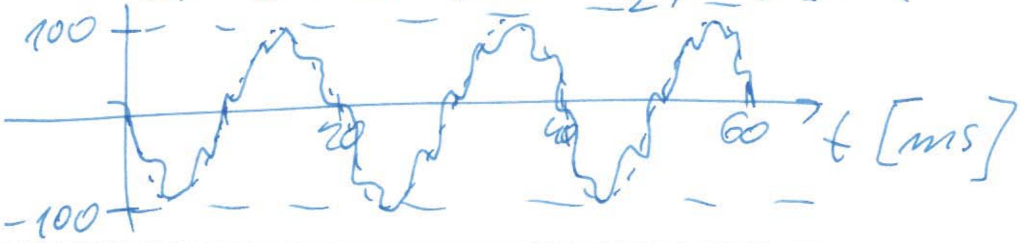
Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 24.1.2017, skupina C

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Nakreslete periodický signál se spojitým časem se základní kruhovou frekvencí $\omega_1 = 100\pi$ rad/s a koeficienty Fourierovy řady: $c_1 = 50e^{j\frac{\pi}{2}}$, $c_{-1} = 50e^{-j\frac{\pi}{2}}$, $c_{10} = 5$, $c_{-10} = 5$

$x(t) = 100 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) + 10 \cos(1000\pi t)$



viz A

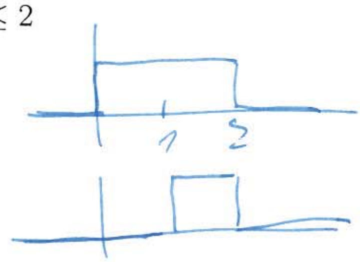
Příklad 2 Signál se spojitým časem je posunutý Diracův impuls $x(t) = \delta(t-4)$. Nakreslete jeho spektrální funkci (průběh modulu i argumentu).

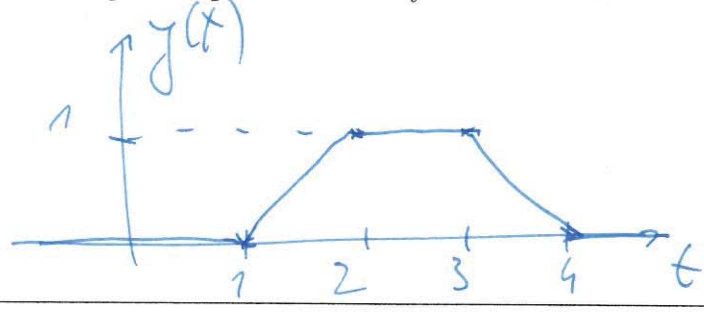
viz A

Příklad 3 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ $\quad x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 1 \le t \le 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Označte prosím pečlivě hodnoty na obou osách.





Příklad 4 Hodnota spektrální funkce signálu $x(t)$ na kruhové frekvenci $\omega = 45\pi$ rad/s je $X(j45\pi) = 1+j$. Určete, jaká bude hodnota spektrální funkce $Y(j45\pi)$ pro signál vzniklý zpožděním: $y(t) = x(t-0.5)$

viz A

$Y(j45\pi) =$....................

Příklad 5 Vzorkovací frekvence je $F_s = 16$ kHz. Vstupní signál je cosinusovka na frekvenci 1 kHz. Tento signál je ideálně vzorkován a ideálně rekontruován. Není použit anti-aliasingový filtr. Určete typ (např. cosinusovka, pravoúhlý, stejnosměrný, ...) a frekvenci signálu na výstupu.

vzork. teorém splněn ⇒ ten samý signál

cosinusovka na 1kHz

C

Příklad 6 Zakreslete do komplexní roviny nulové body a póly systému se spojitým časem s přenosovou funkcí $H(s) = \frac{s}{s+1}$.

viz A

Příklad 7 Systém se spojitým časem má stejnou přenosovou funkci, jako v příkladu 6, tedy $H(s) = \frac{s}{s+1}$. Určete hodnotu jeho kmitočtové charakteristiky $H(j\omega)$ na zadané kruhové frekvenci. Nezapomeňte na to, že se bude pravděpodobně jednat o komplexní číslo. Stačí počítat na jednu platnou cifru. Pokud vyjde jedna složka komplexního čísla podstatně menší než ta druhá, zanedbejte ji.

