

Urychlovací metody pro Ray-tracing

© 1996-2016 Josef Pelikán
CGG MFF UK Praha

pepca@cgg.mff.cuni.cz

<http://cgg.mff.cuni.cz/~pepca/>

Průsečík paprsku s 3D scénou



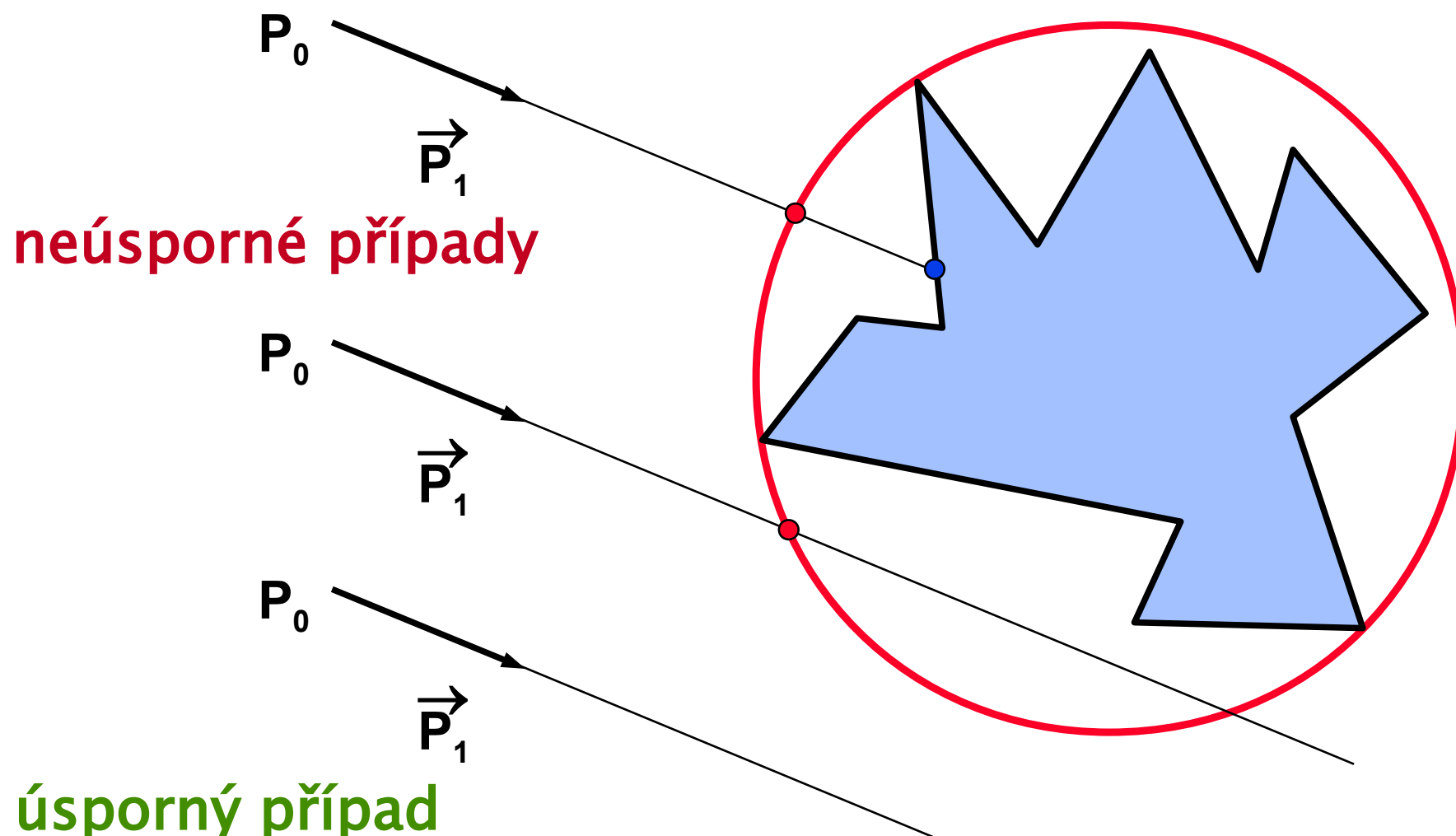
- ♦ spotřebuje **většinu strojového času** (až 95% podle Whitteda, 1980)
- ➡ scéna je složena z **elementárních těles**
 - koule, kvádr, válec, kužel, jehlan, polygon, ..
 - elementární tělesa v CSG
 - počet elementárních těles .. **N**
- ➡ klasický algoritmus testuje **každý paprsek** (do hloubky rekurze **H**) s **každým element. tělesem**
 - **$O(N)$** testů pro jeden paprsek

Klasifikace urychlovacích metod



- ① urychlení výpočtu „**paprsek × scéna**“
 - ➡ urychlení testu „**paprsek × těleso**”
 - » obalová tělesa, efektivní algoritmy výpočtu průsečíků
 - ➡ menší počet testů „**paprsek × těleso**”
 - » hierarchie obalových těles, dělení prostoru (prostorové adresáře), směrové techniky (+2D adresáře)
- ② menší **počet testovaných paprsků**
 - » dynamické řízení rekurze, adaptivní vyhlazování
- ③ **zobecněné paprsky** (dávající více informace)
 - » polygonální svazek paprsků, kužel, ..

Obalové těleso





Obalové těleso

- ❶ výpočet průsečíku je **jednodušší** než u původního tělesa
 - koule, kvádr v obecné nebo osově rovnoběžné poloze, průnik pásů, ..
- ❷ obal by měl **co nejtěsněji obklopovat** původní těleso (pro maximální urychlení)
- ♦ **efektivita** obalového tělesa záleží na vhodném kompromisu mezi ❶ a ❷
 - celková asymptotická složitost zůstává **$O(N)$**



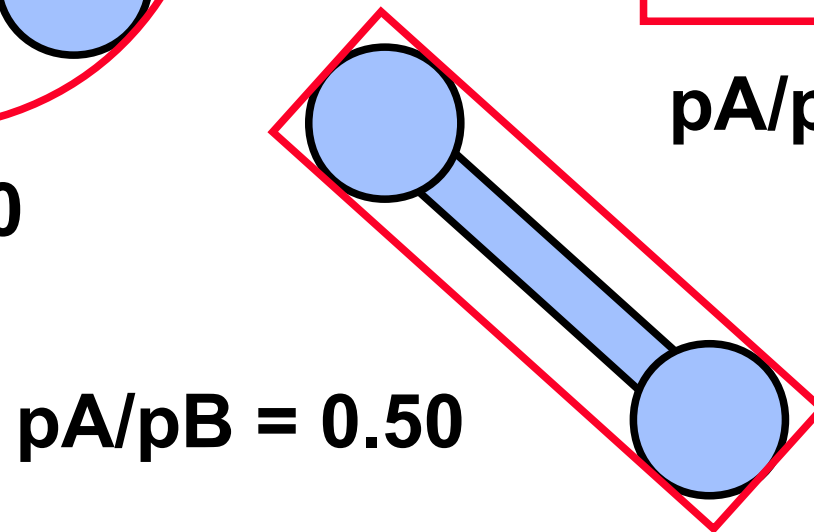
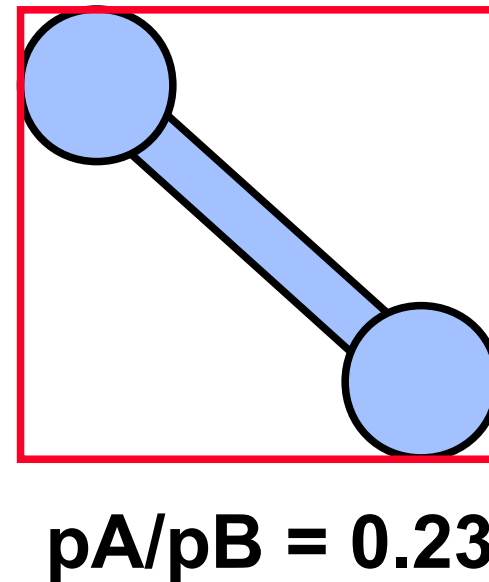
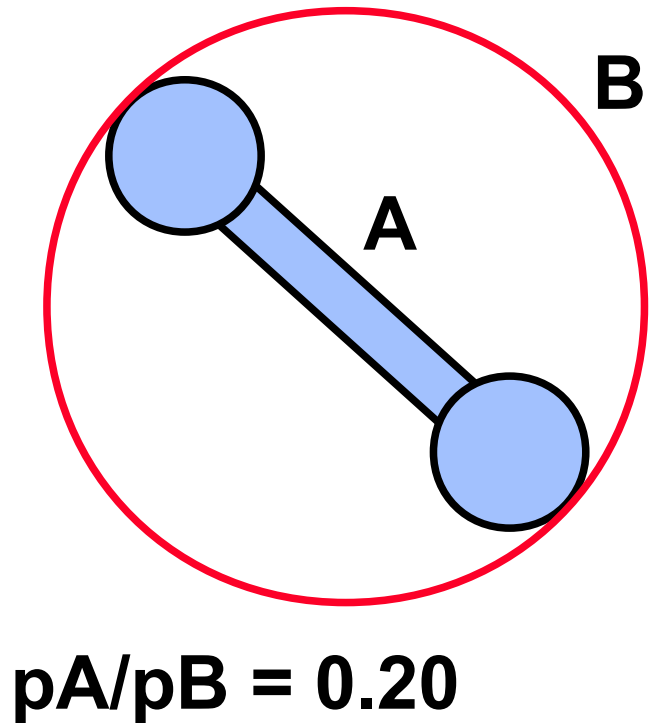
Efektivita obalového tělesa

Očekávaný **průměrný čas výpočtu** průsečíku paprsku s tělesem:

$$\underline{B + p \cdot I} < I$$

- **I** .. čas výpočtu průsečíku s **původním tělesem**
- **B** .. čas výpočtu průsečíku s **obalovým tělesem**
- **p** .. **pravděpodobnost zásahu** obalového tělesa paprskem (kolik % paprsků protne obalové těleso)

Různě efektivní obaly





Kombinovaná obalová tělesa

- ♦ **lepší aproximace tvaru** původního tělesa
- ➔ **sjednocení a průniky** jednodušších obalových těles:

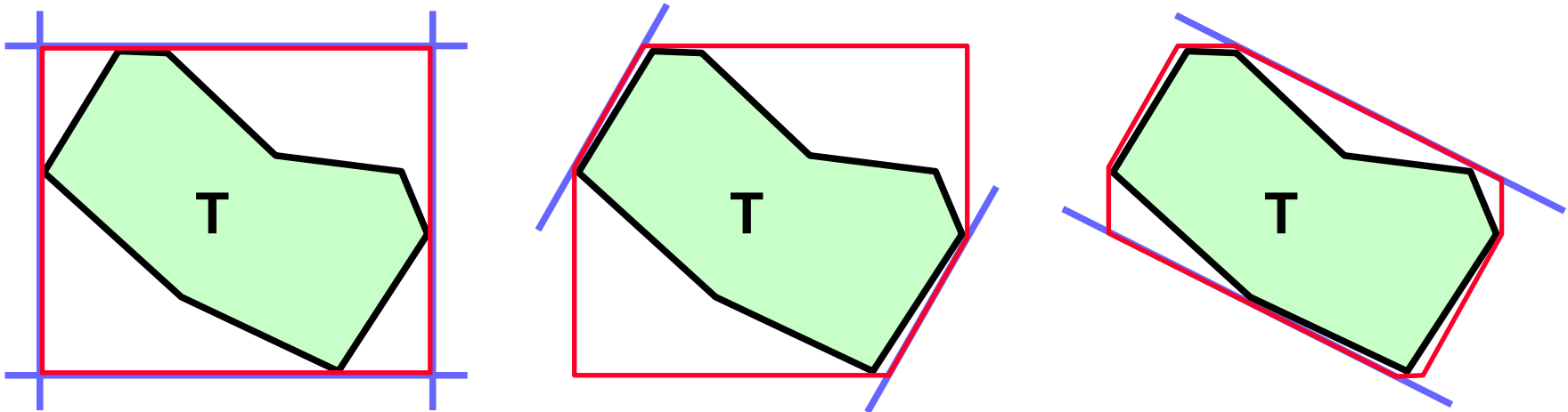




Aproximace konvexního obalu

- ♦ výhodné obalové těleso pro **konvexní objekty**
- ➔ průnik několika **pásů** („k-dops”)
 - pás je omezen dvěma rovnoběžnými rovinami
 - nutnost efektivního výpočtu konstant **d** a **D**:

$$d = \min_{[x,y,z] \in T} \{ ax + by + cz \}, \quad D = \max_{[x,y,z] \in T} \{ ax + by + cz \}$$

