

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

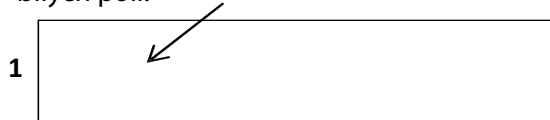
- **Didaktický test** obsahuje **23 úloh**.
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulátor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píšete do záznamového archu.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- První část didaktického testu (úlohy 1–12) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části (úlohy 13–23) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za nesprávnou nebo neuvedenou odpověď se **neudělují záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí.



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, zabarvete pečlivě původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.
- Pokud zakřížkujete více než jedno pole, bude vaše odpověď považována za nesprávnou.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 1–2

Je dán číselný výraz:

$$16 \cdot 4^{99} \cdot 8^{101}$$

(CERMAT)

1 bod

- 1** Výraz zapište jako mocninu čísla 2.

1 bod

- 2** Výraz zapište jako mocninu přirozeného čísla s největším možným prvočíselným exponentem.

1 bod

- 3** Pro $a \in \mathbb{R} \setminus \{1; -1\}$ proveďte:

$$(a^{12} + 2a^{10} - a^2 - 2) : (a^{10} - 1) =$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Žáci jedné třídy chtějí paní učitelce věnovat lístek do divadla. Jestliže každý z nich přispěje 12 korunami, k zakoupení lístku jim bude chybět 34 korun. Přispěje-li každý žák 15 korunami, zbude jim 50 Kč. Nakonec se žáci dohodli, že každý přinese 14 korun.

(CERMAT)

max. 3 body

4 Vypočtěte, kolik korun třídě zbude po zakoupení lístku.

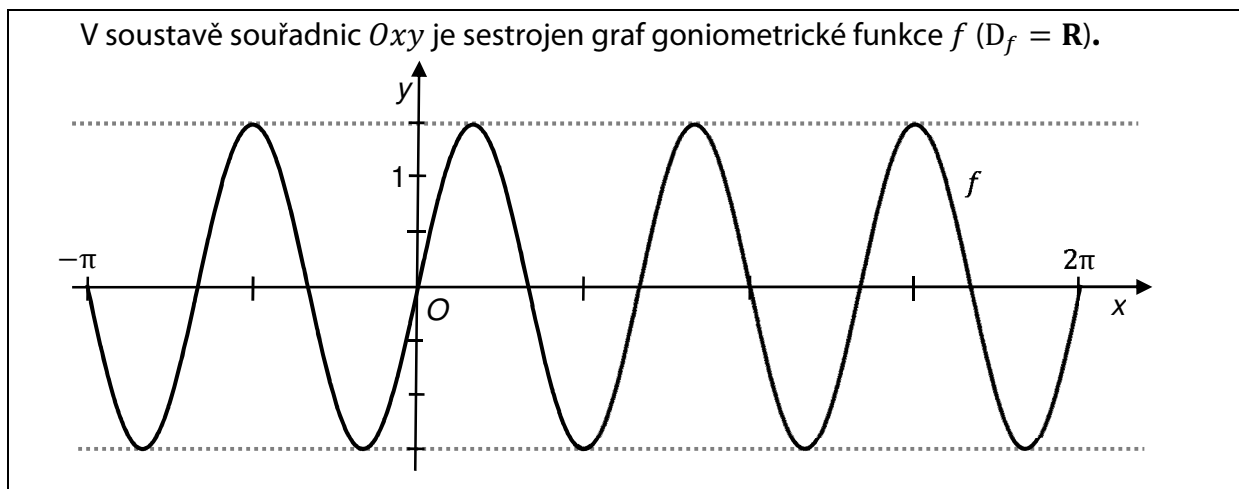
V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

max. 2 body

5 Pro $a \in \mathbb{R}_0^+ \setminus \{4\}$ zjednodušte výraz:

$$\frac{(2 + \sqrt{a})^2}{4 - a} - \frac{2\sqrt{a}}{2 - \sqrt{a}} =$$

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 6



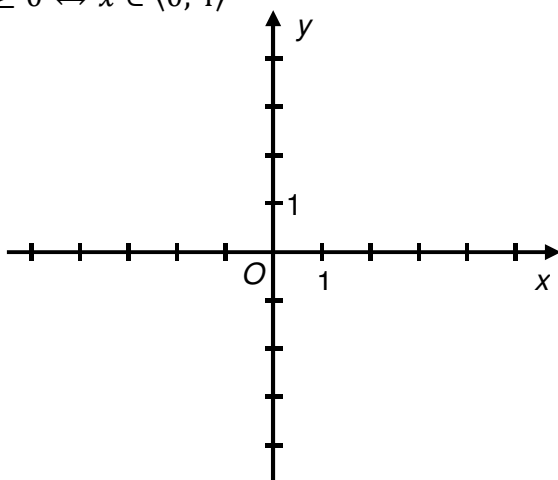
(CERMAT)

