Modélisation d'une épidémie ou d'un incendie

Comment lutter contre une épidémie ou un incendie de la manière la plus efficace possible ?

I – Un modèle compartimental simple

- **Construction du modèle**
- **Résolution informatique et résultats**

II – Efficacité d'une perturbation

- **Définition d'une perturbation et impact de celle-ci**
- **Définition de l'efficacité, variation d'un paramètre**
- **Variation de deux paramètres de la perturbation**

III – Un modèle spatial

- **Construction du modèle**
- **Résultats et intérêt du modèle**

IV – Optimisation spatiale d'une perturbation

I – Un modèle compartimental simple

Hypothèses :

- 3 états possibles S, I et R.
- Les individus infectés sont les individus infectieux.
- Lois sans vieillissement pour les changements d'états.
- S, I et R sont les mêmes dans tout l'espace.

$$\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -kds * S * I \\ \dfrac{dI}{dt} = kds * S * I - l * I \\ \dfrac{dR}{dt} = l * I \end{cases}$$

avec P la population

s la surface de propagation en m^2

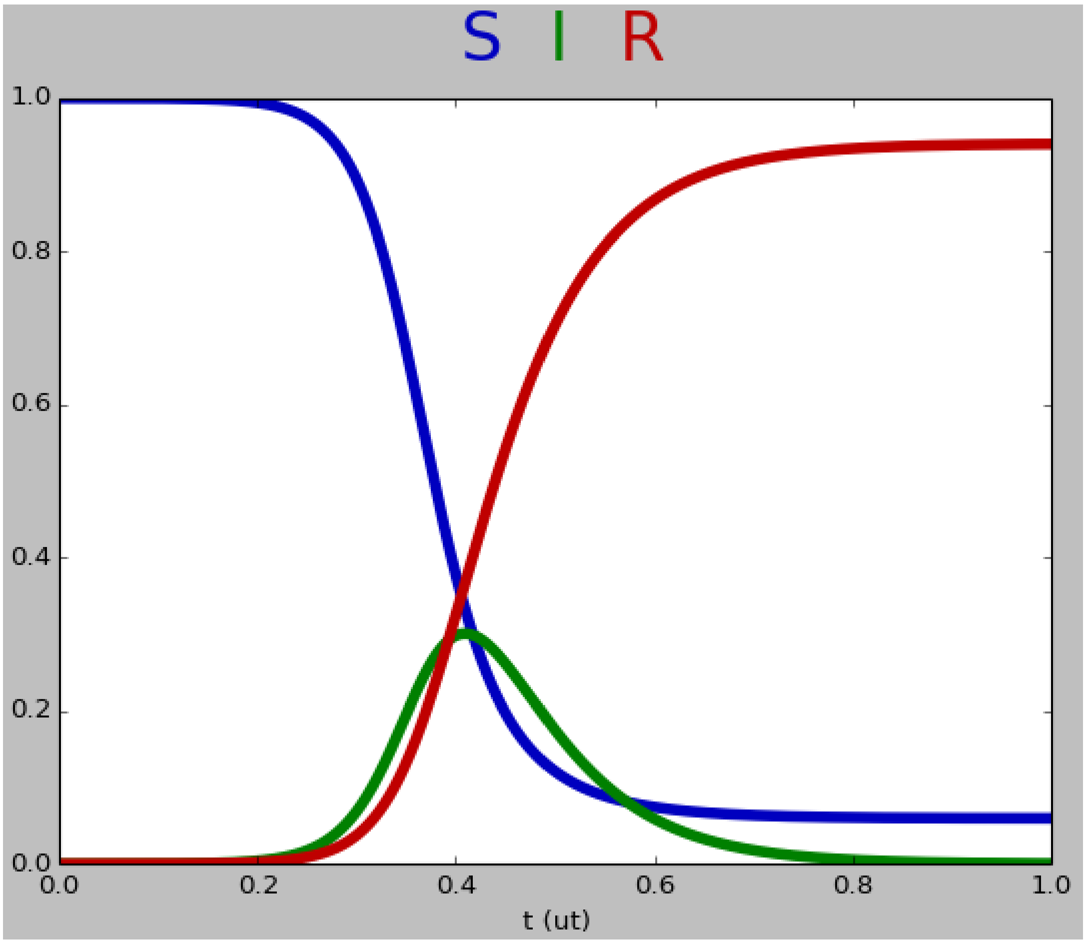
d la densité en hab/km^2

k et l des constantes

Résolution en RK4 (plus efficace que les méthodes d'Euler et de prédiction-correction)

Fonction **simple(k,l,s,d,P,N,x)**

simple(300000,15,1.5,100,100000,1000,1) :