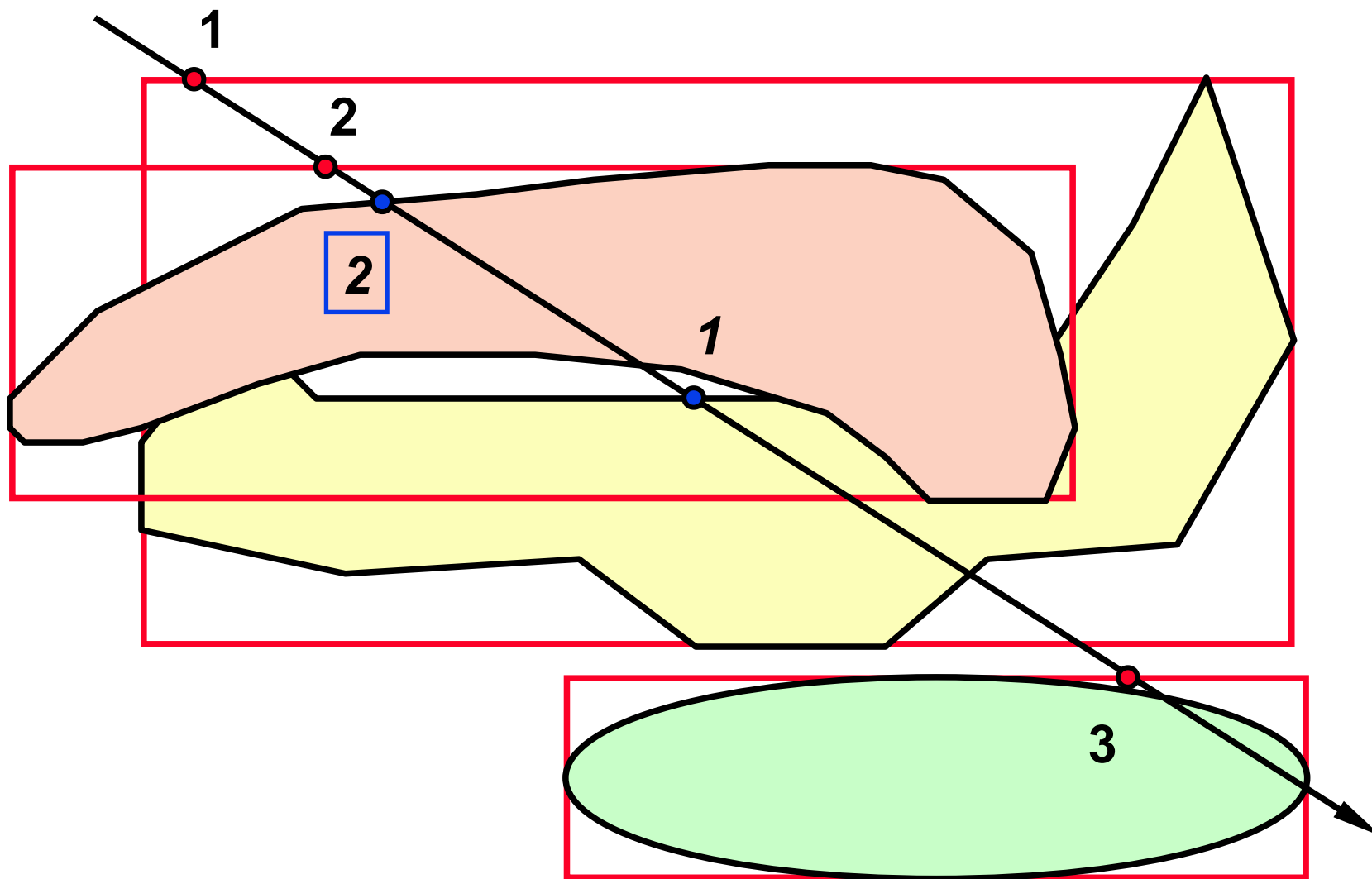




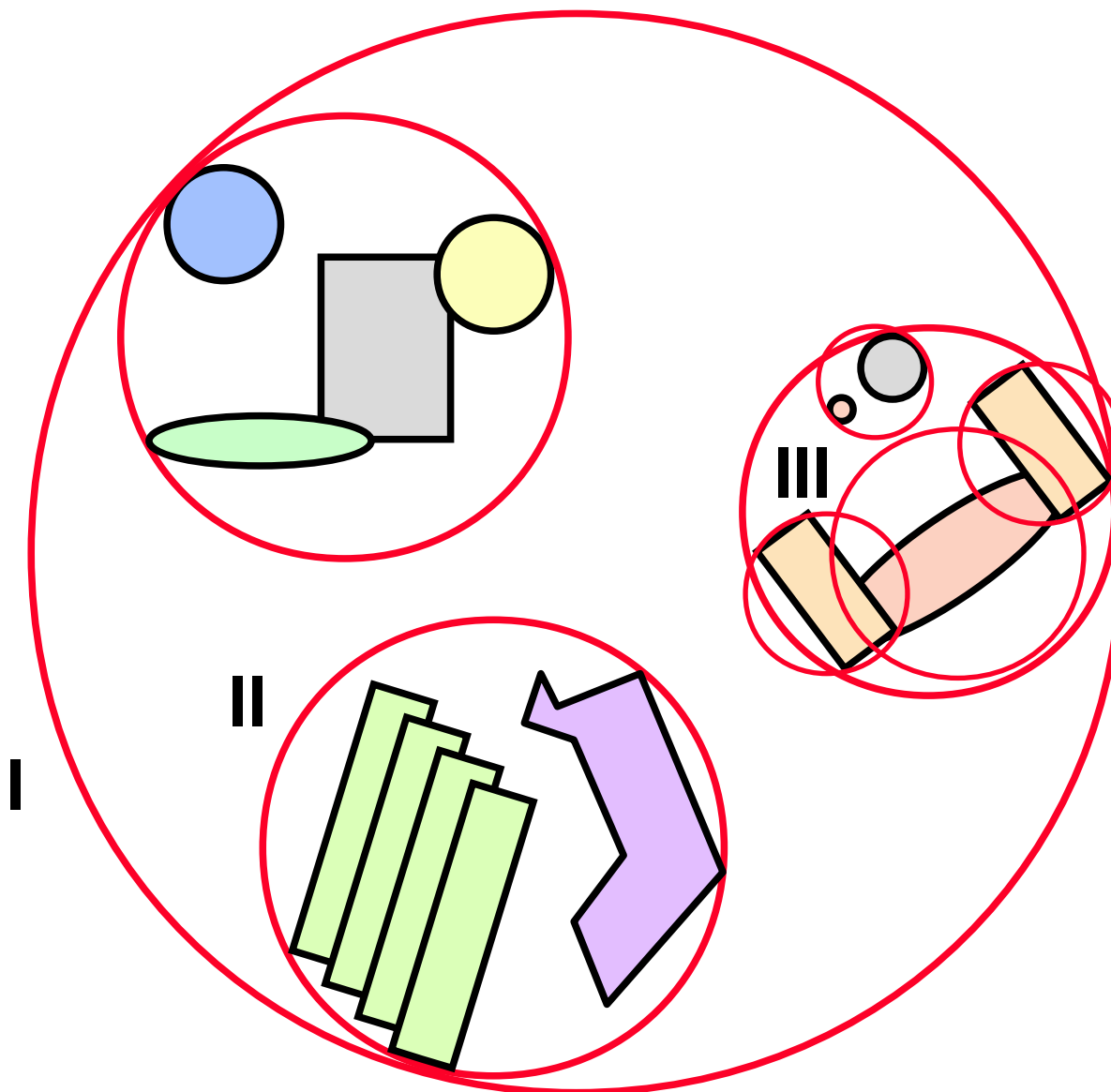
Efektivní implementace

- ① výpočítám průsečíky paprsku se **všemi obalovými tělesy**
 - ② protnutá obalová tělesa seřadím podle **vzdálenosti od počátku paprsku**
 - ③ objekty testuji v tomto pořadí (od nejbližších ke vzdálenějším)
- ➔ skončím, jestliže jsem **našel průsečík** a otestoval všechny objekty sahající před něj

Efektivní implementace



Hierarchie obalových těles (BVH)





Hierarchie obalových těles

- ♦ v ideálním případě **snižuje asymptotickou složitost** na **$O(\log N)$**
- ♦ vyplatí se zejména u **dobře strukturovaných scén**
 - množství dobře oddělených malých objektů
 - přirozená implementace v CSG reprezentaci (prořezávání CSG stromu)
- ➔ možnost **automatické konstrukce** hierarchie
 - inkrementální algoritmus
- ♦ v orientaci „AABB“ je to přesně **R-tree** (Guttman)
 - viz databázové vyhledávací datové struktury