max. 2 body

6 Zapište předpis funkce f .

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Pro kvadratickou funkci f platí:
definiční obor je $D_f = \mathbf{R}$; obor hodnot je $H_f = (-\infty; 4)$
 $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in \langle 0; 4 \rangle$



(CERMAT)

max. 3 body

7

7.1 Sestrojte graf funkce f .

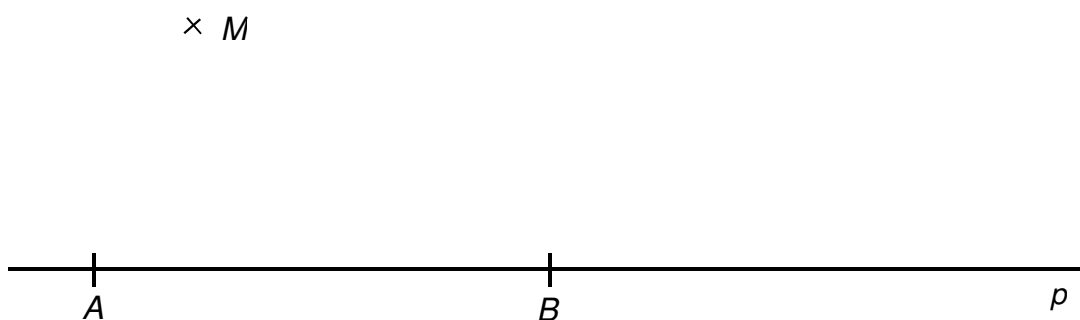
V záznamovém archu obtáhněte graf **propisovací tužkou**.

7.2 Zapište souřadnice vrcholu V grafu funkce f .

7.3 Uveďte předpis funkce f .

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině je umístěna přímka p , na ní dva různé body A, B a bod M , který na přímce p neleží.



(CERMAT)

max. 4 body

8

- 8.1 V polovině pM najděte vrchol C trojúhelníku ABC s vnitřním úhlem $\gamma = 45^\circ$ při vrcholu C , jestliže bod M leží na těžnici t_c (těžnice z vrcholu C).

Provedte náčrtek, rozbor a konstrukci.

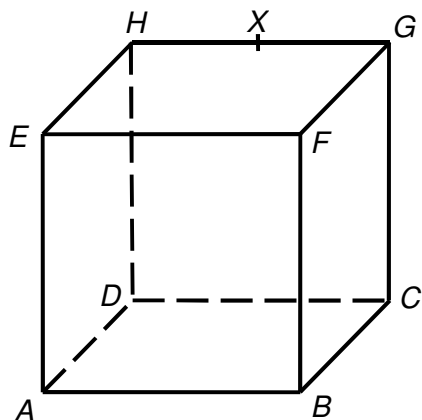
- 8.2 V polovině pM najděte vrchol C^* trojúhelníku ABC^* s vnitřním úhlem $\gamma = 45^\circ$ při vrcholu C^* , jestliže bod M leží **uvnitř** trojúhelníku na těžnici t_b (těžnice z vrcholu B).

Provedte náčrtek, rozbor a konstrukci.

V záznamovém archu používejte rýsovací potřeby a obtáhněte **konstrukci propisovací tužkou**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 9–10

Bod X je střed hrany GH krychle $ABCDEFGH$.



(CERMAT)

1 bod

- 9** Určete odchylku φ přímek EX a CG .

max. 2 body

- 10** Sestrojte řez krychle rovinou, která obsahuje hranu EH a je rovnoběžná s přímkou XB . Řez vyšrafujte.

max. 2 body

- 11** Přímky $p: 3x + y + 6 = 0$ a $q: ax + 5y - 6 = 0$ se protínají na souřadnicové ose x .

Určete hodnotu koeficientu a .

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

max. 3 body

- 12** Elipsa \mathcal{E} je určena rovnicí $5x^2 + y^2 = 10x$.