II – Efficacité d'une perturbation

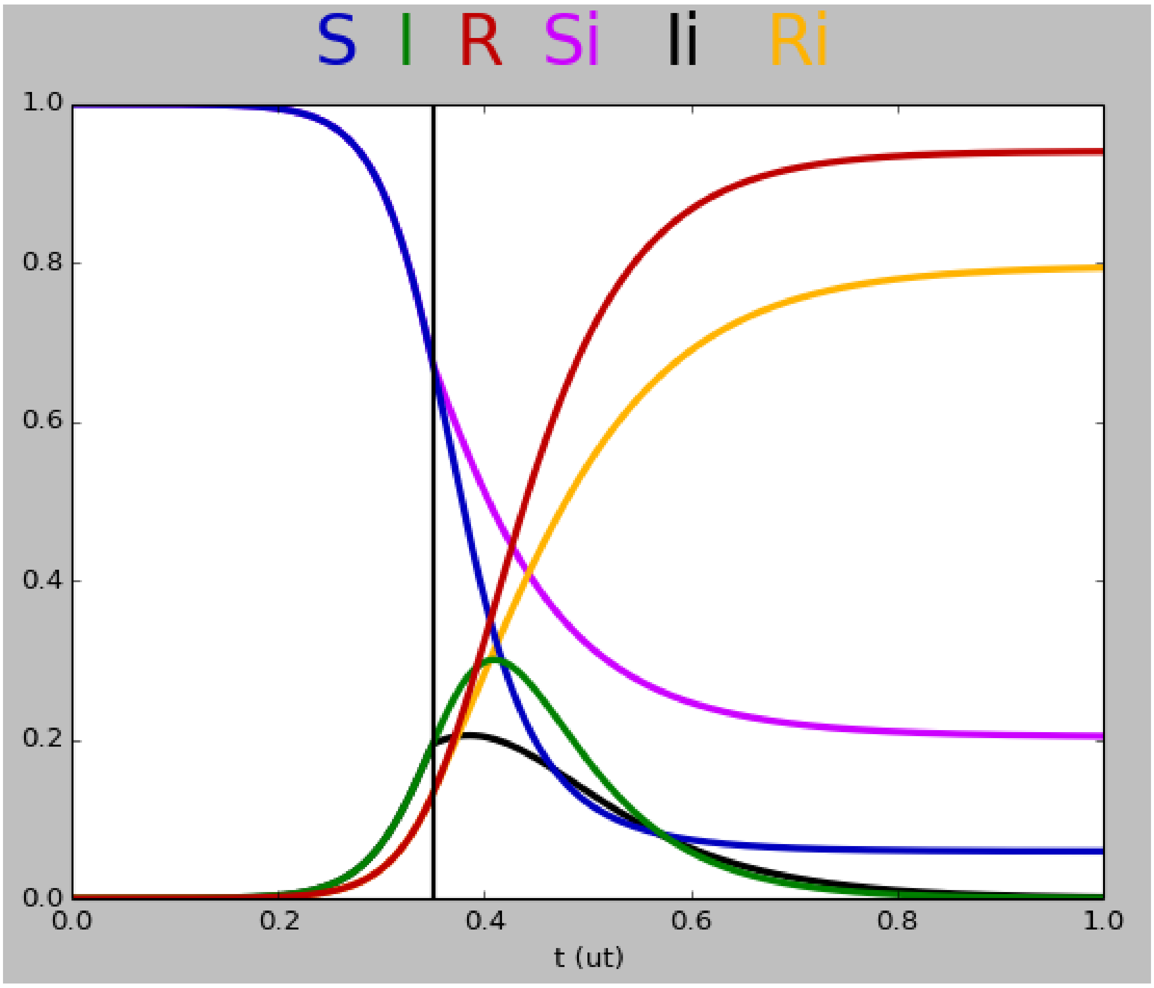
On définit une perturbation par :

- Son temps d'introduction t
- Sa force de ralentissement λ entre 0 et 1
- Sa force de guérison μ entre 0 et 1

tel que **à t,** $\begin{cases} k = (1-\lambda) * k \\ l = \frac{l}{1-\mu} \end{cases}$

Fonction **simple_impact(k,l,s,d,P,t,λ,μ,N,x)**

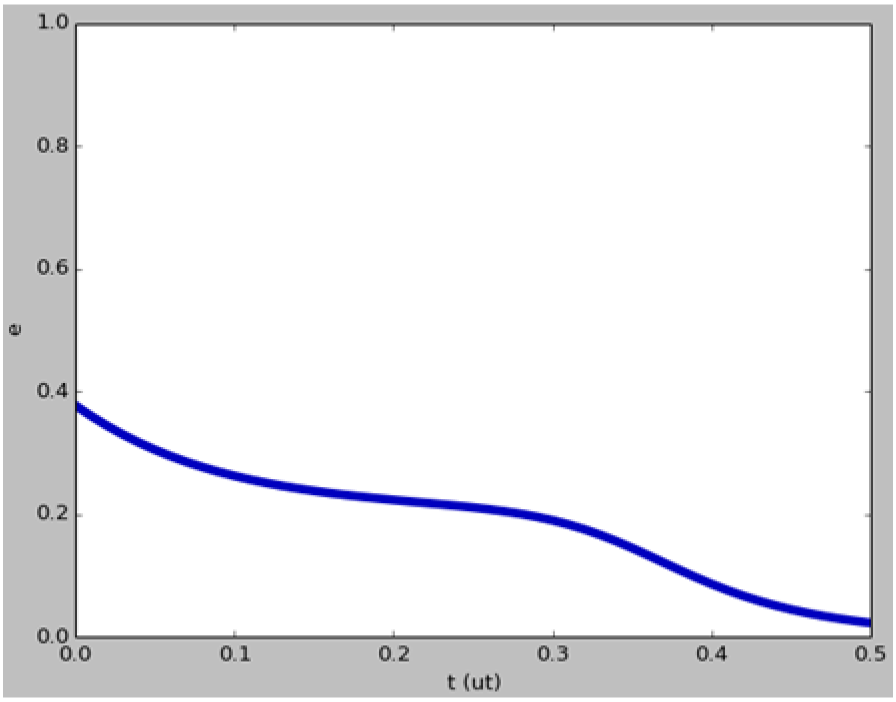
simple_impact(300000,15,1.5,100,100000,0.35,0.4,0,1000,1) :



