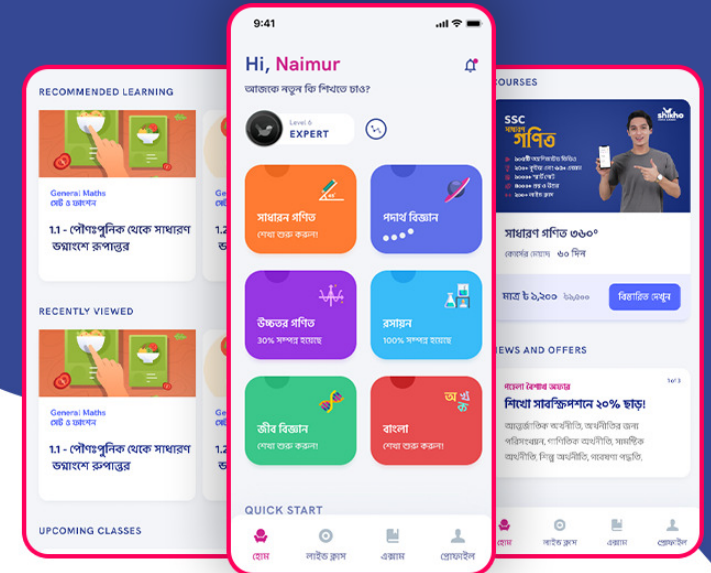


HSC উচ্চতর গণিত ১ম পত্র

অধ্যায় ১ :
ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক
পর্বঃ ২





MENTOR

TAHSIN ANJUM

B.Sc in EEE

Islamic University of Technology

MATHEMATICS SPECIALIST

**4+ YEARS OF
TEACHING EXPERIENCE**

আজকে আমরা যা শিখবো

- ম্যাট্রিক্সের গুণন
- স্কেলার গুণিতক
- ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়ক
- অনুরাশি ও সহগুণন
- ইনভার্স ম্যাট্রিক্স ✓
- ব্যাতিক্রমী ম্যাট্রিক্স ✓
- গাণিতিক সমস্যা

ম্যাট্রিক্সের সমতা

যদি এবং কেবল যদি দুটি ম্যাট্রিক্সের মাত্রা সমান হয় এবং একটির উপাদান অপরটির অনুরূপ উপাদানের সমান হয়, তবে ম্যাট্রিক্স দুটি সমান হবে।

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 6 & -7 \end{bmatrix}$$

$2 \times 2 \rightarrow 2 \times 2$

$$\begin{aligned} a &= 3 \\ b &= 4 \\ c &= 6 \\ d &= -7 \end{aligned}$$

Ques

$$\begin{bmatrix} x+2y & 5 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & x+y \\ a & -b \end{bmatrix}$$

এতে, $x+2y - a + b = ?$

$$\begin{aligned} x+2y &= 8 \\ x+y &= 5 \\ a &= 2 \\ -b &= -3 \\ \therefore b &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (x+2y) - a + b \\ & \downarrow \\ & 8 - 2 + 3 \\ & = 9 \quad \text{Ans} \end{aligned}$$

• LIVE

ম্যাট্রিক্সের যোগ বিয়োগ

- সমপর্যায়ের ম্যাট্রিক্স - যাদের সারি ও কলাম সংখ্যা সমান \rightarrow $n \times n$ ম্যাট্রিক্স
- এরূপ দুইটি সমপর্যায়ের ম্যাট্রিক্সের সংশ্লিষ্ট উপাদানের যোগ বা বিয়োগের মাধ্যমে ম্যাট্রিক্সের যোগ বা বিয়োগ করা হয়

$$\begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

* মাত্রা একই হওয়া লাগবে।

• LIVE

ম্যাট্রিক্সের যোগ বিয়োগের নিয়ম

$$\begin{matrix} 2 \times 2 & & 2 \times 2 \\ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} & + & \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} \\ = & & \begin{bmatrix} a+2 & b+4 \\ c+6 & d+3 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \begin{bmatrix} 3 & -6 & 2 \\ 0 & 3 & 9 \\ -4 & 10 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 6 & 9 \\ -4 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -5 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 3-2 & -6-6 & 2-9 \\ 0+4 & 3-0 & 9+1 \\ -4-1 & 10-2 & -1+5 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 1 & -12 & -7 \\ 4 & 3 & 10 \\ -5 & 8 & 4 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

