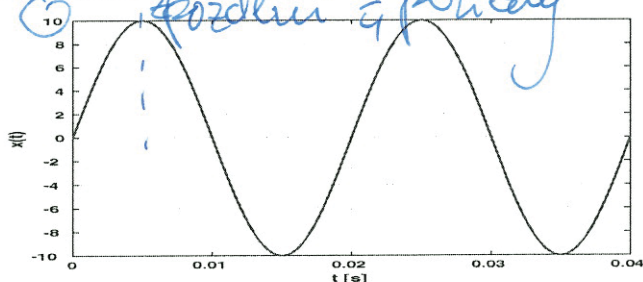


Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 1.2.2017, skupina B

Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(čitelně!)

Příklad 1 Určete kruhovou frekvenci a hodnoty všech nenulových koeficientů Fourierovy řady pro signál na obrázku.



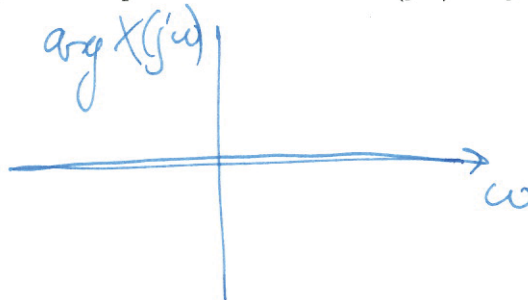
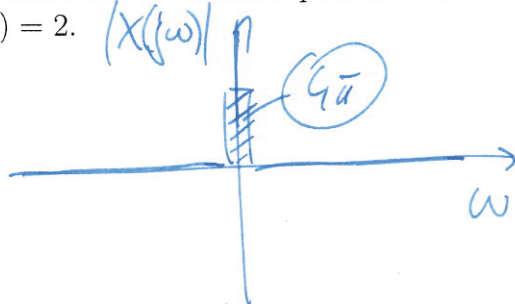
$\omega_1 = 100\pi \text{ rad/s}$
 $c_n = 5 \cdot e^{-j\frac{n\pi}{2}}$
 $c_{-n} = 5 \cdot e^{+j\frac{n\pi}{2}}$

Příklad 2 Provádíme konvoluci dvou signálů se spojitým časem: $x_1(t)$ je nenulový od -3 s do 3 s. $x_2(t)$ je nenulový od 0 s do 3 s. Napište, v jakém intervalu bude nenulová jejich konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$y(t)$ bude nenulový od -3s do 6s.

viz 1

Příklad 3 Nakreslete průběh modulu i argumentu spektrální funkce $X(j\omega)$ stejnosměrného signálu $x(t) = 2$.



viz A

Příklad 4 Je dán obdélníkový signál se spojitým časem: $x(t) = \begin{cases} 5 & \text{pro } -3 \leq t \leq 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$.

Na které kruhové frekvenci ω_a (v rad/s) bude jeho spektrální funkce poprvé nulová, postupujeme-li od $\omega = 0$ doprava?

viz A

$\omega_a = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \text{ rad/s}$

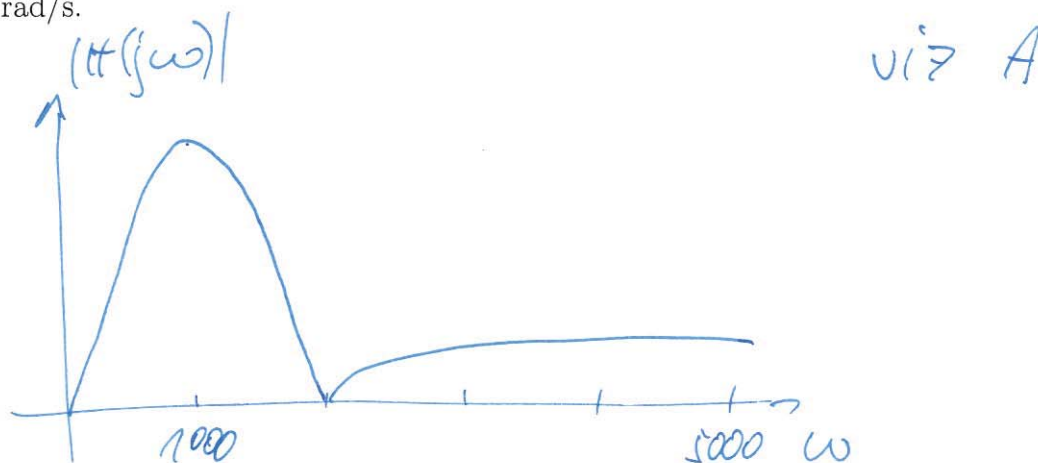
Příklad 5 Vysvětlete vztah mezi Fourierovou transformací a Laplaceovou transformací téhož signálu se spojitým časem $x(t)$.