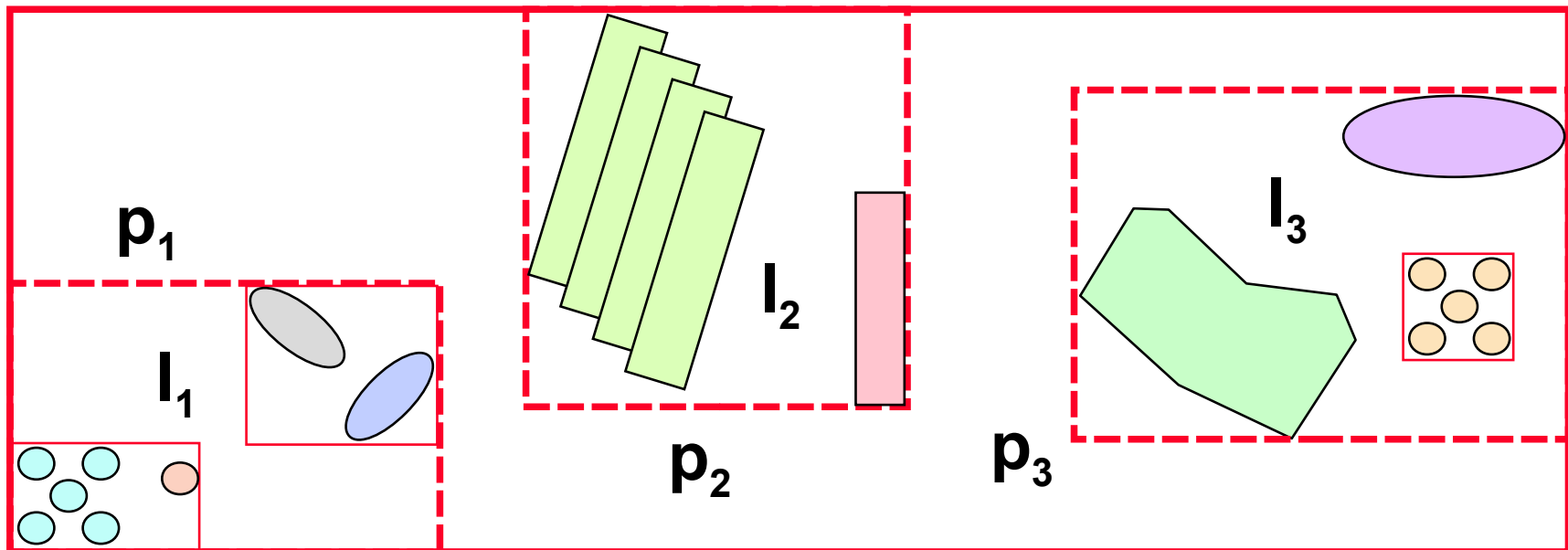
Efektivita hierarchie

$$K \cdot B + \sum_{i=1}^K p_i l_i \stackrel{?}{<} \sum_{i=1}^K l_i$$

B .. čas výpočtu průsečíku
s obalovým tělesem

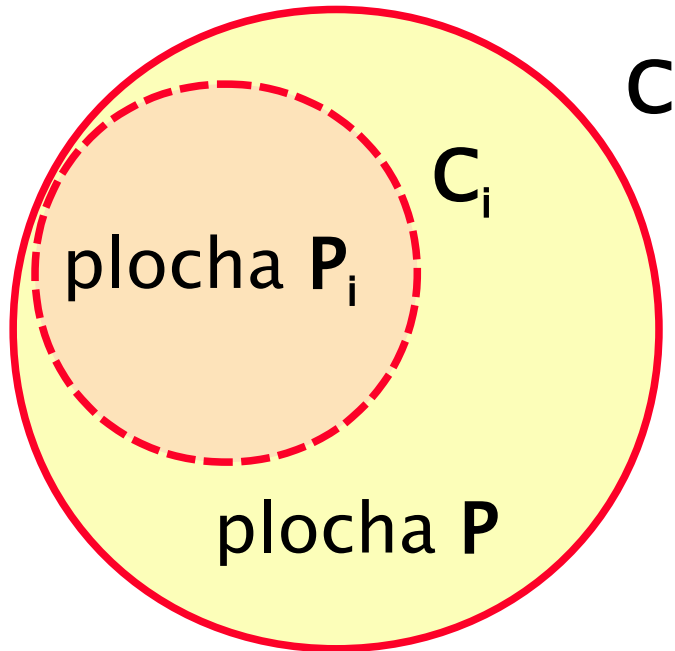
p_i .. pravděpodobnost zásahu
i-tého obalového tělesa

l_i .. čas výpočtu pro objekty uzavřené v i-tém obalovém tělese





Efektivita hierarchie



$P(d), P_i(d)$.. plocha průřezu
tělesa ze směru d

S, S_i .. povrch tělesa

Pro jeden směr pohledu d :

$$p_i = \Pr(\text{zá sah } C_i \mid \text{zá sah } C) = \frac{P_i(d)}{P(d)}$$

Pro všechny směry
a **konvexní tělesa**:

$$\underline{p_i} = \frac{\int P_i(d) \, dd}{\int P(d) \, dd} = \underline{\frac{S_i}{S}}$$



Inkrementální konstrukce

- ❶ vytvořím **prázdnou hierarchii** (kořen stromu)
 - ❷ vezmu nový objekt a **přidám ho do kořene**
 - opravím obalové těleso kořene
 - ❸ vyberu **nejvýhodnější možnost** (v rámci obal.t.):
 - objekt bude samostatný (bez vlastního obalu)
 - objekt bude mít sám nové obalové podtěleso
 - objekt přidám do existujícího obalového podtělesa
- ➔ záleží na **pořadí přidávání** objektů !
- setřídění podle 3D polohy a náhodné zamíchání

Hierarchické obalové systémy



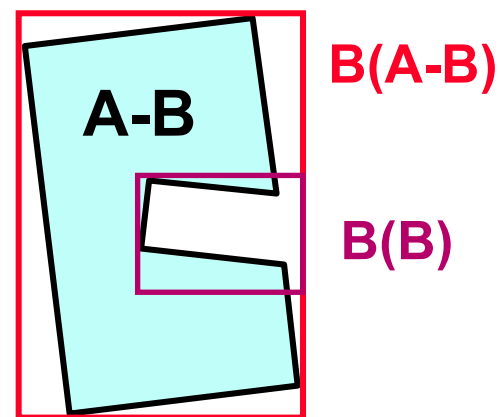
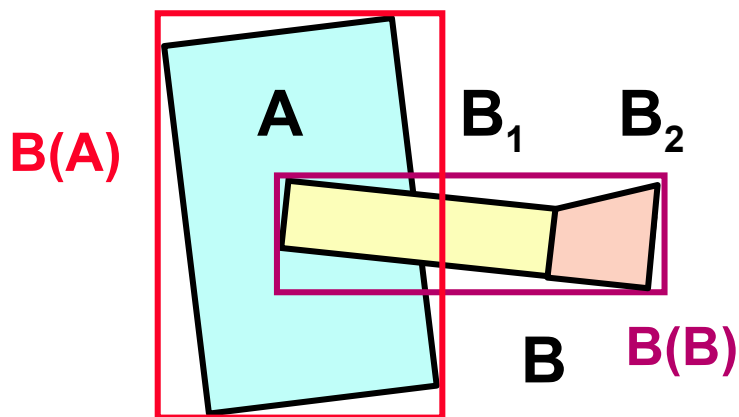
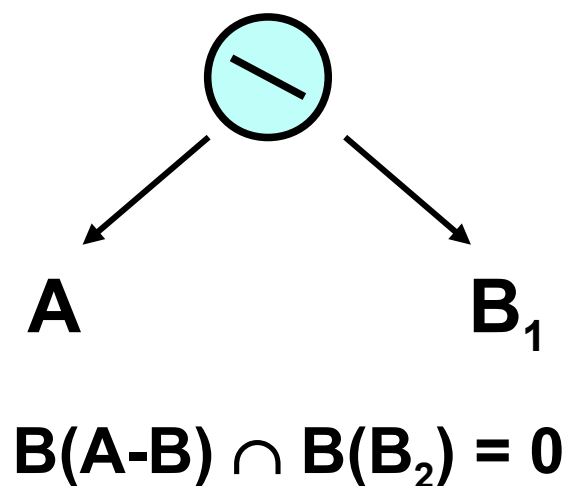
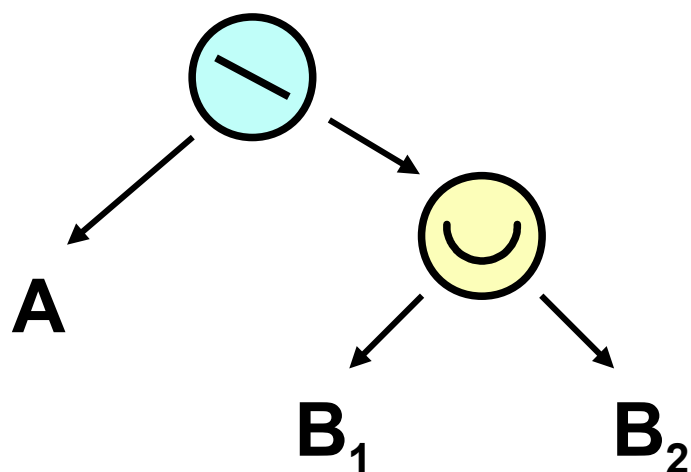
- ➔ „**Sphere tree**” (Palmer, Grimsdale, 1995)
 - jednoduchý test i transformace, horší aproximace
- ➔ „**AABB tree**”, „**R-tree**“ (Held, Klosowski, Mitchell, '95)
 - jednoduchý test, složitější transformace
- ➔ „**OBB tree**” (Gottschalk, Lin, Manocha, 1996)
 - jednoduchá transformace, složitější test, slušná aproximace
- ➔ „**K-dop tree**” (Klosowski, Held, Mitchell, 1998)
 - složitější transformace a test, výborná aproximace

„Prořezávání“ CSG stromu



- ♦ efektivní především pro **subtraktivní množinové operace** (průnik, rozdíl)
- ➡ primární obalová tělesa jsou přiřazena (omezeným) **elementárním tělesům**
 - velikost se většinou určuje analyticky
- ➡ obalová tělesa se pomocí množinových operací **propagují směrem ke kořeni**
- ➡ u argumentů **subtraktivních operací** se mohou obalová tělesa **zmenšovat**

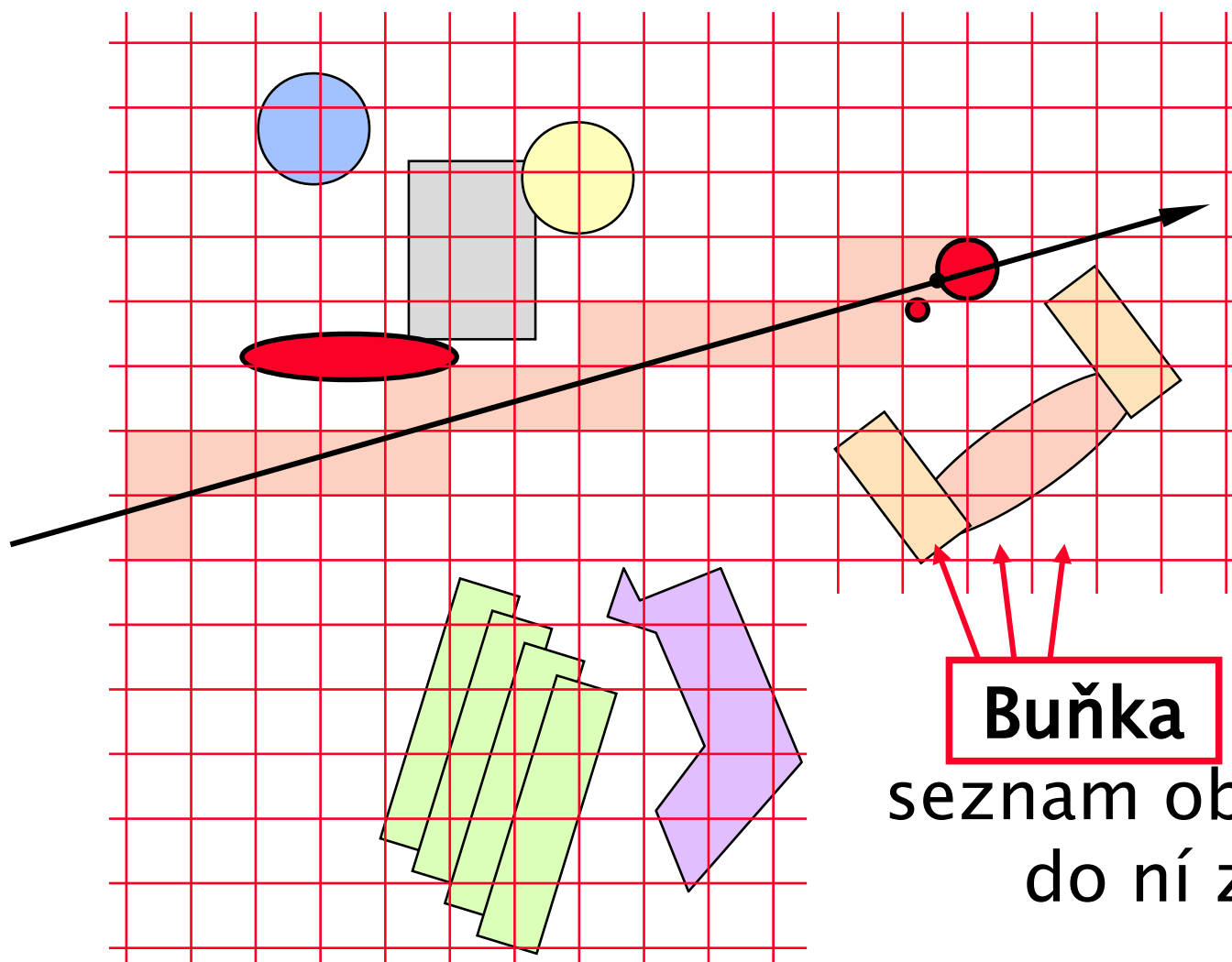
„Prořezávání“ CSG stromu



Dělení prostoru (prostorové adresáře)