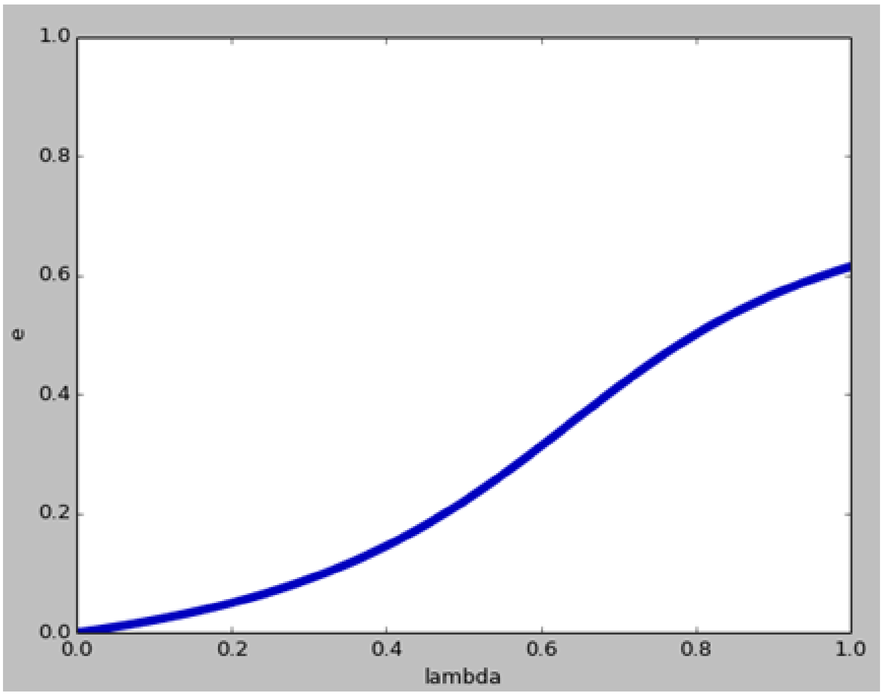
On définit l'efficacité : $\mathbf{e} = \lim_{t\to\infty}(Sp(t) - S(t))$

Fonctions **simple_e(k,l,s,d,P,t,λ,μ,N,x)**, **simple_et(k,l,s,d,P,λ,μ,N,x,N2,x2)**, **simple_eλ(k,l,s,d,P,t,μ,N,x,N2)** et **simple_eμ(k,l,s,d,P,t,λ,N,x,N2)**

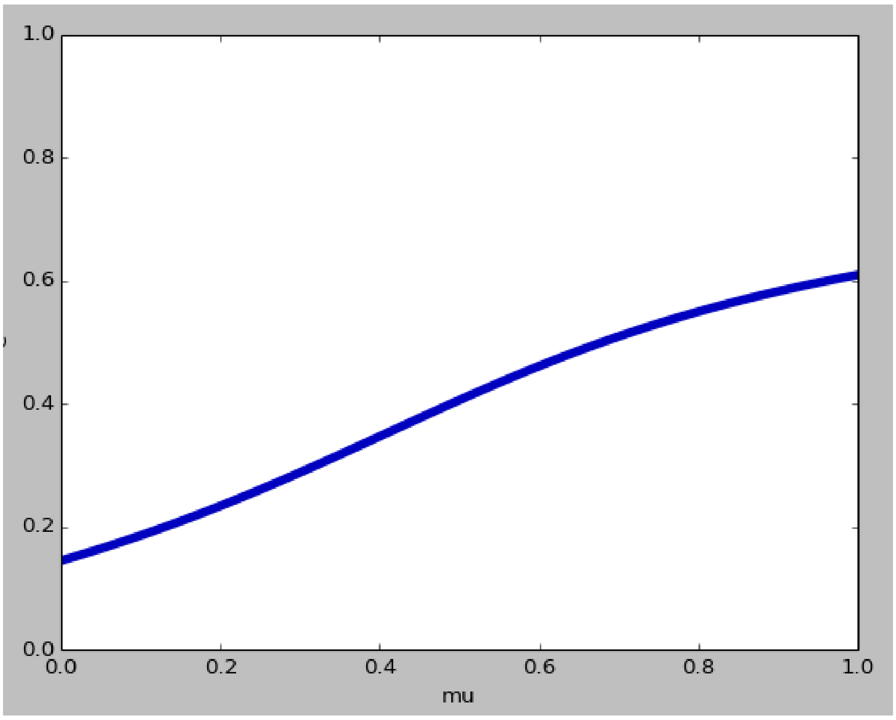
simple_et(300000,15,1.5,100,100000,0.4,0,1000,1,50) :



simple_eλ (300000,15,1.5,100,100000,0.35,0,1000,1,50) :

