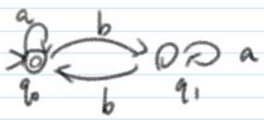
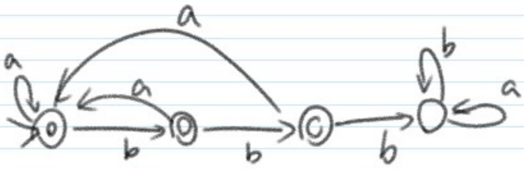
2020年1月11日 20:17

DFA

接受偶数个b.

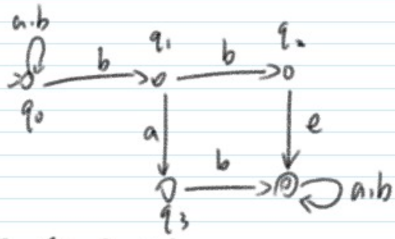


不会有三个连续b.



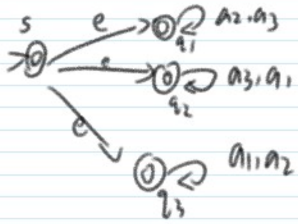
NFA

有bb或bab出现



$\Sigma=\{a_1, a_2, a_3\}$

L: $\{w$: 有个$a_i\in\Sigma$不出现在w中$\}$



正则语言:

$L=\{a^i b^i : i\geq 0\}$ 是非正则的.

Solution: 泵定理

考虑 $w=a^n b^n\in L$, 根据pumping theory, 可重写成 $w=xyz$ 使 $|xy|\leq n$ 且 $y\neq e$, 即 $y=a^i\ (i>0)$, 但是 $xz=a^{n-i}b^n\notin L$, 与定理矛盾.

$L=\{a^n: n是素数\}$ 是非正则的.

Solution: 泵定理

令 $x=a^p$, $y=a^q$, $z=a^r$

对每一个 $n\geq 0$, $xy^nz\in L$, 即 $p+nq+r$ 是素数

不一定.

$L=\{w\in\{a,b\}^*: w中a和b个数相等\}$ 是非正则的.

Solution: 封闭性

若L是正则的, 则 $L\cap a^*b^*$ 也是正则的.

则 $\{a^nb^n: n\geq 0\}$ 是正则的. 与上一题矛盾了.

PDA 下推自动机:

构造从接受 $L=\{w\in\{a,b\}^*: w中a与b个数相同\}$.

$K=\{s,q,f\}$

$\Sigma=\{a,b\}$ $\quad T=\{a,b,c\}$

$s=s$ $\quad F=\{f\}$

Δ: $(s,e,e),(q,c)$

$(q,a,c),(q,ac)$

$(q,a,a),(q,aa)$

$(q,a,b),(q,e)$

$(q,b,c),(q,bc)$

$(q,b,b),(q,bb)$

$(q,b,a),(q,e)$

$(q,e,c),(f,e)$

构造从接受 $L=\{wcw^R, w\in\{a,b\}^*\}$. $\Leftarrow$ 由文法 G: $V=\{S,a,b,c\}$, $\Sigma=\{a,b,c\}$

$R=\{S\to aSa, S\to bSb, S\to c\}$ 生成

$K=\{p,q\}$, $\Sigma=\{a,b,c\}$

$T=\{S,a,b,c\}$, $s=p$, $F=\{q\}$

Δ: $(p,e,e),(q,S)$

$(q,e,S),(q,aSa)$

$(q,e,S),(q,bSb)$ $\quad (q,e,S),(q,c)$

$(q,a,a),(q,e)$

$(q,b,b),(q,e)$

$(q,c,c),(q,e)$

上下文无关语言:

证明 $L=\{a^nb^nc^n: n\geq 0\}$ 不是上下文无关的.

上下文无关语言:

证明 $L=\{a^nb^nc^n: n\geq 0\}$ 不是上下文无关的.

Solution: 泵定理

假设存在 $G=(V,\Sigma,R,S)$. 使得 $L=L(G)$

令 $n>\frac{1}{3}\phi(G)^{|V-\Sigma|}$, $w=a^nb^nc^n$ 可以表示成

$w=uvxyz$ 使得 v,y 不是空串且 $uv^ixy^iz\in L(G)$, $i\geq 0$

① 若 v,y 中三个符号都出现, 则 v,y 中必有一个含两个符号(至少).

∴ uv^2xy^2z 的 abc 顺序不对.

$(ab)^2=abab$ 或 $(ac)^2=acac$ 或 $(bc)^2=bcbc$

② 若 v,y 中只出现一个或两个符号.

∵ $uvxyz$ 满足 a,b,c 个数相同

则 uv^2xy^2z 中 a,b,c 个数不相同

证明 $L=\{a^n: n$ 是一个素数$\}$ 不是上下文无关的.

Solution: 泵定理

设 $G=(V,\Sigma,R,S)$ 是生成 L 的上下文无关语法.

取素数 $p>\phi(G)^{|V-\Sigma|}$, 那么 $w=a^p$ 可以写成

$w=uvxyz$ 且 $vy\neq e$. 设 $vy=a^q$, $uxz=a^r$

则有 $nq+r$ 是素数. 这是不可能的.

证明 $L=\{w\in\{a,b,c\}^*: w$ 中 a,b,c 个数相等$\}$ 不是上下文无关的.

Solution: 定理 交

考虑正则语言 $\{a^*b^*c^*\}=L_2$

则 $L\cap L_2=\{a^nb^nc^n: n\geq 0\}$ 是上下文无关的.

但已证其不是 ∴ L 不是上下文无关.