Určete souřadnice středu S a výstřednost e elipsy \mathcal{E} .

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

max. 3 body

13 Přiřadte každé rovnici či nerovnici (13.1–13.3) její řešení (A–E) v oboru \mathbb{R} .

13.1 $|x - 3| \leq 0$ _____

13.2 $|3 - x| + |3 + x| \leq 0$ _____

13.3 $|x - 3| - |x + 3| = 0$ _____

A) $\langle -3; 3 \rangle$

B) $\langle -3; 0 \rangle$

C) $\{3\}$

D) \emptyset

E) jiné řešení

max. 3 body

14 Přiřadte k prvním dvěma členům každé z uvedených posloupností (14.1–14.3) následující člen (A–E), jestliže $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

14.1 Aritmetická posloupnost: $-a; \frac{a}{2};$ _____

14.2 Geometrická posloupnost: $-\frac{a}{2}; a;$ _____

14.3 Geometrická posloupnost: $\frac{1}{2}; -a;$ _____

A) $2a^2$

B) $2a$

C) 0

D) $-2a$

E) jiný člen

2 body

15 Je dána rovnice:

$$\log 4 + \log 16 + \log 64 + \dots + \log 4^{19} = 20 \log x$$

Řešením rovnice v oboru \mathbb{R} je:

A) $x = 2^{19}$

B) $x = 4^{19}$

C) $x = 19^4$

D) $x = \frac{4^{19}}{20}$

E) $x = \frac{2^{20}}{19}$

2 body

16 V aritmetické posloupnosti platí:

$$a_3 + a_4 = a_5$$

$$a_3 = 8$$

Které z následujících tvrzení je nepravdivé?

A) $a_1 + a_2 + a_3 = 0$

B) $a_2 + a_3 + a_4 = 24$

C) $a_2 + a_3 = 8$

D) $a_2 + a_3 < a_4$

E) $a_4 + a_5 < a_6$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Pětimístné přirozené číslo je sestaveno z pěti různých číslic. Uprostřed je vždy číslice 6. Všechny číslice jsou seřazeny sestupně, tedy od největší po nejmenší.

(Daným podmínkám vyhovují např. čísla 97650 a 87631.)

(CERMAT)

2 body

17 Kolik různých čísel je možné uvedeným způsobem sestavit?

A) 324

B) 180

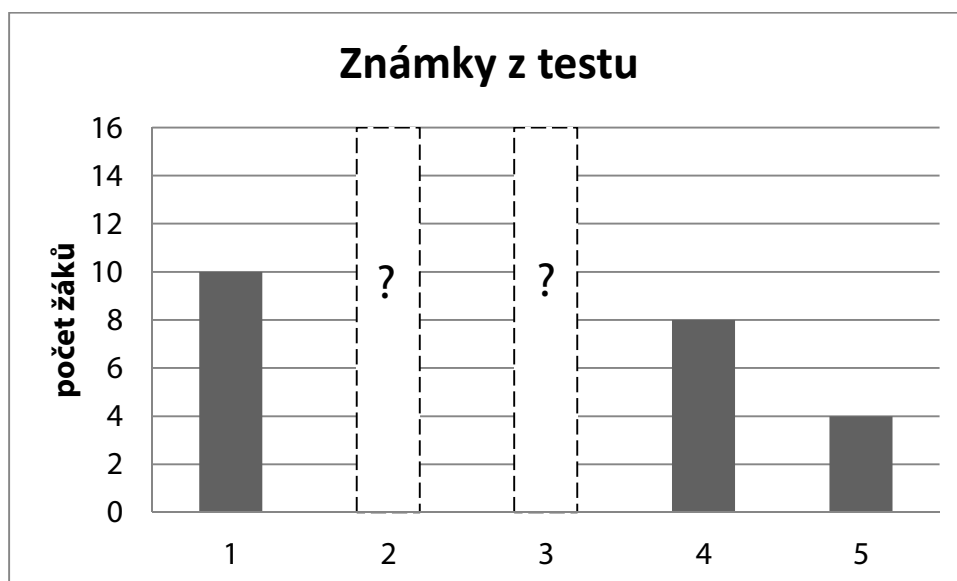
C) 45

D) 36

E) 18

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 18

Graf udává známky z testu, který psalo 50 žáků čtvrtých ročníků. Medián je 2,5.



