Fyzikálně založené modely osvětlení

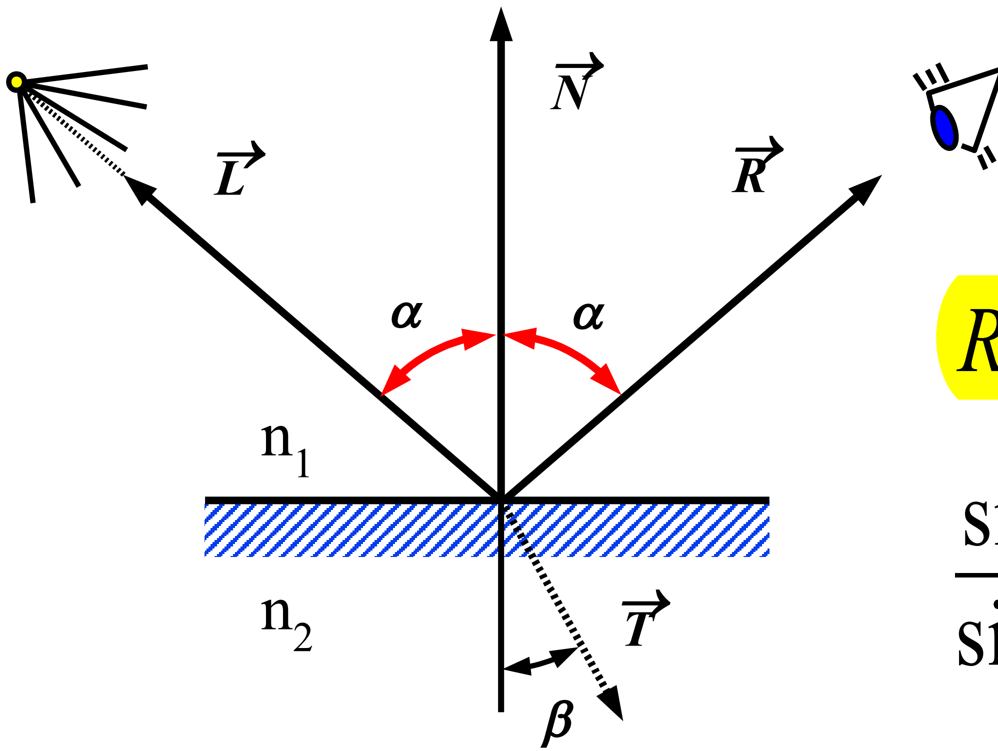
© 1996-2016 Josef Pelikán
CGG MFF UK Praha

pepca@cgg.mff.cuni.cz
http://cgg.mff.cuni.cz/~pepca/

Historie

- **Beckmann, Spizzichino** (1963): odraz elektro-magnetického vlnění na hrubém povrchu (optika)
- **Torrance, Sparrow** (1967): teorie mimo-spekulárních odlesků na hrubých materiálech (optika)
- **Blinn** (SIGGRAPH 77): poprvé model publikuje v oboru počítačové grafiky
- **Cook, Torrance** (SIGGRAPH 81): další zobecnění a praktická implementace
- **He** (1991): komplexní model odrazu podle vlnové optiky (polarizace, difrakce, interference, ..)
- **Schlick** (1994): aproximační vzorce, rychlejší výpočet

Dokonalý zrcadlový povrch

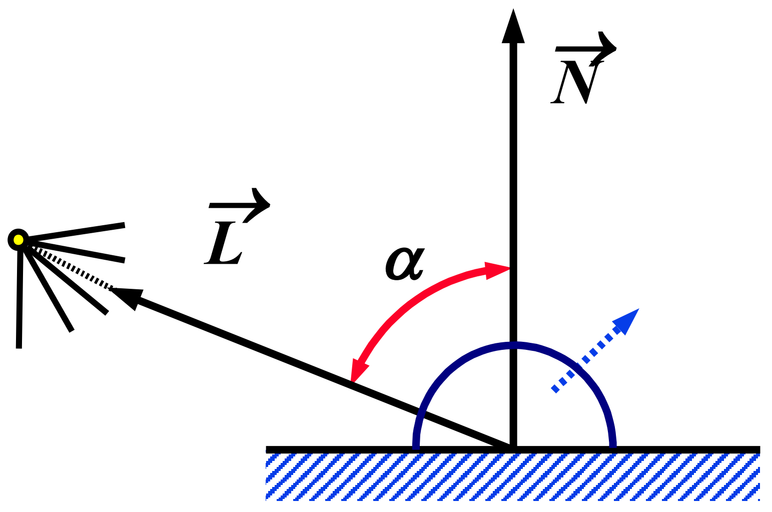


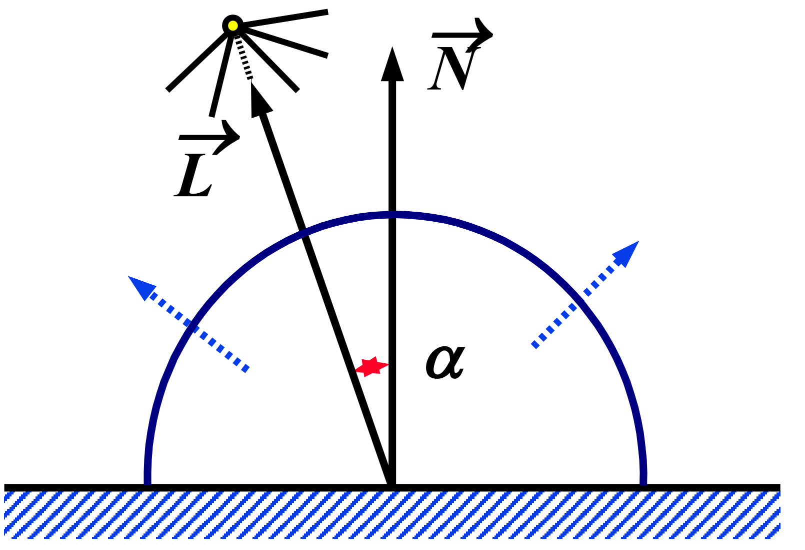
$$R = 2N\left(N \cdot L\right) - L$$

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{n_1}{n_2} = n_{12}$$

- poměr **zrcadlově odraženého** a zalomeného světla určují **Fresnelovy rovnice** (začátek 19. století)

