

Fiche de synthèse sur l'arithmétique

Maxime Morize, Alexander Khvoshchev

March 11, 2020

1 Définitions

- Un entier naturel: Un entier naturel est un entier positif ou non nul.
- Un diviseur commun: Un diviseur commun à deux nombres a et b divise à la fois a
- Le PGCD: Le PGCD (Le *Plus Grand Commun Diviseur*) est le plus grand diviseur commun de deux nombres ou plus.
- Etre premier entre nombres: Deux nombres sont premiers entre eux lorsque leurs seuls diviseur commun est 1, soit le PGCD est égale à 1.
- Un nombre premier: Un nombre premier est un nombre naturel qui ne possède que 2 diviseurs, 1 et lui même.
- Une fraction irréductible: Une fraction est irréductible lorsque son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

2 Savoir faire

- Déterminer la liste des diviseurs communs à deux nombres entiers naturels a et b
 - On détermine la liste diviseurs de a et de b
 - On en déduit la liste des diviseurs communs
- Déterminer le PGCD de a et b
 - On determine la liste des diviseurs communs à a et b
 - On cherche le plus grand de ces diviseurs communs, qui est le PGCD
- Déterminer si deux nombres sont premiers entre eux
 - On determine le PGCD de ces nombres
 - On regarde si le PGCD est égal à 1

- Déterminer si un entier est premier en écrivant la liste de ses diviseurs
 - On écrit la liste des diviseurs de ce nombre
 - Si la liste est composée de 1 et du nombre lui même, c'est un nombre premier
- Décomposer en facteurs premier un nombre
 - On divise par le plus petit nombre premier qui donne un résultat entier
 - On continue de faire ceci jusqu'à ce qu'on retrouve 1 comme résultat
 - Lorsque ceci est terminée, la liste de facteurs premiers de ce nombre seront tout les nombres premiers qu'on a utilisée
- Décomposer le PGCD avec les décompositions en facteur premiers
 - On trouve la liste de facteurs premiers de ces nombres
 - On regarde les facteurs premiers qui se trouvent dans les deux décompositions
 - Maintenant qu'on a la liste des facteurs premiers commun entres ces nombres, on multiplie les facteurs pour trouver le PGCD
- Simplifier les fractions avec la décompositions en facteurs premiers
 - On trouve la liste de facteurs premiers du numérateur et du dénominateur
 - On regarde les facteurs premiers qui se trouvent dans les deux décompositions
 - On supprime les facteurs communs des deux listes

3 Propriétés

- Propriété admise: Tout nombre entier naturel non premier possède une unique décomposition en un produit de facteurs premiers

4 Exemples

- Trouver les diviseurs et le PGCD d'un nombre sans décomposition en facteurs premiers

3° Détermination du PGCD avec la liste des diviseurs

Déterminer le PGCD de 42 et 70

Diviseurs de 42

1	42
2	21
3	14
6	7

Diviseurs de 70

1	70
2	35
5	14
7	10

Diviseurs communs a 70 et 42 : 1 2 7 **14**

PGCD(70 ; 42) = 14

- Trouver le PGCD avec la décomposition en facteurs premiers

$$\text{PGCD}(180; 24) = 2^2 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r|l}
 180 & 2 \\
 90 & 2 \\
 45 & 3 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r|l}
 24 & 2 \\
 12 & 2 \\
 6 & 2 \\
 3 & 3 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$24 = 2^3 \cdot 3$$