

### DIDAKTICKÝ TEST

**Maximální bodové hodnocení: 50 bodů**  
**Hranice úspěšnosti: 33 %**

#### 1 Základní informace k zadání zkoušky

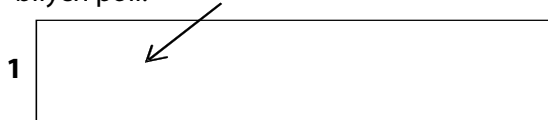
- Didaktický test obsahuje **23 úloh**.
- Časový limit pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulátor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píšete do záznamového archu.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–12) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části (úlohy 13–23) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za nesprávnou nebo neuvedenou odpověď se **neudělují záporné body**.

#### 2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

#### 2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí.



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

#### 2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, zabarvete pečlivě původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.
- Pokud zakřížkujete více než jedno pole, bude vaše odpověď považována za nesprávnou.

1 bod

- 1 Určete nejmenší přirozené číslo  $n$ , pro které je kladný výraz:

$$\frac{n}{90} - \frac{40}{n}$$

---

max. 2 body

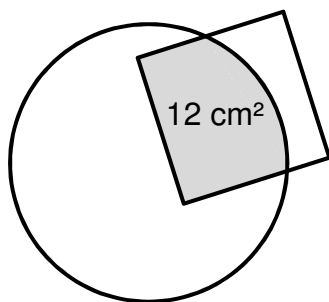
- 2 V oboru  $\mathbb{R}$  řešte:

$$\frac{x^3 - 1}{x - 1} = 1$$

---

**VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 3**

Obrazec je složen ze čtverce a kruhu. Společná část má obsah  $12 \text{ cm}^2$ . Ve čtverci tvoří společná část dvě třetiny plochy, v kruhu čtvrtinu plochy.



(CERMAT)

max. 2 body

3

- 3.1 Vypočtěte obsah celého obrazce.  
3.2 Vyjádřete poměr obsahů čtverce a kruhu v tomto pořadí.

max. 2 body

- 4 Výraz upravte a určete všechny hodnoty  $x \in \mathbb{R}$ , pro něž má smysl.

$$\frac{x}{2 + \frac{1}{x}} - \frac{1}{8x + 4} + \frac{1}{4} =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

---

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 5–6

Je dán výraz:

$$\frac{\log(x^2 + 0,75)^2}{\log(x^2 + 0,75)}$$

(CERMAT)

1 bod

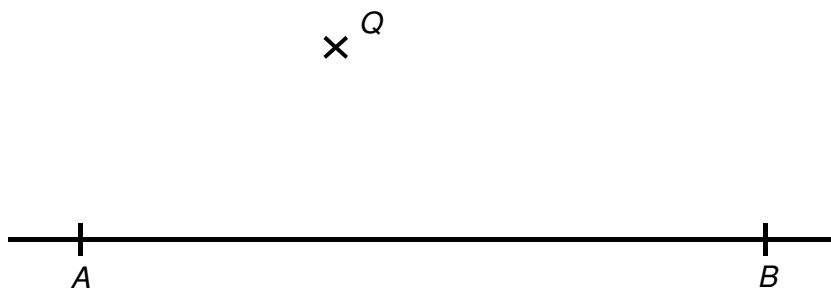
- 5 Určete všechny hodnoty  $x \in \mathbb{R}$ , pro něž má výraz smysl.

1 bod

- 6 Daný výraz zjednodušte.

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

V rovině je umístěna úsečka  $AB$  a bod  $Q$ .