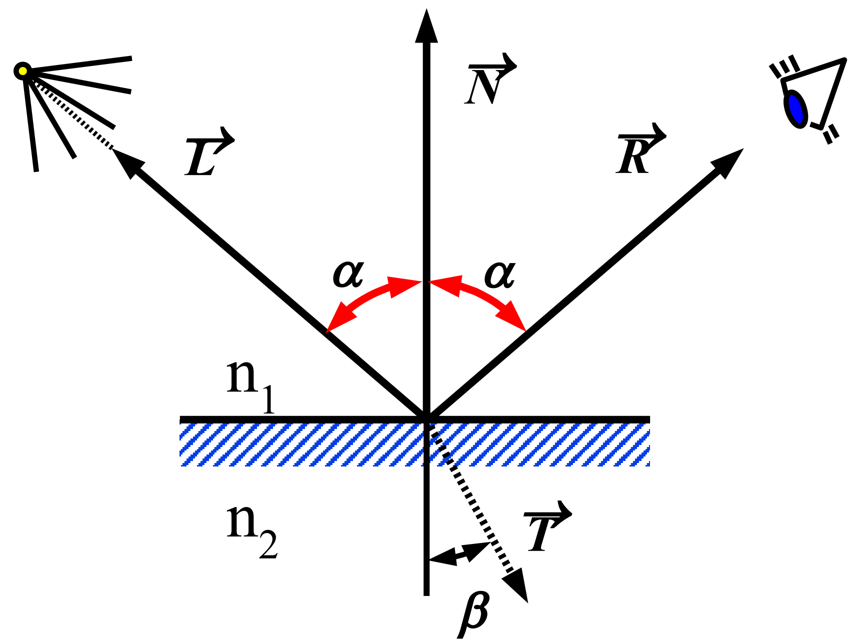
Dokonale difusní odraz (rozptyl)





- **dokonale matný povrch (Lambertovský)**
  - všechny výstupní směry odraženého paprsku mají stejnou pravděpodobnost
  - např. mikroskopicky velmi hrubý povrch (velké částice)
- **Lambertův zákon**: intenzita je úměrná pouze **cos α**

Lom světla (aplikace Snellova zákona)

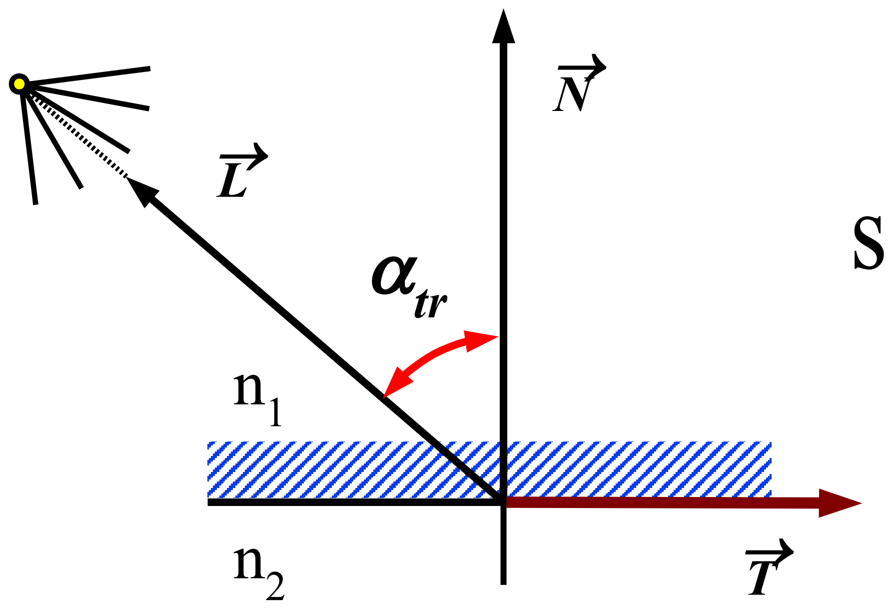


$$\cos\beta = \sqrt{1 - {n_{12}}^2 \sin^2\alpha} = \sqrt{1 - {n_{12}}^2 \cdot (1 - (N \cdot L)^2)}$$

$$T = \left[n_{12}(N \cdot L) - \sqrt{1 - {n_{12}}^2 \cdot (1 - (N \cdot L)^2)} \right] \cdot N - n_{12} \cdot L$$

Totální odraz

- při přechodu světla z prostředí opticky hustšího do prostředí řidšího ($n_1 > n_2$)
- pro úhly dopadu větší než **mezní úhel α_{tr}** nedochází k lomu světla!



$$\sin \alpha_{tr} = \frac{n_2}{n_1}$$

Fresnelovy rovnice (polarizace)

- dvě **roviny polarizace** (elektrická složka kolmá **„s“** /senkrecht/ nebo rovnoběžná **„p“** k rozhraní)
- koeficienty odrazu „R“ a lomu „T“:

$$R_s = \left[\frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin(\beta + \alpha)} \right]^2 \qquad T_s = 1 - R_s$$

$$R_p = \left[\frac{\tan(\beta - \alpha)}{\tan(\beta + \alpha)} \right]^2 \qquad T_p = 1 - R_p$$

