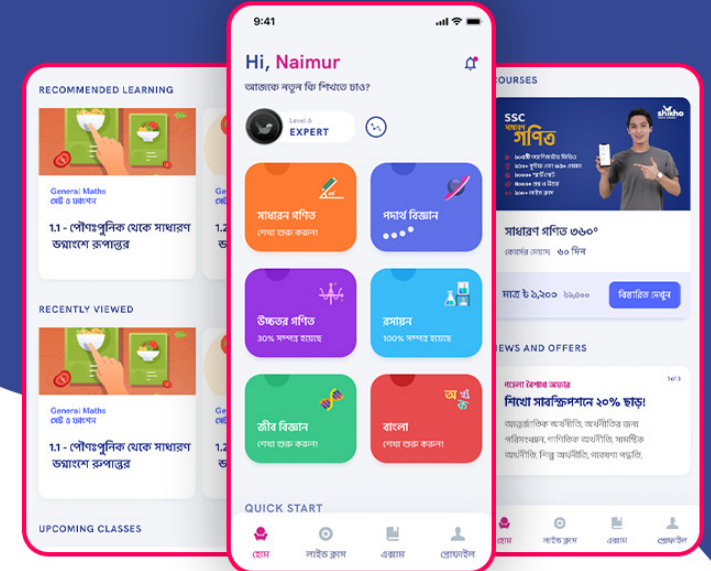


HSC উচ্চতর গণিত ১ম পত্র

ডায়েরী
স্বাক্ষর

অধ্যায় ১ :
ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক
পর্বঃ ১





MENTOR

TAHSIN ANJUM

B.Sc in EEE

Islamic University of Technology

MATHEMATICS SPECIALIST

**4+ YEARS OF
TEACHING EXPERIENCE**

আজকে আমরা যা শিখবো

ম্যাট্রিক্স ও লায়ন

- ম্যাট্রিক্স ✓
- বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স ✓
- ম্যাট্রিক্সের সমতা ✓
- ম্যাট্রিক্সের যোগ ✓
- ম্যাট্রিক্সের বিয়োগ ✓
- উদাহরণ

ম্যাট্রিক্স

সংজ্ঞা: সারি বা কলাম আকারে আয়তাকার বা বর্গাকারে সাজানো বিন্যাস

আবিষ্কারক: ব্রিটিশ গণিতবিদ ক্লে

উপাদান / ভুক্তি

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

• LIVE

ম্যাট্রিক্সের মাত্রা

ORDER

ম্যাট্রিক্সের ক্রটি →

a_{ij} → i → সারি-
সংখ্যা
 j → স্তম্ভ-
সংখ্যা

সারি ১ →
সারি ২ →
সারি ৩ →

-9	2	3
6	7	4
-6	-1	0

= A

(সারি-সংখ্যা) \times (স্তম্ভ-সংখ্যা)

3 \times 3
3 into 3
3 by 3

-2	3
6	-4
-11	13

3 \times 2

$a_{32} = ?$ $A_{3 \times 3}$

মাত্রা = $m \times n$ উদাহরণ -

$$\left. \begin{array}{l} a_{11} = -2 \\ a_{12} = 3 \\ a_{21} = 6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a_{22} = -4 \\ a_{31} = -11 \\ a_{32} = 13 \end{array}$$

• LIVE

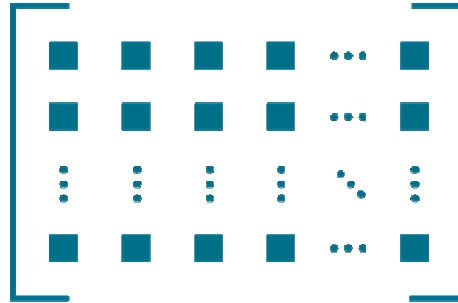
বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

Row ≠ Column

✓ আয়তাকার ম্যাট্রিক্সঃ সারি সংখ্য ≠ কলাম সংখ্য

$$A_{3 \times 2}$$

$$A_{1 \times 4}$$



মি- \leftarrow

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 3 \\ 2 & -7 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