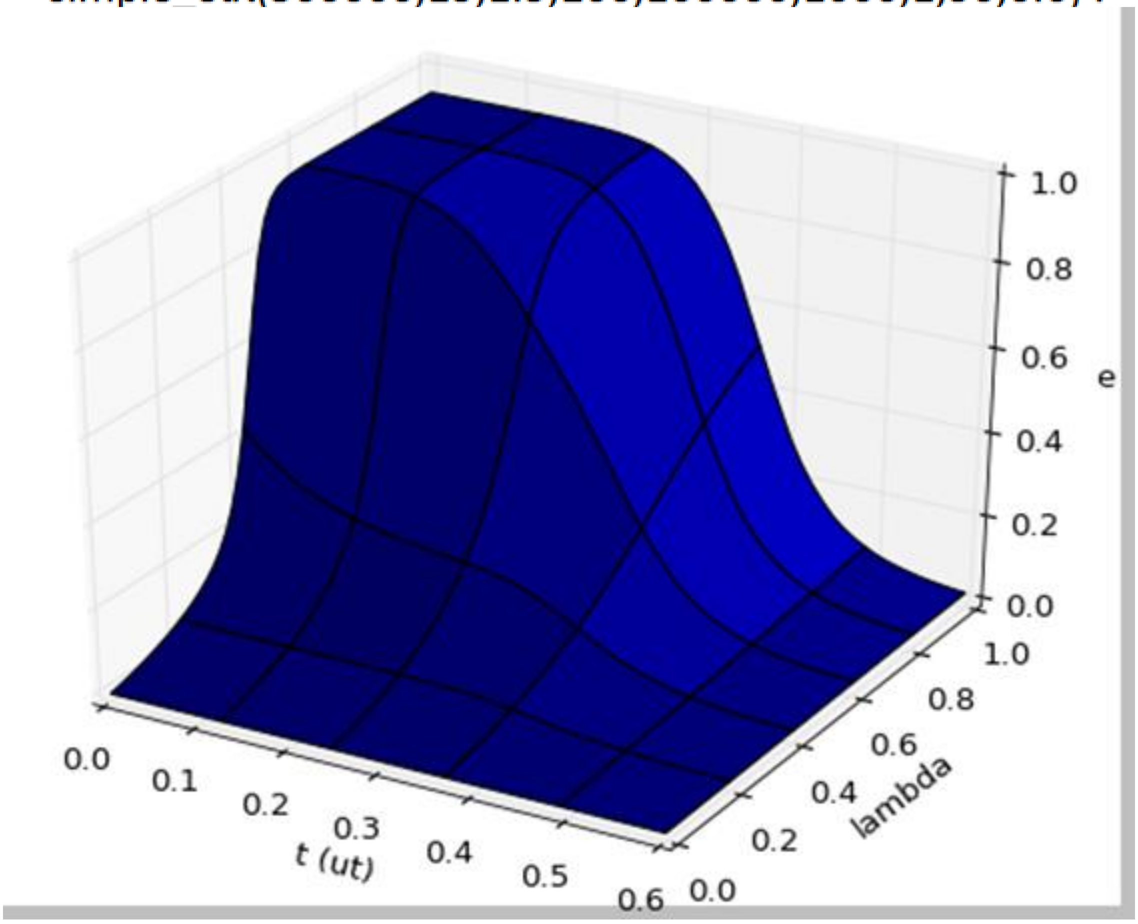


simple_eμ(300000,15,1.5,100,100000,0.35,0.4,1000,1,50) :



Fonction **simple_etλ(k,l,s,d,P,N,x,N2,x2)**

simple_etλ(300000,15,1.5,100,100000,1000,1,50,0.6) :



III – Un modèle spatial

S, I et R ne sont plus les mêmes dans tout l'espace

Idée pour le modèle :

