

Konfigurační faktory ("form-factors")

© 1996-2016 Josef Pelikán
CGG MFF UK Praha

pepca@cgg.mff.cuni.cz

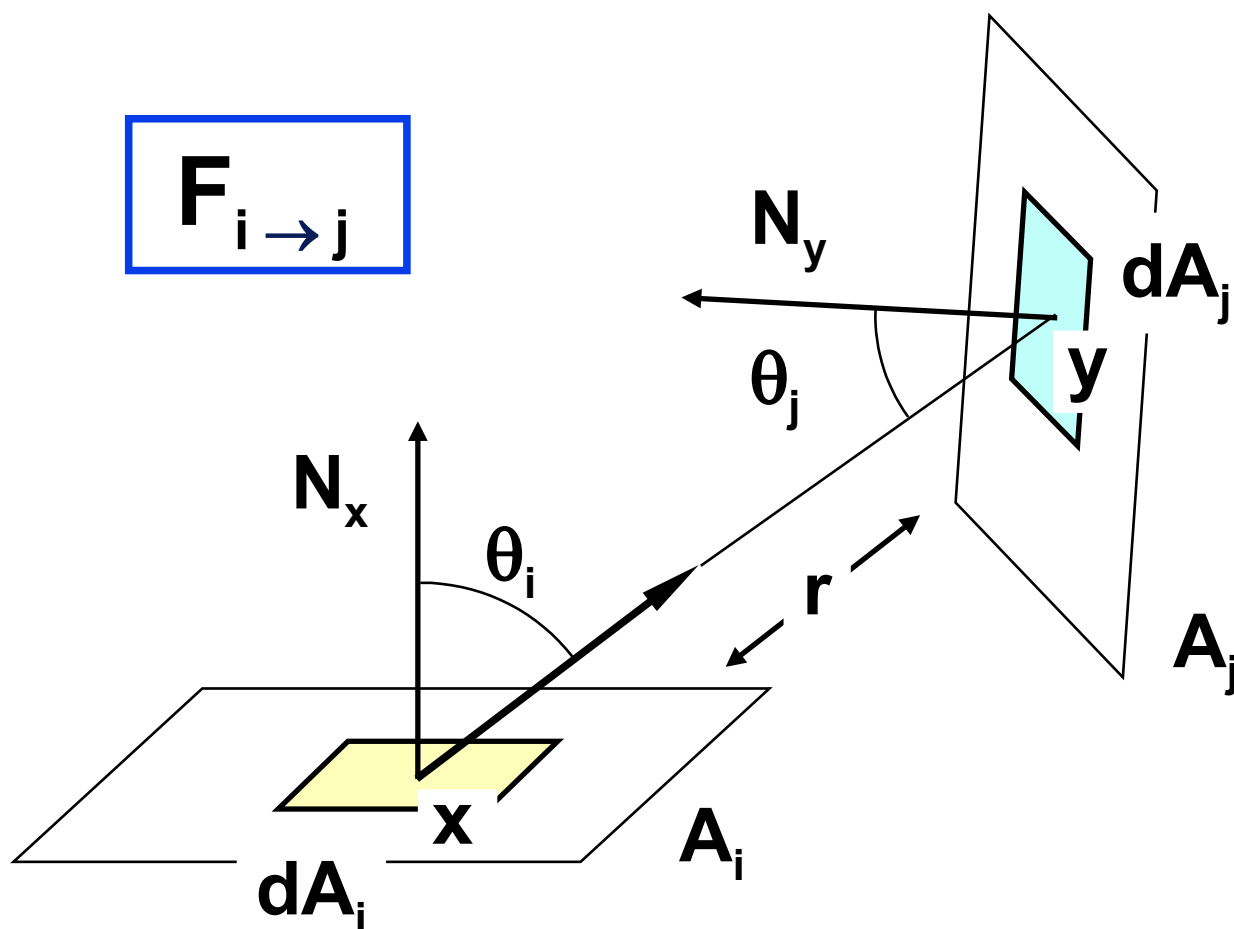
<http://cgg.mff.cuni.cz/~pepca/>



Konfigurační faktor $F_{i \rightarrow j}$

- ♦ udává **podíl energie** vyzářené z plochy **i**, která dopadne na plochu **j**
 - klíčová hodnota při sestavování soustavy lineárních rovnic (hledání radiosit jednotlivých ploch)
 - první výpočet (fyzika): Lambert 1760
- ➡ závisí pouze na **geometrii scény**
 - vzdálenost, sklon a viditelnost příslušných plošek
- ➡ $F_{i \rightarrow j}$ je bezrozměrné číslo z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$
 - pro konvexní plošku **i** je $F_{i \rightarrow i} = 0$

Konfigurační faktor





Konfigurační faktor

Rovnice pro radiositu (konstantní elementy):

$$B_i = E_i + \rho_i \cdot \sum_{j=1}^N B_j \cdot \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} g(y, x) dA_j dA_i$$

