

MATEMATIKA+

MXMVD15C0T01

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

- Didaktický test obsahuje **23 úloh**.
- Časový limit pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačtor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píšete do záznamového archu.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–12) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 13–23) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za nesprávnou nebo neuvedenou odpověď se **neudělují záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšte čitelně** do vyznačených bílých polí.

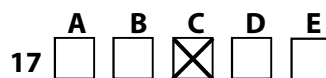
1



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, zabarvete pečlivě původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.
- Pokud zakřížkujete více než jedno pole, bude vaše odpověď považována za nesprávnou.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

1 bod

1 Rozložte na součin:

$$(9x - 3) + (3x - 1)^2 =$$

1 bod

2 Pro $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ zjednodušte:

$$\frac{a^{222} - a^{20}}{a^{101} - 1} =$$

max. 2 body

3 Je dána rovnice $x^2 + 2 = p + 6x$ s neznámou $x \in \mathbb{R}$ a parametrem $p \in \mathbb{R}$.

Určete všechny hodnoty parametru p , pro něž má rovnice alespoň jeden reálný kořen.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Aleš zaplatil za zlevněný zájezd 9 000 korun a z původní ceny zájezdu tak ušetřil čtvrtinu. Sleva se týkala jen dopravy, jejíž cena klesla na 40 % původní ceny. Ostatní náklady zůstaly v plné výši.

(CZVV)

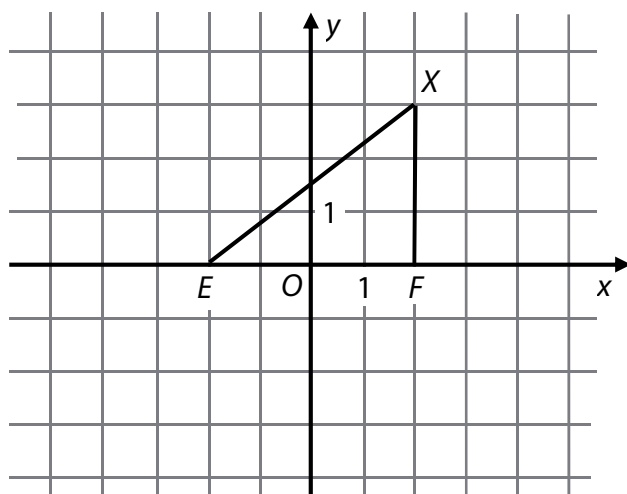
max. 2 body

4 Vypočtete původní cenu dopravy (d).

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 5

V soustavě souřadnic Oxy jsou umístěna obě ohniska E, F a bod X elipsy.



(CZVV)

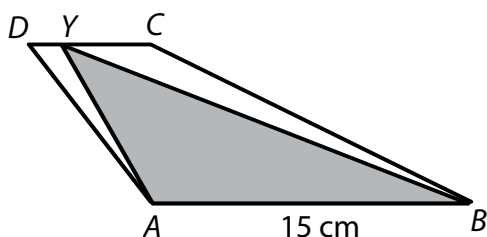
max. 2 body

5 Určete délky hlavní i vedlejší poloosy elipsy.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Bod Y leží uvnitř úsečky CD .

Obsah trojúhelníku ABY je roven $\frac{5}{6}$ obsahu lichoběžníku $ABCD$ ($AB \parallel CD$).



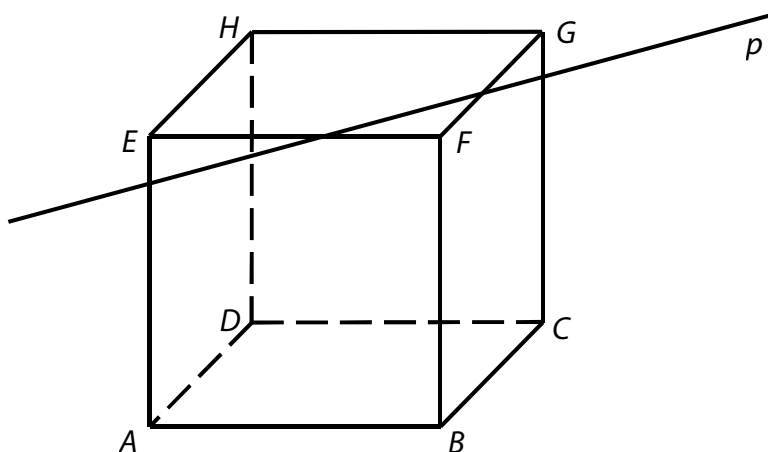
(CZVV)