$H(j0) = \frac{j0}{j0+1} = \frac{0}{1} = \underline{\underline{0}}$

Příklad 8 Do kvantizéru vstupují vzorky $x[n]$. Kvantizér se ale zasekl a pro všechny vstupní vzorky produkuje tu samou výstupní hodnotu: nulu. $x_q[n] = 0$. Určete poměr signálu k šumu (SNR) v deciBellech (dB) takového kvantizéru.

viz A

Příklad 9 Vypočtěte a do tabulky zapište kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	-1	1	0	0
$x_1[n] \circledast x_2[n]$	-2	1	2	-1

Příklad 10 Dokažte, že Fourierova transformace s diskrétním časem (DTFT) je periodická s periodou 2π rad, tedy že $\tilde{X}(e^{j\omega}) = \tilde{X}(e^{j(\omega+k2\pi)})$, kde k je libovolné celé číslo.

viz A

C

Příklad 11 Diskrétní signál $x[n]$ má délku $N = 8$ vzorků. Hodnoty jsou následující:
$x[n]$=2 2 3 4 5 0 0 0.
Vypočtěte zadaný koeficient jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT) $X[k]$.

viz A

$X[4]$ = $2-2+3-4+5 = \underline{\underline{4}}$

Příklad 12 Diskrétní signál $x[n]$ má délku $N = 8$ vzorků. Hodnoty jsou následující:
$x[n]$=1 -1 0 0 0 0 0 0. Známe hodnotu koeficientu jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT): $X[2] = 1 + j$. Určete hodnotu koeficientu DFT $Y[2]$ signálu $y[n]$, který je kruhově posunutou verzí signálu $x[n]$: $y[n]$=0 0 0 0 0 1 -1 0. předbíh. o $m=3$

viz A

$$Y[2] = (1+j)\,e^{j\frac{2\pi}{8}\cdot 3\cdot 2} = (1+j)\,e^{j\frac{3}{2}\pi} = (1+j)(-j) = 1\ j$$

$Y[2]$ = $\underline{1-j}$

Příklad 13 Diskrétní signál $x[n]$ má délku N vzorků, N je sudé. Ukládáme pouze hodnoty $X[0] \dots X[\frac{N}{2}]$. Kolik na to potřebujeme proměnných typu `float`, když na uložení jednoho reálného čísla je potřeba jeden `float` a na uložení jednoho komplexního čísla dva `floaty` ?

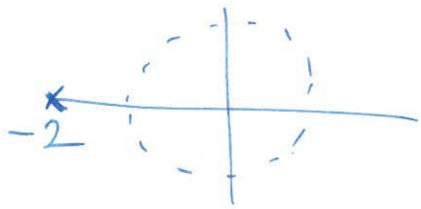
viz A

Příklad 14 Přenosová funkce číslicového filtru je $H(z) = \frac{1}{1+4z^{-1}+4z^{-2}}$.
Určete, zda je filtr stabilní, a vysvětlete proč.