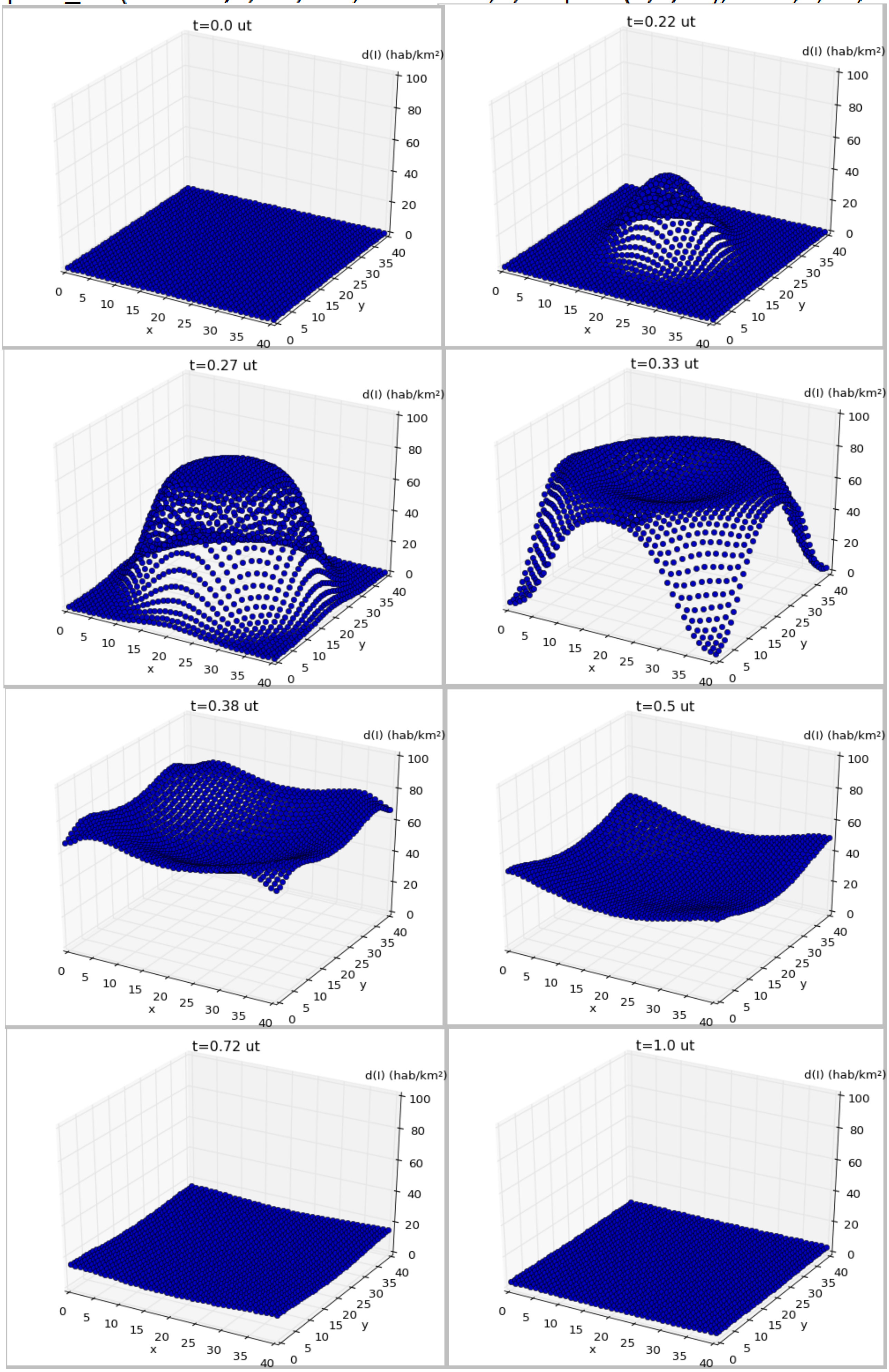
- On divise l'espace en cases uniformes
- 2 étapes se répètent l'une après l'autre :
    - **Evolution de chaque case suivant le premier modèle**
    - **Echange d'individus entre les cases**