max. 2 body

6 Vypočtete délku strany CD lichoběžníku $ABCD$.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Přímka p leží v rovině EFG horní stěny krychle $ABCDEFGH$. Rovina σ je určena přímkou p a vrcholem D .



(CZVV)

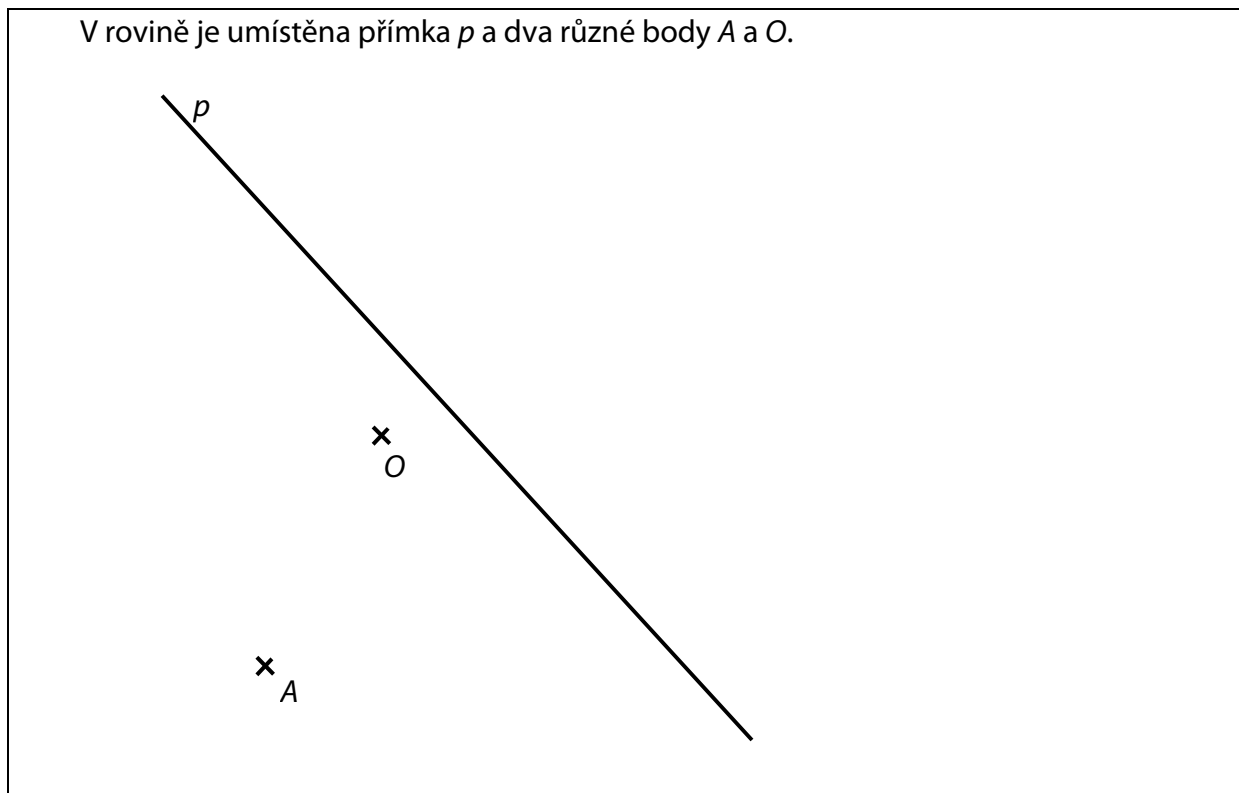
max. 2 body

7 Sestrojte řez krychle $ABCDEFGH$ rovinou σ .

V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry **propisovací tužkou**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině je umístěna přímka p a dva různé body A a O .



