

houskape@gmail.com



Čas . 10: 27 - 10: 30

9 Grupy a podgrupy (3 body)

(3)

Nechť G je grupa s neutrálním prvkem e, binární operací o a operací inverzního prvku $^{-1}$. Definujte pojmy podgrupa a normální podgrupa grupy G. Jaký je vztah mezi těmito dvěma pojmy? (Vysvětlete, uveďte příklady.)

Podgrupa: H: HEG & H je gruper; H je podgrupa grupg 6 V
- Normalu podrupa: podgrupa H taleo ved pro leterou plati:

Hg & G, Hh & H: g. h. g⁻¹ & H

- namely grupy jean prove televe grups, pro literé je tellevetemen longueuce Impoly = v mody a leteré slove se be défonéj l'Eleborocon grupe 6/4 ~ 1/1, r I mod H

(a,b) & lmod H: a:16 & H; a,b & B (a,b) & rmod H: a.b:1 & H; a,b & B

G/M = { Ea] [med 4 (a + 6}

(0,11,24,34, ...)

napr. pro I je nevniglen podgrupa u. I a karda terreca detterije taktoracan

Spupu Zn

1

\$0--- N-13

#+ je hountalie-

pr. "nenomal" podgoupy





houskape@gmail.com

Čas 9:25 - 9:41



Rovinné grafy (3 body) 6

Rozhodněte, zda existuje souvislý rovinný graf s 2017 vrcholy, jehož všechny stěny (včetně vnější) jsou ohraničeny kružnicí délky 5. Odpověď samozřejmě zdůvodněte.

Enlever vzerec pro verinne gradz

1V1-1E1+5=2

XEL

basidish 5 hvan ~ 1 steng

bazda sterage

pao nevamost pooden hvan triangulace -

$$|V| - |E| + \frac{2 \cdot |E|}{5} = 2$$

5 N - JE | + 2 IE | = 10

5 IVI - 3 IE 1 = 10

5 IVI = 10 + 31E1

2017 = 2+3/5 · h

2015 = 315.4

10075 = 3.4

new dollhelie 3, to povet under (n)
by webst colorisely 7 spor=>NELZE

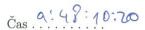
.

· -4

•



houskape@gmail.com





1/2

Logika (3 body)

- 1. Uveď te definice (pro predikátovou logiku), kdy formule φ platí v teorii T (značeno $T \models \varphi$), kdy je teorie T otevřená a kdy je teorie T splnitelná.
- 2. Nechť $L = \langle P, R \rangle$ je jazyk bez rovnosti, kde P, R je unární resp. binární relační symbol. Pomocí skolemizace následujících formulí či jejich negací nalezněte otevřenou teorii T nad vhodným rozšířením jazyka L, která je nesplnitelná, právě když $\{(\forall x)(\exists y)\neg R(x,y),(\forall x)(\exists y)(\forall z)(P(x)\vee R(y,z))\}\models (\forall x)P(x)\not\in X$ (11)
- 3. Pomocí Vámi zvoleného dokazovacího systému (rezoluce, tablo metoda, Hilbertovský kalkul) dokažte, že T je nesplnitelná, anebo dokažte (1) přímo. (Nápověda: stačí dva rezoluční kroky.)

1) 14 T= 4 polard A= 4 pro visedry shulding A, Literé jeun modely tearie T. A to son prové tobacé strubburg v nihè plat (ts. json pro vsedma oboduocení proudbré) usedny axiemy teorie T.

Teorie T de oteriena plan jeur vécaly jeji axiony oteriene tomule its neobsahry: hrantifikatory.

Teorie T je spinitelna bolst må model Tj. bolst v m neplati gran. Tj. ledge existje shubbura v beteré plati všedy její axlong.

2) (+x(-) 7) 7 R(x14): 7 R(x14,(x))

Hx Jy Hz (P(x) v R(5,2)): P(x) v R(4,1x),2) mile by the vert stolmine argaine.

Hx P(x): P(x): P(x) = tobo, co chan dobated + stolmine arion: (men friba)

tx Pa

T(((7 R(x, f, cn))) ~ (Pcy) ~ R(f2 (y), 2))=> (P(i))) ~ (Pca) ~ 1 Pca))

Totornena teorie o jednom axlamy Pokud takto, tak by se mila shoku zone f formule:

7 ((4x) (35) 7R (x,5) 1 (4x) (35) (42) (PG) VR (5,2)) -> (4x) P(x)

7/2

3) Xi. $f(x) \exists c_{3}$ $\neg R(x,y) \Rightarrow \neg T(\exists x \neq y R(x,y))$ Xz: $(\forall x \exists y \neq z) P(x) \lor R(y,z) \Rightarrow \neg Plati P(x) : hotoro$ To be mu' dibaz sody found in $\exists y \forall z R(y,z) \sim neplati bruili$ dobazonaci systima, ak simulali $\Rightarrow musi platit$ angument.