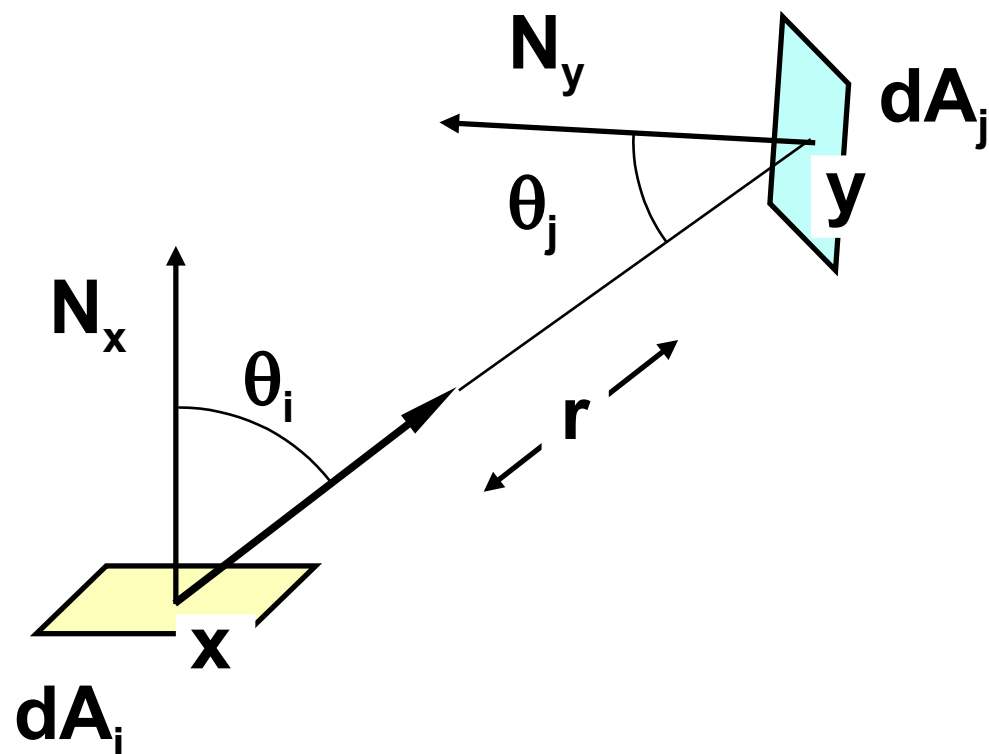
$$F_{i \rightarrow j} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} g(y, x) dA_j dA_i =$$

$$= \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{\pi \|x - y\|^2} \cdot V(x, y) dA_j dA_i$$

Diferenciální konfigurační faktor



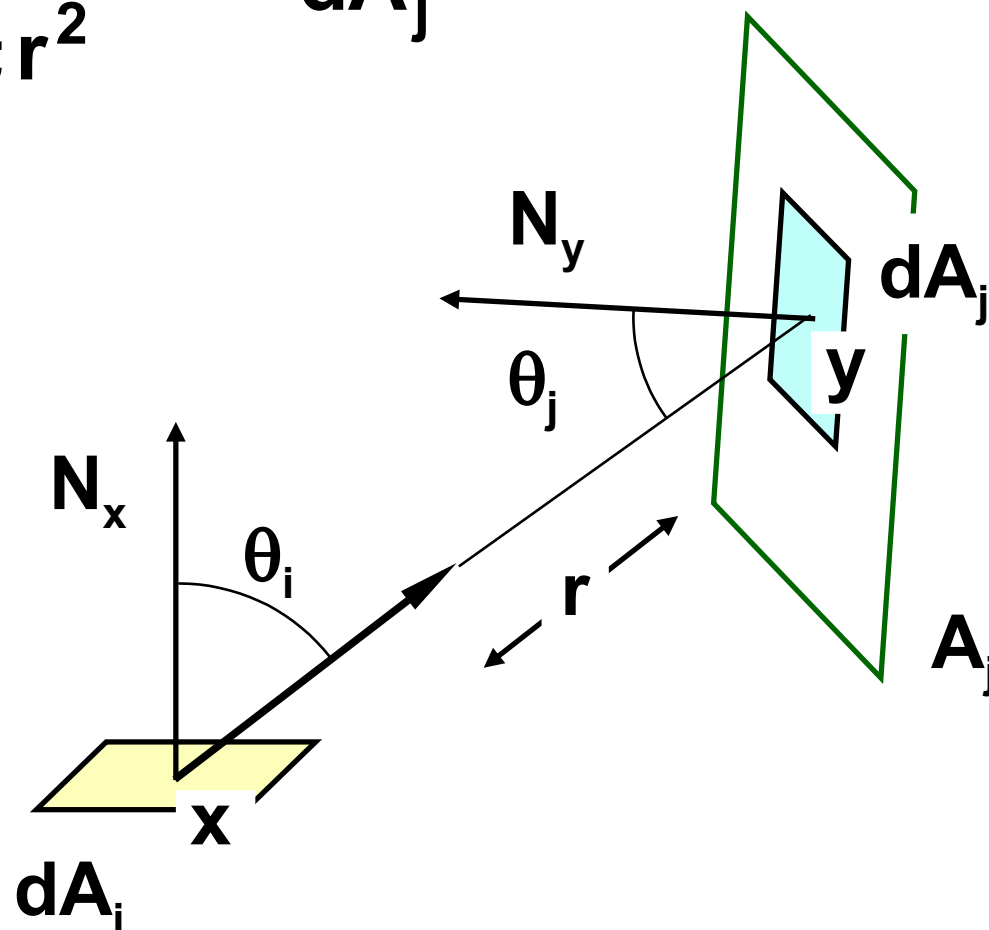
$$dF_{dA_i \rightarrow dA_j} = \frac{\cos \theta_i}{\pi} d\omega_j = \frac{\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{\pi r^2} dA_j$$



