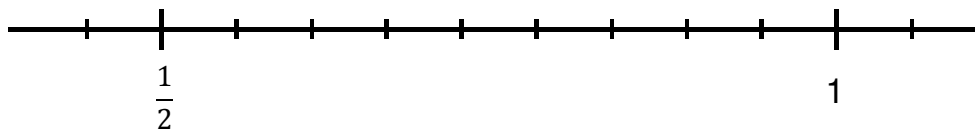
- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, zabarvete pečlivě původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.
- Pokud zakřížkujete více než jedno pole, bude vaše odpověď považována za nesprávnou.

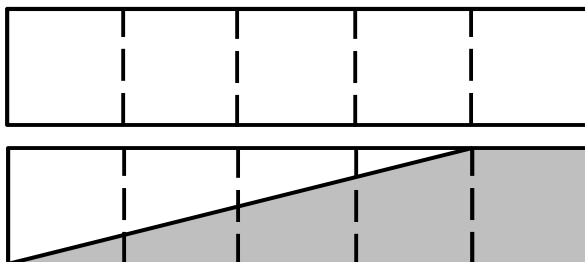
1 bod

- 1 Vyznačte na číselné ose obraz periodického čísla $0,\overline{6}$.



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 2

Každý z obou shodných obdélníků je rozdělen na pět shodných dílů.



(CERMAT)

1 bod

- 2 Vyjádřete zlomkem v základním tvaru, jakou část plochy obou obdélníků tvoří tmavá plocha.

1 bod

3 Pro $y \in \mathbb{R}$ proveďte:

$$(y^2 - 2)^3 =$$

max. 3 body

4 Pro $a \in \mathbb{R}$ zjednodušte výraz a uveďte podmínky.

$$\frac{2 - \frac{2}{a-2}}{\frac{1}{a-2} - 1} =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

max. 2 body

5 V oboru \mathbb{R} řešte rovnici:

$$\frac{x-1}{3} - 3 = \frac{3x}{6} - x$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** a správnost řešení ověřte zkouškou.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 6–7

Uvažujme všechna po sobě jdoucí **lichá** čísla od 35 do 135 (včetně obou uvedených čísel).

(CERMAT)

1 bod

6 Určete jejich počet.

1 bod

7 Určete jejich součet.

$$35 + 37 + \dots + 135 =$$

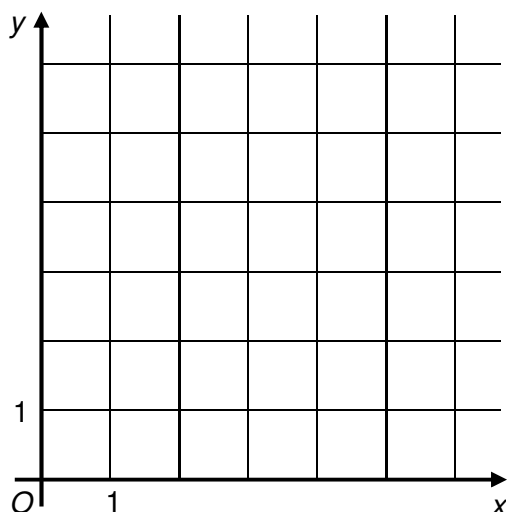
VÝCHOZÍ TEXT, TABULKA A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Daný obdélník má délky sousedních stran 2,5 cm a 4 cm.

Stejný obsah jako daný obdélník mohou mít ještě další pravoúhelníky (čtverec nebo obdélníky). Závislosti délek jejich sousedních stran lze zaznamenat do tabulky, vyjádřit předpisem nebo znázornit grafem.

Pravoúhelníky se stejným obsahem

Délka jedné strany pravoúhelníku (v cm)	2	2,5	5		x
Délka druhé strany pravoúhelníku (v cm)		4			



(CERMAT)

max. 3 body

8

- 8.1 Zapište předpis funkce vyjadřující závislost délky y druhé strany pravoúhelníku na délce x první strany pravoúhelníku, jsou-li oba rozměry v centimetrech.
- 8.2 Sestrojte graf popsané funkce.
- 8.3 Zjistěte, ve kterých bodech protíná graf funkce souřadnicovou osu x .