• LIVE

ম্যাট্রিক্সের যোগ বিয়োগ সংক্রান্ত উদাহরণ

❖ $A = \begin{bmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 8 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} -4 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্স দুইটির সমষ্টি ও অন্তর নির্ণয় কর।

↗ $A+B$ ↘ $A-B$

$$A+B = \begin{bmatrix} 4 & 10 & 1 \\ 1 & 4 & 10 \\ 10 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$A-B = \begin{bmatrix} 12 & -2 & -3 \\ 1 & 2 & -4 \\ \underline{0} & \underline{0} & 7 \end{bmatrix} \quad \text{Ans}$$

• LIVE

ম্যাট্রিক্সের যোগ বিয়োগ সংক্রান্ত উদাহরণ

❖ $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 4 \\ -4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 6 \\ 2 & 0 & -7 \\ 3 & 5 & 0 \end{bmatrix}$ হলে, $7A - 5B$ নির্ণয় কর।

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \\ 6 & 4 \\ 2 & 10 \end{bmatrix}$$
$$2A = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 10 \end{bmatrix}$$

$$7A = \begin{bmatrix} 21 & 7 & -7 \\ 14 & 21 & 28 \\ -28 & 35 & 42 \end{bmatrix}$$

$$5B = \begin{bmatrix} 5 & -20 & 30 \\ 10 & 0 & -35 \\ 15 & 25 & 0 \end{bmatrix}$$

V.V.1

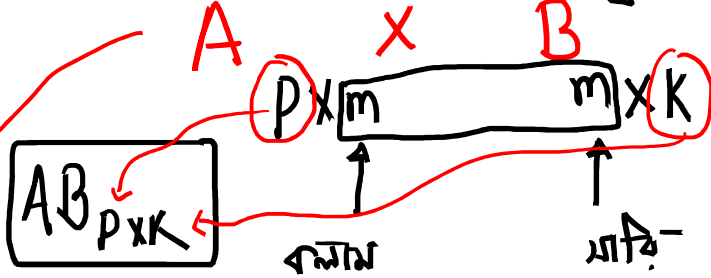
(ସାଧ/ପିଆ)

$A_{m \times n}$

$+ B_{m \times n}$

ମାଟ୍ରିକ୍ସ ଗୁଣନ

ଉଦା.



$A_{2 \times 3} \times B_{3 \times 3} \rightarrow$ ଉନଶହ

$A_{2 \times 1} \times B_{1 \times 3} \rightarrow$ ଉନଶହ ନା

ଉଦା.:- ଯଦି Matrix ଯଦି କଲମ = ଯଦି Matrix ଯଦି କଲମ

$A_{2 \times 3} \times B_{3 \times 2}$

$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}$

କଲମ ସାଦି କଲମ

ଉନଶହ $\rightarrow AB_{2 \times 2}$

$B_{3 \times 2} \times A_{2 \times 3} \rightarrow BA_{3 \times 3}$

$$= \begin{bmatrix} 2 \times 5 + 4 \times 10 & 2 \times 2 + 4 \times 3 \\ 3 \times 5 + 6 \times 10 & 3 \times 2 + 6 \times 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 & 16 \\ 75 & 24 \end{bmatrix}$$

LIVE

3x3

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \\ 6 & -3 & 7 \end{bmatrix}$$