Diferenciální konfigurační faktor



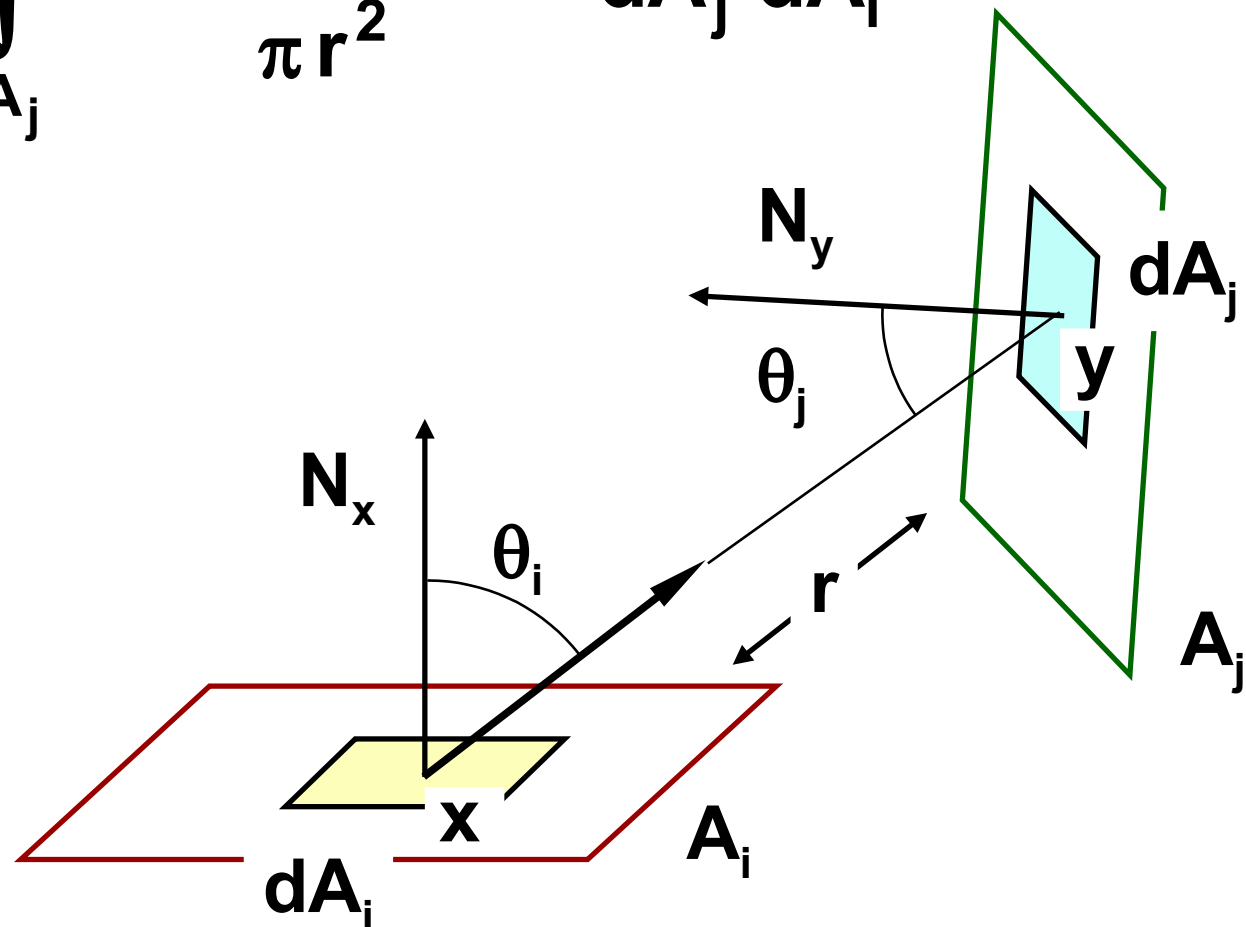
$$F_{dA_i \rightarrow A_j} = \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{\pi r^2} dA_j$$





Průměrný konfigurační faktor

$$F_{i \rightarrow j} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{\pi r^2} dA_j dA_i$$



Výpočet konfiguračních faktorů



1 analytické metody

- bod \rightarrow polygon, bod \rightarrow kruh, polygon \rightarrow polygon

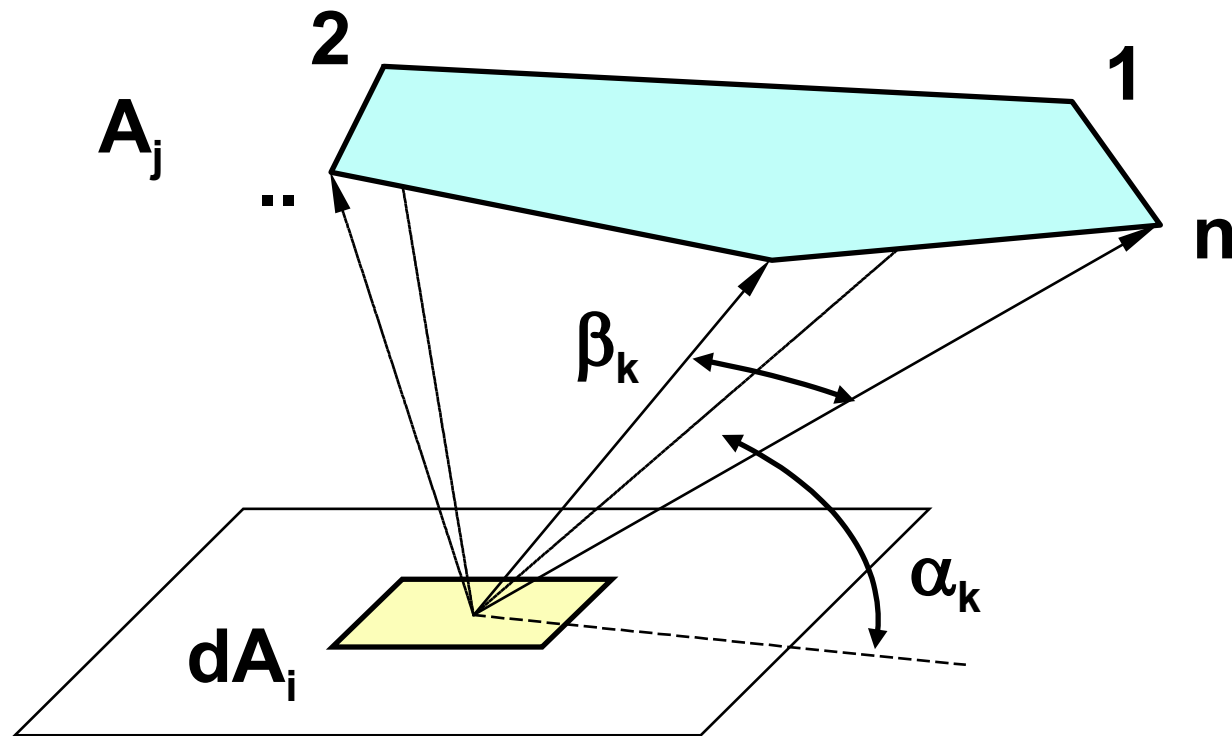
2 numerické metody

- polokrychle (Nusseltova analogie), projekce do jedné roviny, křivkový integrál (dle Stokesovy věty)

3 numerické **stochastické metody** (Monte-Carlo)