(CZVV)

max. 3 body

8 Sestrojte rovnoramenný trojúhelník ABC se základnou AB , jehož osa souměrnosti prochází bodem O a rameno BC leží na přímce p .

8.1 Provedte rozbor nebo popis konstrukce trojúhelníku ABC .

8.2 Provedte konstrukci trojúhelníku ABC .

Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry a křivky **propisovací tužkou**.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

Pětimístné číslo má ve svém zápise čtyřikrát stejnou **nenulovou** číslici a jednu větší číslici. Těmto podmínkám vyhovují např. čísla 31 111, 22 922 apod.

(CZVV)

max. 2 body

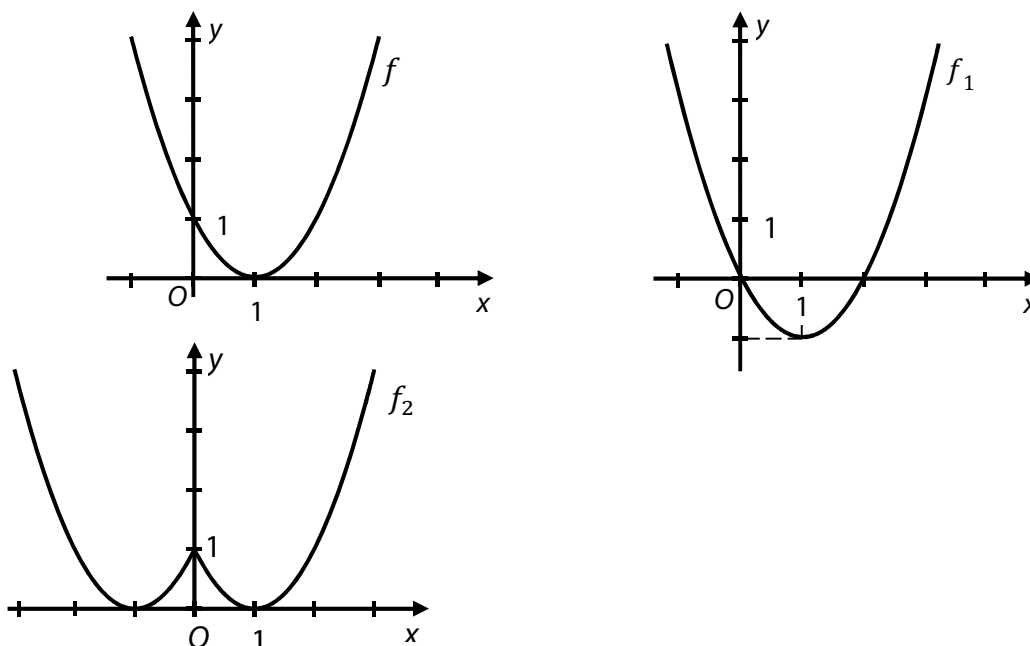
9

9.1 Určete, kolik čísel vyhovujících podmínkám zadání má ve svém zápise číslici 1.

9.2 Určete počet všech čísel vyhovujících podmínkám zadání.

VÝCHOZÍ TEXT A GRAFY K ÚLOZE 10

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestrojen graf funkce $f: y = (x - 1)^2$ pro $x \in \mathbf{R}$. Posunutím grafu funkce f nebo posunutím a sjednocením jeho částí byly vytvořeny grafy funkcí f_1 a f_2 .