(CERMAT)

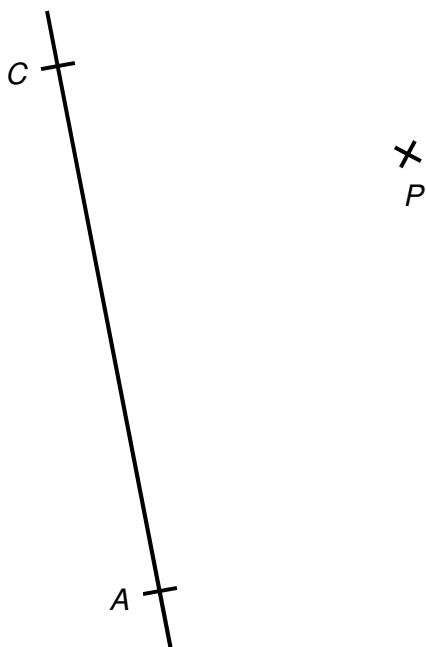
**1 bod**

- 7**     **Sestrojte trojúhelník  $ABC$** , jehož výška  $v_b$  (výška na stranu  $b$ ) se protíná s těžnicí  $t_c$  (těžnice na stranu  $c$ ) v bodě  $Q$ .

**V záznamovém archu** proveďte konstrukci a vše obtáhněte propisovací tužkou.

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině je umístěna úsečka  $AC$  a bod  $P$ .



(CERMAT)

max. 3 body

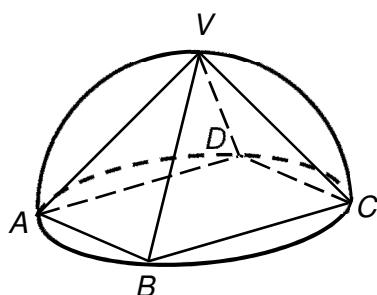
8

- 8.1 **Sestrojte trojúhelník  $ABC$** , jehož výška  $v_b$  (výška na stranu  $b$ ) se protíná s těžnicí  $t_a$  (těžnice na stranu  $a$ ) v bodě  $P$ .
- 8.2 Provedte rozbor nebo popis konstrukce vrcholu  $B$ .

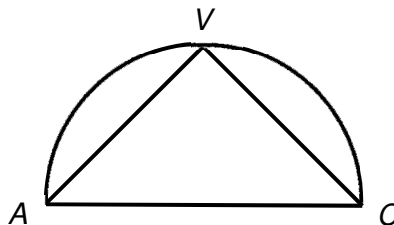
**V záznamovém archu** obtáhněte konstrukci propisovací tužkou.

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Do polokoule je vepsán pravidelný čtyřboký jehlan  $ABCDV$ .



Svislý řez



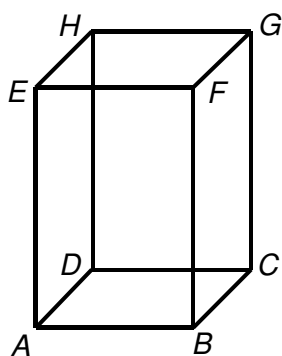
(CERMAT)

max. 2 body

- 9 Vypočtete, kolikrát větší je objem polokoule než objem jehlanu.

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V kvádru  $ABCDEFGH$  je  $|AB| = |AD| = 4$  cm,  $|AE| = 6$  cm.



(CERMAT)

max. 3 body

- 10 V tělese vyznačte odchylku  $\varphi$  přímky  $BH$  od roviny  $ABF$  a vypočtete její velikost. Výsledek zaokrouhlete na celé stupně.

V záznamovém archu uveďte postup řešení. Objekty zakreslete do obrázku propisovací tužkou.

### **VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11**

V letadle na cestě do Asie letělo o 40 cizinců více než Čechů. Polovina cizinců požadovala vegetariánskou stravu, z českých pasažérů měla stejné přání pouze desetina. Vegetariánská strava se tak připravovala pro třetinu všech pasažérů.

(CERMAT)

**max. 3 body**

**11 Určete celkový počet pasažérů požadujících vegetariánskou stravu.**

**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**

## VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Hráč přichází na stanoviště s určitým počtem žetonů. Na stanovišti musí utratit alespoň jeden žeton.

Kolik žetonů hráč utratí, tolikrát se při odchodu ze stanoviště zvětší počet jeho zbývajících žetonů. (Např. přichází-li hráč na stanoviště s 10 žetony a utratí 4 žetony, stanoviště opustí s 24 žetony.)

