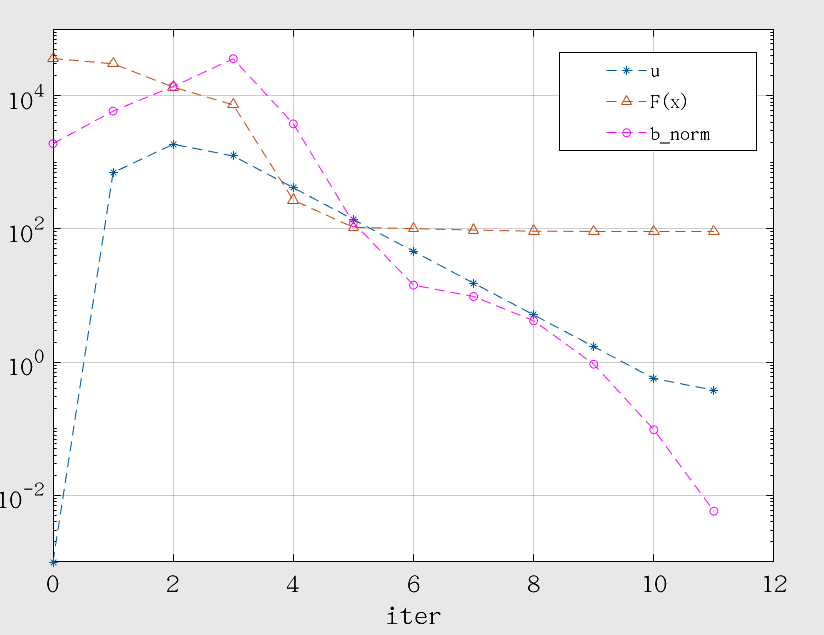
1. 问题一

样例代码给出了使用 LM 算法来估计曲线 y = exp(ax2 + bx + c)参数 a, b, c 的完整过程。

1. 请绘制样例代码中 LM 阻尼因子 µ 随着迭代变化的曲线图



上图中星虚线即为µ随着迭代次数的变化，再后期该值会降低来降低阻尼项，迭代优化趋向于高斯牛顿法。三角虚线是F(x)项该值到后面基本不会变化，而b\_norm圆虚线与F(x)一阶导数有关，在优化后期该值趋于0，证明优化迭代到最优点。

1. 将曲线函数改成 y = ax2 + bx + c，请修改样例代码中残差计算，雅克比计算等函数，完成曲线参数估计

将残差和雅可比计算进行修改：

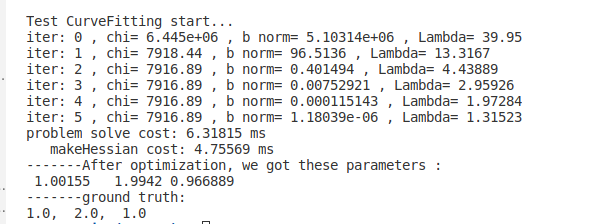
residual\_(0) = ( abc(0)\*x\_\*x\_ + abc(1)\*x\_ + abc(2) ) - y\_;

 jaco\_abc << x\_ \* x\_ , x\_, 1;

因为原先的指数函数x取值范围取[0,1],噪声方差设置为1相对于指数函数的值还是很小的。但是改成二次函数后，y在x[0,1]范围的取值为[1,4]，噪声方差相对于y过大，无法获得较好的优化结果。这里将x设置在[0,10]，数据量变为2000，噪声方差设置为2。其真值和测量值如下图：

linear_iter

经过六次迭代结果如下：



寻优结果基本上接近真实值，实际实验发现结果准确性受到噪声的方差，采集的测量值数量等影响。噪音方差小、测量值多迭代的最终结果越接近真值。

1. 问题二
2. 证明

证

*=*

最后一步因为0,所以。

1. 证明

证明过程与证明类似，这里直接从中间证明。证：

*=*

1. 问题三

非线性最小二乘问题一般使用高斯牛顿法进行求解，进一步为了防止变化过大会引入阻尼因子，所以有：。实际处理时对半正定矩阵进行特征值分解，设其对应的特征值为，特征向量为，即。证明：

证：

1. 带入，得

1. 公式两边同左乘，得

1. 令，又因是对角阵，可得

1. 因为，得

=