গুণের নিয়ম

$$\begin{bmatrix} -1 & -5 & 10 \\ 0 & 4 & 9 \\ 3 & 0 & -8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 \times -1 + 3 \times 0 + 5 \times 3 & 4 \times -5 + 3 \times 4 + 5 \times 0 & 4 \times 10 + 3 \times 9 + 5 \times -8 \\ 1 & -10 & 12 \\ 6 \times (-1) + (-3) \times 0 + 7 \times 3 & 6 \times (-5) + (-3) \times 4 + 7 \times 0 & 6 \times 10 + (-3) \times 9 + 7 \times -8 \end{bmatrix}$$

• LIVE

V.V.O.I

ম্যাট্রিক্স এর গুণফল আকারে প্রকাশ

$$\begin{aligned} a_1x_1 + b_1x_2 + c_1x_3 &= d_1 \\ a_2x_1 + b_2x_2 + c_2x_3 &= d_2 \\ a_3x_1 + b_3x_2 + c_3x_3 &= d_3 \text{ হলে,} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} 4x + 3y - 5z &= 10 \\ 3x + 2y + z &= -5 \\ 6x - 5y + 3z &= 11 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 5x - 4y = 3 \end{cases} \text{ দুই লাইনকে যোগ করি}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

2x2 2x1 2x1

2x1 2x1

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & -5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 6 & -5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ -5 \\ 11 \end{bmatrix}$$

• LIVE

2x2
3x3

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= (2 \times 6) - (4 \times 1)$$

$$= 12 - 4$$

$$= 8$$

ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়ক

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 3 & 1 \\ 5 & -2 & -4 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} \oplus 2 & \ominus 4 & \oplus 6 \\ 0 & 3 & 1 \\ 5 & -2 & -4 \end{vmatrix}$$

১ম সারি দিয়ে

$$\begin{bmatrix} -3 & 4 & 0 \\ 2 & -6 & 1 \\ 4 & 10 & -7 \end{bmatrix}$$

= Ans

$$= \oplus 2 \{ (3 \times -4) - (1 \times -2) \} - 4 \{ (0 \times -4) - (1 \times 5) \} + 6 \{ (0 \times -2) - (3 \times 5) \}$$

$$= \boxed{} \text{ Ans}$$

$$\begin{aligned} & -3(42 - 10) - 4(-14 - 4) + 0() \\ & = -3(32) - 4(-18) \\ & = -96 + 72 = \boxed{-24} \end{aligned}$$

• LIVE

Poll Question - 1

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

এটি কি ধরনের ম্যাট্রিক্স?

(a) Scalar Matrix

(b) Identity Matrix

~~(c) Diagonal Matrix~~ / *এক ম্যাট্রিক্স*

(d) Column Matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

• LIVE

অনুবাশি ও সহগুণন \rightarrow adj Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$1,1$ (row 1, column 1)
 $1,2$ (row 1, column 2)
 $2,1$ (row 2, column 1)
 $2,2$ (row 2, column 2)

* A এর অনুরাশি নির্ণয় করার ক্ষেত্রে $\begin{bmatrix} +6 & -3 \\ -7 & +2 \end{bmatrix}$; $\boxed{\text{সহগুণক}} = \begin{bmatrix} +6 & -3 \\ -7 & +2 \end{bmatrix}$

2 এর অনুরাশি = 6

7 এর অনুরাশি = 3

3 এর অনুরাশি = 7

6 এর অনুরাশি = 2

$\boxed{\text{সহগুণক} = (-1)^{i+j} \times \text{অনুরাশি}}$

2 এর সহগুণক = $(-1)^{1+1} \times 6 = (-1)^2 \times 6 = 6$

7 এর সহগুণক = $(-1)^{1+2} \times 3 = (-1)^3 \times 3 = -3$

3 এর সহগুণক = $(-1)^{2+1} \times 7 = (-1)^3 \times 7 = -7$

6 এর সহগুণক = $(-1)^{2+2} \times 2 = (-1)^4 \times 2 = 2$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 6 & 7 & 0 \\ -3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A_{\text{adj}} = \begin{bmatrix} 35 & 30 & 45 \\ 16 & 13 & 20 \\ -7 & -6 & -10 \end{bmatrix}$$

$$A_{\text{inv}} = \begin{bmatrix} \oplus 35 & \ominus 30 & \oplus 45 \\ \ominus 16 & \oplus 13 & \ominus 20 \\ \oplus -7 & \ominus -6 & \oplus -10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} + & - \\ - & + \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 35 & -30 & 45 \\ -16 & 13 & -20 \\ -7 & 6 & -10 \end{bmatrix}$$