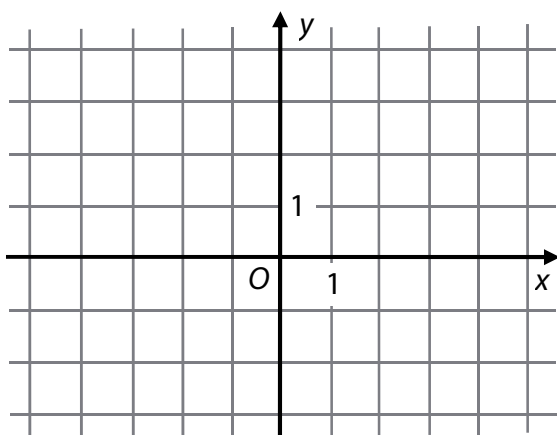


(CZVV)

max. 3 body

10

- 10.1 Zapište předpis funkce f_1 .
- 10.2 Zapište předpis funkce f_2 .
- 10.3 Sestrojte graf funkce $f_3: y = |(x + 2)^2 - 1|$, $x \in \mathbf{R}$.
Průsečíky s osami i lokální extrémy zaznamenejte přesně.



V záznamovém archu obtáhněte graf **propisovací tužkou**.

max. 2 body

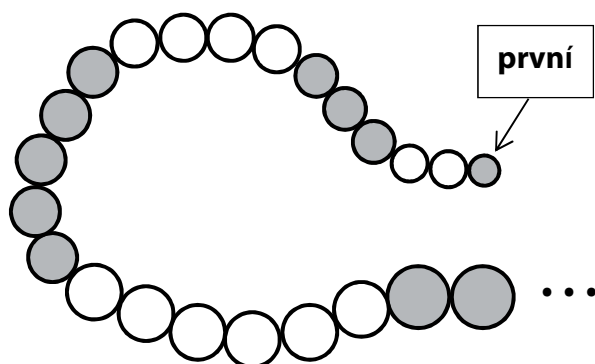
11 Pro $n \in \mathbb{N}$ řešte rovnici:

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{4\,080}{2^{n+4}}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

V Kocourkově vydláždili cestu od radnice kulatými dlaždicemi.



První den položili jednu dlaždici s průměrem 51 cm, druhý den dvě dlaždice s průměrem 52 cm, další den tři dlaždice s průměrem 53 cm atd.

Až do konce pokračovali podle stejného pravidla. Každý den položili o 1 dlaždici více než v předešlém dni a zároveň se průměr dlaždic zvětšil o 1 cm.

Poslední den položili největší počet dlaždic, a to s průměrem 130 cm.

(CZVV)

max. 3 body

12

12.1 Vypočtete, kolik dlaždic na cestě mělo průměr 130 cm.

12.2 Vypočtete, kolika dlaždicemi v Kocourkově vydláždili celou cestu.

12.3 Vypočtete průměr dlaždice, která byla položena na cestě jako tisící v pořadí.

Ve všech částech úlohy 12 uveďte **v záznamovém archu celý postup řešení.**

13 Rovnice (13.1–13.3) řešte v oboru \mathbb{R} a každé z nich přiřadte pravdivé tvrzení z nabídky A–E.

13.1 $\log(x - 2) = \log(2 - x)$ _____

13.2 $\log(1-x) + \log(-x) = \log(4-x)$ _____

13.3 $\log(x + 2) = 0$ _____

- A) Rovnice nemá řešení.
- B) Rovnice má právě jedno řešení, kořen je -2 .
- C) Rovnice má právě jedno řešení, kořen je 2 .
- D) Rovnice má právě jedno řešení, kořen není -2 ani 2 .
- E) Rovnice má právě dvě různá řešení.

max. 3 body

14 Přiřadte každé nerovnici (14.1–14.3) její řešení (A–E) v oboru \mathbb{R} .

14.1 $\frac{2}{1-x} > 0$ _____

14.2 $\frac{2x}{1-x} > 0$ _____

14.3 $\frac{2x}{1-x} > -1$ _____

- A) $(0; 1)$
- B) $(-1; 1)$
- C) $(-\infty; 1)$
- D) $(0; \infty)$
- E) jiné řešení

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Pro $x \in \mathbb{R}$ platí:

$$A = (2x + 1)^2$$

$$B = (2x)^2$$

$$C = (2x - 1)^2$$

(CZVV)

2 body

15 Který z následujících výrazů je ekvivalentní s výrazem $(A - B) \cdot (B - C)$?

- A) $4B - 1$
- B) $8B - 1$
- C) $B^2 - 1$
- D) 1
- E) žádný z uvedených

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Jsou dány dvě rovnice:

I. $\operatorname{tg} 3x = 0$

II. $\operatorname{tg} 2x = \sqrt{3}$

Množinu všech řešení první rovnice v intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$ označme K_I , množinu všech řešení druhé rovnice v intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$ označme K_{II} .