Pro nepolarizované světlo

- průměr obou složek R_s a R_p, po úpravách:

$$R = \frac{1}{2}\frac{(a-u)^2+b^2}{(a+u)^2+b^2}\left[\frac{(a+u-1/u)^2+b^2}{(a-u+1/u)^2+b^2}+1\right]$$

$$a^2 = \frac{1}{2}\left(\sqrt{(n_\lambda^2-k_\lambda^2+u^2-1)^2+4\mathrm{n}_\lambda^2 k_\lambda^2}+n_\lambda^2-k_\lambda^2+u^2-1\right)$$

$$b^2 = \frac{1}{2}\left(\sqrt{(n_\lambda^2-k_\lambda^2+u^2-1)^2+4\mathrm{n}_\lambda^2 k_\lambda^2}-n_\lambda^2+k_\lambda^2-u^2+1\right)$$

$u = \cos\alpha$ $\quad$ $n = n_\lambda - i\,k_\lambda$ $\quad$ (pro dielektrika je k_λ=0)

Pro dielektrikum

- $\mathbf{k}_\lambda = \mathbf{o}$, tedy vychází

$$a^2 = n_\lambda^2 + u^2 - 1 \qquad\qquad b = 0$$

$$R = \frac{1}{2}\frac{(a-u)^2}{(a+u)^2}\left(\frac{[u(a+u)-1]^2}{[u(a-u)+1]^2} + 1\right)$$

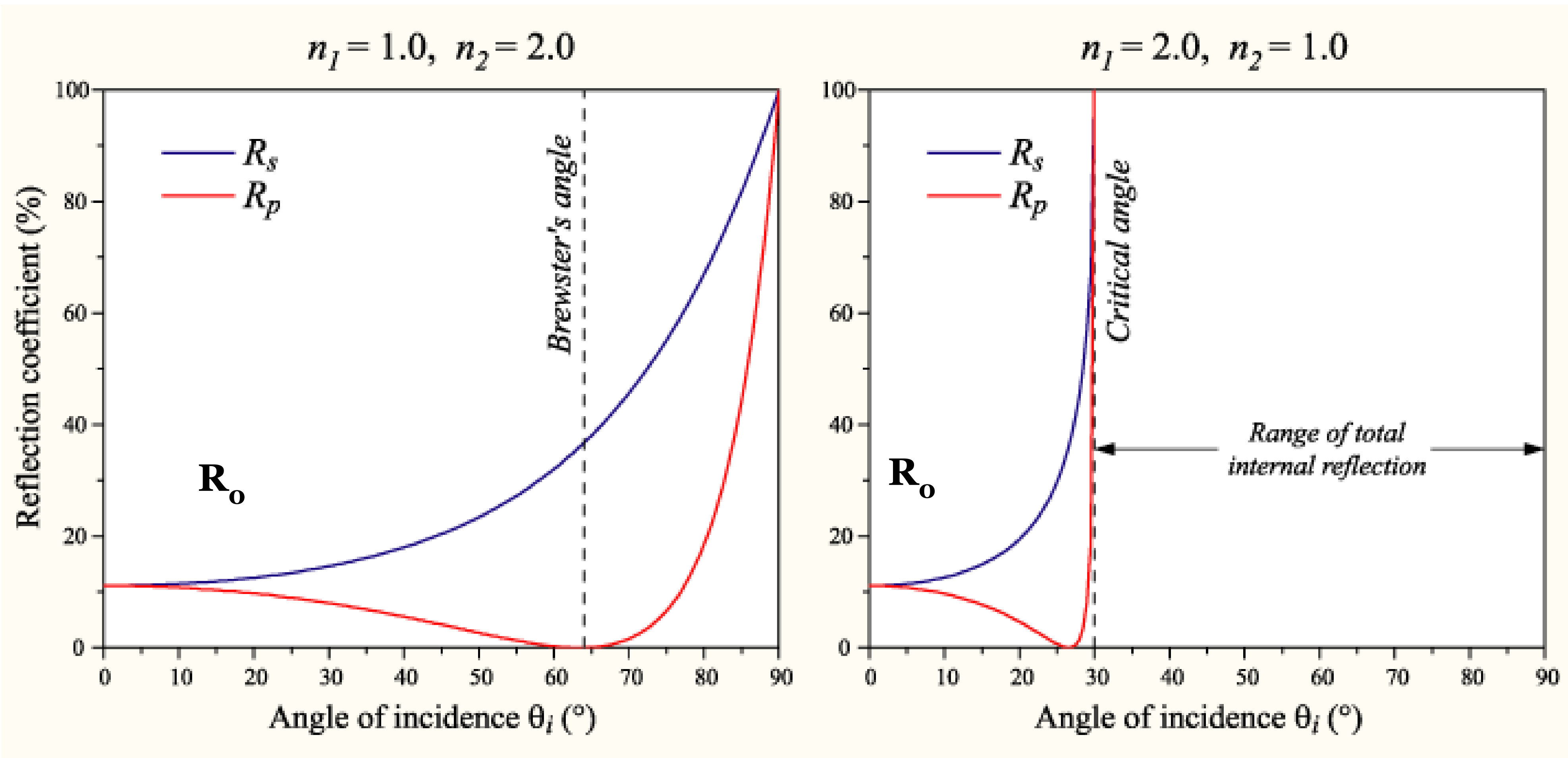
Poznámky k Fresnelovým vzorcům

- je-li $\boldsymbol{\alpha = \pi/2}$ (tj. $\mathbf{u = 0}$), vychází faktor odrazu $\mathbf{R_{90} = 1}$ bez ohledu na vlnovou délku světla λ
- pro kolmý dopad světla ($\boldsymbol{\alpha = 0}$) vychází:

$$R_0 = R_s = R_p = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2$$

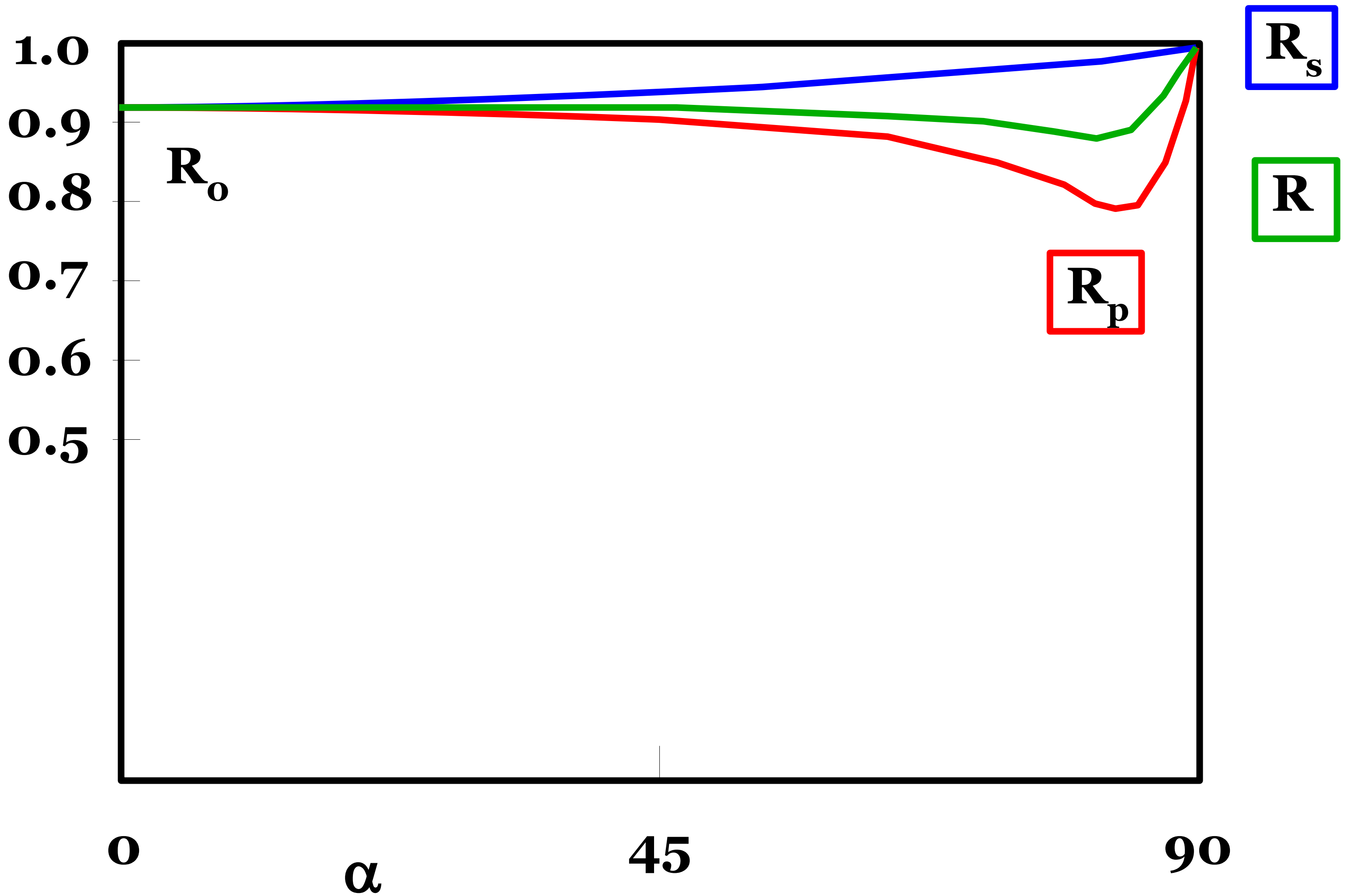
$$T_0 = T_s = T_p = 1 - R_0 = \frac{4\, n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}$$