viz A

Příklad 6 Přenosová funkce systému se spojitým časem má nulový bod $n_1 = 0$, další dva komplexně sdružené nulové body a dva komplexně sdružené póly:

$$n_{2,3} = \pm 2000j, \quad p_{1,2} = -10 \pm 1000j.$$

Nakreslete přibližně průběh modulové frekvenční charakteristiky $|H(j\omega)|$ pro kruhové frekvence $\omega \in [0, 5000]$ rad/s.



Příklad 7 Netopýr rezavý vysílá zvuk — periodický signál — na základní frekvenci $f_1 = 23$ kHz. Jedná se o složitý signál, je nutné zaznamenat nejen základní frekvenci, ale i další harmonické frekvence až do $4f_1$. Určete, jaká bude minimální vzorkovací frekvence pro navzorkování netopýřího zvuku.

viz A

$$F_{smin} = \dots\dots\dots$$

Příklad 8 Kvantizér má k dispozici 6 bitů, do něj vstupuje harmonický signál (cosinusovka), který plně využívá jeho dynamického rozsahu. Určete poměr signálu ke kvantizačnímu šumu (SNR) v deciBellech (dB) takového kvantizéru.

viz A

$$SNR = \dots\dots\dots$$

Příklad 9 Vypočtete a do tabulky запиšte běžnou lineární (ne kruhovou!) konvoluci dvou signálů s diskrétním časem.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x_1[n]$	4	3	1	2	0	0	0	0	0	0
$x_2[n]$	-1	1	0	-1	0	0	0	0	0	0
$x_1[n] \star x_2[n]$	-4	1	2	-5	-1	-1	-2			

Příklad 10 V tabulce je dán signál s diskrétním časem o délce $N = 4$. Napište jeho predepsané kruhové posunutí.

n	0	1	2	3
$x[n]$	4	3	1	2
$R_4[n]x[\text{mod}_4(n-3)]$	3	1	2	4

Příklad 11 Je dán diskretní harmonický signál (diskretní cosinusovka) s periodou $N = 16$:

$$\tilde{x}[n] = 5 \cos\left(\frac{2\pi n}{16} - \frac{\pi}{4}\right)$$

Určete indexy a hodnoty všech jeho nenulových koeficientů diskretní Fourierovy řady $\tilde{X}[k]$ v intervalu $k \in 0 \dots N-1$. Stačí jejich zápis v exponenciálním tvaru, není nutné převádět na složkový.

$$\tilde{X}[1] = 40 e^{-j\frac{\pi}{4}} \quad \tilde{X}[15] = 40 e^{+j\frac{\pi}{4}}$$

Příklad 12 Diskretní signál $x[n]$ má délku $N = 8$ vzorků. Jeho hodnoty jsou

$x[0] = 1$, $x[1] = \sqrt{2}$, $x[7] = -\sqrt{2}$, ostatní jsou nulové. Spočítejte zadaný koeficient diskretní Fourierovy transformace (DFT).

$$X[3] = \dots = 1 + \sqrt{2} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} - j\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 1 - 1 - j + 1 + j = 1 - 2j$$

Příklad 13 Diskretní signál $x[n]$ o délce $N = 16$ má pouze jeden nenulový koeficient diskretní Fourierovy transformace (DFT): $X[3] = 5$. Napište vztah pro tento signál. Vzhledem k tomu, že $X[16-3] = X[13] = 0$, nemělo by Vás překvapit, pokud bude signál komplexní.