(CZVV)

2 body

16 Kolik prvků obsahuje průnik $K_I \cap K_{II}$?

(Tj. počet společných kořenů obou rovnic v intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$.)

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) jiný počet

2 body

17 Existuje takové $x \in \mathbf{R}$, že čísla $x - \sqrt{6}$; \sqrt{x} ; $x + \sqrt{6}$ tvoří tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti.

Jaký je kvocient této posloupnosti?

- A) $\sqrt{6}$
- B) $\sqrt{3}$
- C) $\sqrt{6} - \sqrt{3}$
- D) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$
- E) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

2 body

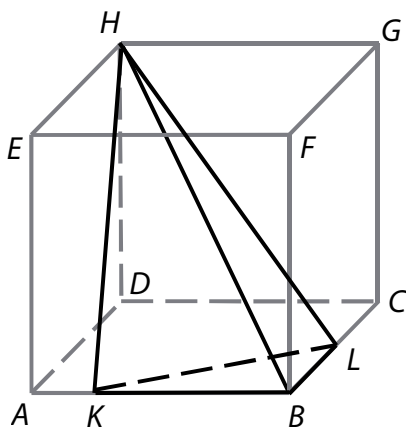
18 Jaká je velikost libovolného vektoru $\vec{v} = (3; y; y)$, který je kolmý k vektoru $\vec{w} = (-3; -y; 2y)$?

- A) $|\vec{v}| = 3\sqrt{3}$
- B) $|\vec{v}| = 3\sqrt{6}$
- C) $|\vec{v}| = 6\sqrt{3}$
- D) $|\vec{v}| = 9\sqrt{6}$
- E) nelze jednoznačně určit

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

V krychli $ABCDEFGH$ je bod L středem hrany BC a bod K leží ve čtvrtině hrany AB blíže k bodu A ($K \in AB \wedge |KB| = 3|AK|$).

Objem tělesa $KBLH$ je 2 cm^3 .



(CZVV)

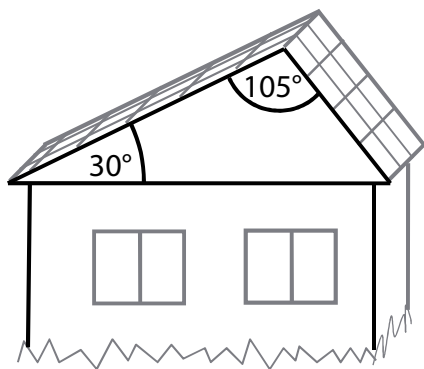
2 body

19 Jaký je objem krychle $ABCDEFGH$?

- A) 8 cm^3
- B) 12 cm^3
- C) 24 cm^3
- D) 32 cm^3
- E) jiný objem

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Dvě části střechy domu tvoří obdélníky, které spolu svírají úhel 105° . Střecha má z každé strany jiný sklon (z levé strany 30°).



(CZVV)

2 body

20 V jakém poměru jsou velikosti ploch obou částí střechy?

- A) $3 : 2$
- B) $2 : \sqrt{3}$
- C) $\sqrt{3} : \sqrt{2}$
- D) $\sqrt{3} : 1$
- E) $\sqrt{2} : 1$

2 body

21 Jaký je absolutní člen binomického rozvoje výrazu $\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + x^2\right)^{15}$?

Poznámka: Absolutní člen neobsahuje proměnnou x .