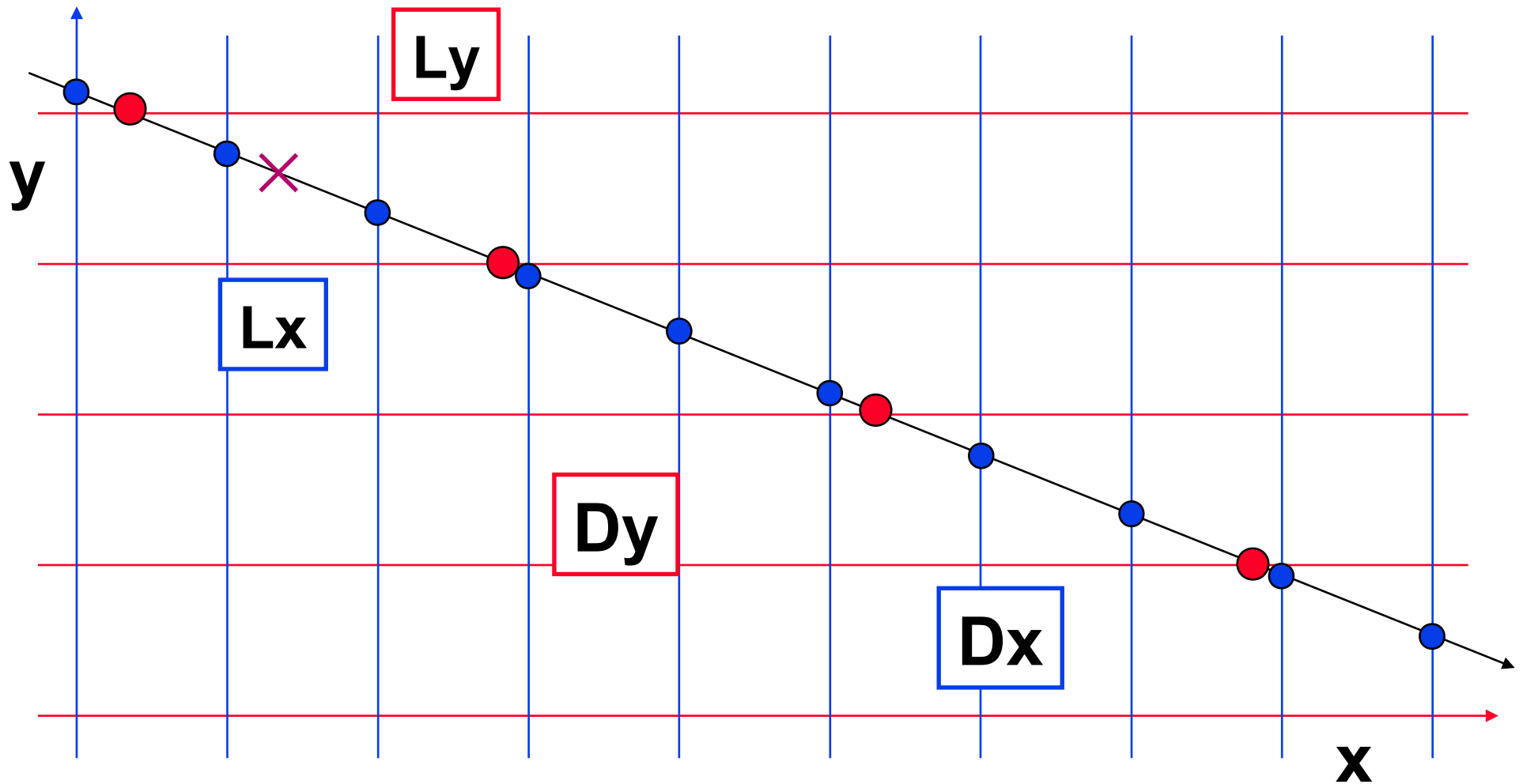
- **uniformní dělení** (stejně velké buňky)
 - + jednoduchý průchod
 - mnoho kroků výpočtu
 - velký objem dat
- **neuniformní dělení** (většinou adaptivní)
 - + méně kroků výpočtu
 - + menší objem dat
 - složitější implementace datové struktury i algoritmu procházení

Uniformní dělení prostoru



Buňka obsahuje
seznam objektů, které
do ní zasahují

Průchod sítí buněk (3D DDA)





Průchod sítí buněk (3D DDA)

- ➔ **paprsek:** $\mathbf{P}_0 + t \cdot \vec{\mathbf{P}}_1$ pro $t > 0$
- ① pro daný směr \mathbf{P}_1 se předem spočítají **konstanty $\mathbf{Dx}, \mathbf{Dy}, \mathbf{Dz}$** :
 - vzdálenost mezi sousedními průsečíky paprsku se sítí rovnoběžných rovin (kolmých na osy **x, y, z**)
- ① pro bod \mathbf{P}_0 se určí **počáteční buňka $[i, j, k]$** a hodnoty proměnných **t, Lx, Ly, Lz**:
 - parametr polopřímky **t**, vzdálenosti k nejbližším průsečíkům paprsku se stěnami



Průchod sítí buněk (3D DDA)

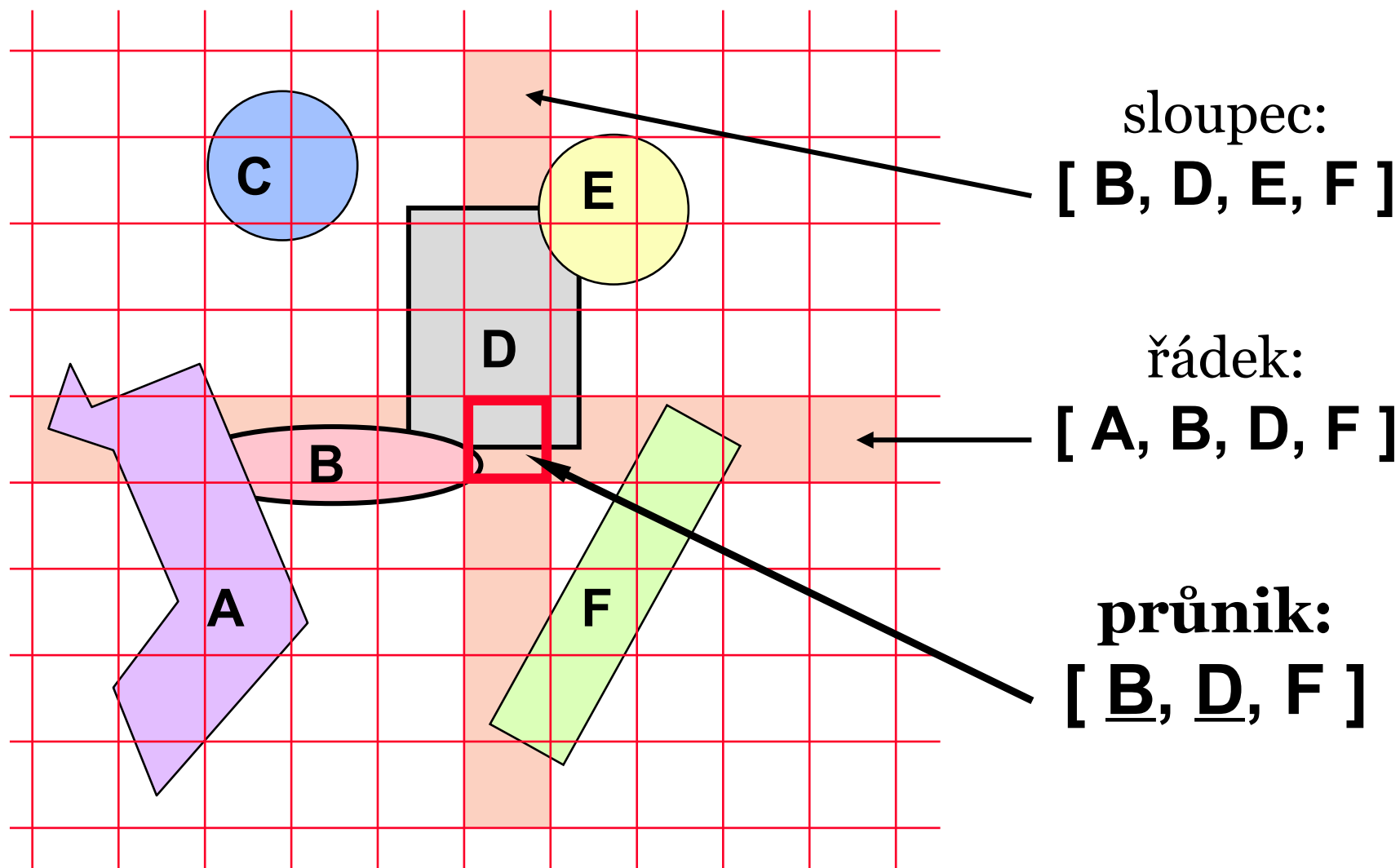
- 2 **zpracování buňky [i, j, k]** (výpočet průsečíků)
- 3 **postup do sousední buňky:**
 - $D = \min \{L_x, L_y, L_z\};$ /* předpoklad: $D = L_x$ */
 - $L_x = D_x; L_y = L_y - D; L_z = L_z - D;$
 - $i = i \pm 1;$ /* podle znaménka P_{1x} */
- 4 **koncové podmínky:**
 - našel jsem nejbližší průsečík paprsku se scénou, a ten leží v aktuální buňce
 - nová buňka leží mimo oblast scény