=> (A) je tautologie & tedy T je ne splyite lua

(pobud = vezete jako >,
tak ano)

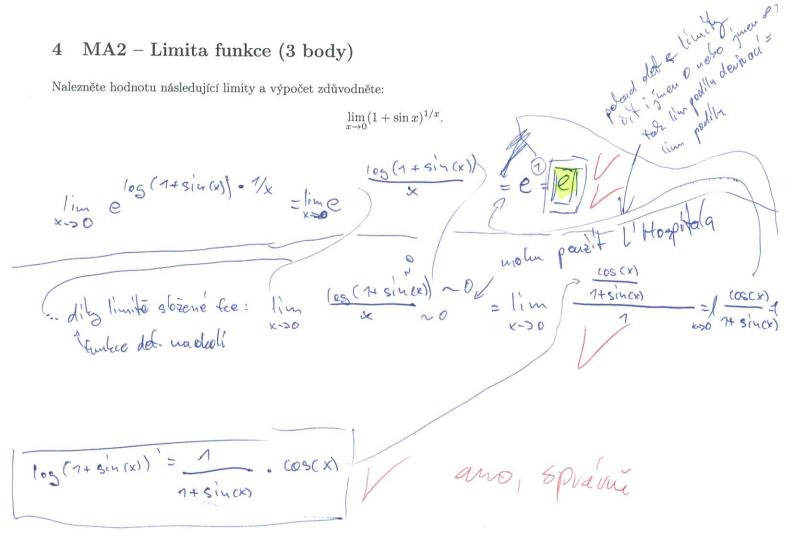




houskape@gmail.com



Čas 8:55 - 9:07









Čas . 8:50 - 8:55

3 MA1 – Definice derivace (3 body)

Definujte pojem derivace funkce jedné reálné proměnné.

Puo Centra f de fino vanon na ordi bodu a: f. $V(a, J) \rightarrow \mathbb{R}$ je de devivace v bodo a: $f(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

Alternativně geometních ji můzeme delinaat jako směrníci teory







Čas . 8:39 - 8:47

1

1 LA1 – Lineární závislost (3 body)

Definujte pojem lineární závislosti vektorů v_1, v_2, \ldots, v_n alespoň dvěma způsoby.

Luesdided?

Laivi = 0 je splněno pouze pro trivialní bombinaci ai=0 ti

- Vektory V1 ... Vn jsou LN poland gene naji \$\overline{P} VP dimenze 'n'.

- N1 ... Vn jsou lin. nez poland span (\{\varphi} v; \li\varphi\) \(\varphi\) span(\{\varphi\)\) \(\varphi\) ostie ostie podmnovima



houskape@gmail.com



Čas 8:47 - 8:50

LA2 – Projekce (3 body)

Ve vektorovém prostoru \mathbb{R}^3 uvažme <mark>tři nenulové vektory x_1, x_2, x_3 . Pro libovolný vektor $v \in \mathbb{R}$ vezměme jeho projekci v_i na</mark> přímku definovanou směrovým vektorem x_i , i=1,2,3. Rozhodněte, za jakých podmínek platí $v=v_1+v_2+v_3$. Odpověď zdůvodněte.

plati polad jean veldory kr.... Xn onto sonalni to treei-li ontogon. basi R3. To plati tenili tenin, ze ocho sonalud volten vivoi solo maji & nulocou projetra, tj. i projetce veldovu v do x, nemá "pridiri utormare smôva s projetra do napr. xz. Formatre reseno to ujelazi z jednoznačnosti z zpasobu zistand funiceosfelhodicienty.

det pro and normal w bazi, ale projetal se sading that & or lower. but to tady went problem

Obecute verson une paré ho purstana L jete ujadnit jako soucet proje ha prave pro ortogonální bázi L.





houskape@gmail.com



Čas 9:42-9:45 : prom hed 10:37-10:48 to the

7 Kombinatorika – permutace (3 body)

Uvažme množinu permutací čísel {1, 2, ..., 10}. Spočtěte, kolik z nich je takových, že:

- 1. nezobrazují žádné sudé číslo na sudé číslo,
- 2. nezobrazují žádné sudé číslo samo na sebe.

1) suda na lidia, to. i lidia nuture na seuda (je fish estefne)

(5.4.3-2-1). (5.4.3.2.1) = (5). (5).

(1) suda na lidia la fishafici lidia na suda

suda na suda

3 15/ + A! A+ (A) A SH

10.2 18.92, princip include & excluse kolik utic peudok bodie

kolik utic peudok peum. Istler

10). (10-i)!

10! - (alespoir 1 penny bod) = 10! (-1) (10). (10-i)!

Hake Matte odeeitat permutace s permy mi body na sudj'eh posición.

•

* *



houskape@gmail.com





Čas 9:01 - 9:25

112

MA3 – Extrémy funkcí (3 body)

Buď f funkce dvou reálných proměnných daná předpisem $f(x,y) = x^2 - 2y^3 + xy$. Nalezněte lokální extrémy funkce f (a zdůvodněte, že se opravdu jedná o extrémy).

20 les valor

- det obor oterien => za dué varemé extremy => Lagrange multipl nepour

- azy mahl I localin extrem gradient v(t) = 0

A natura , ne posta doflar

(0,0) (1/24,-1/12)

2x+2=0

- 6 2 +x = 0

652 -x = 0

12 2 - 2x = 0

1252+4=0

Hesian:

handidati na letalud exhang

pro (0,0): indetinitud

pro (1/24, -1/12): PD =>

5: décary définitions

Petr Measting

(2 1) 2x2 + xy + 多x 数

 $x=\frac{1}{2}$, y=-1; $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$

(2 1) 2x2 + xy + yx + y2

x: Whistall Com

2x2+2xy+22

(x+y)2+x2: hemise by 2 sap 10 mino (0,0) => PD