\rightarrow কলাম

2×4

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

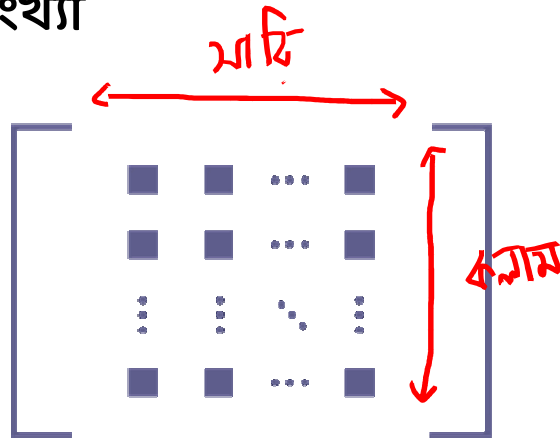
বর্গ ম্যাট্রিক্স: সারি সংখ্য = কলাম সংখ্য

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A_{2 \times 2} \checkmark$$

$$A_{3 \times 3} \checkmark$$

$$A_{4 \times 4} \checkmark$$



• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

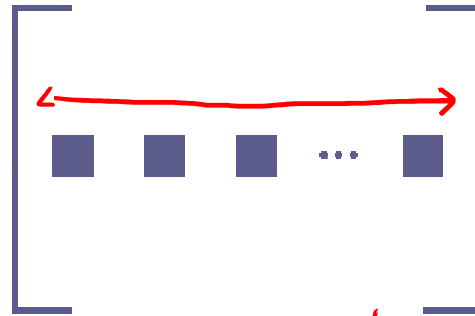
সারি ম্যাট্রিক্সঃ একটি মাত্র সারি বিদ্যমান

$A_{1 \times n}$

$A_{1 \times 3}$

$A_{1 \times 4}$

$$\rightarrow \begin{matrix} & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ [-5 & 4 & 6 & 3 & 2 & 0] = A_{1 \times 6} \end{matrix}$$



$A_{1 \times n}$

$A_{n \times 1}$

$A_{n \times n}$

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

কলাম ম্যাট্রিক্সঃ একটি মাত্র কলাম বিদ্যমান

$A_{m \times 1}$

$A_{2 \times 1}$

$$A_{3 \times 1}$$
 $A_{4 \times 1}$

↓

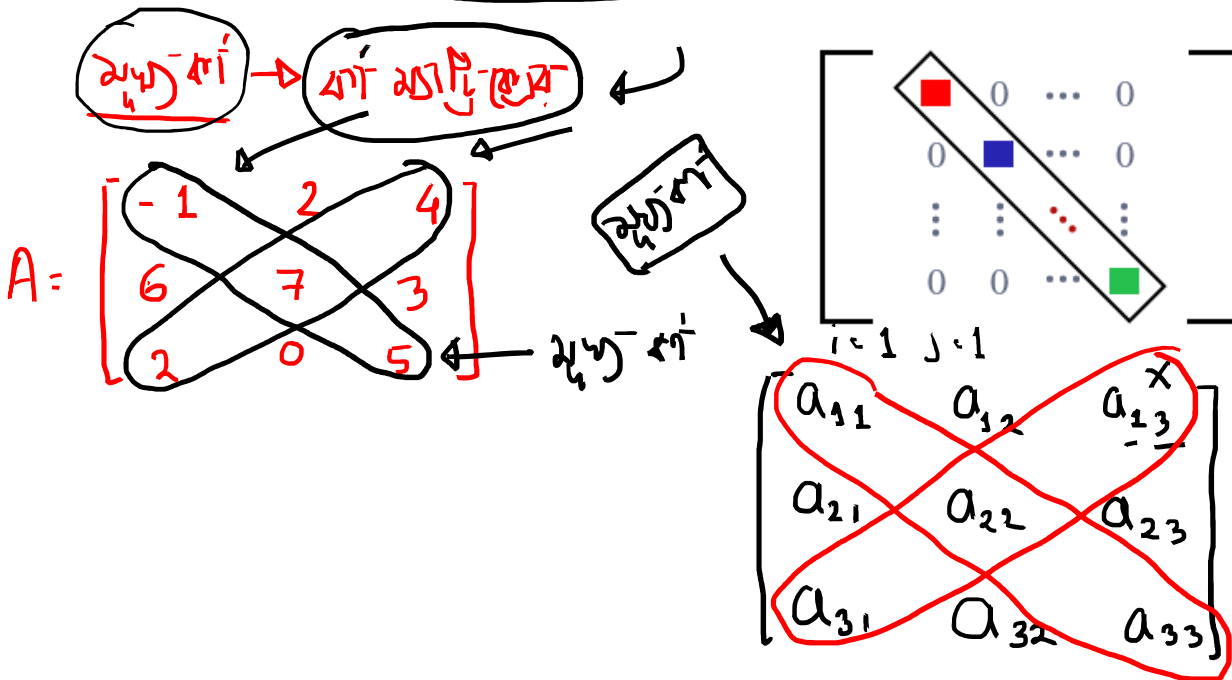
→ $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 6 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