Žetony nelze dělit.

**Aleš přichází na stanoviště se 45 žetony.**

(CERMAT)

**max. 4 body**

**12**

- 12.1 Určete počet žetonů, které musí Aleš utratit, aby stanoviště opouštěl nejméně s 500 žetony. (Najděte všechna řešení.)
- 12.2 Určete největší možný počet žetonů, který si Aleš z tohoto stanoviště může odnést.

**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**



max. 3 body

**13** Přiřadte každé nerovnici (13.1–13.3) její řešení (A–E) v oboru  $\mathbb{R}$ .

13.1  $\cos x \neq 0$  \_\_\_\_\_

13.2  $\cos x < 0$  \_\_\_\_\_

13.3  $\cos x < 1$  \_\_\_\_\_

A)  $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} (2k\pi; 2\pi + 2k\pi)$

B)  $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} (k\pi; \pi + k\pi)$

C)  $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left( -\frac{1}{2}\pi + 2k\pi; \frac{3}{2}\pi + 2k\pi \right)$

D)  $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left( -\frac{1}{2}\pi + k\pi; \frac{1}{2}\pi + k\pi \right)$

E)  $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left( \frac{1}{2}\pi + 2k\pi; \frac{3}{2}\pi + 2k\pi \right)$

max. 3 body

**14** Přiřadte ke každé rovnici (14.1–14.3) odpovídající množinu (A–E) bodů  $X[x; y]$  v rovině.

14.1  $16 - 8x - y^2 = 0$  \_\_\_\_\_

14.2  $x^2 - y^2 + 16 = 0$  \_\_\_\_\_

14.3  $x^2 - 8x + 16 = 0$  \_\_\_\_\_

- A) přímka
- B) kružnice
- C) parabola
- D) hyperbola s hlavní osou totožnou se souřadnicovou osou  $x$
- E) hyperbola s hlavní osou totožnou se souřadnicovou osou  $y$

---

2 body

**15** V geometrické posloupnosti platí:

$$a_1 + a_2 = 4$$

$$a_3 - a_1 = -16$$

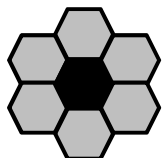
**Do kterého z uvedených intervalů patří kvocient  $q$  posloupnosti?**

- A)  $\langle -8; -6 \rangle$
- B)  $\langle -6; -4 \rangle$
- C)  $\langle -4; -2 \rangle$
- D)  $\langle -2; 0 \rangle$
- E)  $\langle 0; 8 \rangle$

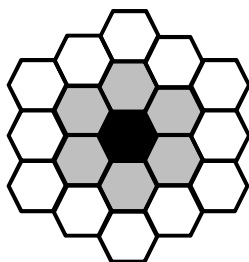
### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 16

Dlažba kolem stožáru na vlajku (černý otvor) vytváří pravidelné tmavé a světlé prstence. (Všechny dlažební kostky jsou shodné pravidelné šestiboké hranoly.)

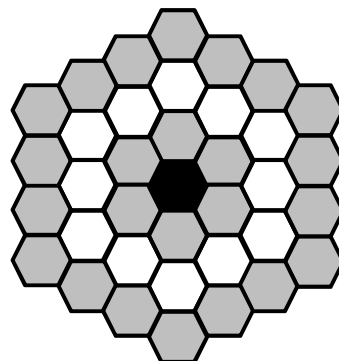
**1 prstenec**



**2 prstence**



**3 prstence**



(CERMAT)

**2 body**

**16** Kolik prstenců je vytvořeno z 1 260 dlaždic?

- A) 15
- B) 18
- C) 20
- D) 21
- E) 28

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Číslo, které se čte stejně zleva i zprava, se nazývá **palindrom**.  
Uvažujme všechny pětímístné palindromy, které mají první číslici větší než druhou (např. 70 207, 21 112, 82 128 apod.).