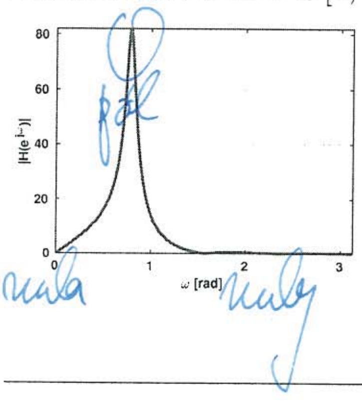
viz A

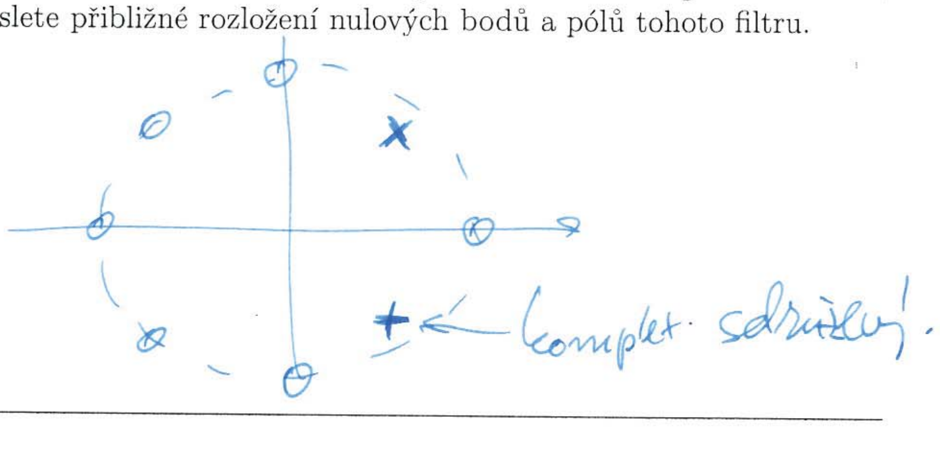
$$\frac{z^2}{(z-(-2))(z-(-2))}$$

póly mimo jednotk. kružnici $\Rightarrow$ nestabilní!



Příklad 15 Na obrázku je průběh modulu frekvenční charakteristiky číslicového filtru pro normované kruhové frekvence $\omega \in [0,\ \pi]$ rad. Nakreslete přibližné rozložení nulových bodů a pólů tohoto filtru.





C

Příklad 16 V tabulce jsou hodnoty vzorku $n = 7$ náhodného signálu pro $\Omega = 10$ realizací:

ω	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\xi_\omega[7]$	67.1	-120.7	71.7	163.0	48.8	103.4	72.6	-30.3	29.3	-78.7

Proveďte souborový odhad funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x, 7)$ a nakreslete ji.

viz A

Příklad 17 Diskrétní signál $x[n]$ má délku $N = 8$ vzorků. Hodnoty jsou následující:
$x[n]$=1 2 3 4 5 0 0 0.
Proveďte nevychýlený odhad zadaného korelačního koeficientu $R[k]$.

viz A

$R[3] =$ ....

Příklad 18 Na $\Omega = 4000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tabulka (sdružený histogram) hodnot mezi časy n_1 a n_2. Spočítejte korelační koeficient $R[n_1, n_2]$. Pomůcka: Jako reprezentativní hodnoty x_1 a x_2 při numerickém výpočtu integrálu $R[n_1, n_2] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2, n_1, n_2) dx_1 dx_2$ použijte středy intervalů v tabulce.

intervaly x_1	intervaly x_2 [-4, -2]	[-2, 0]	[0, 2]	[2, 4]
[2, 4]	0	0	0	0
[0, 2]	0	1000	0	0
[-2, 0]	0	0	1000	0
[-4, -2]	0	0	0	2000

viz A

$R[n_1, n_2] =$ ....

Příklad 19 Jaké musí být vzorky náhodného signálu, abychom ho mohli považovat za bílý šum ?

viz A

$\sqrt{2}$

Příklad 20 Spektrální hustota výkonu náhodného signálu má na normované kruhové frekvenci $\omega = 0.2\pi$ rad hodnotu $G_x(e^{j0.2\pi}) = 5$. Signál prochází číslicovým filtrem, který má na této frekvenci hodnotu frekvenční charakteristiky $H(e^{j0.2\pi}) = \sqrt{2}e^{j\frac{3\pi}{4}}$.
Určete spektrální hustotu výkonu výstupního signálu na téže frekvenci.

viz A

$G_y(e^{j0.2\pi}) =$ ...10...