V záznamovém archu obtáhněte graf funkce **propisovací tužkou**.

1 bod

- 9 Rozšířením lomeného výrazu $\frac{4}{3-n}$, kde $n \in \mathbb{N} \setminus \{3\}$, dostáváme

$$\frac{\odot}{18 - 2n^2}.$$

Zapište výraz, kterým nahradíte v čitateli symbol \odot .

1 bod

- 10 Užitím logaritmu vyjádřete ze vztahu $5^y = 4$ proměnnou y .
-

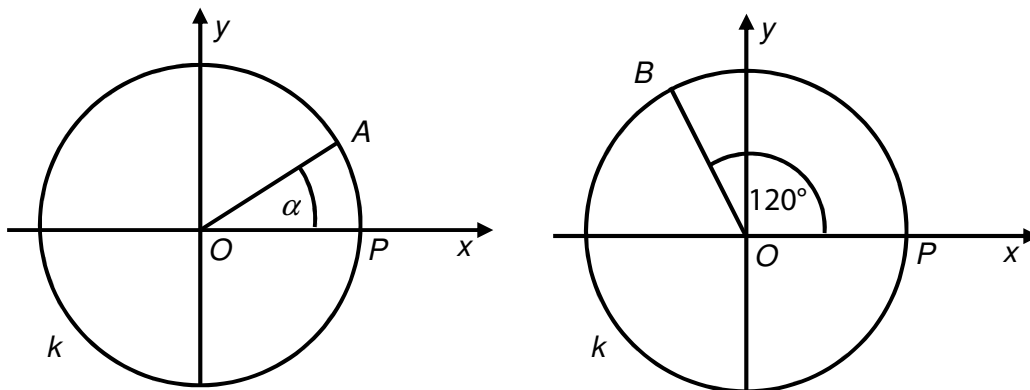
1 bod

- 11 Graf reálné funkce s předpisem $y = a^x$ prochází body $A[3; 8]$ a $B[b_1; 16]$.

Doplňte chybějící souřadnici b_1 bodu B .

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 12–13

Na kružnici k se středem O v počátku soustavy souřadnic a poloměrem $|OP| = 1$ jsou umístěny body A, B .



(CERMAT)

1 bod

- 12 Pomocí goniometrické funkce úhlu $\alpha \in (0; \pi)$ vyjádřete vzdálenost bodu A od souřadnicové osy x .

max. 2 body

- 13 Vypočítejte vzdálenost bodů B, P .

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

Bod A je vrcholem trojúhelníku ABC s pravým úhlem při vrcholu B .

Bod D je vrcholem trojúhelníku BCD s pravým úhlem při vrcholu D .



(CERMAT)

max. 2 body

14

14.1 V polorovině BCA sestrojte množinu \mathcal{A} všech bodů A^* , které jsou vrcholy trojúhelníků A^*BC s pravým úhlem při vrcholu B .

14.2 V polorovině BCD sestrojte množinu \mathcal{D} všech bodů D^* , které jsou vrcholy trojúhelníků BCD^* s pravým úhlem při vrcholu D^* .

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou** a nalezené množiny označte symboly \mathcal{A} a \mathcal{D} .

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

V Kocourkově se jedenkrát ročně plní městská sýpka. Pracovité kočky by sýpku naplnily samy za 2 hodiny, ale kocourům by stejná práce trvala 5 hodin. Myšky zlodějky umí plnou sýpku vyprázdnit za 10 hodin.

(Veškeré činnosti se provádějí rovnoměrným tempem.)

Letos se do plnění prázdné sýpky pustili nejprve samotní kocouři. Po hodině práce jim přišly pomoci kočky, ale současně s nimi začaly sýpku vykrádat myšky. Všichni pak pokračovali až do okamžiku, kdy byla sýpka plná.