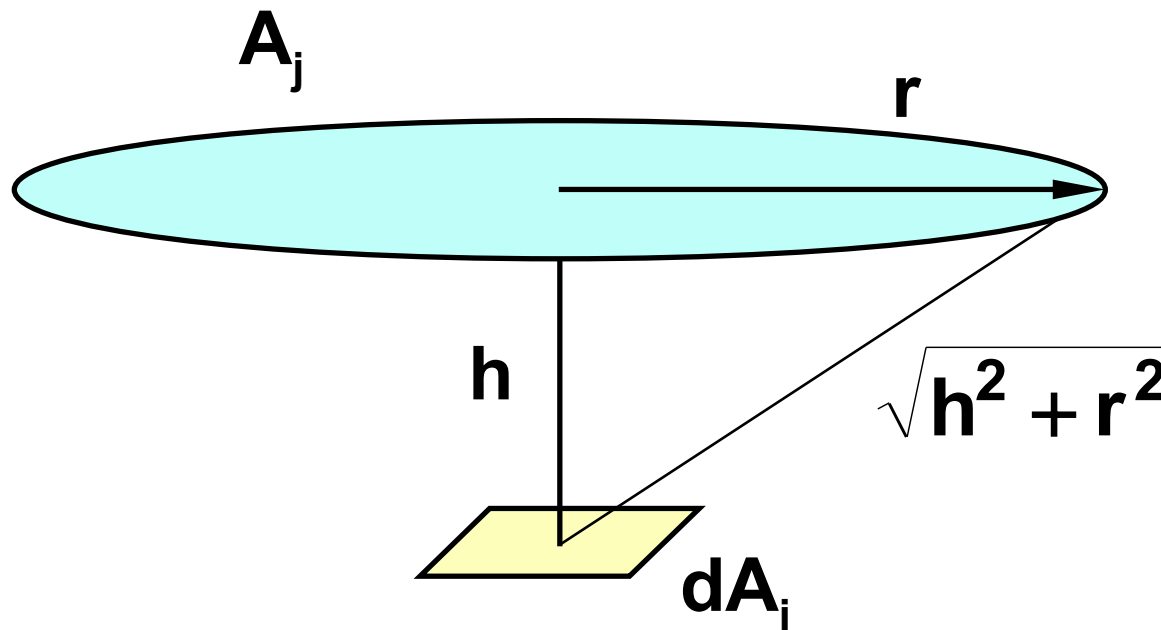
- vzorkování prostorového úhlu nebo přijímající plochy

Bod → polygon



$$F_{dA_i \rightarrow A_j} = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^n \beta_k \cos \alpha_k$$

Bod → kruh



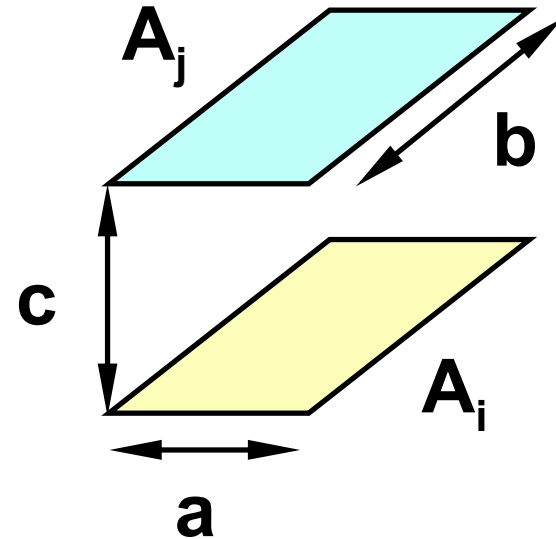
$$\underline{F_{dA_i \rightarrow A_j}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{2\pi r}{\sqrt{h^2 + r^2}} \cdot \frac{r}{\sqrt{h^2 + r^2}} = \underline{\frac{r^2}{h^2 + r^2}}$$

