

# 佇列系統模擬 (HW4)

本筆記本根據 HW4 的要求，模擬一個 M/M/1 佇列系統，並比較兩種服務情境。第一部分著重於模擬單一 M/M/1 佇列並驗證其系統時間。第二部分則比較單一 M/M/1 佇列（服務速率加倍）與兩個並行的 M/M/1 佇列（原始服務速率）的顧客平均等待時間。

模擬方法採用離散事件模擬。顧客的抵達間隔時間與服務時間均假設服從指數分佈，並使用反轉換抽樣法 (Inverse Transform Sampling) 產生隨機樣本。我們將收集並分析顧客的系統時間與等待時間等關鍵指標。

## 第一部分：M/M/1 佇列系統模擬

**目標：**模擬 M/M/1 佇列，記錄每位顧客的系統時間（從進入系統到完成服務的時間），並驗證模擬得到的平均系統時間是否接近理論值  $E[T] = 1/(\mu - \lambda)$ 。

**參數設定：**將測試不同的抵達率  $\lambda$ ，服務率  $\mu$  將保持固定或按比例調整。

## 第二部分：兩種服務情境比較

**目標：**比較兩種情境下顧客的平均等待時間 ( $W_q$ )，以判斷何者對顧客較有利。

**情境 A：**單一 M/M/1 佇列，服務速率變為  $2\mu$ 。其理論平均等待時間  $W_q = \lambda / (2\mu * (2\mu - \lambda))$ 。

**情境 B：**設立兩個獨立的 M/M/1 佇列，每個佇列的服務速率維持  $\mu$ ，總抵達率  $\lambda$  平均分配給兩個佇列（即每個佇列的抵達率為  $\lambda/2$ ）。其理論平均等待時間  $W_q = (\lambda/2) / (\mu * (\mu - \lambda/2))$ 。

**參數設定：**將基於第一部分的  $\lambda$  與  $\mu$  值進行調整。

# 模擬結果

[程式連結](#)

1. M/M/1 系統時間結果：

arrival_rate_input	service_rate_input	simulated_mean_time	theoretical_mean_time
0.2000	1.0000	1.2332	1.2500
0.5000	1.0000	2.0185	2.0000
0.8000	1.0000	4.9247	5.0000

2. 等待時間情境比較結果：

scenario	base_arrival_rate	arrival_rate	service_rate	simulated_mean_time	theoretical_mean_time
A (1S,2μ)	0.2000	0.2000	2.0000	0.0588	0.0556
B (2S,μ)	0.2000	0.1000	1.0000	0.1072	0.1111
A (1S,2μ)	0.5000	0.5000	2.0000	0.1757	0.1667
B (2S,μ)	0.5000	0.2500	1.0000	0.3304	0.3333
A (1S,2μ)	0.8000	0.8000	2.0000	0.3241	0.3333
B (2S,μ)	0.8000	0.4000	1.0000	0.6663	0.6667

# 結論

本次模擬研究成功完成了兩項主要任務：

1. **M/M/1 系統驗證**：透過離散事件模擬，我們對 M/M/1 佇列系統的平均系統時間進行了估計。模擬結果顯示，在不同的顧客抵達率  $\lambda$  (0.2, 0.5, 0.8) 和固定的服務率  $\mu$  (1.0) 條件下，模擬得到的平均系統時間與理論公式  $E[T] = 1/(\mu - \lambda)$  的計算結果高度一致。這驗證了所建構模擬模型的準確性。
2. **服務情境比較**：我們比較了兩種服務資源配置策略對顧客平均等待時間的影響：
  - 情境 A：單一服務站，服務速率加倍 ( $2\mu$ )。
  - 情境 B：兩個獨立的並行服務站，每個服務站速率為  $\mu$ ，分擔總抵達率。在所有測試的基礎抵達率  $\lambda$  (0.2, 0.5, 0.8) 下，模擬數據一致表明，**情境 A (單一高速服務站)** 能夠提供更短的顧客平均等待時間。這意味著在總服務能力相同 (均為  $2\mu$  的潛在處理能力) 的情況下，將資源集中以提升單一服務點的效率，比將資源分散到多個處理速率較低的服務點，對減少顧客等待時間更為有利。

綜上所述，本模擬不僅驗證了 M/M/1 佇列的基本理論，也為服務系統設計提供了一個有價值的洞見：在特定條件下，提升服務速度可能比增加服務通道數量是更優的策略。