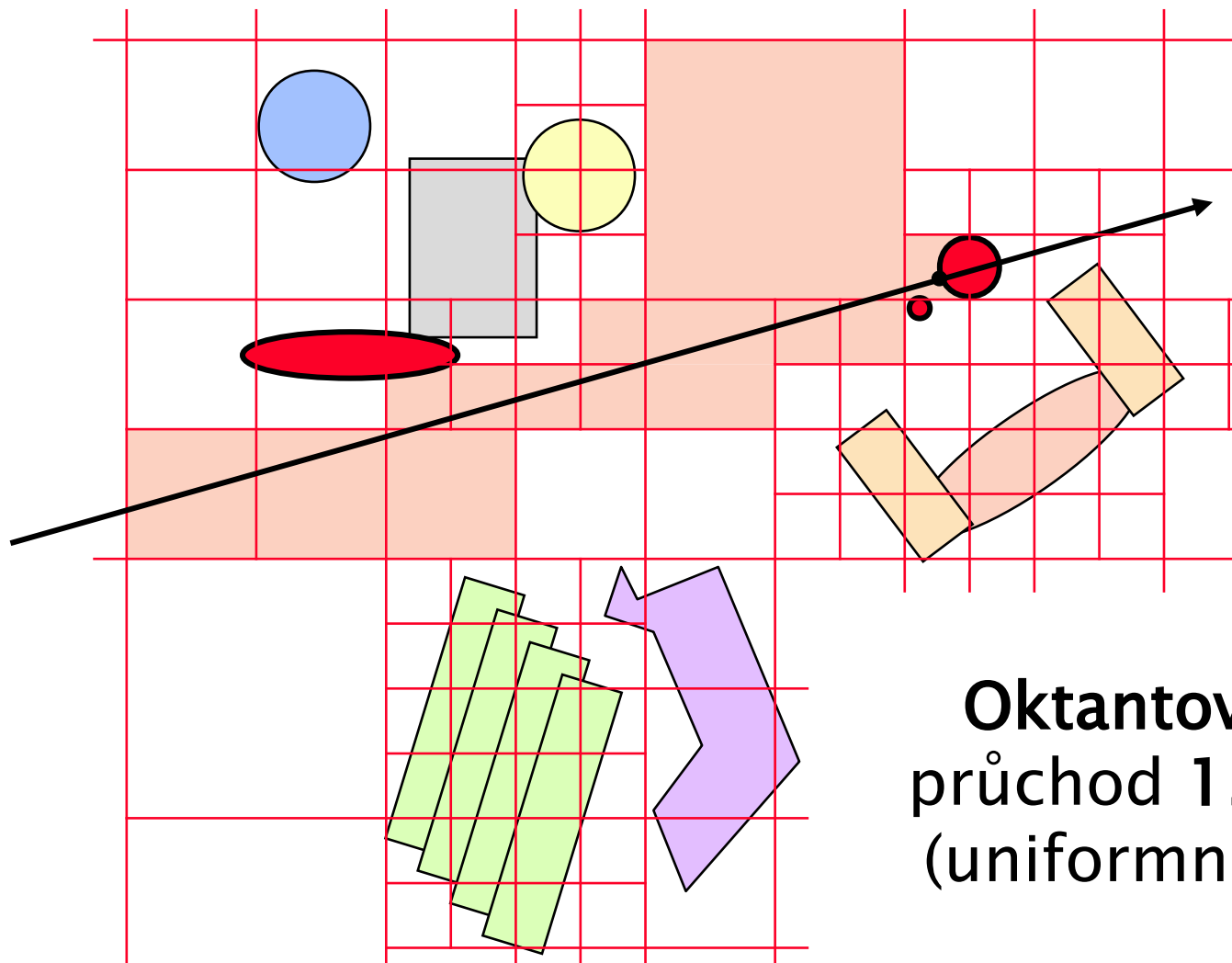
Separace dat podle dimenzí

- ♦ redukce velkých **paměťových nároků** $O(K^3)$
 - kompromis mezi efektivitou a úsporou paměti
- ♦ počet testovaných těles se může mírně **zvětšit**
 - některá tělesa se mohou testovat zbytečně, ale žádné důležité těleso nemůže být vynecháno
 - velká protáhlá tělesa nejsou výhodná
- seznam relevantních těles se spočítá jako **průnik** příslušných řádkových a sloupcových seznamů
 - efektivní implementace: bitové vektory, uspoř. seznamy

Separace dat podle dimenzí



Neuniformní dělení prostoru



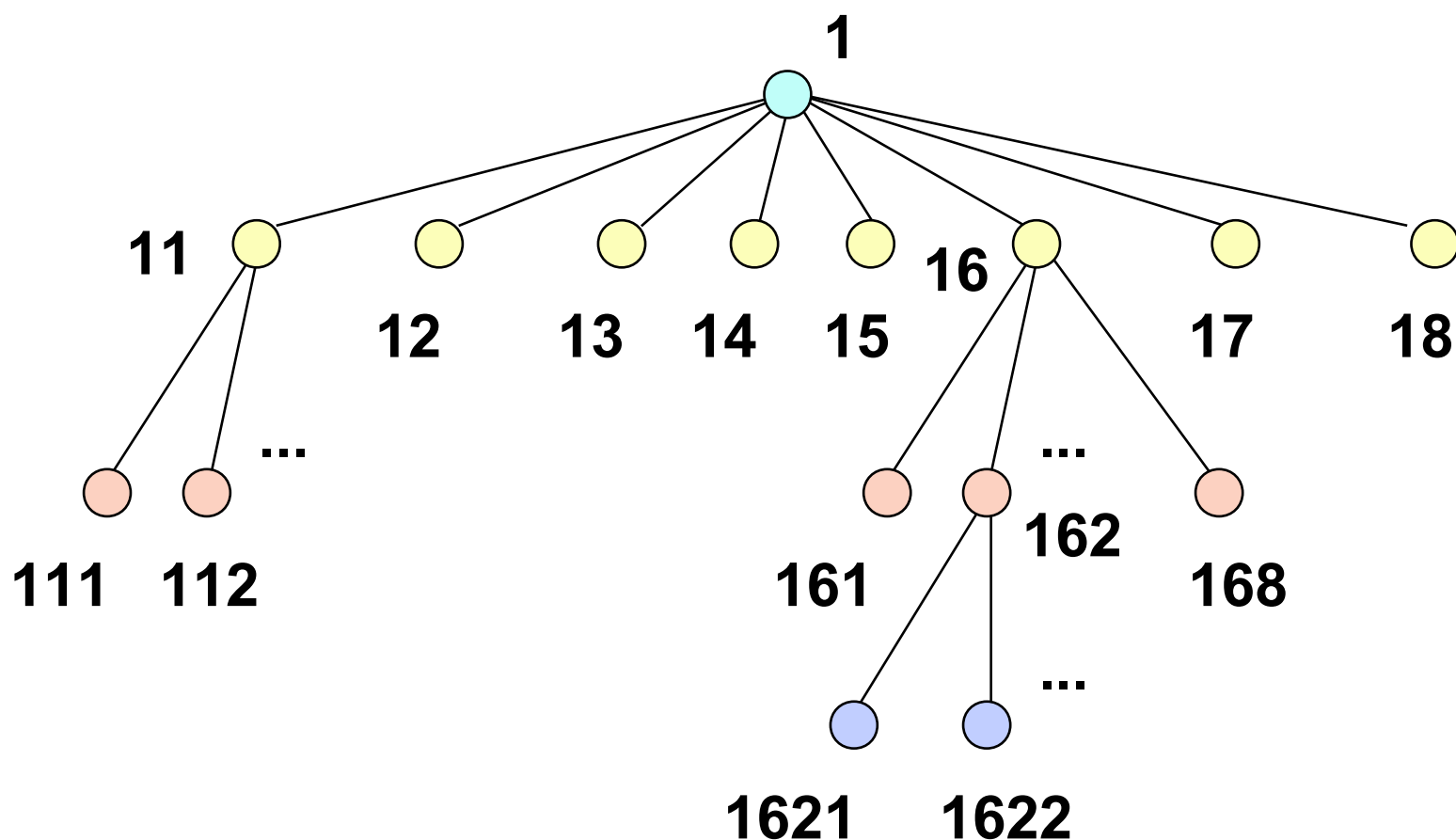
Oktantový strom:
průchod 13 buňkami
(uniformní pole: 17)

Geometrie adaptivního dělení



- ➔ **oktantový strom** s půlením stran
 - reprezentace pomocí ukazatelů, implicitní reprezentace nebo hašovací tabulkou (Glassner)
- ➔ **KD-strom** (Bentley) [dříve „osově orientovaný BSP“]
 - buňky se dělí v polovině, cyklicky se střídají směry dělení
 - buňky se dělí adaptivně, i směry dělení jsou adaptivní
- ➔ [obecný **BSP strom**]
 - dělicí roviny mají libovolnou orientaci

Oktantový strom podle Glassnera



Oktantový strom podle Glassnera



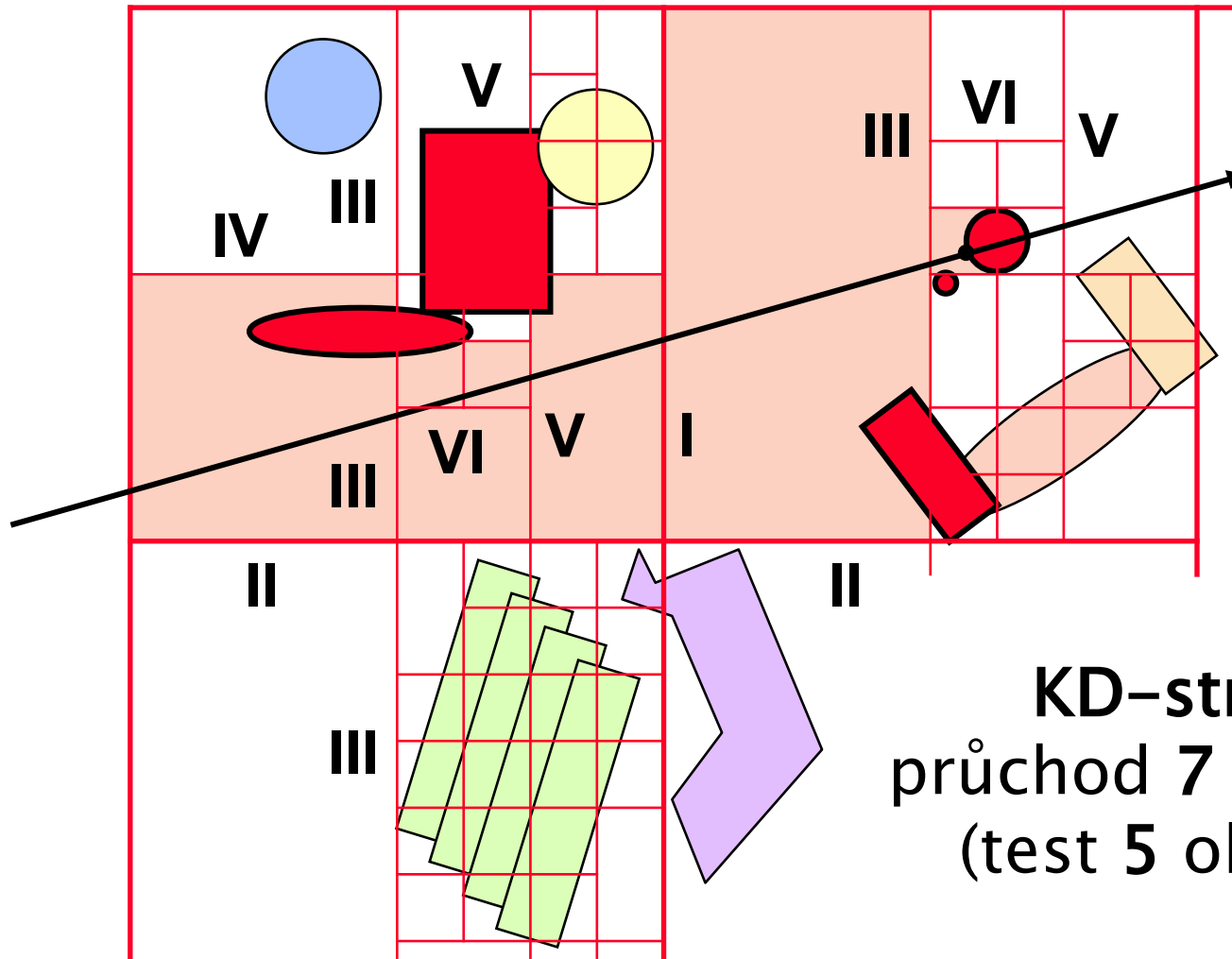
- jednotlivé buňky jsou **hierarchicky očíslovány**
 - kořen .. **1**
 - jeho potomci .. **11** až **18**, .. atd.
 - každý voxel má přiřazen kód bez ohledu na to, zda je listem aktuálního oktantového stromu nebo ne
- skutečné **listy stromu** se ukládají do řídké **hašovací tabulky**
 - příklad hašovací fce: **Kód mod VelikostTabulky**



Průchod stromem (Glassner)

- ♦ bod ležící na paprsku .. $[x, y, z]$
 - umím pro něj najít kód voxelu .. $[1 - 8]^k$
- ➡ při konstrukci kódu hledám v hašovací tabulce všechny **prefixy**
 - nalezený prefix je listem obsahujícím bod $[x, y, z]$
- ➡ po zpracování buňky stromu pokračuji **posunutím bodu** $[x, y, z]$ ve směru paprsku (P_1)
 - pokračuji opět lokalizací nového bodu, ...