(CERMAT)

max. 4 body

15

15.1 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtete, za jak dlouho byla sýpka plná.

15.2 Zapište zlomkem, jakou část sýpky myšky rozkradly.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

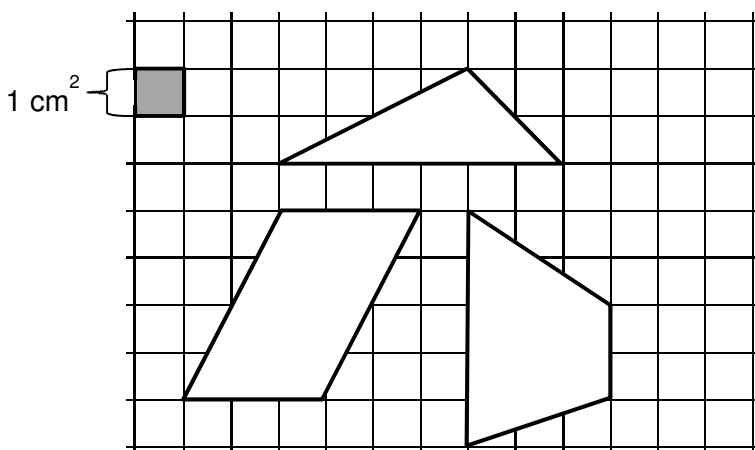
max. 2 body

16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE).

- | | A | N |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 16.1 Číslo -2 je prvkem množiny přirozených čísel. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.2 Číslo $\frac{9}{3}$ je prvkem množiny přirozených čísel. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.3 Periodické číslo $0,\overline{7}$ je prvkem množiny racionálních čísel. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.4 Číslo $\sqrt{2}$ <u>není</u> prvkem množiny racionálních čísel. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 17

Na obrázku jsou zakresleny tři rovinné útvary s vrcholy v mřížových bodech.



(CERMAT)

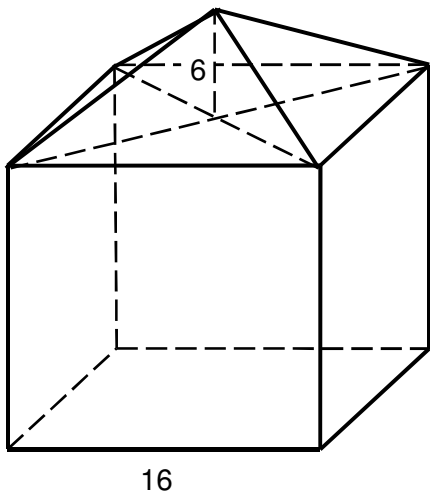
2 body

17 Jaký je součet obsahů všech tří rovinných útvarů?

- A) menší než 27,5 cm²
- B) 27,5 cm²
- C) 28,0 cm²
- D) 28,5 cm²
- E) větší než 28,5 cm²

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

Obytná část domu má tvar krychle a půda tvar jehlanu. Délka hrany krychle je 16 m a výška jehlanu 6 m.



Uvedené rozměry jsou v metrech.

(CERMAT)

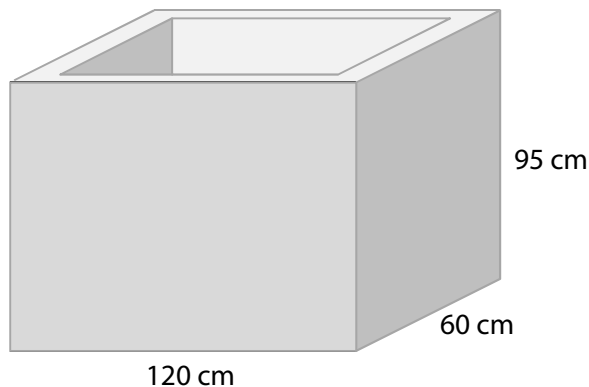
2 body

18 Jak velká je plocha střechy?

- A) 192 m^2
- B) 202 m^2
- C) 320 m^2
- D) 448 m^2
- E) 512 m^2

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Kád' tvaru kvádru je vodou naplněna po okraj. Vnější rozměry kádě jsou 95 cm, 120 cm a 60 cm. Tloušťka všech stěn i dna je 5 cm.