2x2nd
Matrix

ইনভার্স ম্যাট্রিক্স

$$A, \quad A^{-1} = \frac{\text{Adj}(A)}{|A|}$$

সহজগত ম্যাট্রিক্স = $\begin{bmatrix} +7 & -3 \\ -5 & +4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{Adj}(A) = \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = ?$$
$$|A| = 28 - 15 = 13$$

$$A^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

Ans

Poll Question - 2

$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 4 & -5 & 6 \end{bmatrix}$ হলে $\text{Adj}(A) = ?$

(Note: The matrix is labeled as 2x3 in the original image, but it is a 2x3 matrix, not a square matrix, which makes the adjugate operation invalid. A red 'X' is placed below the question.)

• LIVE

ম্যাট্রিক্সের সমস্যা

$$\begin{bmatrix} x-y & 1 \\ 7 & x+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} \quad x, y = ? \quad \text{MCQ}$$

$$\begin{array}{l|l} x-y=8 & -2-y=8 \\ x+4=2 & -y=10 \\ \hline x=-2 & y=-10 \end{array}$$

• LIVE

ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} \alpha + 2 & 2 \\ 8 & \alpha - 4 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হবে যদি $\alpha = ?$

$$|A| = 0$$

$$\rightarrow 6, -4$$

$$|A| = 12 - 12 = 0$$

$$(\alpha + 2)(\alpha - 4) - 16 = 0$$

$$\Delta, \alpha^2 - 4\alpha + 2\alpha - 8 - 16 = 0$$

$$\Delta, \alpha^2 - 2\alpha - 24 = 0$$

$$\Delta, \alpha^2 - 6\alpha + 4\alpha - 24 = 0$$

$$\alpha(\alpha - 6) + 4(\alpha - 6) = 0$$

$$(\alpha - 6)(\alpha + 4) = 0$$

$$\alpha = 6, -4$$

• LIVE

কর্ণ, ট্রেস, মুখ্যপদ ও মাধ্যমিক পদ

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 7 & 3 & 1 \\ 0 & -5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{Trace} = 2 + 3 + 4 = \underline{9}$$

H.W

সম্বলিত সমস্যা

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ হয় তবে, } A^3 - 2A^2 - 5I - 10I = ?$$

• LIVE

H.W

সম্বলিত সমস্যা

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ হয় তবে, } A^2 - 4A - 5I_3 = ?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

• LIVE

Poll Question - 3

❖ $\begin{pmatrix} m-2 & 6 \\ 2 & m-3 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্স টি ব্যাতিক্রমী হবে যদি m এর মান=?

$$m = -1, 6$$

~~(a) 6, -1~~

$$(m-2)(m-3) - 12 = 0$$

(b) -4, 6

$$m^2 - 2m - 3m + 6 - 12 = 0$$

(c) -6, 4

$$m^2 - 5m - 6 = 0$$

(d) 1, -6

$$m^2 - 6m + 1m - 6 = 0$$

$$m(m-6) + 1(m-6) = 0$$

$$(m+1)(m-6) = 0$$

• LIVE

$$\begin{aligned} -2 - (-3) \\ = +1 \end{aligned}$$

Poll Question - 4

$$x = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \text{ হলে } x^{-1} = ?$$

(a) $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ $-2 -3$

(b) $\frac{1}{5} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

~~(d) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$~~

উত্তর = $\begin{bmatrix} +(-1) & -3 \\ -(-1) & +2 \end{bmatrix}$

অতএব = $\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^T$
 $= 1 \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ Ans .

• LIVE

**ANY
QUESTION**