(CERMAT)

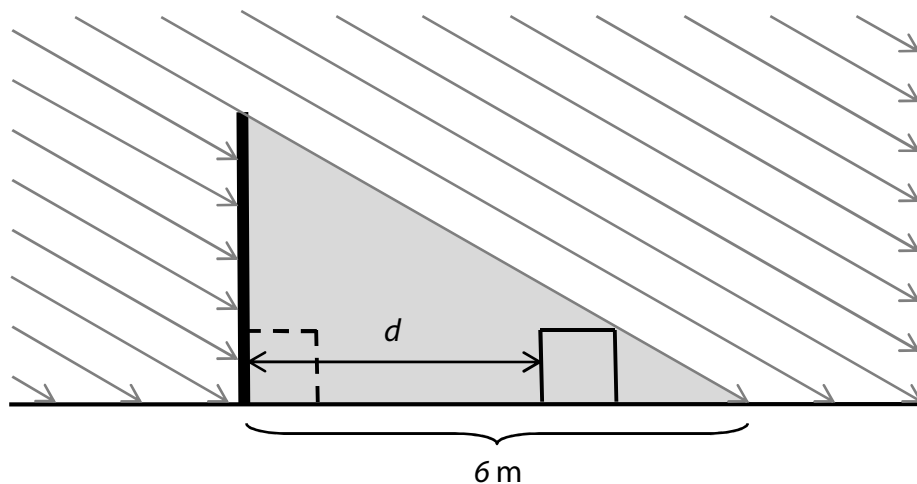
2 body

18 Jaká je průměrná známka z testu?

- A) 2,58
- B) 2,60
- C) 2,62
- D) 2,64
- E) Úloha nemá řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

U zdi stadionu je na vodorovné podložce položena bedna tvaru krychle o hraně délky 1 m. Zedř na zem vrhá stín do vzdálenosti 6 m. Bednu je možné posunout nejdále do vzdálenosti $d = 3,75$ m od zdi, má-li zůstat celá ve stínu.



(CERMAT)

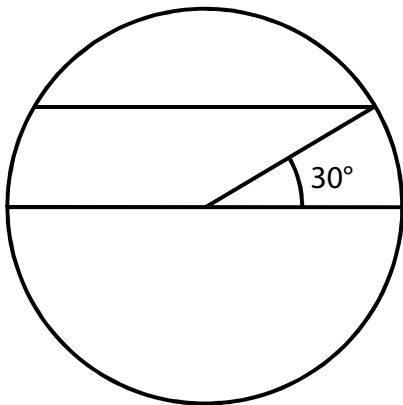
2 body

19 Jak vysoká je zedř?

- A) Zedř je nižší než 4,8 m.
- B) 4,8 m
- C) 5,0 m
- D) 5,2 m
- E) Výšku nelze jednoznačně určit.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Zeměkoule má poloměr přibližně 6 370 km. Spojnice středu zeměkoule s libovolným bodem na třicáté rovnoběžce svírá s pomyslnou rovinou rovníku úhel 30° .



(CERMAT)

2 body

20 Jaký je obsah kulového pásu mezi rovníkem a třicátou rovnoběžkou po zaokrouhlení na miliony km^2 ?

- A) $127 \cdot 10^6 \text{ km}^2$
- B) $147 \cdot 10^6 \text{ km}^2$
- C) $220 \cdot 10^6 \text{ km}^2$
- D) $441 \cdot 10^6 \text{ km}^2$
- E) jiný obsah

2 body

21 Jaký je definiční obor výrazu $\sqrt{\frac{2x+4}{x-2}}$ s reálnou proměnnou x ?

- A) $\langle -2; 2 \rangle$
- B) $(-\infty; -2)$
- C) $(2; +\infty)$
- D) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
- E) jiná množina

2 body

22 Vzdálenost obrazů komplexních čísel z_1, z_2 v Gaussově rovině je 10. Dále platí: $z_1 = -2, z_2 = 2 + bi$, kde $b \in \mathbf{R}, i$ je imaginární jednotka.

Který z následujících zápisů je správný?

- A) $2 + bi = 8$
- B) $|4 + bi| = 10$
- C) $|4 + b| = 10$
- D) $|4 - b| = 10$
- E) $\sqrt{4 + b^2} = 8$

max. 3 body

23 Je dána rovnice s neznámou $x \in \mathbf{R}$ a parametrem $b \in \mathbf{R}$:

$$x^2 + bx - 2b = 0$$

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (23.1–23.3), zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE).