(CERMAT)

2 body

19 Kolik litrů vody se vešlo do kádě?

- A) méně než 57 litrů
- B) 467,5 litrů
- C) 495 litrů
- D) 4 675 litrů
- E) 56 925 litrů

2 body

20 Rozvinutý plášť kužele tvoří půlkruh. Délka strany kužele je 6 cm.

Jaký je obsah pláště kužele?

- A) $6\pi \text{ cm}^2$
- B) $8\pi \text{ cm}^2$
- C) $9\pi \text{ cm}^2$
- D) $12\pi \text{ cm}^2$
- E) $18\pi \text{ cm}^2$

2 body

21 V rovině jsou dány přímky p a q .

$$p: x = -3 + 2t$$

$$q: y = 0$$

$$y = -t; t \in \mathbf{R}$$

Do kterého z uvedených intervalů patří odchylka φ přímek p, q ?

A) $\left(0; \frac{\pi}{5}\right)$

B) $\left(\frac{\pi}{5}; \frac{2\pi}{5}\right)$

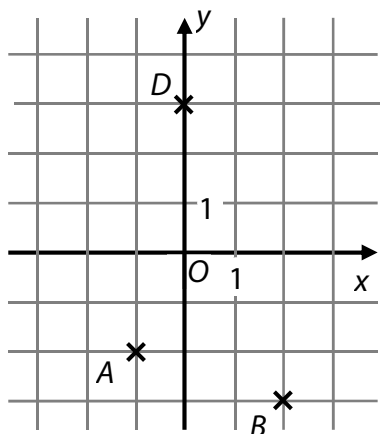
C) $\left(\frac{2\pi}{5}; \frac{3\pi}{5}\right)$

D) $\left(\frac{3\pi}{5}; \frac{4\pi}{5}\right)$

E) $\left(\frac{4\pi}{5}; \pi\right)$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 22

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou umístěny vrcholy A, B, D **rovnoběžníku** $ABCD$.



(CERMAT)

2 body

22 Který zápis představuje obecnou rovnici přímky AC ?

A) $x + y + 3 = 0$

B) $x - y - 1 = 0$

C) $x - 2y - 3 = 0$

D) $2x - y = 0$

E) žádný z uvedených

2 body

23 V geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$\frac{a_2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{4}{a_3}$$

Jaký je kvocient posloupnosti?

- A) $\frac{1}{8}$
- B) $\frac{1}{2}$
- C) 2
- D) 4
- E) 6

VÝCHOZÍ TEXT A GRAFY K ÚLOZE 24

V prvním grafu je uvedeno průměrné časové rozložení všech denních činností paní Nové. Ve druhém grafu je podrobněji popsána náplň jejího volného času.



(CERMAT)

2 body

24 Kolik minut denně věnuje v průměru paní Nová četbě?

- A) 32 minut
- B) 36 minut
- C) 38 minut
- D) 40 minut
- E) 45 minut

max. 4 body

25 Přiřadte každé úloze (25.1–25.4) s neznámou $x \in \mathbf{R}$ odpovídající řešení (A–F).

25.1 $\frac{(x-2)^2}{2-x} = 0$ _____

25.2 $\frac{2-x}{2} \leq 0$ _____

25.3 $-2 \cdot (x-2) \geq 0$ _____

25.4 $(x-2) \cdot (2-2) \leq 0$ _____

A) \emptyset

B) \mathbf{R}

C) $\{2\}$

D) $\langle 2; +\infty)$

E) $(-\infty; 2\rangle$

F) jiné řešení

max. 3 body

- 26** V osudí jsou 2 bílé a 4 modré koule. Z osudí budou postupně vytáženy 4 koule.