Průběh odrazivosti – dielektrikum



(cc) Ulflund, Wiki

Průběh odrazivosti – kov



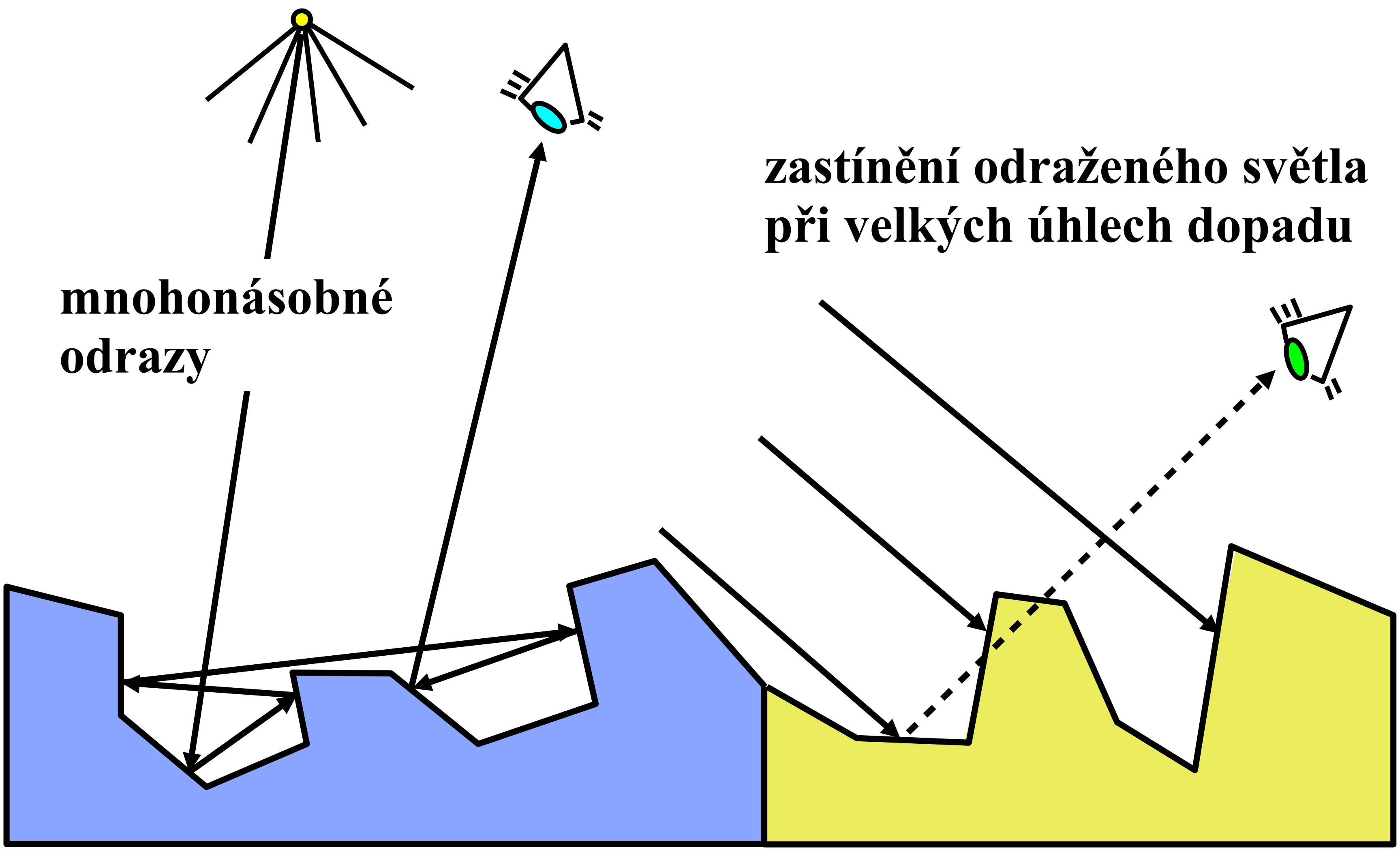
Použití Fresnelových vzorců

- v praxi (co známe, co odhadujeme..) !!!
- je-li $\boldsymbol{\alpha = \pi/2}$ (tj. $\mathbf{u = 0}$), vychází faktor odrazu $\mathbf{R_{90} = 1}$ bez ohledu na vlnovou délku světla λ
- pro kolmý dopad světla ($\boldsymbol{\alpha = 0}$) vychází:

$$R_0 = R_s = R_p = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2$$

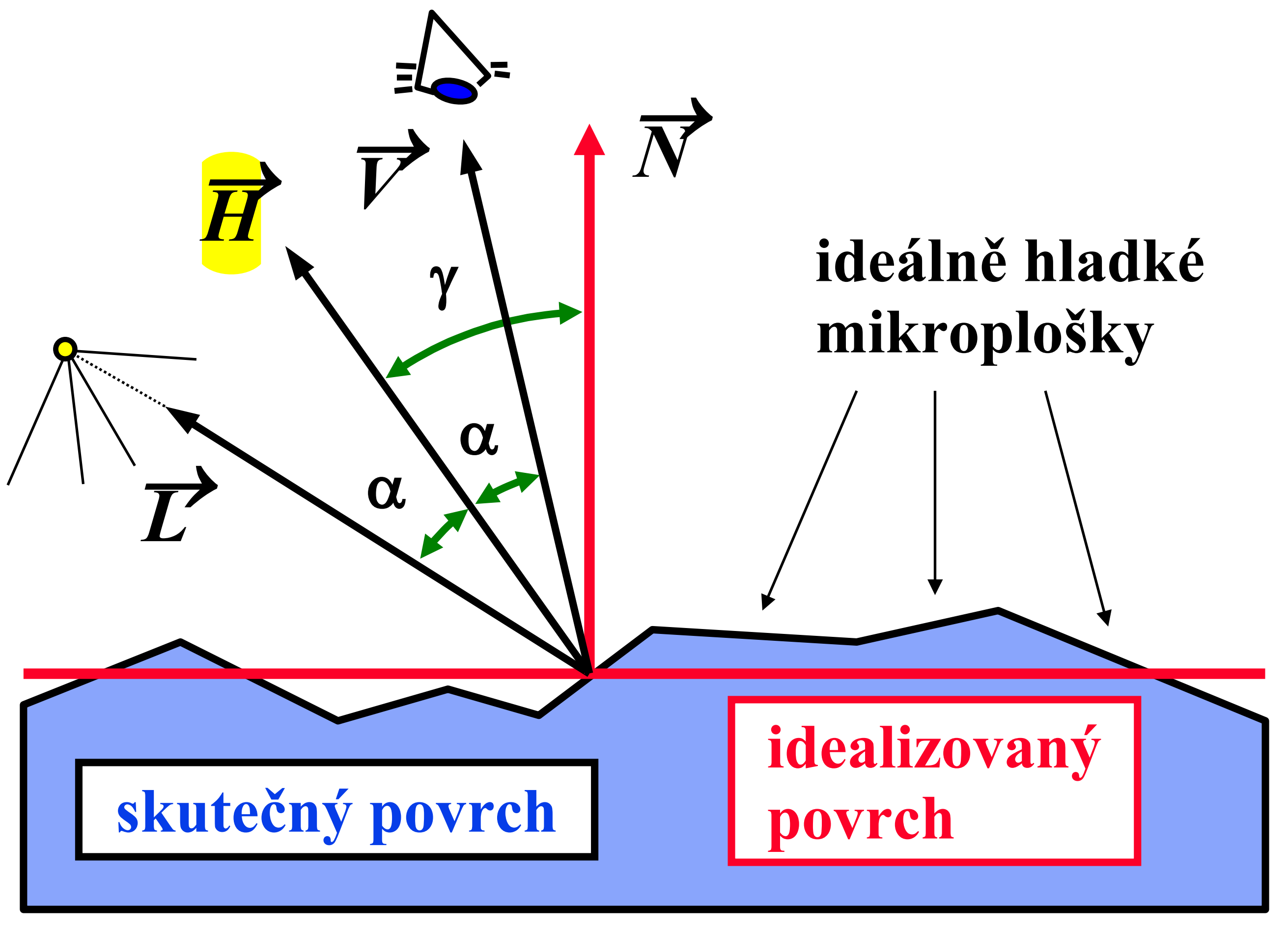
$$T_0 = T_s = T_p = 1 - R_0 = \frac{4\, n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}$$