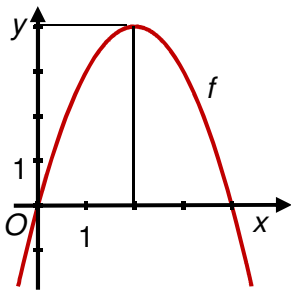
	A	N
23.1 Pro $b = 0$ je řešením rovnice prázdná množina.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23.2 Pro $b = 10^{25}$ má rovnice dva různé reálné kořeny.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23.3 Pro $b = -10^{25}$ má rovnice dva různé reálné kořeny.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

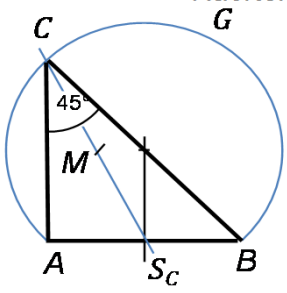
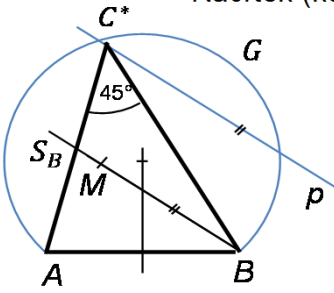
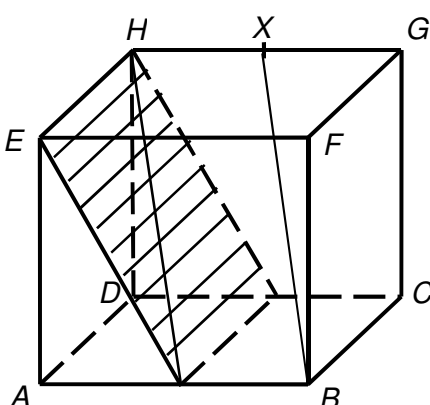
KLÍČ SPRÁVNÝCH ŘEŠENÍ

Matematika +

Kód testu: MAIPD14C0T01

	Celkem	Uzavřených	Otevřených
Počet úloh	23	11	12

Úloha	Správné řešení	Body
1	2^{505}	1
2	32^{101}	1
3	$a^2 + 2$	1
4	22 Kč a postup řešení	max. 3 b.
5	1	max. 2 b.
6	$y = \frac{3}{2} \sin 3x$	max. 2 b.
7		(max. 3 b.)
7.1		1
7.2	$V[2; 4]$	1
7.3	$f: y = -x^2 + 4x$	1

Úloha	Správné řešení	Body
8		(max. 4 b.)
8.1	<p>Náčrtek (konstrukce) a rozbor</p>  <p> $G = \{X; \angle AXB = 45^\circ\}$ S_C je střed AB $C \in G \cap \rightarrow S_C M$ </p>	max. 2 b.
8.2	<p>Náčrtek (konstrukce) a rozbor</p>  <p> S_B je střed AC^* $H(A; \kappa = 2): S_B \rightarrow C^*$ $H(A; \kappa = 2): \leftrightarrow BM \rightarrow p$ $C^* \in G \cap p$ </p>	max. 2 b.
9	$\varphi = 90^\circ$	1
10		max. 2 b.

Úloha	Správné řešení	Body
11	$a = -3$ a postup řešení	max. 2 b.
12	$S[1; 0]; e = 2$ a postup řešení	max. 3 b.
13		max. 3 b.
13.1	C	3 podúlohy 3 b.
13.2	D	2 podúlohy 2 b.
13.3	E	1 podúloha 1 b.
		0 podúloh 0 b.
14		max. 3 b.
14.1	B	3 podúlohy 3 b.
14.2	D	2 podúlohy 2 b.
14.3	A	1 podúloha 1 b.
		0 podúloh 0 b.
15	A	2
16	E	2
17	C	2
18	C	2
19	B	2
20	A	2
21	E	2
22	B	2
23		max. 3 b.
23.1	NE	3 podúlohy 3 b.
23.2	ANO	2 podúlohy 1 b.
23.3	ANO	1 podúloha 0 b.
		0 podúloh 0 b.
CELKEM		50 bodů

Obsah klíče správných řešení je chráněn autorskými právy. Jakékoli jeho užití, jakož i užití jakékoli jeho části pro komerční účely či pro jejich přímou i nepřímou podporu bez předchozího explicitního písemného souhlasu CERMATu bude ve smyslu obecně závazných právních norem považováno za porušení autorských práv.