Obdélník → obdélník



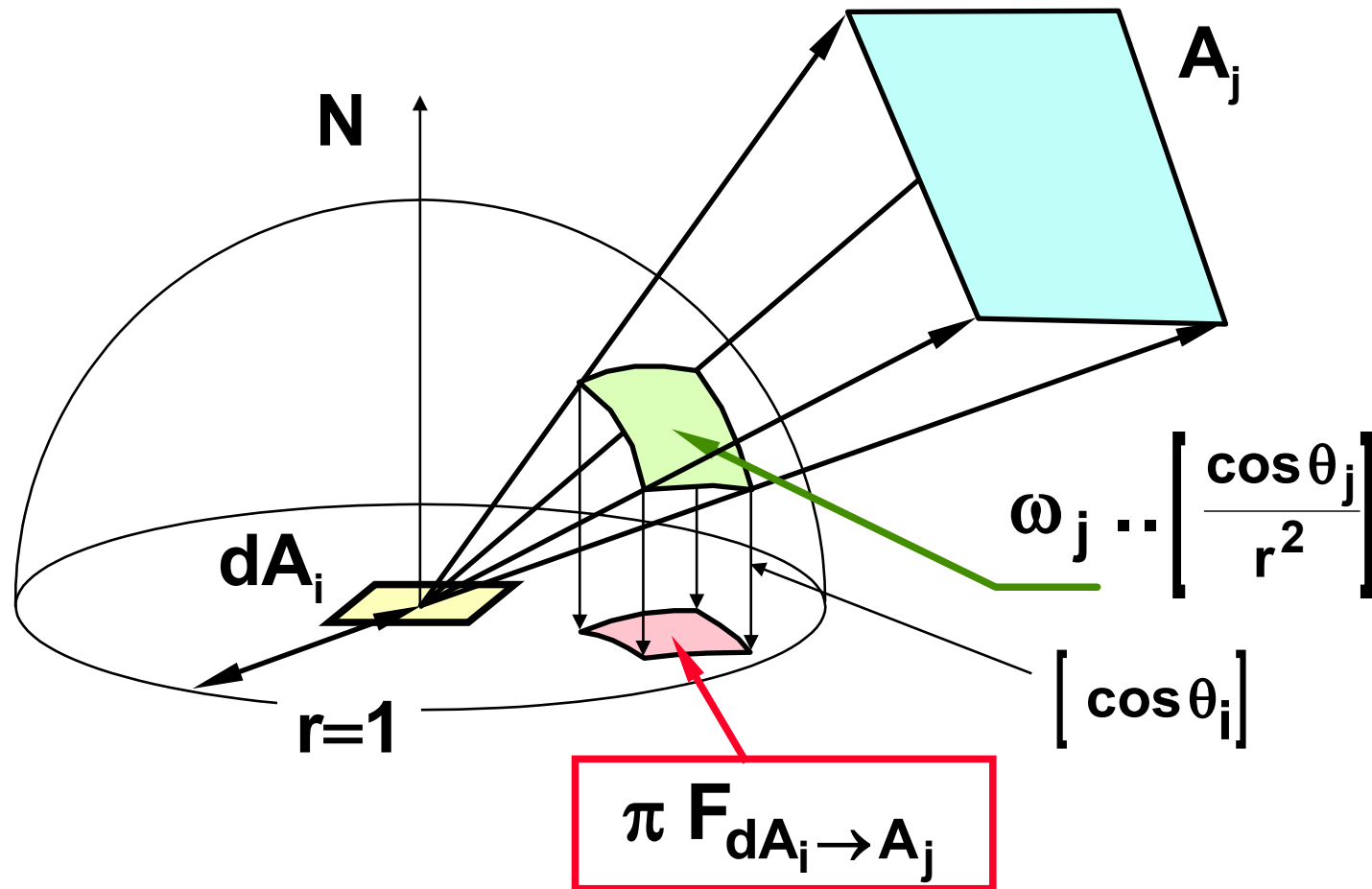
$$X = a/c$$

$$Y = b/c$$



$$F_{i \rightarrow j} = \frac{2}{\pi XY} \cdot \left\{ \ln \left[\frac{(1+X^2)(1+Y^2)}{1+X^2+Y^2} \right]^{1/2} + \right. \\ \left. + Y \sqrt{1+X^2} \cdot \tan^{-1} \frac{Y}{\sqrt{1+X^2}} - X \tan^{-1} X - Y \tan^{-1} Y \right\}$$

