

Skupina A

Jméno a příjmení:	ID:	1	2	3	4	Σ
-------------------	-----	---	---	---	---	----------

Zakroužkujte nebo vyplňte, prosím, správnou odpověď. Vaše volba musí být v souladu s výpočty nebo zdůvodněním na pomocném papíře. Jinak je řešení neplatné.

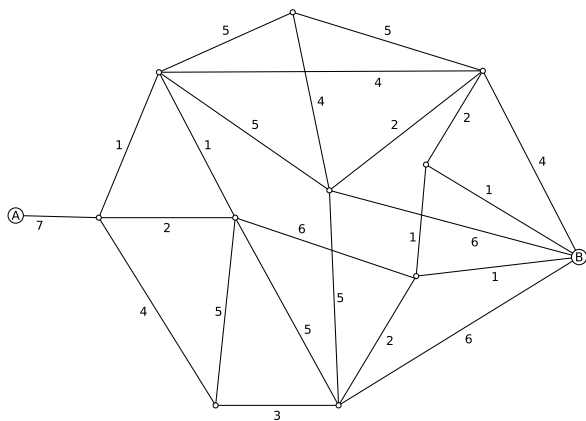
1. (max. 14 bodů)

Na množině $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ je dána binární relace R následovně:

$R = \{[1, 1], [1, 2], [2, 1], [2, 2], [2, 3], [3, 2], [3, 3], [3, 4], [4, 3], [4, 5], [5, 4], [5, 5]\}$. Zjistěte, zda-li se jedná o relaci ekvivalence. V případě kladné odpovědi najděte rozklad množiny M daný touto relací a určete faktorovou množinu M/R . V případě záporné odpovědi najděte tranzitivní uzávěr relace R .

2. (max. 14 bodů)

Sestrojte minimální kostru a najděte nejkratší cestu mezi vrcholy A , B grafu na obrázku.



3. (max. 16 bodů) Na množině prvotních formulí $\{p, q, r\}$ je dána množina T tří formulí

$$T = \{[(p \wedge q \wedge \neg r) \wedge (p \Rightarrow (q \vee r))], [(\neg p \wedge q \wedge r) \wedge (\neg p \Rightarrow (\neg q \vee r))], [(p \wedge \neg q \wedge r) \wedge (p \Rightarrow (\neg q \vee r))]\}$$

- Je množina T splnitelná?
- Je formule $[(p \wedge q \wedge \neg r) \wedge (p \Rightarrow (q \vee r))]$ tautologie?
- Zapište formuli $[(p \wedge q \wedge \neg r) \wedge (p \Rightarrow (q \vee r))]$ jako formulu v normální disjunktivní formě.

4. (max. 16 bodů) Jsou dny vektory $(1, 2, 3), (3, 2, 1), (-5, 2, 9)$ v prostoru $V_3(R)$.

- Dimenze prostoru $\langle (1, 2, 3), (3, 2, 1), (-5, 2, 9) \rangle$ je
- Báza prostoru $\langle (1, 2, 3), (3, 2, 1), (-5, 2, 9) \rangle$ je:
- Rozhodněte jestli $(10, 8, 6) \in \langle (1, 2, 3), (3, 2, 1), (-5, 2, 9) \rangle$ ANO NE

Skupina B

Jméno a příjmení:	ID:	1	2	3	4	Σ
-------------------	-----	---	---	---	---	----------

Zakroužkujte nebo vyplňte, prosím, správnou odpověď. Vaše volba musí být v souladu s výpočty nebo zdůvodněním na pomocném papíře. Jinak je řešení neplatné.

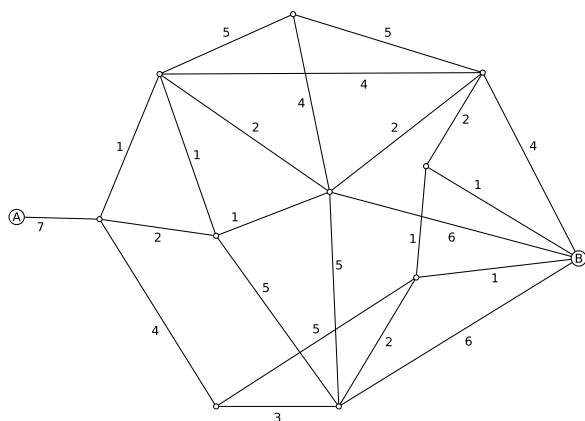
1. (max. 14 bodů)

Na množině $M = \{a, b, c, d, e\}$ je dána binární relace R následovně

$R = \{[a, a], [a, b], [b, a], [b, b], [b, c], [c, b], [c, c], [c, d], [d, c], [d, e], [e, d], [e, e]\}$. Zjistěte, zda-li se jedná o relaci ekvivalence. V případě kladné odpovědi najděte rozklad množiny M daný touto relací a určete faktorovou množinu M/R . V případě záporné odpovědi najděte tranzitivní uzávěr relace R .