↖

$A_{5 \times 1}$

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

কর্ণ ম্যাট্রিক্স: $a_{ij} = 0$ যখন $i \neq j$ এবং কর্ণে অবস্থিত উপাদান ছাড়া অন্য সকল উপাদান শূন্য



মুখ্য-কর্ণ উপাদান থাকবে } কর্ণ ম্যাট্রিক্স
অন্য উপাদান শূন্য

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

মুখ্য-কর্ণ ২৪ $i = j$ এর উপাদান
শূন্য

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

স্কেলার ম্যাট্রিক্স:

✓ এক ধরনের কর্ণ ম্যাট্রিক্স

- অশূণ্য উপাদানগুলো সমান

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

কর্ণ ম্যাট্রিক্স

$$\begin{bmatrix} \blacksquare & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \blacksquare & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \blacksquare \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

সমান ২৩২৩

কর্ণ ম্যাট্রিক্স = $\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$

সমান

স্কেলার ম্যাট্রিক্স = $\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$

সমান

আইডেনটিটি ম্যাট্রিক্স $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

২৩২৩

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

অভেদক ম্যাট্রিক্স: (Identity Matrix) I_n ম্যাট্রিক্স

- প্রধান কর্নের সকল উপাদান 1
- অবশিষ্ট সকল উপাদান 0

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3×3

$I_n =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

$n \times n$

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$I_2 :$

$I_4 :$

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

শূণ্য ম্যাট্রিক্সঃ প্রত্যেকটি উপাদান বা ভুক্তি ০

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

Upper triangular Matrix

উর্ধ্ব ত্রিভুজাকৃতি ম্যাট্রিক্সঃ প্রধান কর্ণের নিচে অবস্থিত সবগুলো উপাদান শূন্য

উদাহরণ

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 & 7 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

মান আছে

$$\begin{bmatrix} \text{...} & \text{...} & \text{...} \\ 0 & \text{...} & \text{...} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \text{...} \end{bmatrix}$$

মান থাকবে

$$\begin{bmatrix} \text{...} & 0 & 0 \\ \text{...} & \text{...} & 0 \\ \text{...} & \text{...} & \text{...} \end{bmatrix}$$

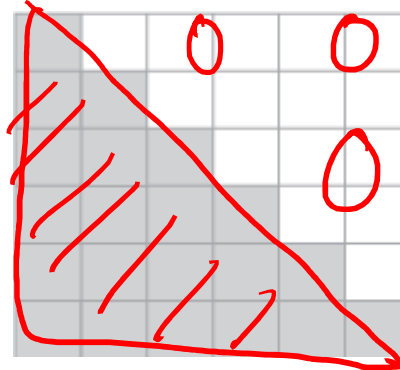
• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

lower triangular Matrix

নিম্ন ত্রিভুজাকৃতি ম্যাট্রিক্সঃ প্রধান কর্ণের উপরে অবস্থিত সবগুলো উপাদান শূন্য

$$\begin{bmatrix} -7 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 0 \\ 6 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$



• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

Singular matrix

ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্সঃ ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়কের মান শূন্য

$A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

$\det A = 0$

$|A| = \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = (5 \times 2) - (4 \times 3) = 10 - 12 = -2$

$|A| = 0$

$|A| = 12 - 12 = 0$

$\begin{bmatrix} 7 & 21 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$
 $= (7 \times 3) - (21 \times 1) = 21 - 21 = 0$

