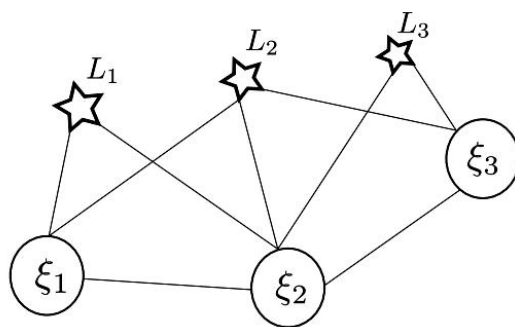


1、第一题



(1) 请绘制上述系统的信息矩阵 Λ

	x1	x2	x3	L1	L2	L3
x1	■	■	□	■	■	■
x2	■	■	■	■	■	■
x3	□	■	■	□	■	■
L1	■	■	□	■	□	□
L2	■	■	■	□	■	□
L3	■	■	■	□	□	■

(2) 请绘制相机 x1 被 marg 之后的信息矩阵 Λ'

	x2	x3	L1	L2	L3
x2	■	■	■	■	■
x3	■	■	□	■	■
L1	■	□	■	□	□
L2	■	■	□	■	□
L3	■	■	□	□	■

—

	x2	x3	L1	L2	L3
x2	■				
x3	□	■			
L1	■				
L2	■				
L3	□				

=

	x2	x3	L1	L2	L3
x2	■	■	■	■	■
x3	■	■	□	■	■
L1	■	□	■	□	□
L2	■	■	□	■	□
L3	■	■	■	□	■

	x2	x3	L1	L2	L3
x2	■	■	■	■	■
x3	■	■	■	■	■
L1	■	■	■	■	■
L2	■	■	■	■	■
L3	■	■	■	■	■

从矩阵上看，marg 掉 x1 之后，L1 和 L2 之间建立了约束，其他地方没有影响。

2、问题二

证明信息矩阵与协方差矩阵逆关系。

证明：

定义 \mathbf{x} 关于参数 θ 的高斯分布为

$$P(\mathbf{x}) = 2\pi^{-\frac{N_\theta}{2}} |\Sigma_\theta|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \theta)^T \Sigma_\theta^{-1} (\mathbf{x} - \theta)\right)$$

而其对应的信息矩阵为

$$\Lambda_{ij} = -\text{Ex}\left[\frac{\partial^2}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \ln P(\mathbf{x}) | \theta\right]$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \ln P(x) &= \frac{\partial^2}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \left(\ln \alpha - \frac{1}{2} (x - \theta)^T \Sigma_\theta^{-1} (x - \theta) \right) \\
&= -\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \theta_i \partial \theta_j} ((x - \theta)^T \Sigma_\theta^{-1} (x - \theta)) \\
&= -\Sigma_{\theta_i \theta_j}^{-1}
\end{aligned}$$

将结果带入上式，得

$$\begin{aligned}
\Lambda_{ij} &= -Ex[-\Sigma_{\theta_i \theta_j}^{-1}] \\
&= -Ex[-\Sigma_{\theta_i \theta_j}^{-1}] \\
&= Ex[\Sigma_{\theta_i \theta_j}^{-1}] \\
&= \int \Sigma_{\theta_i \theta_j}^{-1} P(x) dx \\
&= \Sigma_{\theta_i \theta_j}^{-1} \int P(x) dx \\
&= \Sigma_{\theta_i \theta_j}^{-1}
\end{aligned}$$

因此有 $\Lambda = \Sigma_\theta^{-1}$ ，即信息矩阵等于协方差的逆。

3、问题三

请补充作业代码中单目 Bundle Adjustment 信息矩阵的计算，并输出正确的结果。正确的结果为：奇异值最后 7 维接近于 0，表明零空间的维度为 7。

待补充的代码如下：

```
H.block(poseNums*6+j*3,poseNums*6+j*3,3,3) += jacobian_Pj.transpose()*jacobian_Pj; (1)
```

```
H.block(i*6,poseNums*6+j*3,6,3) += jacobian_Ti.transpose() * jacobian_Pj; (2)
```

```
H.block(poseNums*6+j*3,i*6,3,6) += jacobian_Pj.transpose() * jacobian_Ti; (3)
```

(1)式是路标点自身的信息矩阵，(2)为相机位姿关于路标点的信息矩阵，(3)为路标点关于相机位姿的信息矩阵。H 矩阵 SVD 分解得到的奇异值最后七位为：

```

1.25708e-16
8.63763e-17
5.18689e-17
4.38809e-17
2.98776e-17
1.45304e-17
1.59456e-18

```