KD-strom



KD-strom:
průchod 7 buňkami
(test 5 objektů)



Kritéria adaptivního dělení

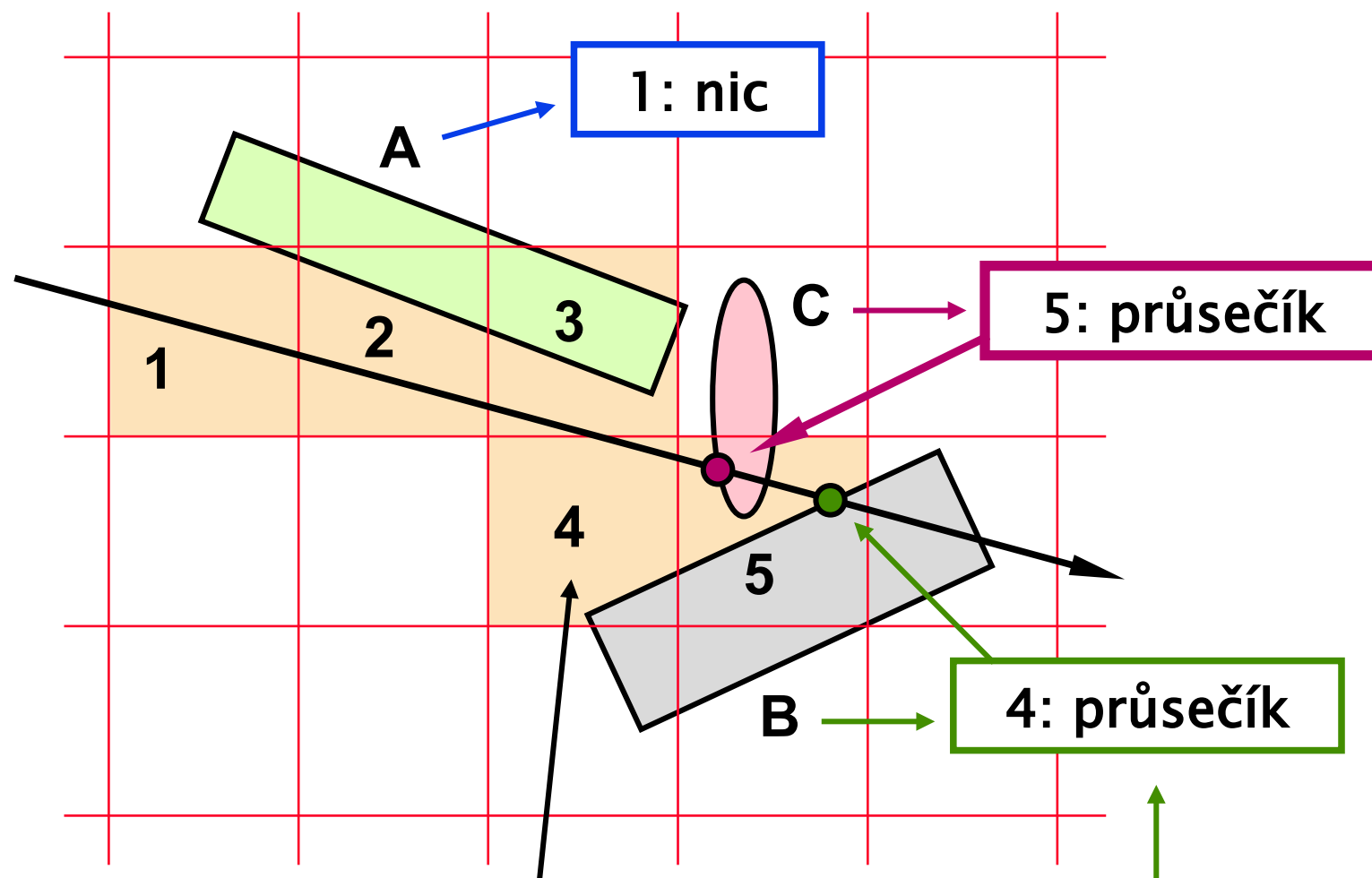
- ① omezení **počtu těles i hloubky dělení**
 - rozděl buňku, zasahuje-li do ní více než **M těles** (např. **M = 1 .. 5**)
 - **maximální úroveň dělení** je **K** (např. **K = 3 .. 5**)
- ② omezení **počtu těles a spotřeby paměti**
 - místo omezení úrovně dělení:
 - dělení se ukončí při zaplnění **vyhrazeného úseku** paměti
 - při dělení je nutné postupovat **do šířky** (fronta kandidátů na dělení)

Průchod adaptivními strukturami



- ➔ posunuji se po paprsku a hledám sousední buňku vždy až **od kořene** (viz Glassnerova metoda)
- ➔ **přípravná fáze**: průchod stromem a rozdělení paprsku na intervaly
 - intervaly parametru **t** přiřazené jednotlivým buňkám, kterými budu procházet
- ➔ **pomocné údaje** v dat. strukturách (à la „finger tree”)
 - ukazatele na sousední buňky (na stejné úrovni ve stromu)
- ◆ rekurzivní **průchod do hloubky** s haldou
 - seznam nejnadějnějších sektorů v haldě

Schránka („mailbox“)



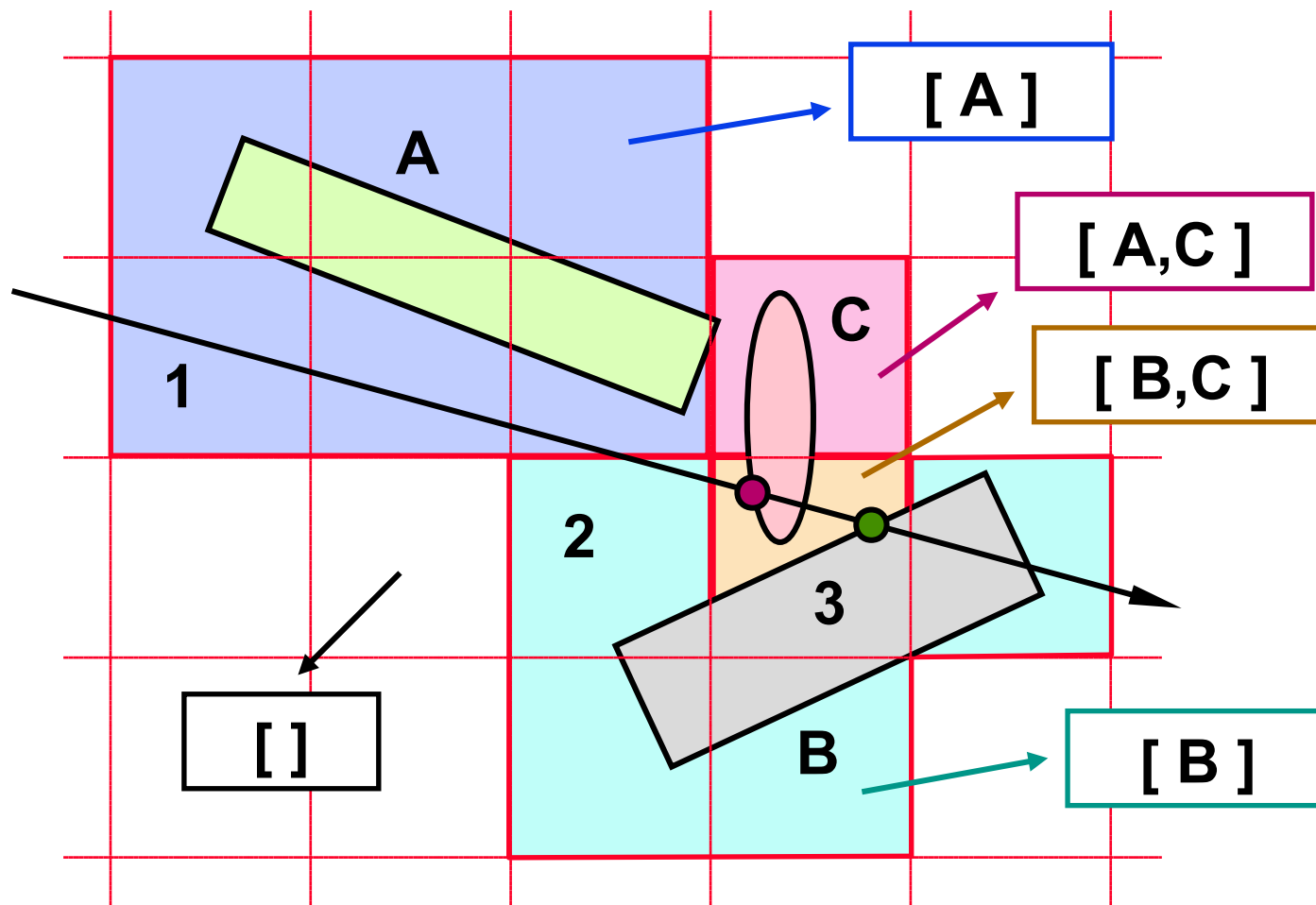
Průsečík musí ležet v aktuální buňce (jinak ho odložím)