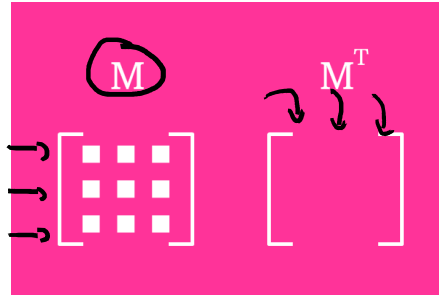
সিঙ্গুলার ম্যাট্রিক্স	নির্ণায়ক
⊗ মান নেই	⊗ মান আছে
⊗ সমস্ত অংক শূন্য	⊗ কী-ম্যাট্রিক্স
⊗ 2×3	
⊗ $2 \times 2 \rightarrow \checkmark$	

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

বিশ্ব ম্যাট্রিক্স/Transpose Matrix: সারিকে কলামে এবং কলাম কে সারিকে পরিণত করে যে নতুন ম্যাট্রিক্স পাওয়া যায়, তাকে বিশ্ব বা Transpose Matrix বলে

$$\begin{matrix} \textcircled{A} \\ \downarrow \\ \underline{\underline{A^T}} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 3 & -1 & 0 \\ -7 & 11 & 14 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 3 & -7 \\ 4 & -1 & 11 \\ 6 & 0 & 14 \end{bmatrix}$$



$$\underline{A', A^T, A^t}$$

• LIVE

Poll question

২য় প্রশ্ন
৫ম প্রশ্ন

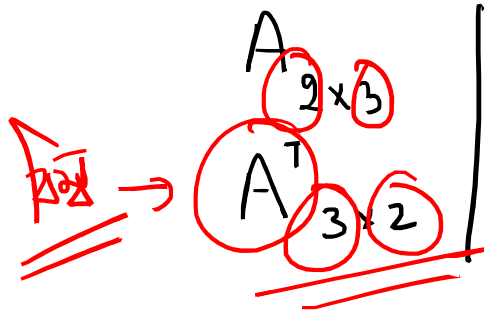
২x৩ মাত্রার ম্যাট্রিক্সের বিপরীত ম্যাট্রিক্স এর মাত্রা কত?

a. 2×3

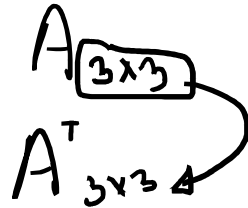
~~b. 3×2~~

c. 2×2

d. none



১) $m \times n$ ক্রমের Matrix এর বিপরীত
Matrix এর মাত্রা $n \times m$



• LIVE

V.V.1 DV / BUET

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

ম্যাট্রিক্স এর ট্রেস বর্গ ম্যাট্রিক্সের মুখ্য কর্ণের উপাদানের যোগফল

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 7 & 6 \end{bmatrix} = 2 + 6 = 8 \leftarrow \text{Trace / ট্রেস}$$

$$\text{Trace}(A) = 6 + 2 = 8$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$1 + 4 = 5$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 6 \end{bmatrix}$$

$$1 + 7 = 8$$

বর্গ ম্যাট্রিক্স
না!

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

$$\text{Trace} = a + e + i$$

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

অ্যাডজয়েন্ট ম্যাট্রিক্স / Adjoint Matrix:

← নিম্নের Related

↘ কিউ
Matrix

৩x৩
ম্যাট্রিক্স

• LIVE

Symmetric Matrix

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স ৯৯

প্রতিসম ম্যাট্রিক্স বর্গ ম্যাট্রিক্স কে বিস্ম ম্যাট্রিক্সে পরিণত করলে যদি ম্যাট্রিক্সটি অপরিবর্তিত থাকে তাকে প্রতিসম ম্যাট্রিক্স বলে

প্রতিসম matrix

$$A = A^T$$

প্রতিসম matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 3 & 6 & -4 \\ -5 & -4 & -7 \end{bmatrix}$$

$$A^T =$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 3 & 6 & -4 \\ -5 & -4 & -7 \end{bmatrix}$$

$$A = A^T$$

একটি matrix

$$A =$$

$$\begin{bmatrix} -5 & 7 & -11 \\ 7 & 6 & 2 \\ -11 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

এটা
ইউজ

• LIVE

স্বপরিম

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

→ মূল্য ০ → ০

বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স: বর্গ ম্যাট্রিক্স $A = (a_{ij})_{n \times n}$ কে বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স বলে যদি $A^t = -A$ হয়