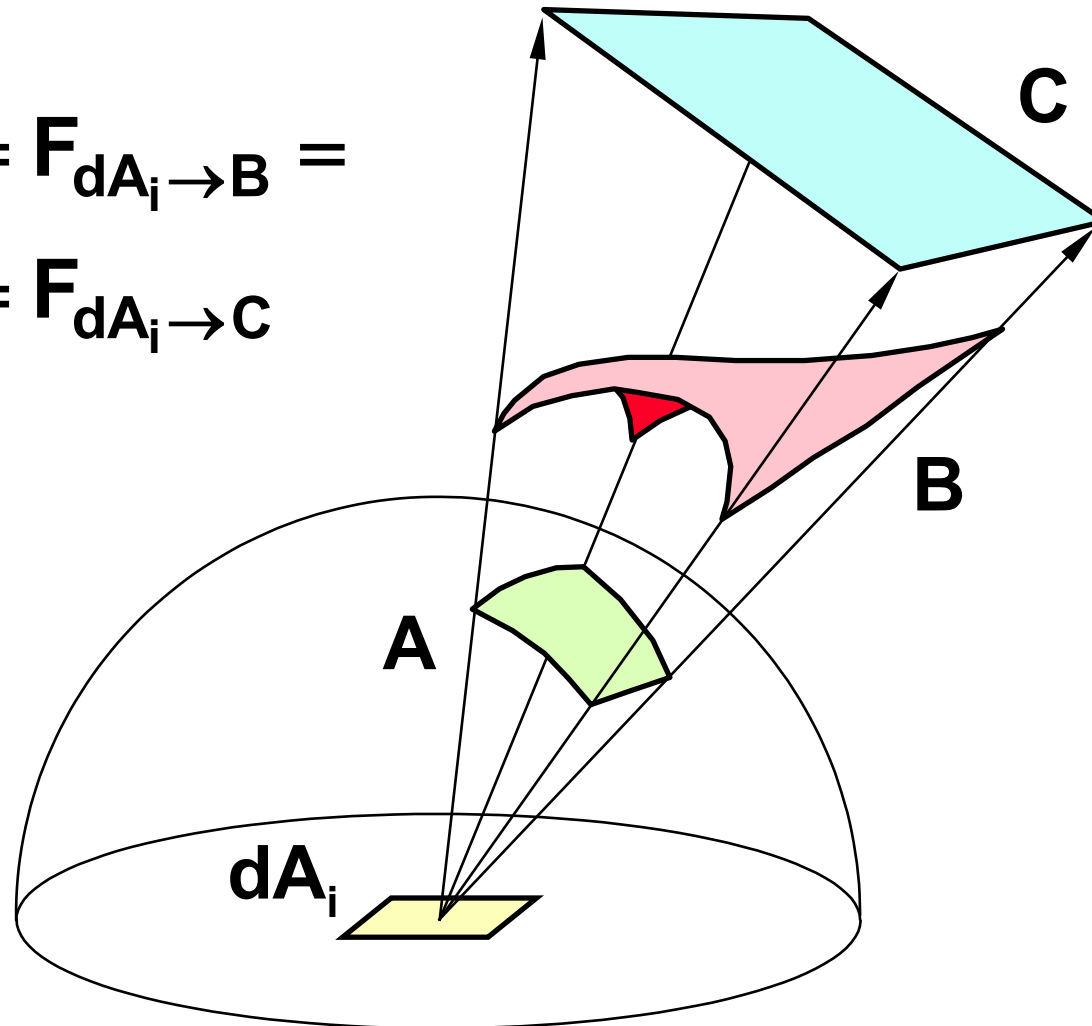
Nusseltova analogie



Nusseltova analogie



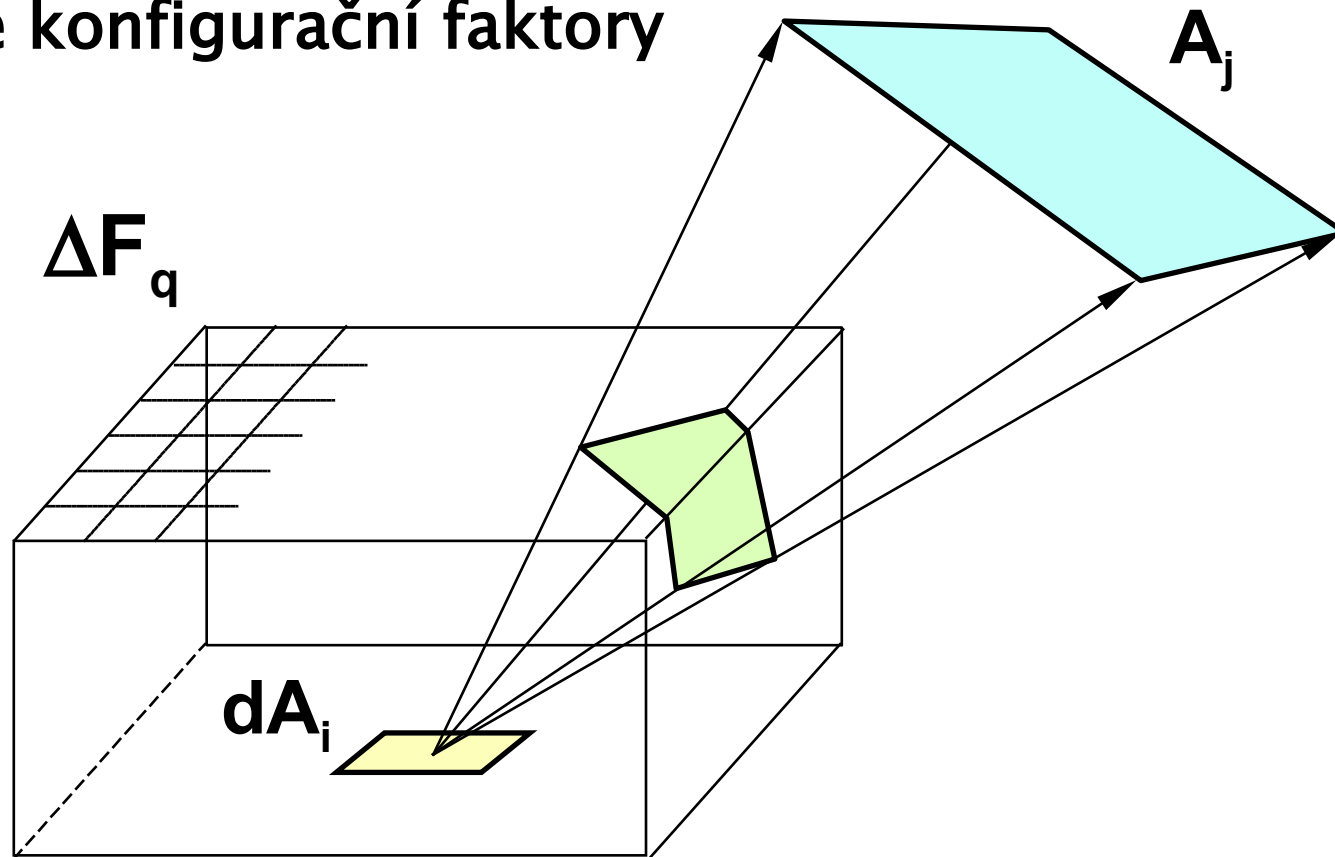
$$F_{dA_i \rightarrow A} = F_{dA_i \rightarrow B} = \\ = F_{dA_i \rightarrow C}$$



Polokrychle



Pravidelná síť buněk:
částečné konfigurační faktory





Polokrychle

- ♦ výpočet všech $\mathbf{F}_{d\mathbf{A}_i \rightarrow \mathbf{A}_j}$ pro dané i
 - na polokrychli postavenou kolem $d\mathbf{A}_i$ promítnu všechny ostatní plošky scény \mathbf{A}_j
- ➔ na povrchu polokrychle počítám **viditelnost** jednotlivých plošek (např. metodou Z-buffer)
- ➔ povrch polokrychle je rozdělen na **pravidelnou síť buněk \mathbf{C}_q**
 - pro každou buňku mám předem spočítaný částečný konfigurační faktor $\Delta\mathbf{F}_q$



Polokrychle

- ➔ konfigurační faktor plošky \mathbf{A}_j odhadnu podle buněk, které byly pokryty jejím průmětem:

$$\mathbf{F}_{d\mathbf{A}_i \rightarrow \mathbf{A}_j} \cong \sum_{q \in J} \Delta \mathbf{F}_q$$

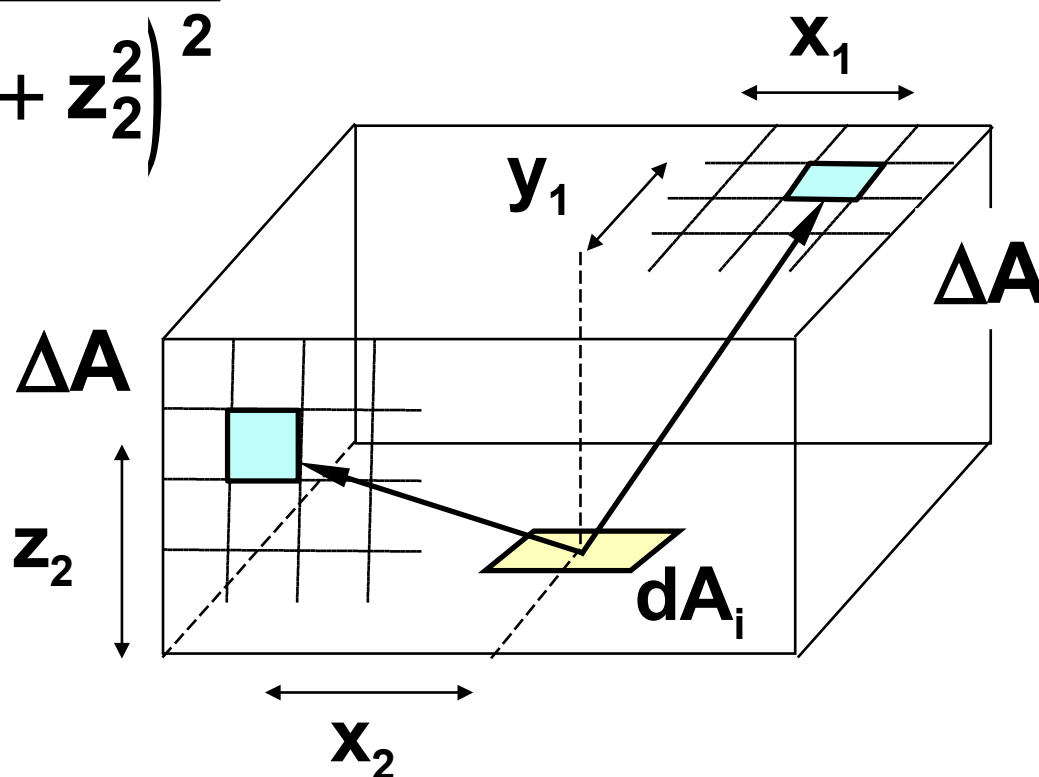
- ♦ **jemnost dělení** polokrychle má vliv na přesnost odhadu konfiguračních faktorů
 - v praxi se používalo rozlišení **64×64** až **2k×2k**