Reálný lesklý odraz



Teorie mikroplošek

- Beckmann, Spizzichino (63), Torrance, Sparrow (67)



Lesklá složka odrazu

$$I_s(\lambda) = \frac{F(\lambda,\beta)}{\pi} \cdot \frac{D(\alpha)\cdot G(N,V,L)}{(N\cdot L)\cdot(N\cdot V)}$$

- **$I_s(\lambda)$** - intenzita odlesku pro vlnovou délku **λ**
- **$F(\lambda,\beta)$** - intenzita odrazu vlnové délky **λ** na dokonale hladké plošce při úhlu dopadu **β**
- **$D(\alpha)$** - distribuční funkce mikroplošek (kolik mikroplošek je orientováno pod úhlem **α**)
- **$G(N,V,L)$** - faktor vzájemného zastínění plošek

Distribuční funkce orientace

Rychlý vzorec - Gaussova distribuce:

$$D(\alpha) = c \cdot \exp\left[-(\alpha/m)^2\right]$$

- **c** – vhodná konstanta
- **m** – „drsnost povrchu”
  - **0.1** – velmi hladký povrch
  - **0.8** – hrubý rozptylující povrch

Beckmannova funkce

Přesnější aproximace distribuce:

$$D(\alpha) = \frac{1}{4m^2 \cos^4 \alpha} \cdot \exp\left[-\left(tg(\alpha)/m\right)^2\right]$$

- **m** – „drsnost povrchu”:
  – **střední kvadratická hodnota** směrnice normály mikroplošek
  – hodnoty opět cca mezi **0.1** a **0.8**

Směs několika materiálů

Povrch tělesa si můžeme představit jako směs několika materiálů s různými drsnostmi $\mathbf{m_1 \ldots m_k}$

$$D(\alpha) = \sum_{i=1}^{k} w_i \cdot D(m_i, \alpha)$$

- $\mathbf{w_i}$ – váhové konstanty jednotlivých materálů
  - $\mathbf{\Sigma\, w_i = 1}$

Geometrický člen G

Faktor vzájemného zastínění mikroplošek

$$\mathbf{G}(\mathbf{N},\mathbf{V},\mathbf{L}) = \min\left\{ 1,\ \gamma\cdot(\mathbf{N}\cdot\mathbf{V}),\ \gamma\cdot(\mathbf{N}\cdot\mathbf{L}) \right\}$$

pro $$\gamma = \frac{2(\mathbf{N}\cdot\mathbf{H})}{(\mathbf{V}\cdot\mathbf{H})}$$

- světlo může být zastíněno před dopadem nebo po dopadu (nebo projde dál bez překážek)
- předpokládáme prohlubně tvaru písmene „**V** ”

Fresnelův člen F

Fresnelova rovnice pro nepolarizované světlo

$$F(\lambda,\beta) = \frac{1}{2}\cdot\frac{(g-c)^2}{(g+c)^2}\left\{1+\frac{[c(g+c)-1]^2}{[c(g-c)-1]^2}\right\}$$

pro $\quad c = \cos\beta = (V\cdot H),$

$$g^2 = n_\lambda{}^2 + c^2 - 1$$

- $\mathbf{n_\lambda}$ - index lomu na povrchu při vlnové délce $\boldsymbol{\lambda}$
  - pro vodiče $\mathbf{n_\lambda}' = \mathbf{n_\lambda} - \boldsymbol{i}\,\boldsymbol{\kappa_\lambda}$ ($\boldsymbol{\kappa_\lambda}$ .. koeficient útlumu)

Vliv vlnové délky λ

Pro úhel dopadu a odrazu $\boldsymbol{\beta = 0}$ dostáváme

$$\mathbf{F}(\lambda,0) = \left(\frac{n_\lambda - 1}{n_\lambda + 1}\right)^2 \quad \text{a} \quad n_\lambda = \frac{1 + \sqrt{F(\lambda,0)}}{1 - \sqrt{F(\lambda,0)}}$$

- hodnoty **F(λ,0)** byly prakticky změřeny pro velké množství vodivých i dielektrických materiálů
  - známe tedy i hodnoty $\mathbf{n}_\lambda$ těchto materiálů
- lesklý odraz závisí na **λ** kromě úhlu $\boldsymbol{\beta = \pi/2}$

Jednodušší výpočet $F(\lambda,\beta)$

Interpolace mezi barvou světelného zdroje (odlesk pro $\beta = \pi/2$)

$$F(\lambda, \pi/2) = F_\lambda(\pi/2) = I_L(\lambda) \quad \text{... barva zdroje}$$

a barvou změřenou pro $\beta = 0$: $F(\lambda, 0) = F_\lambda(0)$

Pro průměrnou vlnovou délku λ_0 dostáváme

$$F_\lambda(\beta) = F_\lambda(0) + \left[F_\lambda(\pi/2) - F_\lambda(0) \right] \frac{\max\left\{ 0, F_{\lambda_0}(\beta) - F_{\lambda_0}(0) \right\}}{F_{\lambda_0}(\pi/2) - F_{\lambda_0}(0)}$$