Abstraktní dělení prostoru

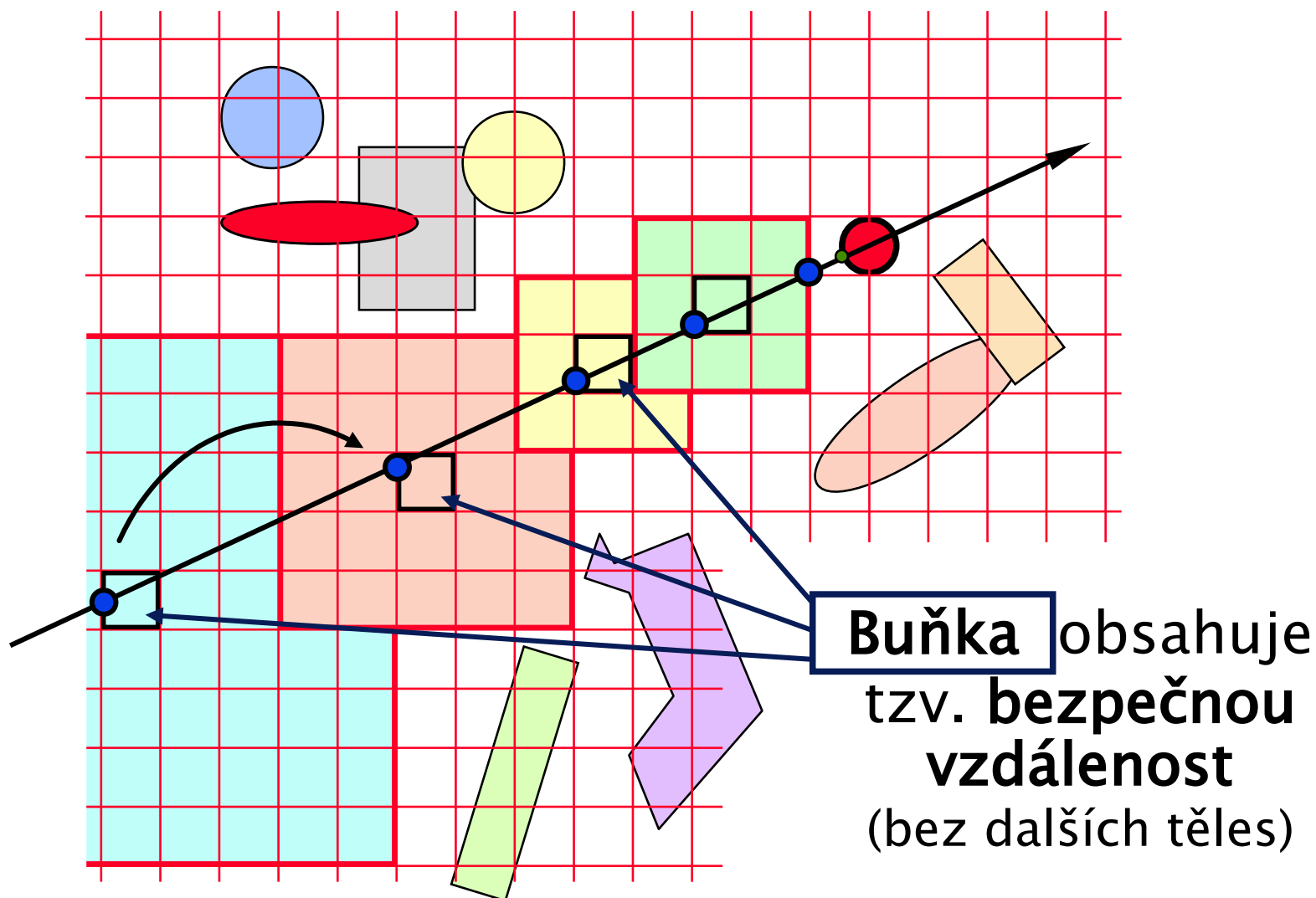


- ♦ **není třeba testovat** (ani procházet!) seznamy, které jsem již testoval
- ♦ seznam musím procházet až v takové buňce, do které zasahuje **jiná** (větší) **množina těles**
- ➔ buňky mohou **sdílet shodné seznamy těles**
 - otestované seznamy **označuji** zvláštním příznakem
 - procházím pouze **neoznačené** seznamy
 - na úrovni těles používám techniku **schránek**

Abstraktní dělení prostoru



Makrobuňky (M. Šrámek)

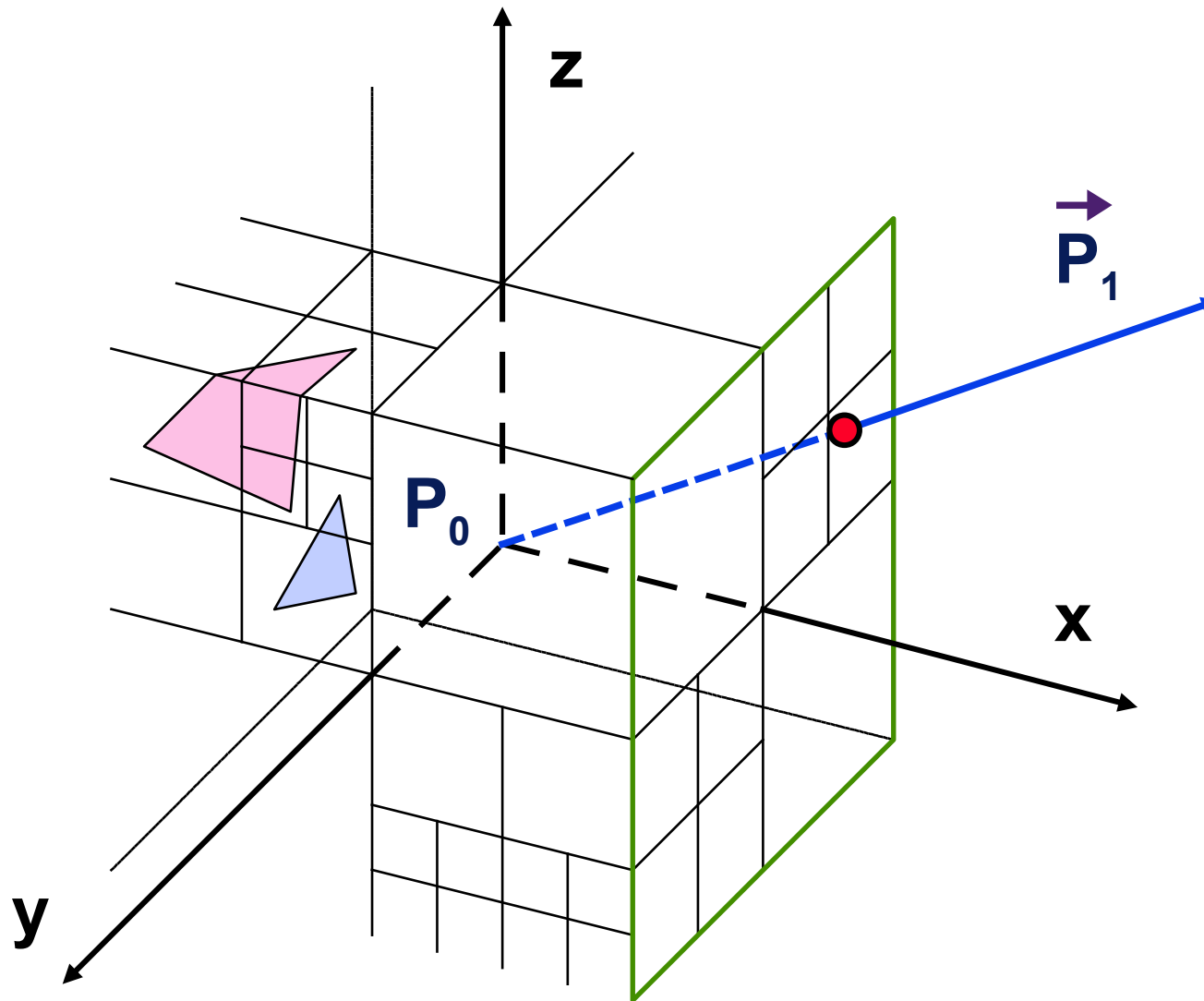


Směrové urychlovací techniky



- ♦ metody využívající **směrové krychle**:
- ➔ **světelný buffer**
 - urychluje stínovací paprsky k bodovým zdrojům
- ➔ **koherence paprsků**
 - urychluje všechny sekundární paprsky
- ♦ **5D klasifikace paprsků**
- ♦ **adresář v průmětně** (předvýpočet viditelnosti)
 - urychluje pouze primární paprsky

Směrová krychle (adaptivní síť)





Směrová krychle

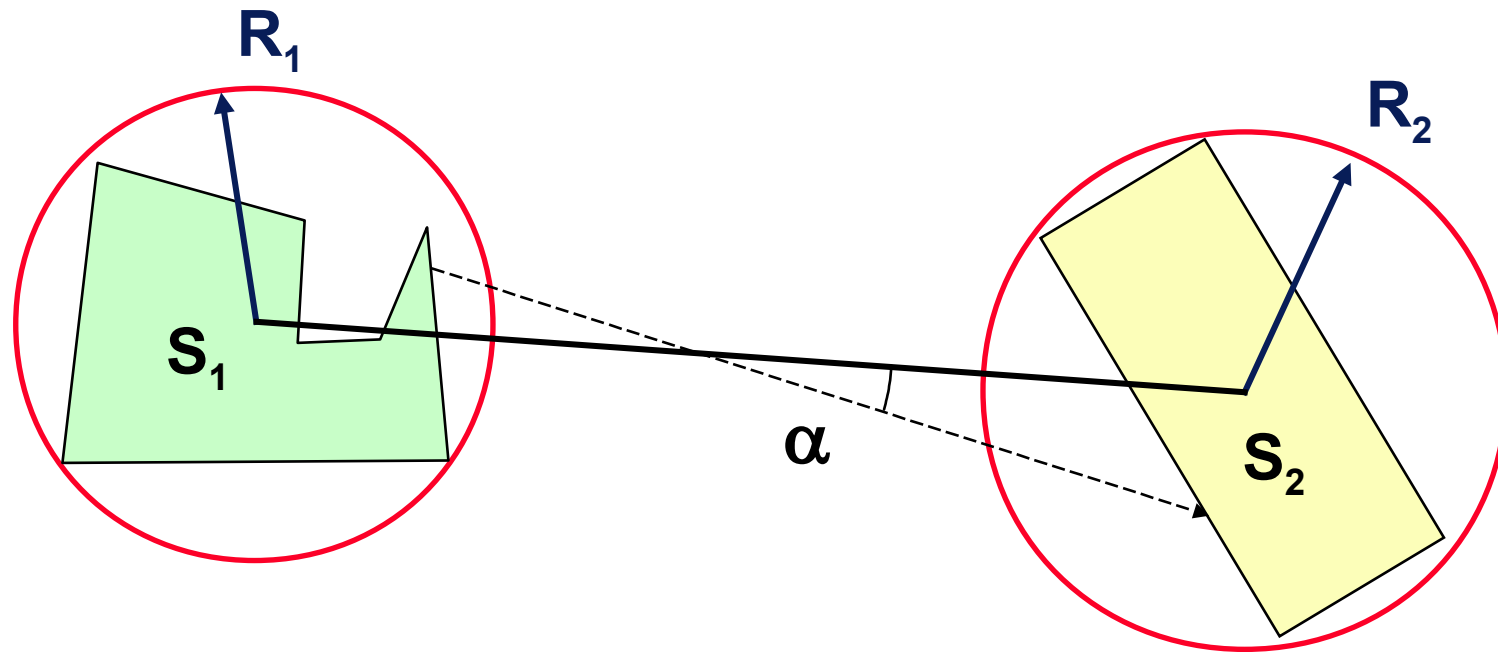
- ♦ **orientována** rovnoběžně s osami **x, y, z**
- ♦ jednotlivé stěny jsou rozděleny na **buňky**
 - uniformní nebo adaptivní dělení
 - každá buňka obsahuje seznam relevantních objektů
(mohou být navíc seříděny vzestupně podle vzdálenosti od středu krychle)
- ➔ při uniformním dělení lze pro urychlení využít **HW**
výpočtu viditelnosti (z-buffer)