Částečné konfigurační faktory

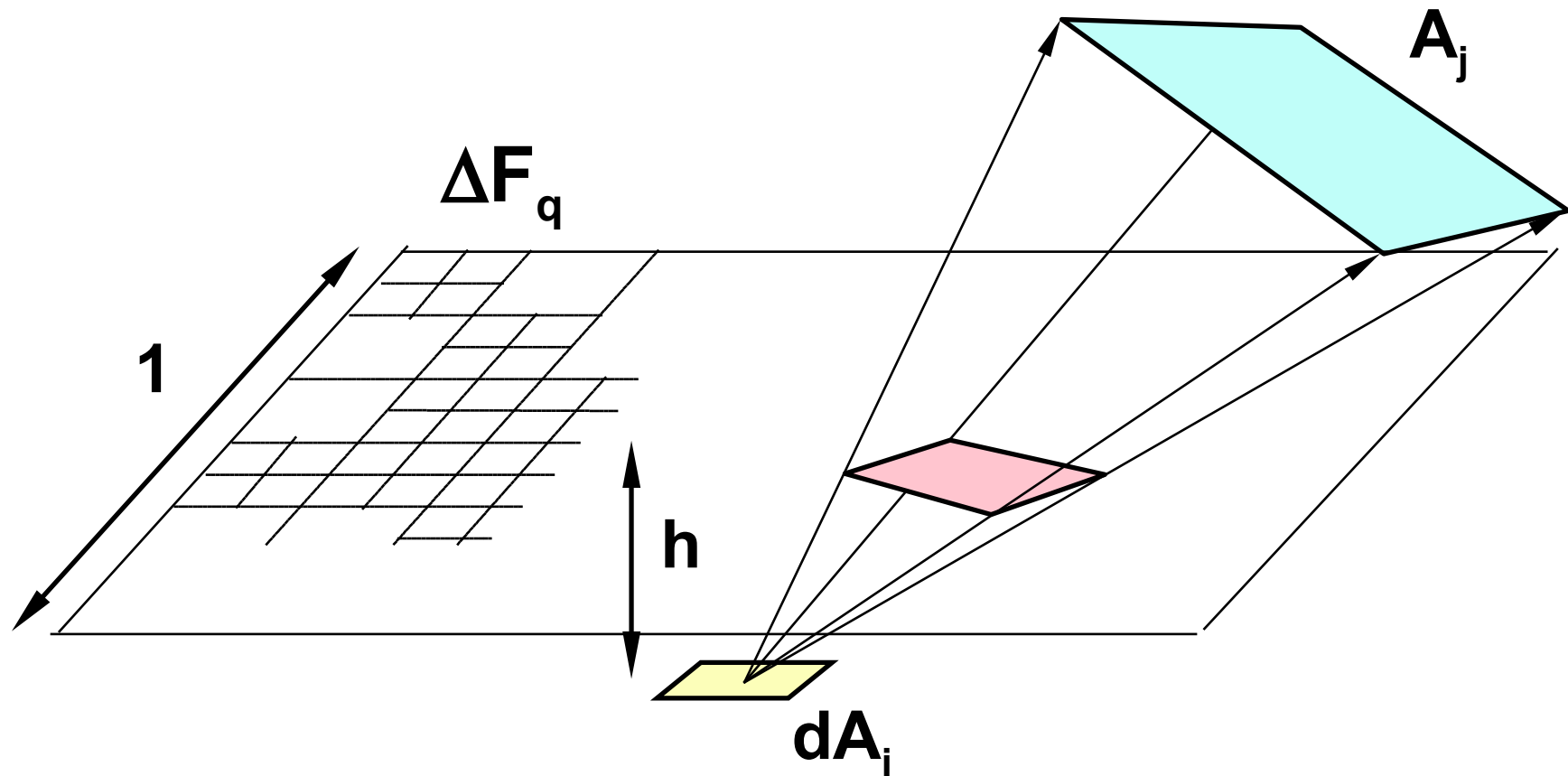


$$\Delta F_1 = \frac{\Delta A}{\pi \cdot \left(x_1^2 + y_1^2 + 1 \right)^2}$$

$$\Delta F_2 = \frac{z_2 \cdot \Delta A}{\pi \cdot \left(x_2^2 + 1 + z_2^2 \right)^2}$$



Metoda jedné průmětny (Sillion)





Metoda jedné průmětny

- ➔ **rychlejší implementace** (projekce, ořezávání)
 - část prostorového úhlu je zanedbána
 - výška průmětny by měla být maximálně **0.1**
- ➔ viditelnost se počítá metodou “**rozděl a panuj**”
 - analogie Warnockova algoritmu
 - adaptivní dělení průmětny ➔ větší efektivita
- ➔ **částečné konfigurační faktory** předpočítané pro různé úrovně dělení