Jednodušší výpočet $F(\lambda,\beta)$

Jiná aproximace podle R. Halla:

$$F_\lambda(\beta) = F_\lambda(0) + \left[1 - F_\lambda(0)\right] \frac{\max\left\{0, F_{\lambda_0}(\beta) - F_{\lambda_0}(0)\right\}}{1 - F_{\lambda_0}(0)}$$

- v praktických implementacích se může počítat jen s několika diskrétními hodnotami λ
  - např. pro tři pásma spektra **R,G,B**

Další vylepšení

- **neizotropní světelné modely**
  - jiná odrazivost v různých směrech
  - obecná **BRDF** („Bi-directional Reflectance Distribution Function”) $\rho(\alpha,\beta,\gamma,\delta,\lambda)$
- **polarizace odraženého světla**
  - dielektrika – Brewsterův úhel dopadu
  - vícenásobné odrazy mezi dielektrickými povrchy
  - barevné vodivé materiály zabarvují odlišně odraz polarizovaného světla

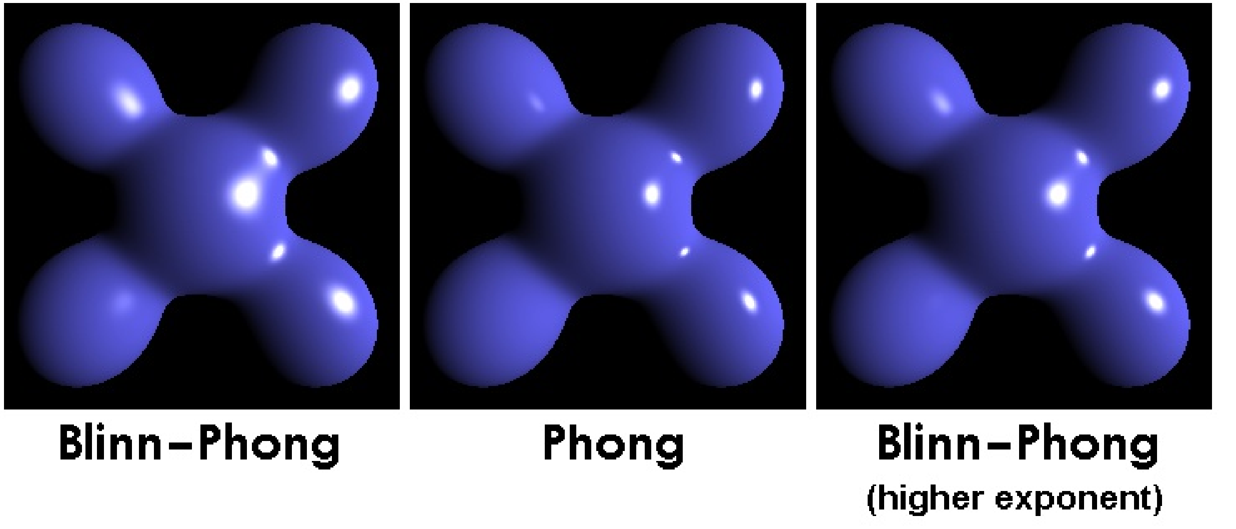
Modifikace klasiky: Blinn

- Blinn-Phong model
  - zjednodušení výpočtu při pozorovateli i zdroji v nekonečnu:

$$\cos^h \beta \approx \cos^{4h} \beta/2$$

$$(R_i \cdot V)^h \approx (H_i \cdot N)^{4h}$$

(cc) Wiki



Modifikace klasiky: Schlick

- **Christophe Schlick** (1994) zkouší různé aproximační vzorce jako náhradu Fresnelových členů apod.
- nahrazení mocniny zlomkem (rychlost)

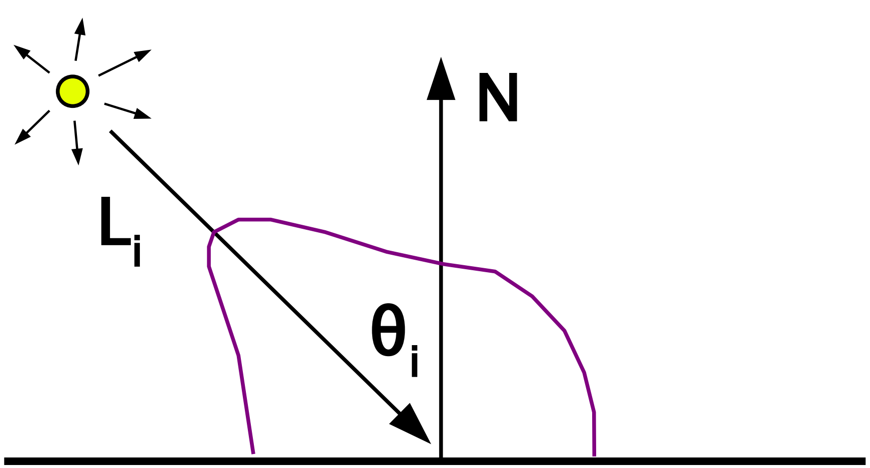
$$S^h \approx S / (h - hS + S)$$

  - odlesk není tak ostrý jako u Phonga (Blinna)
- náhrada Fresnelova členu (32× rychlejší, <1% chyba)

$$R(\alpha) = R_0 + (1 - R_0)(1 - \cos \alpha)^5$$

Nedokonalost Lambertova zákona

- čistý „cosinový” povrch **není** v přírodě tak častý
  - hrubé, zrnité povrchy (smirkový papír, písek, apod.)
  - **měsíční úplněk** – podle Lambertova zákona by měly být okraje tmavé (limitně až k nule), ale není to pravda!
  - efekt **zpětného odrazu** („backscattering”,„odrazka”)