(CERMAT)

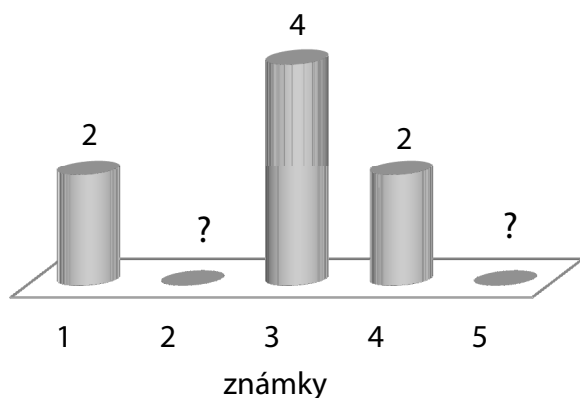
**2 body**

**17 Kolik různých palindromů je možné uvedeným způsobem sestavit?**

- A) 360
- B) 450
- C) 720
- D) 810
- E) 900

### VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 18

Graf udává četnost známek z písemné práce z matematiky, kterou psalo 13 žáků. Není uvedena četnost známek 2 a 5. **Medián** je 2.



(CERMAT)

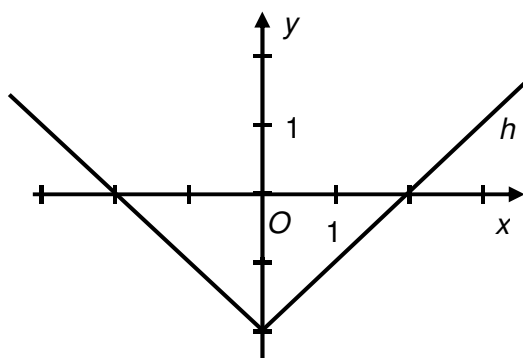
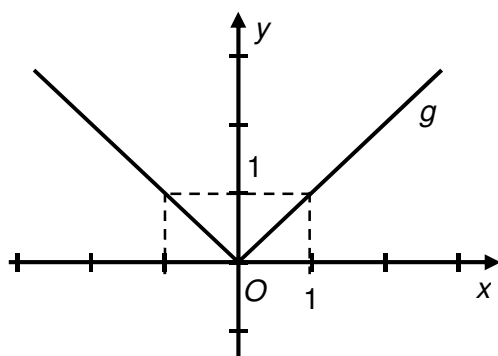
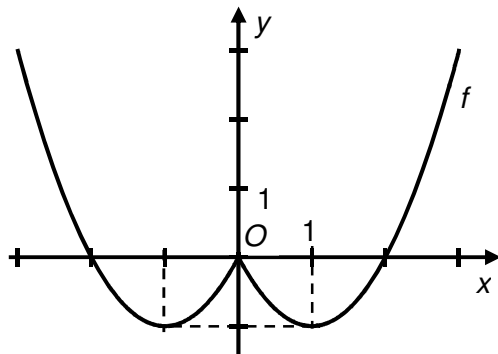
**2 body**

**18 Které z následujících tvrzení je nepravdivé?**

- A) Aritmetický průměr je větší než medián.
- B) Aritmetický průměr je menší než 2,5.
- C) Nejvíce je dvojek.
- D) Modus je 5.
- E) Nejsou žádné pětky.

### VÝCHOZÍ TEXT A GRAFY K ÚLOZE 19

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  jsou sestrojeny grafy funkcí  $f$ ,  $g$ ,  $h$ , které jsou definovány pro všechna  $x \in \mathbf{R}$ .