2. (max. 14 bodů)

Sestrojte minimální kostru a najděte nejkratší cestu mezi vrcholy A , B grafu na obrázku.



3. (max. 16 bodů)

Na množině prvotních formulí $\{p, q, r\}$ je dána množina T tří formulí

$$T = \{[(p \wedge \neg q \wedge r) \wedge (p \Rightarrow (q \vee r))], [(\neg p \wedge q \wedge \neg r) \wedge (\neg p \Rightarrow (\neg q \vee r))], [(p \wedge \neg q \wedge r) \wedge (p \Rightarrow (\neg q \vee r))]\}$$

- Je množina T splnitelná?
- Je formule $[(p \wedge \neg q \wedge r) \wedge (p \Rightarrow (q \vee r))]$ tautologie?
- Zapište formuli $[(p \wedge \neg q \wedge r) \wedge (p \Rightarrow (q \vee r))]$ jako formulu v normální disjunktivní formě.

4. (max. 16 bodů)

Jsou dny vektory $(1, 2, 3), (3, 2, 1), (-10, 4, 18)$ v prostoru $V_3(R)$.

- Dimenze prostoru $\langle (1, 2, 3), (3, 2, 1), (-10, 4, 18) \rangle$ je
- Báza prostoru $\langle (1, 2, 3), (3, 2, 1), (-10, 4, 18) \rangle$ je:
- Rozhodněte jestli $(10, 8, 6) \in \langle (1, 2, 3), (3, 2, 1), (-10, 4, 18) \rangle$ ANO NE

Komentár

- **Prvý príklad.** V oboch skupinách bola porušená reflexívnosť (chýbala dvojica $[4, 4]$ resp. $[d, d]$) a aj tranzitívnosť. Stačilo uviesť jeden z dôvodov, ale bolo nutné tam uviesť konkrétne dvojice, ktoré danú vlastnosť pokazili, inak neboli body priznané. V druhej časti úlohy teda bolo treba určiť tranzitívny uzáver, v oboch skupinách to bolo $M \times M$, teda 25 dvojíc. Mnohí urobili iba jednu iteráciu, teda tranzitívny uzáver neurčili, preto nemohli byť za túto časť úlohy obodovaní.
- **Druhý príklad.** Takmer všetci zvládli algoritmy na hľadanie minimálnej kostry, či najkratšej cesty, v oboch skupinách bola dĺžka najkratšej cesty 15, v skupine A mala kostra veľkosť 28, v skupine B to bolo 25. Napriek tomu, že som zdôrazňovala, aby ste značili postup, mnohí to odignorovali.
- **Tretí príklad.** V oboch skupinách boli množiny nesplniteľné, nakoľko nebolo možné nájsť v tabuľkách riadok, pre ktorý by konjunkcia formúl množiny T bola pravdivá. V druhej časti príkladu sa v oboch skupinách jednalo o formulu, ktorá bola pravdivá len pre jeden vstup, teda sa nejednalo o tautológiu a disj. norm. forma v skupine A bola $p \wedge q \wedge \neg r$, v skupine B to bolo $p \wedge \neg q \wedge r$. Podotýkam, že pre informatikov je nevyhnutné ovládať pravd. hodnoty pre základné logické spojky, preto ich neznalosť viedla k nulovému ohodnoteniu. Aj keď niektorým napr. nesplniteľnosť vyšla napriek chybnému ohodnoteniu, čo sa však za správne riešenie uznať nedá.
- **Štvrtý príklad.** V oboch skupinách boli vektory lin. závislé, čo sa dalo zistiť úpravou matice na trojuholníkový tvar (bolo jedno, či spomínané vektory budú tvoriť stĺpce, alebo riadky danej matice). Teda v oboch prípadoch vyšli matice s dvomi nenulovými riadkami, dimenzia je teda 2, za bázu bolo treba vziať napr. riadky matice, alebo prvé dva pôvodné vektory. Podobným spôsobom sa dalo zistiť, či vektor (v poslednej časti úlohy) patrí do uvedeného vektorového priestoru. Kto nad úlohou aspoň trochu premýšľal, tak posledný vektor (v skupine A $[-5, 2, 9]$, v skupine B $[-10, 4, 18]$) vylúčil a pracoval len s prvými dvomi. Teda bolo treba v oboch skupinách zistiť, či vektory $[1, 2, 3]$, $[3, 2, 1]$, $[10, 8, 6]$ sú alebo nie sú lin. závislé. V prípade závislosti, bola odpoveď ANO, v opačnom prípade by bola NE. Správna odpoveď bola ANO.