Différentes caractéristiques (k,l,d,Dm[i][j]) selon les cases

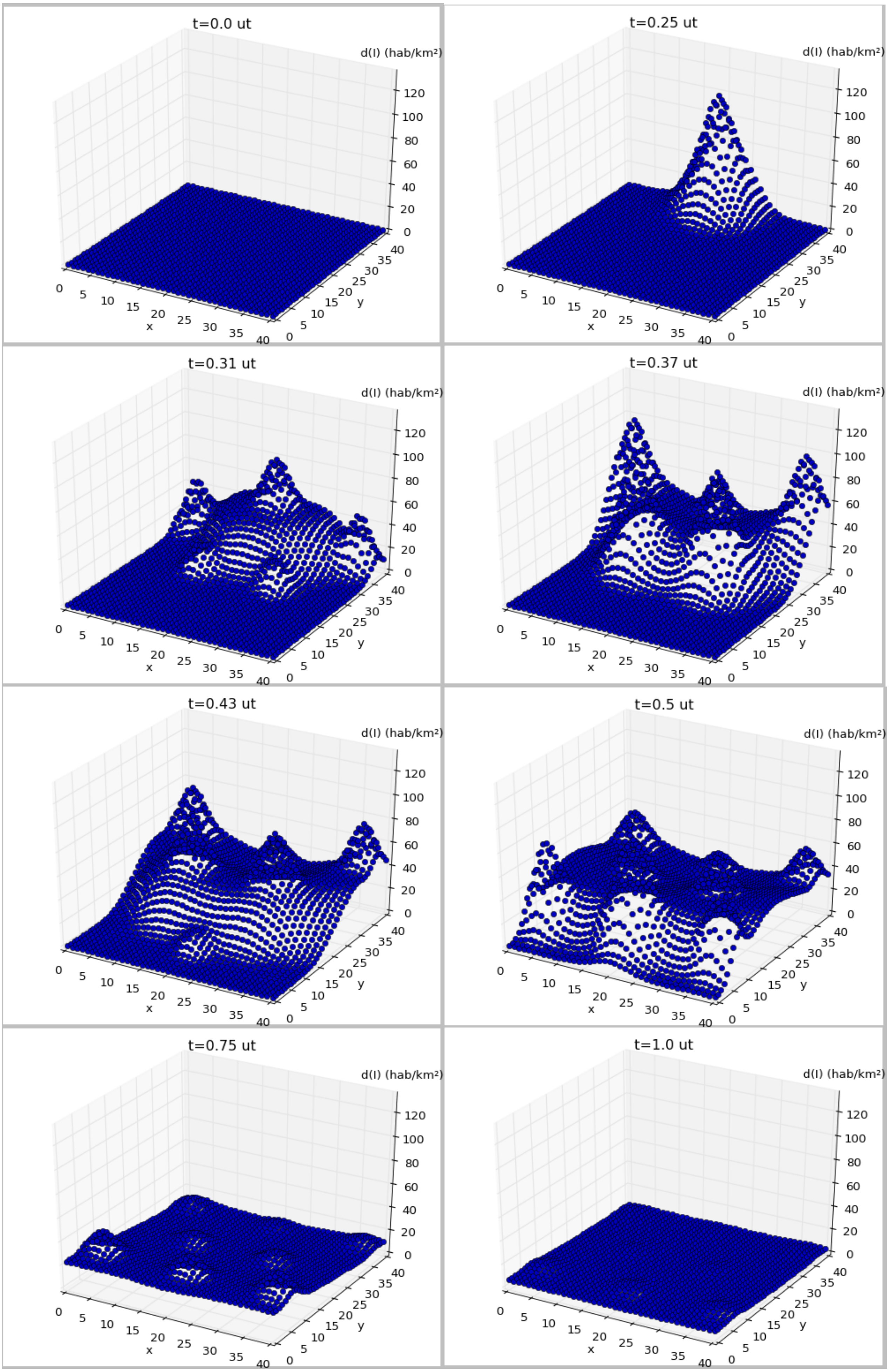
Fonctions **espace(K,L,s,D,Ii,Dm,t,N,x,N3,zlim)**

espace_adj(K,L,s,D,Ii,Dm,t,N,x,N3,zlim)

et **espace_uni(k,l,s,d,P,dm,t,N,x,N3,zlim)** espace_uni(500000,5,1.5,100,67000000,5,linspace(0,1,19),1000,1,41,100) :