(CERMAT)

2 body

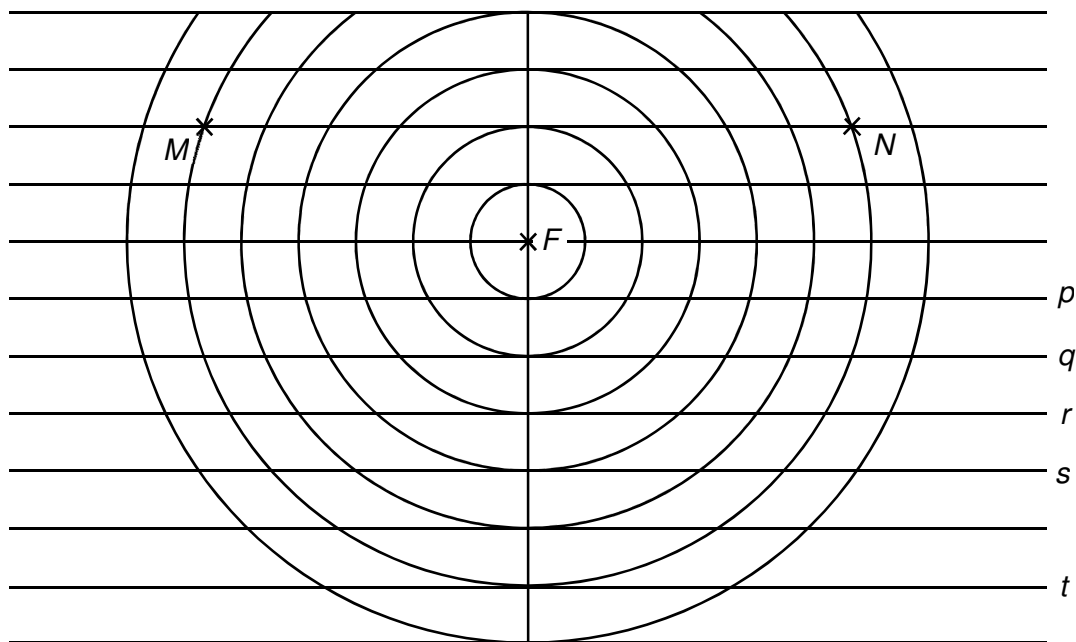
**19** Který z následujících vztahů platí pro všechna  $x \in \mathbf{R}$ ?

- A)  $f(x) = g(x) \cdot h(x)$
- B)  $f(x) = g(x) + h(x)$
- C)  $f(x) = g^2(x) - h(x)$
- D)  $f(x) = |h(x) + 1| - 1$
- E)  $f(x) = |g(x) - 1| - 1$

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Body  $M$ ,  $N$  leží na parabole s ohniskem  $F$ .

Vrchol  $V$  paraboly leží na některé z přímek  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $s$ ,  $t$ .



Vzdálenost libovolných dvou sousedních rovnoběžek je 1 cm.

(CERMAT)

**2 body**

**20 Na které z uvedených přímek leží vrchol  $V$  paraboly?**

- A) na přímce  $p$
- B) na přímce  $q$
- C) na přímce  $r$
- D) na přímce  $s$
- E) na přímce  $t$

**2 body**

- 21** Je dáno těžiště  $T[3; 4]$  a strana  $AB = \{[2t; 4 + t]; t \in \langle -1; 3 \rangle\}$  trojúhelníku  $ABC$ .

**Jaké souřadnice má vrchol  $C$ ?**

- A)  $C[2; 5]$
- B)  $C[4; 2]$
- C)  $C[4; 3]$
- D)  $C[5; 2]$
- E)  $C[6; -1]$

---

**2 body**

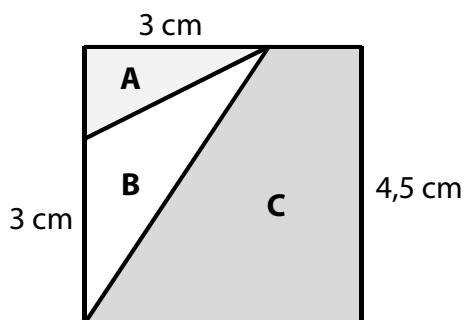
- 22** Vzdálenost obrazů komplexních čísel  $z = a + bi$  a  $\bar{z} = a - bi$  v Gaussově rovině je 8. Obě části  $a, b$  komplexního čísla  $z$  jsou kladné. Dále platí  $|z| = 8$ .