উভয়ম $\rightarrow A = A^T$

স্বপরিম $\rightarrow A = -A^T$

A = $\begin{bmatrix} 0 & -6 & -4 \\ 6 & 0 & 7 \\ 4 & -7 & 0 \end{bmatrix}$

$A^T = \begin{bmatrix} 0 & 6 & 4 \\ -6 & 0 & -7 \\ -4 & 7 & 0 \end{bmatrix}$

$-A^T = \begin{bmatrix} 0 & -6 & -4 \\ 6 & 0 & 7 \\ 4 & -7 & 0 \end{bmatrix}$

→ মূল্য ০ → ০

$A = \begin{bmatrix} 0 & -11 & 6 \\ 11 & 0 & -2 \\ -6 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

স্বপরিম
/ স্বপরিম

• LIVE

Poll question

MCO
HSC
শিক্ষার্থী

$$\begin{bmatrix} 4 & 6 & 10 \\ -8 & k-3 & 9 \\ 12 & 11 & -2 \end{bmatrix}$$

ম্যাট্রিক্সের ট্রেস ২৫ হলে $k=?$

a. 22

b. 23

c. 24

~~d. 26~~

$$\rightarrow \underline{4} + \underline{(k-3)} + \underline{(-2)} = 25$$

$$4 + k - 3 - 2 = 25$$

$$k - 1 = 25$$

$$\boxed{k = 26}$$

• LIVE

উদাহরণ ২ | Idempotent

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স less imp

সমঘাতি ম্যাট্রিক্স: কোন ম্যাট্রিক্সকে বর্গ করলে যদি আদি ম্যাট্রিক্স পাওয়া যায়, তাকে সমঘাতি ম্যাট্রিক্স বলে

মূল $(A \cdot A) = A^2$

$A^2 = A$ ← যদি

$A^2 = A$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} \quad \leftarrow$$

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

উদঘাতিক ম্যাট্রিক্স: যদি কোন ম্যাট্রিক্সকে বর্গ করলে Identity Matrix-এ পরিণত হয়, তবে তাকে উদঘাতিক ম্যাট্রিক্স বলে

$$A^2 = I$$

$$A \cdot A = I$$

$A \leftarrow$ উদঘাতিক Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -8 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

যায়া

~~অন্য~~

$A^{-1} = \frac{Adj(A)}{|A|}$



Complex number / জটিল সংখ্যা

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

$$\begin{aligned} a+bi &\rightarrow a-bi \\ a-bi &\rightarrow a+bi \end{aligned}$$

অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স: কোন জটিল ম্যাট্রিক্স এর জটিল রাশিগুলোর অনুবন্ধি দিয়ে এবং অন্যান্য উপাদান স্ব স্ব স্থানে অপরিবর্তিত রেখে যে ম্যাট্রিক্স পাওয়া যায়, তাকে অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স বলে

H.M. Math
Paper-2
Chapter-3

জটিল সংখ্যা

$$\frac{3+4i}{3-4i}$$

$$a+bi = \text{বাস্তব সংখ্যা} + \text{কাল্পনিক সংখ্যা}$$

$$i = \sqrt{-1}$$

$$\sqrt{-1} \times \text{Math error}$$

উল্লম্ব

$$A = \begin{bmatrix} 4-3i & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 4+3i & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 4+5i & 2 \\ 4 & 6-3i \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 4-5i & 2 \\ 4 & 6+3i \end{bmatrix}$$

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

হারমিশিয়ান ম্যাট্রিক্স: কোন জটিল বর্গ ম্যাট্রিক্স এর অনুবন্ধীর ট্রান্সপোজ করলে আদি ম্যাট্রিক্স এ ফাইল আসলে তাকে হারমিশিয়ান ম্যাট্রিক্স বলে

mnth $A = (\bar{A})^T$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3-4i & 5+6i \\ 3+4i & 4 & -3i \\ 5-6i & 3i & 7 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3+4i & 5-6i \\ 3-4i & 4 & 3i \\ 5+6i & -3i & 7 \end{bmatrix}$$

$$(\bar{A})^T = \begin{bmatrix} 2 & 3-4i & 5+6i \\ 3+4i & 4 & -3i \\ 5-6i & 3i & 7 \end{bmatrix}$$

S.C

$$A^c = \begin{bmatrix} 4 & 4-3i & -4i \\ 4+3i & 6 & 5+6i \\ 4i & 5-6i & 2 \end{bmatrix}$$

২য় মেট্রিক্স

**ANY
QUESTION**