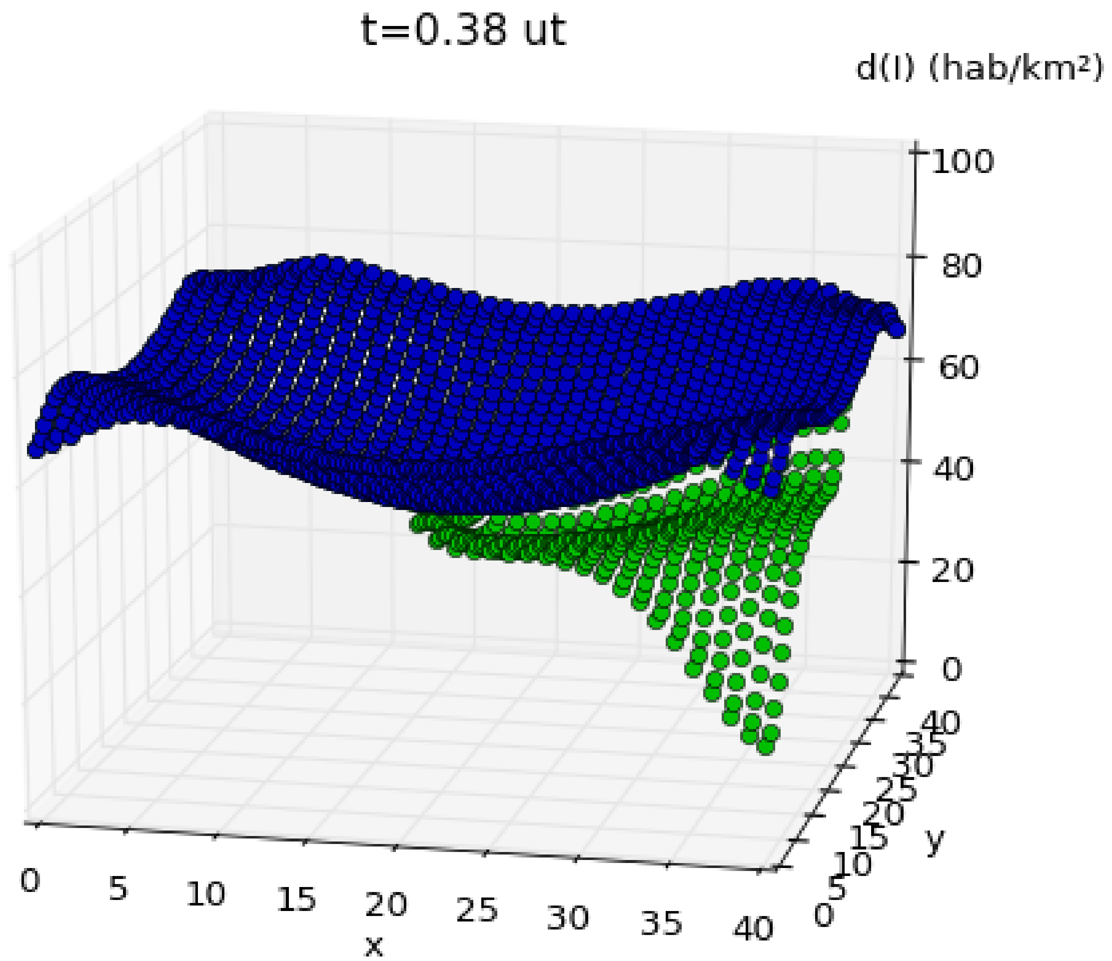


espace_adj(K,L,1.5,D,Ii,Dm,linspace(0,1,19),1000,1,41,134) :



IV – Optimisation spatiale d’une perturbation

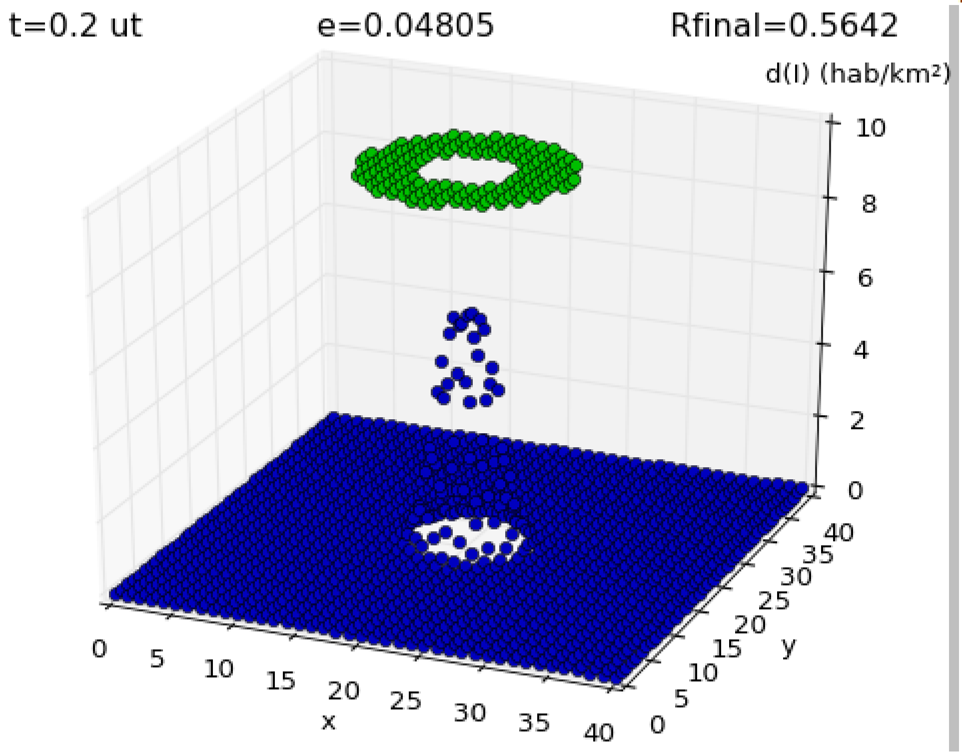
fonctions **espace_adj_impact(K,L,s,D,Id,Dm,T,N,x,N3,t,λ,μ,Q,zlim)** et **espace_uni_impact(k,l,s,d,P,dm,T,N,x,N3,t,λ,μ,Q,zlim)**



Considération des perturbations en anneaux uniquement.

