Einführung in die Informatik
Ausarbeitung Übung 2

Julian Niethammer, Jakob Schulz

6. November 2023

1 Umrechnen zwischen Zahlensystemen

1.1 Problem

Zahlen auf verschiedene Zahlensysteme (Binär, Dezimal, Hexadezimal und Octal) umrechnen.

1.2 Lösungskonzept

Die anderen Zahlensysteme entsprechen dem Dezimalsystem. Unterschied besteht darin, dass die Stellen der Zahl eine andere Bedeutung haben. Beim Dezimalsystem steht jede Stelle für ein Vielfaches von 8 und beim Binärsystem dementsprechend jede Stelle für ein Vielfaches von 2
Bsp.:
Dezimal in Oktal:

$$\begin{array}{cccccccccc} 1000 & 100 & 10 & 1 & & 4096 & 512 & 64 & 8 & 1 \\ 4 & 2 & 3 & 0 & = & 1 & 0 & 2 & 0 & 6 \end{array}$$

Somit muss man, wenn man eine Dezimalzahl in ein beliebiges anderes Zahlensystem umrechen möchte, nur die Basis (Binär: 2, Oktal:8, ...) mit Rest teilen. Sofern ein Rest vorhanden ist repräsentiert dieser die niederwertigste „freie“ Stelle. Das Ergebniss ohne Rest wird wieder durch die Basis geteilt. Das ganze wiederholt sich solange, bis das Ergebnis ohne den Rest null ist. Das Prinzip besteht somit darin, dass man die Zahl von rechts noch links aufbaut.
Bsp.:
Dezimalzahl 123456 in Hexadezimalzahl umwandeln

Rechnung	ganzzahliges Ergebniss	Rest
$123456 \div 16$	7716	0
$7716 \div 16$	482	4
$482 \div 16$	30	2
$30 \div 16$	1	E
$1 \div 16$	0	1

Hexadezimal: $1E230_{16}$

Will man nun eine Zahl von einem Ausgangssystem in ein anderes Zielsystem umwandeln (keines der Systeme ist Dezimalsystem), bietet es sich an die Zahl vom Ausgangssystem erst in das Dezimalsystem umzuwandeln und dann in das Zielsystem umzuwandeln.
Um eine Zahl von einem anderen System in ein Dezimalsystem umzuwandeln geht man wie folgt vor:
Man nimmt jeden Repräsentanten einer Stelle der Zahl und multipliziert

diesen mit dem Wert der entsprechenden Stelle. Anschließend addiert man alle Ergebnisse zusammen und man hat die Dezimalzahl.
Bsp.:
$101011 = 1 \times 1 + 1 \times 2 + 0 \times 4 + 1 \times 8 + 0 \times 16 + 1 \times 32 = 43$

1.3 konkrete Lösung

$192_{10} \widehat{=} 11000000_2 \widehat{=} C0_{16} \widehat{=} 300_8$
$12_{10} \widehat{=} 00001100_2 \widehat{=} 0C_{16} \widehat{=} 14_8$
$500_{10} \widehat{=} 111110100_2 \widehat{=} 1F4_{16} \widehat{=} 764_8$
$126_{10} \widehat{=} 01111110_2 \widehat{=} 7E_{16} \widehat{=} 176_8$

1.4 Tests

Das Ergeniss lässt sich überprüfen, indem man die Zahlen aus jedem Zahlensystem in eine Dezimalsystem umwandelt. Sind alle Dezimalzahlen gleich, geben die Zahlen der anderen Systeme alle die gleiche Zahl wieder.

1.5 Beispiel aus der Thematik IPv4 Adressen

1.5.1 Aufgabe

Den unteren und oberen darstellbaren Wert im Dezimalsystem und im Hexadezimalsystem bestimmen.

1.5.2 Ausarbeitung

- Sie haben 8 Bit zur Informationsdarstellung: Die Wertedarstellung geht von $0_{10} = 00_{16}$ bis $255_{10} = FF_{16}$
- Das höchstwertige Bit muss 0 sein: Die Wertedarstellung geht von $0_{10} = 00_{16}$ bis $127_{10} = 7F_{16}$
- Jetzt muss das höchstwertige Bit immer 1 sein, das zweithöchste Bit muss 0 sein: Die Wertedarstellung geht von $128_{10} = 80_{16}$ bis $191_{10} = BF_{16}$
- Jetzt muss das höchste und das zweithöchste Bit 1 gesetzt sein, das dritthöchste Bit muss 0 sein: Die Wertedarstellung geht von $192_{10} = C0_{16}$ bis $223_{10} = DF_{16}$

2 Gebrochenrationale Zahlen

2.1 Größtmögliche Zahl berechnen

Berechnen Sie die größt mögliche Zahl (dezimal), wenn Sie jeweils 4Bit für die Vorkommastellen und für die Nachkommstellen zur Verfügung hätten.

$1111.1111_2 = 1{\times}2^3{+}1{\times}2^2{+}1{\times}2^1{+}1{\times}2^0{+}1{\times}2^{-1}{+}1{\times}2^{-2}{+}1{\times}2^{-3}{+}1{\times}2^{-4} = \frac{255}{16}$

2.2 Gebrochenrationale Zahlen in den Systemen Dual, Oktal und Hexadezimal

Dualsystem	Oktalsystem	Hexadezimalsystem
101101.101	55,5	2D.A
10101011.11001101	253.632	AB.CD

3 Aufgabe 3

3.1 Addition im Dualsystem

Lösen Sie die folgenden Aufgaben, indem Sie die Dezimalstellen zuerst in das Dualsystem umwandeln und dann im Dualsystem die Addition durchführen.

$$\begin{array}{lcr} 125_{10} + 199_{10} = & & 01111101 \\ & + & 11000111 \\ \hline & = & 101000100_2 \quad = 324_{10} \end{array}$$

$27_{10} + 30_{10} = 11011_2 + 11110_2 = 111001_2 = 57_{10}$

$115_{10} + 21_{10} = 1110011_2 + 10101_2 = 10001000_2 = 136_{10}$

3.2 Subtraktion im Dualsystem

Subtrahieren Sie die folgenden Zahlen unter Nutzung des Zweierkomplements. Sie haben 8 Stellen zur Verfügung.

$$\begin{array}{lcr} 55_{10} + 120_{10} = & & 00110111 \\ & + & 10001000 \\ \hline & = & 10111111_2 \quad = -65_{10} \end{array}$$

$42_{10} + 12_{10} = 00101010_2 + 11110100_2 = 00011110_2 = 30_{10}$

$18_{10} + 105_{10} = 00010010_2 + 10010111_2 = 10101001_2 = -87_{10}$

3.3 Warum ist die Begrenzung 8 Binärstellen zwingend notwendig

Ohne die Begrenzung auf 8 Binärstellen kann beim höchstwertigen Bit aufgrund des Übertragen ein neues höchstwertiges Bit entstehen. Dadurch würde eine falsche Zahl dargestellt werden.

Bsp. für unbegrenzte Binärstellen:

$$\begin{array}{lcr} 42_{10} - 12_{10} = & & 00101010 \\ & + & 11110100 \\ & & {\scriptstyle 111} \\ \hline & = & 100011110 \quad \neq 30_{10} \end{array}$$

4 Resumee zur dieser Übungsaufgabe

Dauer für

- Durchführung: ca. 1 Stunde
- Dokumentation: ca. 3 Stunden

Welche großen Probleme waren zu lösen?
Einarbeitung in die Umgebung von Latex und anschauliche Darstellung des Lösungsansatzes.