**Jaká je reálná část  $a$  komplexního čísla  $z$ ?**

- A)  $2\sqrt{3}$
- B)  $4\sqrt{3}$
- C)  $6\sqrt{3}$
- D)  $6\sqrt{2}$
- E)  $8\sqrt{2}$

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 23

Čtverec se stranou délky 4,5 cm je rozdělen na tři rovinné obrazce: **A**, **B** a **C**.



(CERMAT)

max. 3 body

**23 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (A), či nikoli (N).**

23.1 Obsahy trojúhelníků A a B jsou v poměru 1 : 2.

A	N
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

23.2 Obsah trojúhelníku B tvoří dvě devítiny obsahu čtverce.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

23.3 Obsahy obrazců B a C jsou v poměru 1 : 3.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------



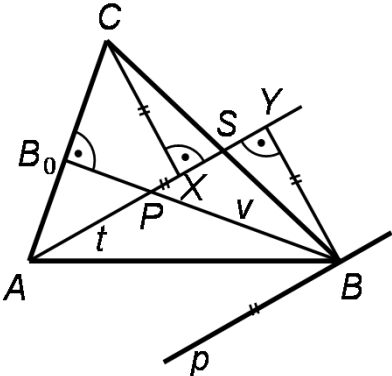
## KLÍČ SPRÁVNÝCH ŘEŠENÍ

## Matematika +

**Kód testu: MAMPD14C0T01**

	Celkem	Uzavřených	Otevřených
Počet úloh	23	11	12

Úloha	Správne řešení	Body
1	61	1
2	$K = \{-1; 0\}$	max. 2 b.
3		(max. 2 b.)
3.1	$54 \text{ cm}^2$	1
3.2	$3 : 8$	1
4	$\frac{x}{2}; x \in \mathbf{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; 0\right\}$	max. 2 b.
5	$x \in \mathbf{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$	1
6	2	1
7		1
8		(max. 3 b.)
8.1		max. 2 b.

Úloha	Správné řešení	Body
8.2	 <p>1. Výška z bodu <math>B</math> je kolmá na stranu <math>AC</math>.  <math>B \in v</math>; <math>P \in v \wedge v \perp AC</math></p> <p>2. Vzdálenosti bodů <math>B</math> a <math>C</math> od přímky <math>AP</math> jsou shodné  <math>(\triangle CSX \simeq \triangle BSY)</math>.</p> <p><math>B \in p; p \parallel \leftrightarrow AP \wedge  p \leftrightarrow AP  =  C \leftrightarrow AP </math></p>	1
9	$\pi$ -krát	max. 2 b.
10	$\varphi \doteq 29^\circ$	max. 3 b.
11	80	max. 3 b.
12		(max. 4 b.)
12.1	$n \in \mathbf{N} \wedge n \in \langle 20; 25 \rangle$	max. 2 b.
12.2	506	max. 2 b.
13		max. 3 b.
13.1	D	3 podúlohy 3 b.
13.2	E	2 podúlohy 2 b.
13.3	A	1 podúloha 1 b.
		0 podúloh 0 b.
14		max. 3 b.
14.1	C	3 podúlohy 3 b.
14.2	E	2 podúlohy 2 b.
14.3	A	1 podúloha 1 b.
		0 podúloh 0 b.
15	C	2
16	C	2
17	B	2
18	D	2
19	A	2
20	B	2
21	D	2
22	B	2
23		max. 3 b.
23.1	ANO	3 podúlohy 3 b.
23.2	ANO	2 podúlohy 1 b.
23.3	ANO	1 podúloha 0 b.
		0 podúloh 0 b.
<b>CELKEM</b>		<b>50 bodů</b>

Všechna ekvivalentní vyjádření jsou možná.

Obsah klíče správných řešení je chráněn autorskými právy. Jakékoli jeho užití, jakož i užití jakékoli jeho části pro komerční účely či pro jejich přímou i nepřímou podporu bez předchozího explicitního písemného souhlasu CERMATu bude ve smyslu obecně závazných právních norem považováno za porušení