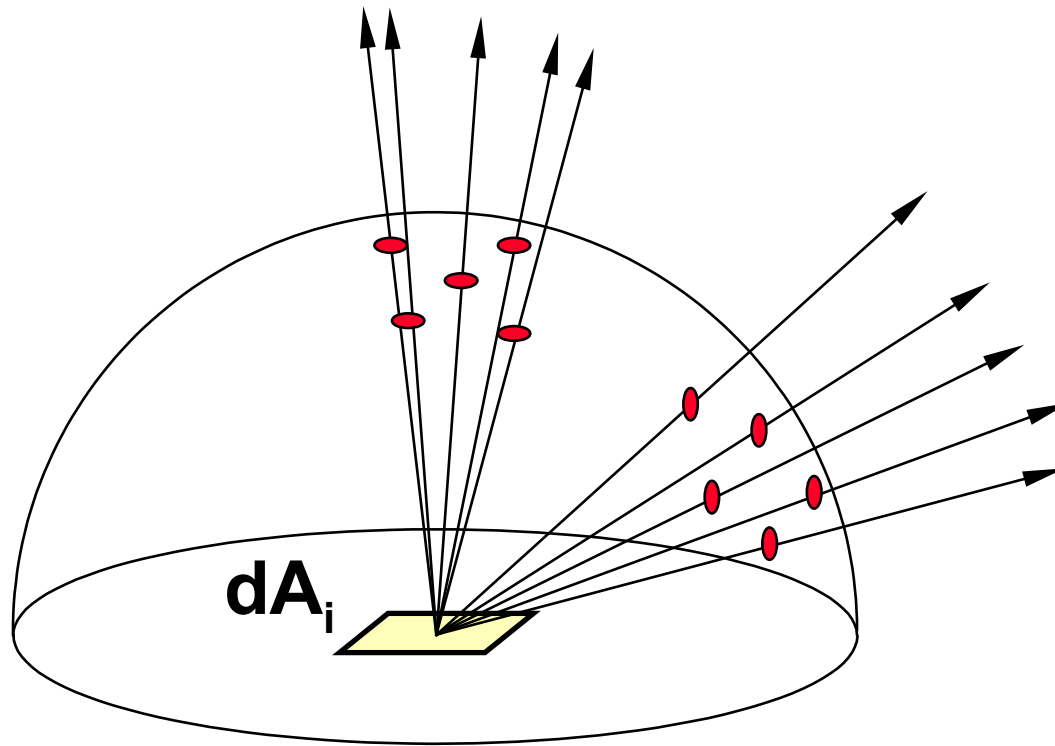
Metody Monte–Carlo

- ♦ využití algoritmu **vrhání paprsku**
 - možnost použití složitější geometrie scény
 - klasické metody urychlení výpočtu
- vzorkování **povrchu těles**
 - výpočet jednotlivého konfiguračního faktoru
 - snadný výpočet faktoru “plocha → plocha” (nezávislé vzorkování)
- ➡ vzorkování **prostorového úhlu**
 - najednou všechny KF z jednoho bodu



Vzorkování na polosféře

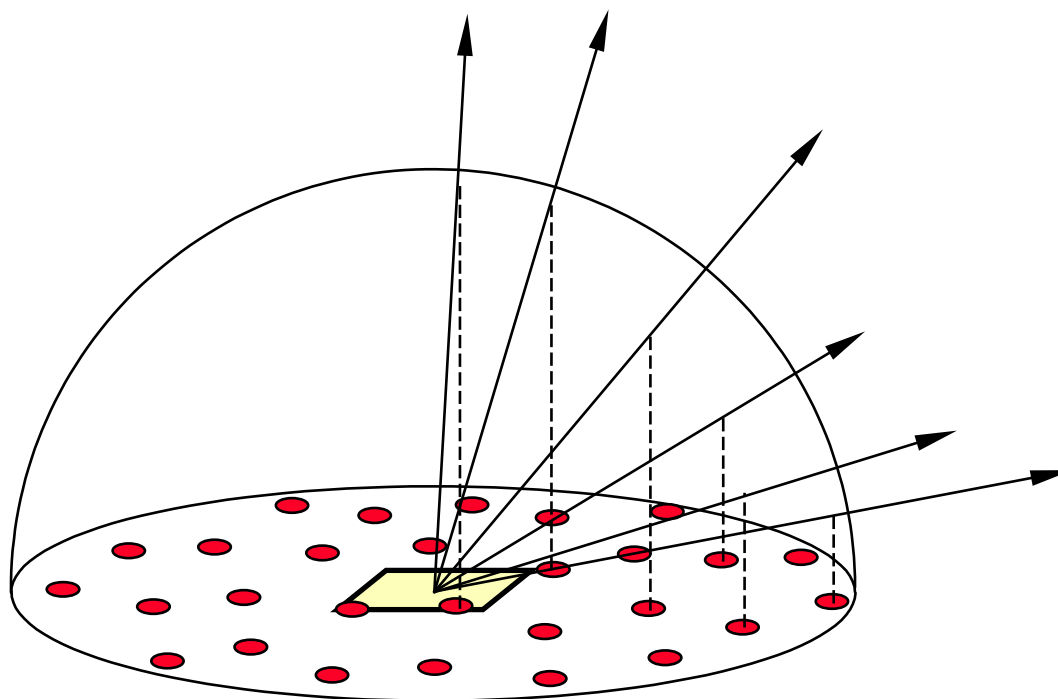
Uniformní vzorkování prostorového úhlu:
váhový koeficient $\mathbf{w}_k = \cos \theta_k$



Vzorkování v podstavě



Neuniformní vzorkování prostorového úhlu:
všechny paprsky mají stejnou významnost !





Další informace:

- **A. Glassner: *Principles of Digital Image Synthesis*, Morgan Kaufmann, 1995, 916-937**
- **M. Cohen, J. Wallace: *Radiosity and Realistic Image Synthesis*, Academ. Press, 1993, 65-107**
- **J. Foley, A. van Dam, S. Feiner, J. Hughes: *Computer Graphics, Principles and Practice*, 795-799**