viz A

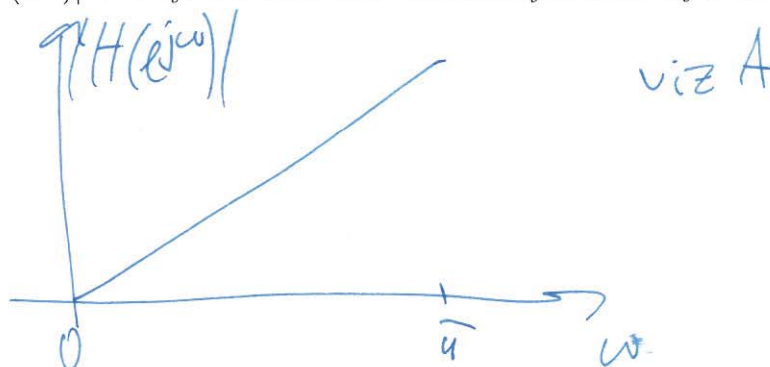
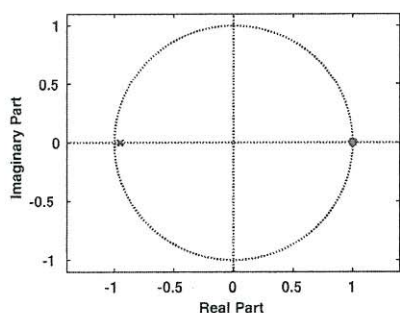
$$x[n] = \dots$$

Příklad 14 Impulsní odezva číslicového filtru je zpožděný jednotkový impuls:

$h[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } n = 4 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Nakreslete průběh modulu jeho frekvenční charakteristiky $|H(e^{j\omega})|$ v obvyklém intervalu normovaných kruhových frekvencí $\omega \in 0 \dots \pi$ rad.

viz A

Příklad 15 Na obrázku je rozložení nulových bodů a pólů číslicového filtru. Nakreslete přibližně průběh modulu jeho frekvenční charakteristiky $|H(e^{j\omega})|$ v obvyklém intervalu normovaných kruhových frekvencí $\omega \in 0 \dots \pi$ rad.



Příklad 16 Dva číslicové filtry s impulsními odezvami (obě dány pro $n \in 0 \dots 3$):

$$h_1[n] = [1 \ 0.5 \ -0.5 \ 0.25]$$

$$h_2[n] = [1 \ -0.5 \ 0.5 \ 0.25]$$

jsou spojeny paralelně. Napište impulsní odezvu vzniklého systému.

viz A

$$h[n] = \dots\dots\dots$$

Příklad 17 V tabulce jsou hodnoty vzorku $n = 7$ náhodného signálu pro $\Omega = 10$ realizací:

ω	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\xi_\omega[7]$	8.7	7.6	15.3	15.9	3.7	9.7	8.9	12.9	14.1	15.0

Proveďte souborový odhad funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x, 7)$ a nakreslete ji.

viz A

Příklad 18 Náhodný signál s diskretním časem má konstantní spektrální hustotu výkonu, je to tedy bílý šum. Nakreslete jeho korelační koeficienty $R[k]$ pro $k \in -5 \dots 5$.

viz A

Příklad 19 Určete střední výkon P náhodného signálu $x[n]$, jehož funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti

$$p(g) \text{ má tvar obdélníka: } p(g) = \begin{cases} \frac{1}{12} & \text{pro } g \in -6 \dots 6 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Pomůcka: pro náhodné signály se střední hodnotou nula platí, že střední výkon rovná se rozptylu: $P = D$.

viz A

$$P = \dots\dots\dots$$

Příklad 20 Spektrální hustota výkonu náhodného signálu má na normované kruhové frekvenci $\omega = 0.2\pi$ rad hodnotu $G_x(e^{j0.2\pi}) = 5$. Signál prochází číslicovým filtrem, který má na této frekvenci hodnotu frekvenční charakteristiky $H(e^{j0.2\pi}) = \sqrt{5}e^{j\frac{5\pi}{8}}$.

Určete spektrální hustotu výkonu výstupního signálu na téže frekvenci.

viz A

$$G_y(e^{j0.2\pi}) = \dots\dots\dots 25$$