Světelný buffer



- ♦ urychluje stínovací paprsky k **bodovým světelným zdrojům**
- do **každého zdroje umístím směrovou krychli**
 - spočítám **potenciální viditelnost jednotlivých těles z místa světelného zdroje**
 - některé buňky mohou být zcela zakryty 1 tělesem
- **při výpočtu stínovacího paprsku beru v úvahu jen tělesa zaznamenaná v buňce směrové krychle pro příslušný směr**

Koherence paprsků



$$\cos \alpha \geq \sqrt{1 - \frac{R_1 + R_2}{\|S_1 - S_2\|}}$$



Urychlovací algoritmus

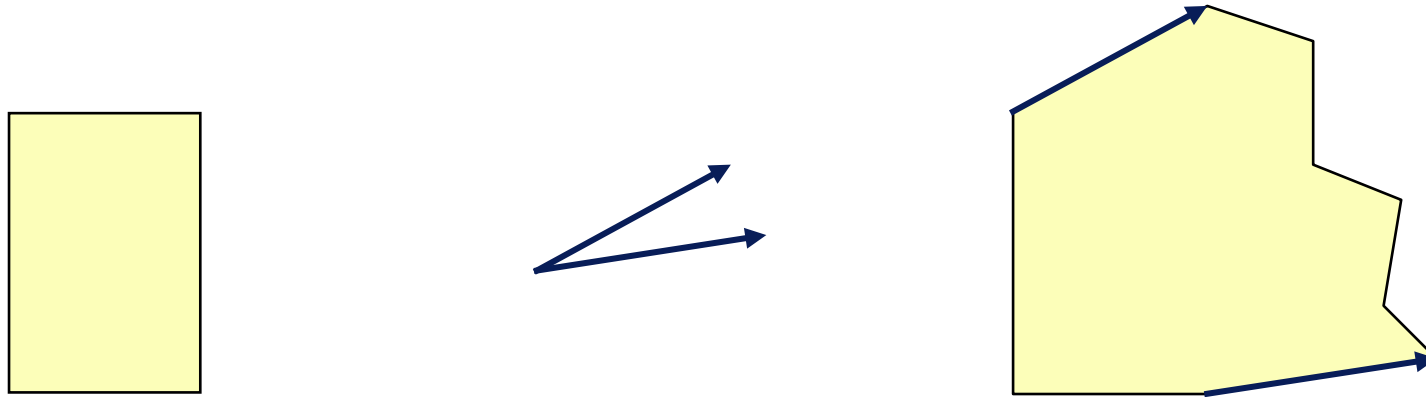
- ♦ urychluje **všechny sekundární paprsky**
 - odražené, zalomené, stínovací
- ♦ předpokládám **obalová tělesa tvaru koule**
- ➔ směrové krychle umístím do **středu** každého **obalového tělesa**
 - v každé buňce krychle spočítám seznam zasahujících objektů a světelných zdrojů (s využitím koherenční nerovnosti)
 - seznamy mohou být setříděné podle vzdálenosti



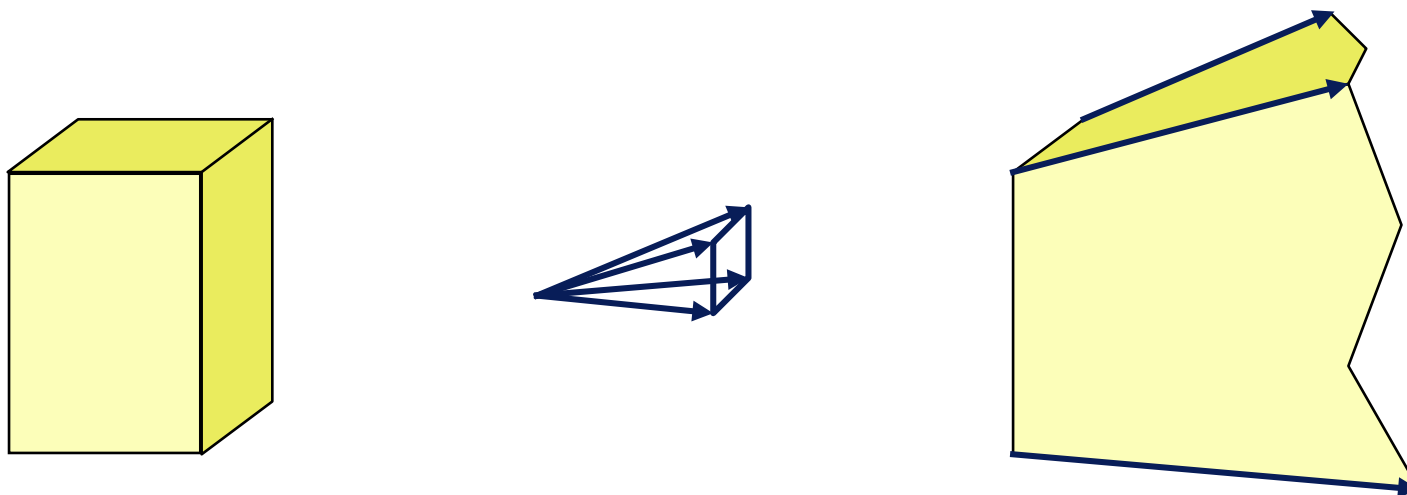
5D klasifikace paprsků

- ♦ paprsky ve scéně mají **5 stupňů volnosti**:
 - počátek P_0 - $[x, y, z]$
 - směr $[\varphi, \theta]$
- ♦ **5D hyperkrychle** se rozdělí na **buňky**
 - každá buňka obsahuje seznam objektů, které mohou být paprskem z daného svazku („beam“) zasaženy
 - adaptivní dělení (slučování sousedních buněk se stejnými nebo podobnými seznamy)
- ➡ **6D varianta**: urychlení výpočtu animační sekvence

Klasifikace paprsků



počátek (2–3D) + směr (1D, 2D) = svazek





Adresář v průmětně

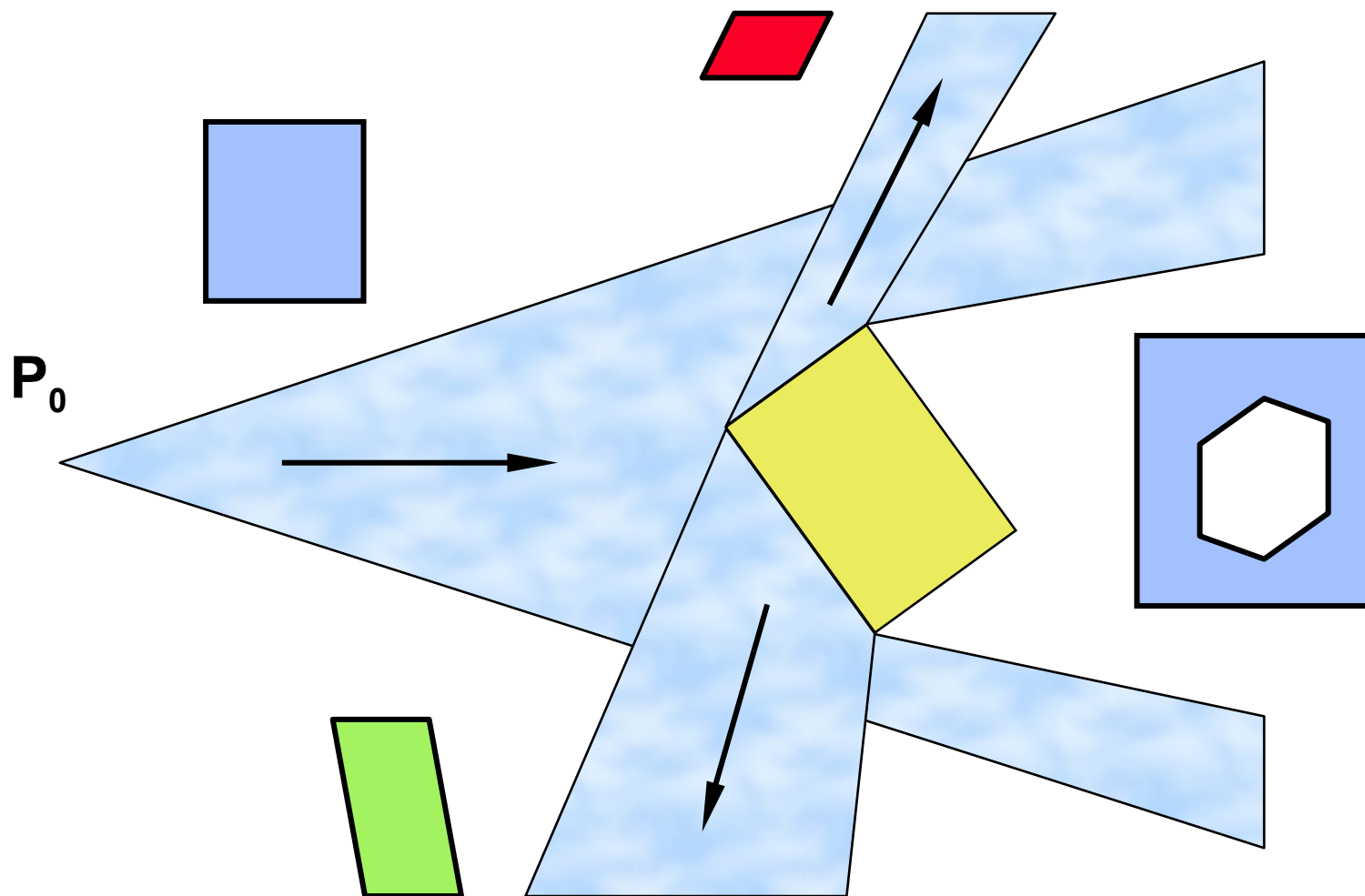
- ♦ urychluje **primární paprsky**
- ♦ průmětna se (adaptivně) rozdělí na **buňky**
 - v každé buňce zjistím potenciální viditelnost jednotlivých těles scény (spolu s pořadím)
 - některé buňky mohou být zcela zakryty jedním tělesem (obtížně se testuje – „vepsaná tělesa”)
- ➔ robustní varianta **algoritmu viditelnosti**
 - může pro většinu pixelů bezpečně určit zasažené těleso



Zobecněné paprsky

- ♦ spočítám najednou více informace než $f(x,y)$
 - pro vyhlazování (odhad integrální střední hodnoty) nebo měkké stíny (podíl zastínění)
 - vždy musím obětovat obecnost scény
- různé tvary **zobecněných paprsků**
 - rotační nebo eliptický kužel, pravidelný jehlan
 - jehlan s polygonálním průřezem (scéna složená pouze z polygonů)

Polygonální scéna





Literatura

- **A. Glassner:** *An Introduction to Ray Tracing*, Academic Press, London 1989, 201-262
- **A. Watt, M. Watt:** *Advanced Animation and Rendering Techniques*, Addison-Wesley, Wokingham 1992, 233-248
- **V. Havran:** *Heuristic Ray Shooting Algorithms*, PhD práce, FEL ČVUT Praha, 2001
- **P. Konečný:** *Obalová tělesa v počítačové grafice*, diplomová práce, Masarykova univerzita, Brno 1998

Literatura II



- **J. Klosowski, M. Held, J. Mitchell, H. Sowizral, K. Zikan:** *Efficient collision detection using bounding volume hierarchies of k-dops*, IEEE Transactions on VaCG, 21–36, January-March 1998
- **H. Samet:** *Foundations of Multidimensional and Metric Data Structures*, Morgan Kaufmann, 2006
- **H. Samet:** *The Design and Analysis of Spatial Data Structures*, Addison-Wesley, 1990