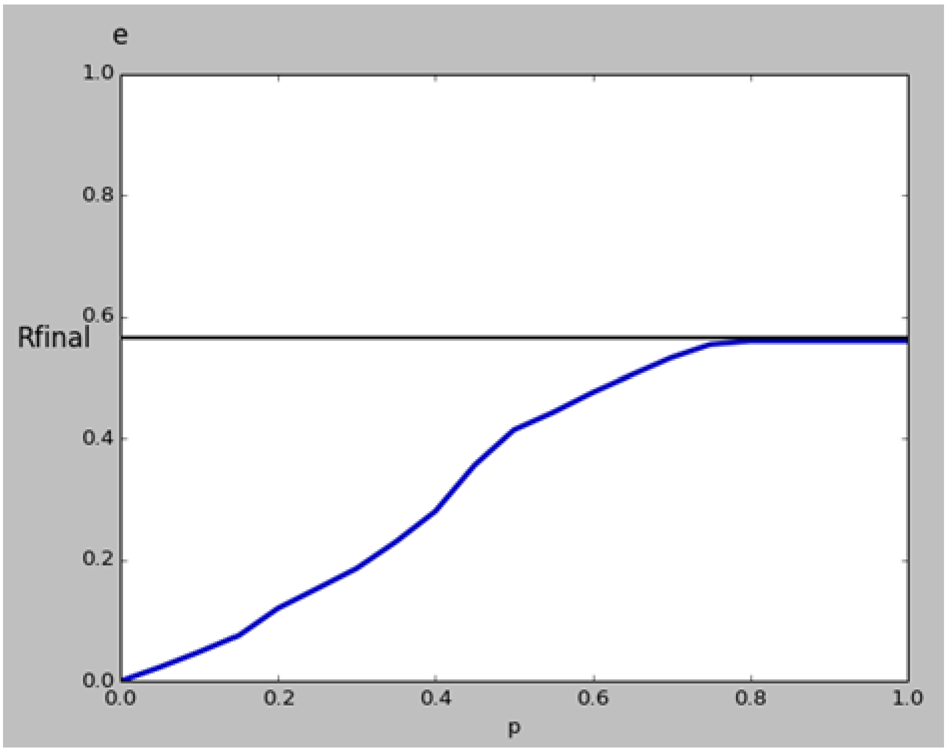
fonctions **espace_adj_elieu(K,L,s,D,Id,Dm,N,x,N3,t,λ,μ,p,R0,zlim)**
et **espace_uni_elieu(k,l,s,d,P,dm,N,x,N3,t,λ,μ,p,R0,zlim)**

espace_uni_elieu(1200000,120,1.5,100,67000000,0.5,1000,1,41,0.2,0.8,0.1,0.1,linspace(0,1,21),10) :

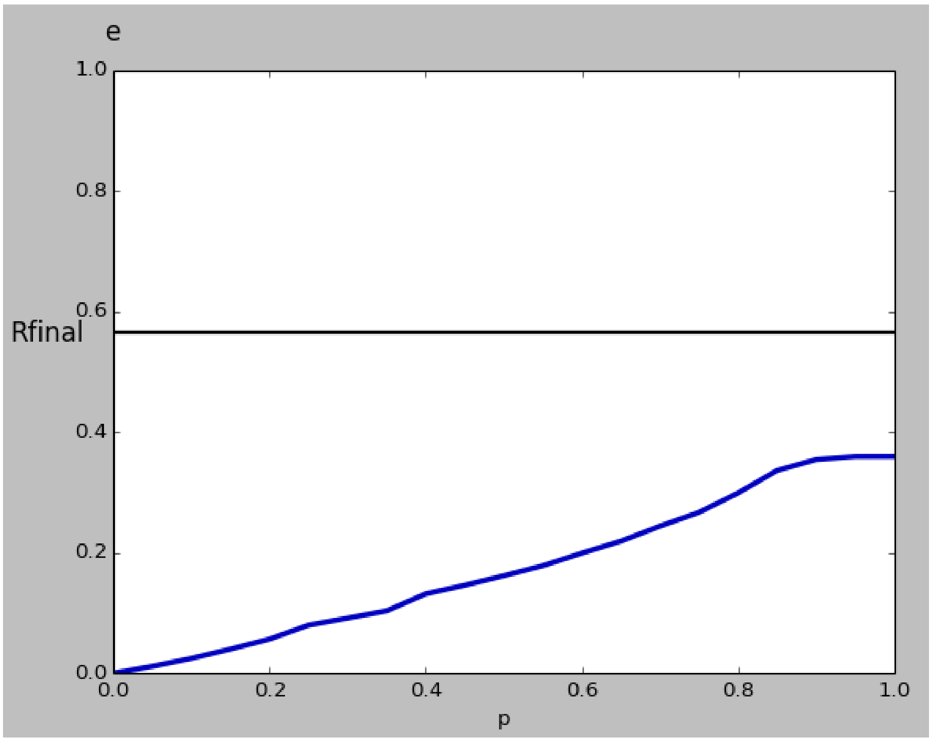


Tracé de e en fonction de p :

Pour λ = 0.8 et μ = 0.1 :



et pour λ = 0.2 et μ = 0 :



Conclusion : intérêts et limites des modèles

Intérêts :

- On connaît l’évolution de la propagation ainsi que l’efficacité d’une éventuelle perturbation en fonction de leurs paramètres.
- Cela permet non seulement de prévoir mais aussi de connaître les progrès qu’on doit faire pour atteindre un objectif fixé.

Limites :

- Il m’est impossible de comparer les résultats à la réalité car je n’ai trouvé aucune étude utilisant ce modèle ni aucun relevé réel d’une épidémie ou d’un incendie.
- Pour les épidémies, les naissances, les morts non dues à la maladie et la période d’incubation sont négligées.
- L’hypothèse de lois sans vieillissement est forte.
- Des relevés réels sont nécessaires pour connaître les caractéristiques des perturbations que l’on applique.