Lesson 1 知识点

1. 旋转矩阵、四元数和角轴

角轴： ，表示绕单位向量旋转角度

旋转矩阵：R

四元数：q =

1-1旋转矩阵与角轴

1）角轴->旋转矩阵（罗德里格斯公式）

(1-1)

当旋转极小的角度时有：

+

2）旋转矩阵->角轴

, (即R特征值为1的特征向量) (1-2)

1-2 四元数与角轴

1）角轴->四元数

（1-3）

当旋转极小的角度时有：

2）四元数->角轴

(1-4)

1-3 旋转矩阵和四元数

四元数->旋转矩阵

(1-5)

旋转矩阵->四元数

(1-6)

1. 李群和李代数

2-1定义

李群

SO(3)是特殊正交群，其对乘法是封闭的（即两个SO(3)的旋转矩阵相乘，依然属于SO(3)）。旋转矩阵对于加法是不封闭的，所以其微分操作不能通过加法进行。而在优化旋转状态量的时候需要确定其微分量，为了研究微分方法提出了李代数。

李代数

-> -> (1-7)

根据公式(1-7)，可知是一个反对称矩阵，则可令

(1-8)

其中即为李代数so(3)，通过指数映射可将李群和李代数关联起来，而即上面提到的角轴。

2-2映射

根据上述定义有：

exp : -> log : R -> Exp : -> R Log: R ->

2-3性质

罗德里格斯和指数映射：

近似：

伴随：

BCH近似：

(为小量)

(为小量)

2-4微分和扰动模型

1. 旋转矩阵和四元数扰动模型

附件：

1. 公式（1-1）罗德里格斯公式证明：
2. 公式（1-5）证明：

假设对于空间三维点p进行旋转得，用旋转矩阵R和四元数q表示有：

可得：

需要利用四元数的如下性质：

1. 是q的共轭，虚部为q的负对数，且有
2. 四元数的左乘和右乘公式（如下截图）