- A) $\frac{15!}{10! \cdot 5!}$
- B) $\frac{15!}{12! \cdot 3!}$
- C) $\frac{15!}{8! \cdot 7!}$
- D) $\frac{15!}{6! \cdot 9!}$
- E) žádný z uvedených

2 body

22 V osudí je 5 nenulových čísel a 3 nuly. Vylosovaná čísla se do osudí nevrací.

Jaká je pravděpodobnost, že v pěti tažených čísel budou právě dvě nuly?

- A) $\frac{1}{4}$
- B) $\frac{5}{28}$
- C) $\frac{15}{28}$
- D) $\frac{3}{56}$
- E) $\frac{13}{56}$

max. 3 body

23 Pro každé z následujících čísel $z \in \mathbb{C}$ (23.1–23.3) rozhodněte, je-li zápis $|z + 3i| \leq 4$ pravdivý (A), či nikoli (N).

	A	N
23.1 $z = -7i$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23.2 $z = -4$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23.3 $z = 3 - 5i$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

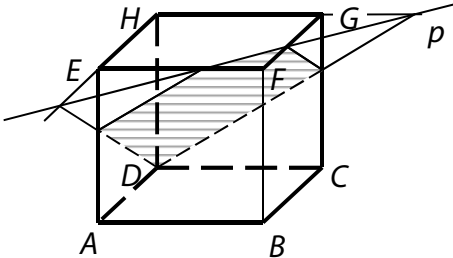
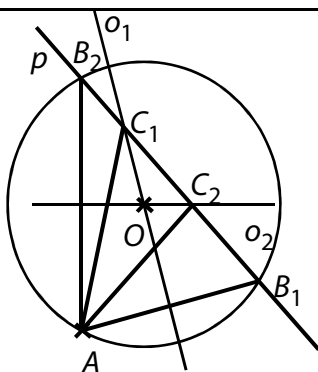
ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.

KLÍČ SPRÁVNÝCH ŘEŠENÍ

Matematika +

Kód testu: MXMVD15C0T01

	Celkem	Uzavřených	Otevřených
Počet úloh	23	11	12

Úloha	Správné řešení	Body
1	$(3x - 1)(3x + 2)$	1
2	$a^{121} + a^{20}$	1
3	$p \in \langle -7; \infty \rangle$	max. 2 b.
4	$d = 5\,000$ korun	max. 2 b.
5	$a = 4; b = 2\sqrt{3}$	max. 2 b.
6	$ CD = 3\text{ cm}$	max. 2 b.
7		max. 2 b.
8	rozbor nebo postup konstrukce, např.	max. 3 b.
8.1	<ol style="list-style-type: none"> 1. $k; k(O; OA)$ 2. $B; B \in k \cap p$ 3. $S_{AB}; S_{AB} \in AB \wedge S_{AB}A = S_{AB}B$ 4. $o; o \perp AB \wedge S_{AB} \in o$ 5. $C; C \in o \cap p$ 6. $\triangle ABC$ 	
8.2		

Úloha	Správné řešení	Body
9		max. 2 b.
9.1	40	
9.2	180	
10		max. 3 b.
10.1	$f_1: y = (x - 1)^2 - 1$	
10.2	$f_2: y = (x - 1)^2$	
10.3		
11	$n = 8$	max. 2 b.
12		max. 3 b.
12.1	80	
12.2	3 240	
12.3	95 cm	
13		max. 3 b.
13.1	A	
13.2	B	
13.3	D	
14		max. 3 b.
14.1	C	
14.2	A	
14.3	B	
15	A	2
16	C	2
17	E	2
18	A	2
19	D	2
20	E	2
21	B	2
22	C	2

Úloha	Správné řešení	Body
23		max. 3 b.
23.1	A	
23.2	N	
23.3	A	
CELKEM		50 bodů

Všechna ekvivalentní vyjádření jsou možná.

Obsah klíče správných řešení je chráněn autorskými právy. Jakékoli jeho užití, jakož i užití jakékoli jeho části pro komerční účely či pro jejich přímou i nepřímou podporu bez předchozího explicitního písemného souhlasu CZVV bude ve smyslu obecně závazných právních norem považováno za porušení autorských práv.