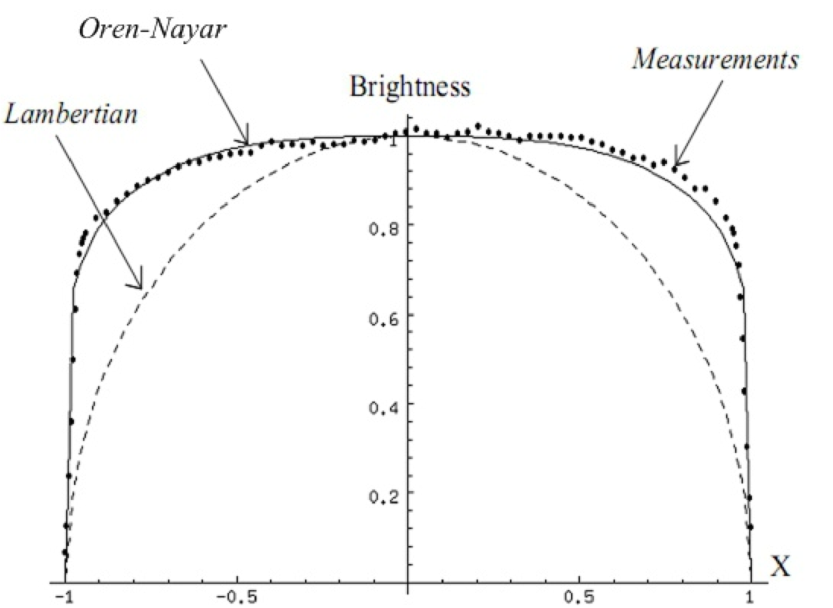


Difusní model Oren–Nayar

- používá **mikroplošky** (viz Torrance-Sparrow, -Cook)
  - na mikroploškách se aplikuje difusní zákon odrazu
  - zjednodušení vzorců – jen nejvýznamnější členy

$$E_d = \frac{\rho}{\pi} \cdot E_0 \cdot \cos(\theta_i) \cdot (A + B \cdot max(0, \cos(\phi_r - \phi_i)) \cdot \sin(\alpha) \cdot \tan(\beta))$$

θ_i	úhel mezi L_i a normálou
θ_r	úhel mezi V a normálou
Φ_i	azimut směru L_i
Φ_r	azimut směru V
α	$\max(\theta_i,\theta_r)$
β	$\min(\theta_i,\theta_r)$



Oren–Nayar, finální vzorce

$$E_d = (C_L \circ C_D) \cdot \cos(\theta_i) \cdot (A + B \cdot max(0, \cos(\phi_r - \phi_i)) \cdot \sin(\alpha) \cdot \tan(\beta))$$

$$A = 1 - 0.5 \cdot \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.33}$$ (ve jmenovateli až 0.57)

$$B = 0.45 \cdot \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.09}$$

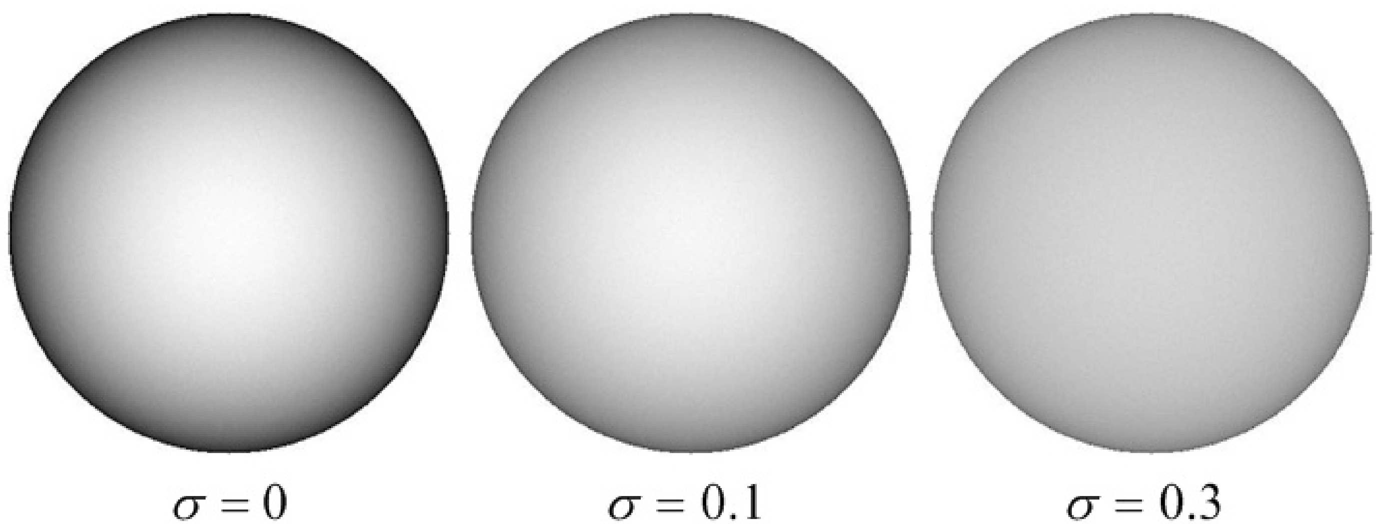
σ hrubost povrchu: střední hodnota odchylky normály mikroplošky v radiánech (viz Torrance-Cook)

C_L barva zdroje světla

C_D barva materiálu

Oren–Nayar, ukázky

© Jwgu, Wiki, public domain



Literatura

- **A. Glassner**: ***An Introduction to Ray Tracing***, Academic Press, London 1989, 121-160
- **J. Foley, A. van Dam, S. Feiner, J. Hughes**: ***Computer Graphics, Principles and Practice***, 760-771
- **R. Cook, K. Torrance: *A Reflectance Model for Computer Graphics***, ACM Transactions on Graphics, 1982, #1, 7-24
- **Ch. Schlick: *An Inexpensive BRDF Model for Physically-based Rendering***, 1994