Přiřadte každému jevu (26.1–26.3) pravděpodobnost (A–E), s níž daný jev může nastat.

26.1 V osudí zbydou dvě bílé koule. _____

26.2 V osudí zbydou dvě modré koule. _____

26.3 V osudí zbydou dvě koule stejné barvy. _____

A) $\frac{1}{15}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{7}{15}$

D) $\frac{2}{3}$

E) jiná hodnota

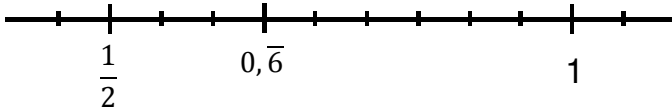
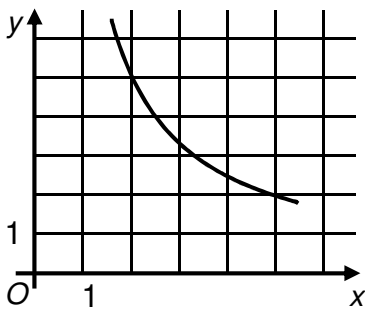
ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.

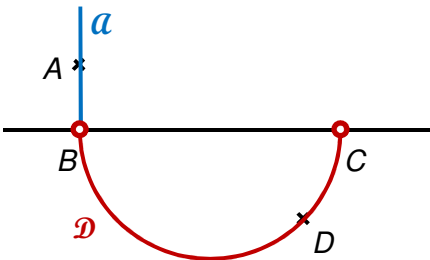
KLÍČ SPRÁVNÝCH ŘEŠENÍ

Matematika

Kód testu: MAIZD14C0T01

	Celkem	Uzavřených	Otevřených
Počet úloh	26	11	15

Úloha	Správné řešení	Body
1		1
2	$\frac{3}{10}$	1
3	$y^6 - 6y^4 + 12y^2 - 8$	1
4	$-2; a \in \mathbf{R} \setminus \{2; 3\}$	max. 3 b.
5	$K = \{4\}$; zkouška: $L(4) = P(4) = -2$	max. 2 b.
6	$n = 51$	1
7	4 335	1
8		(max. 3 b.)
8.1	$y = \frac{10}{x}$	1
8.2		1
8.3	Průsečík grafu funkce se souřadnicovou osou x neexistuje.	1
9	$8n + 24$	1
10	$\log_5 4 = \frac{\log 4}{\log 5}$ apod.	1
11	$b_1 = 4$, resp. $B[4; 16]$	1
12	$\sin \alpha$	1
13	$ BP = \sqrt{3}$	max. 2 b.

Úloha	Správné řešení	Body
14		max. 2 b.
15		(max. 4 b.)
15.1	2 h 20 minut	3
15.2	$\frac{2}{15}$	1
16		max. 2 b.
16.1	NE	4 podúlohy 2 b.
16.2	ANO	3 podúlohy 1 b.
16.3	ANO	2 podúlohy 0 b.
16.4	ANO	1 podúloha 0 b.
		0 podúloh 0 b.
17	D	2
18	C	2
19	C	2
20	E	2
21	A	2
22	B	2
23	D	2
24	B	2
25		max. 4 b.
25.1	A	4 podúlohy 4 b.
25.2	D	3 podúlohy 3 b.
25.3	E	2 podúlohy 2 b.
25.4	B	1 podúloha 1 b.
		0 podúloh 0 b.
26		max. 3 b.
26.1	A	3 podúlohy 3 b.
26.2	E	2 podúlohy 2 b.
26.3	C	1 podúloha 1 b.
		0 podúloh 0 b.
CELKEM		50 bodů

Všechna ekvivalentní vyjádření jsou možná.

Obsah klíče správných řešení je chráněn autorskými právy. Jakékoli jeho užití, jakož i užití jakékoli jeho části pro komerční účely či pro jejich přímou i nepřímou podporu bez předchozího explicitního písemného souhlasu CERMATu bude ve smyslu obecně závazných právních norem považováno za porušení autorských práv.