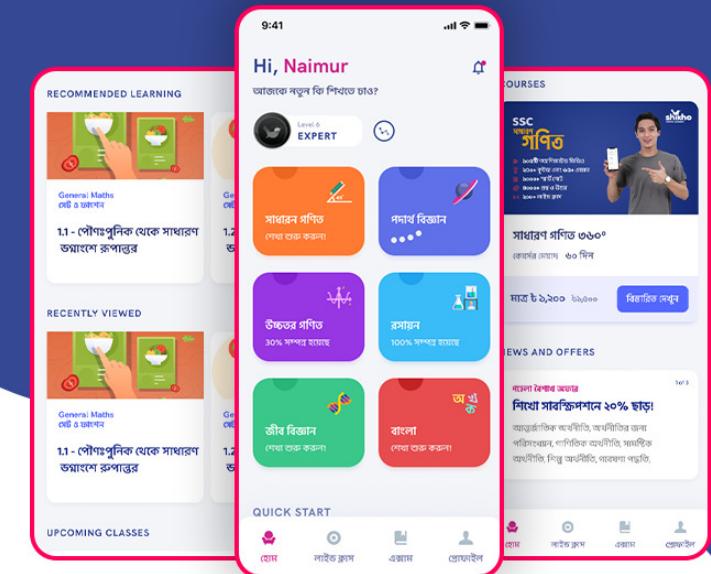


HSC উচ্চতর গণিত ১ম পত্র

উচ্চতর
গণিত মানবিক

অধ্যায় ১ : ম্যাট্রিক্স ও নির্ণয়ক পর্বঃ ১





MENTOR

TAHSIN ANJUM

B.Sc in EEE
Islamic University of Technology

MATHEMATICS SPECIALIST

**4+ YEARS OF
TEACHING EXPERIENCE**

আজকে আমরা যা শিখবো

- ম্যাট্রিক্স ✓
- বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স ✓
- ম্যাট্রিক্সের সমতা ✓
- ম্যাট্রিক্সের যোগ ✓
- ম্যাট্রিক্সের বিয়োগ ✓
- উদাহরণ

ম্যাট্রিক্স ও নির্মাণ

ম্যাট্রিক্স

সংজ্ঞাঃ মারি বা কলাম আকারে **আয়তাকার** বা **বর্গাকারে** সাজানো বিন্যাস

আবিষ্কারকঃ ব্রিটিশ গণিতবিদ ক্লে

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

প্রয়োগ / উদ্দ্রিতি

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

• LIVE

ମାଟ୍ରିକ୍ସୋର ମାତ୍ରା

ନାମ	ଅନୁମତି	ଅନୁମତି	ନାମ
ନାମ	ଅନୁମତି	ଅନୁମତି	ନାମ
ନାମ	ଅନୁମତି	ଅନୁମତି	ନାମ
ନାମ	ଅନୁମତି	ଅନୁମତି	ନାମ
ନାମ	ଅନୁମତି	ଅନୁମତି	ନାମ

ORDER

ମାଟ୍ରିକ୍ସୋର ତ୍ରୁଟି-

a_{ij} \leftarrow ଯେହାକୁ
ନାମ
କିମ୍ବା

$$a_{32} = ? \quad A_{3 \times 3}$$

ମାଟ୍ରିକ୍ସୋର = $m \times n$ ଅନୁମତି

ଶେଷ ନାମ \times (ମାଟ୍ରିକ୍ସୋର ଅନୁମତି)

$$3 \times 3 \times 3$$

$$\begin{matrix} 2 \\ 3 \\ -4 \\ 13 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} a_{11} = -2 \\ a_{12} = 3 \\ a_{21} = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} a_{22} = -4 \\ a_{31} = -11 \\ a_{32} = 13 \end{cases}$$

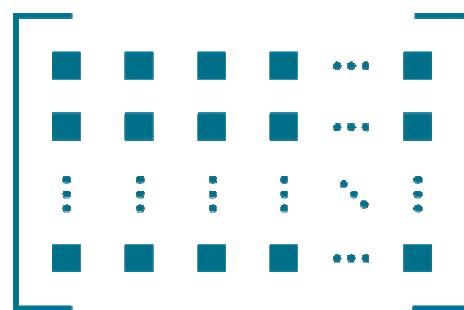
বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

✓ আয়তাকার ম্যাট্রিক্স: সারি সংখ্যা ≠ কলাম সংখ্যা

Row ≠ Column

$$A \downarrow_{3 \times 2}$$

$$A \downarrow_{1 \times 4}$$



ম্যাট্রিক্স
$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 3 \\ 2 & -7 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

2x4

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

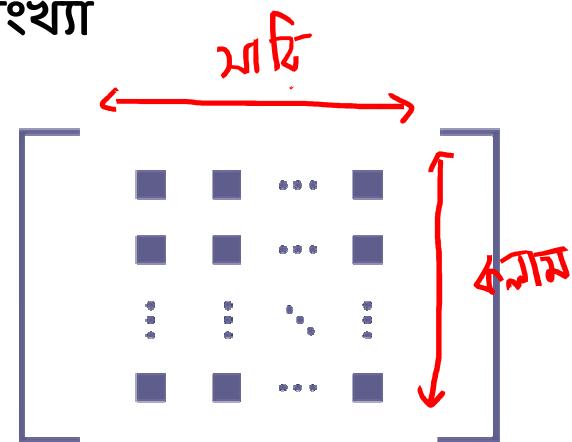
বর্গ ম্যাট্রিক্সঃ সারি সংখ্য = কলাম সংখ্যা

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

$A_{2 \times 2}$ ✓

$A_{3 \times 3}$ ✓

$A_{4 \times 4}$ ✓



• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

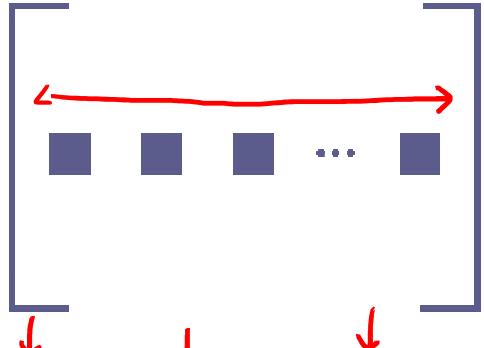
সারি ম্যাট্রিক্সঃ একটি মাত্র সারি বিদ্যমান

$$A_{1 \times n}$$

$$A_{1 \times 3}$$

$$A_{1 \times 4}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} -5 & 4 & 6 & 3 & 2 & 0 \end{bmatrix} = A_{1 \times 6}$$



$$A_{1 \times n}$$

$$A_{n \times 1}$$

$$A_{n \times n}$$

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

কলাম ম্যাট্রিক্সঃ একটি মাত্র কলাম বিদ্যমান

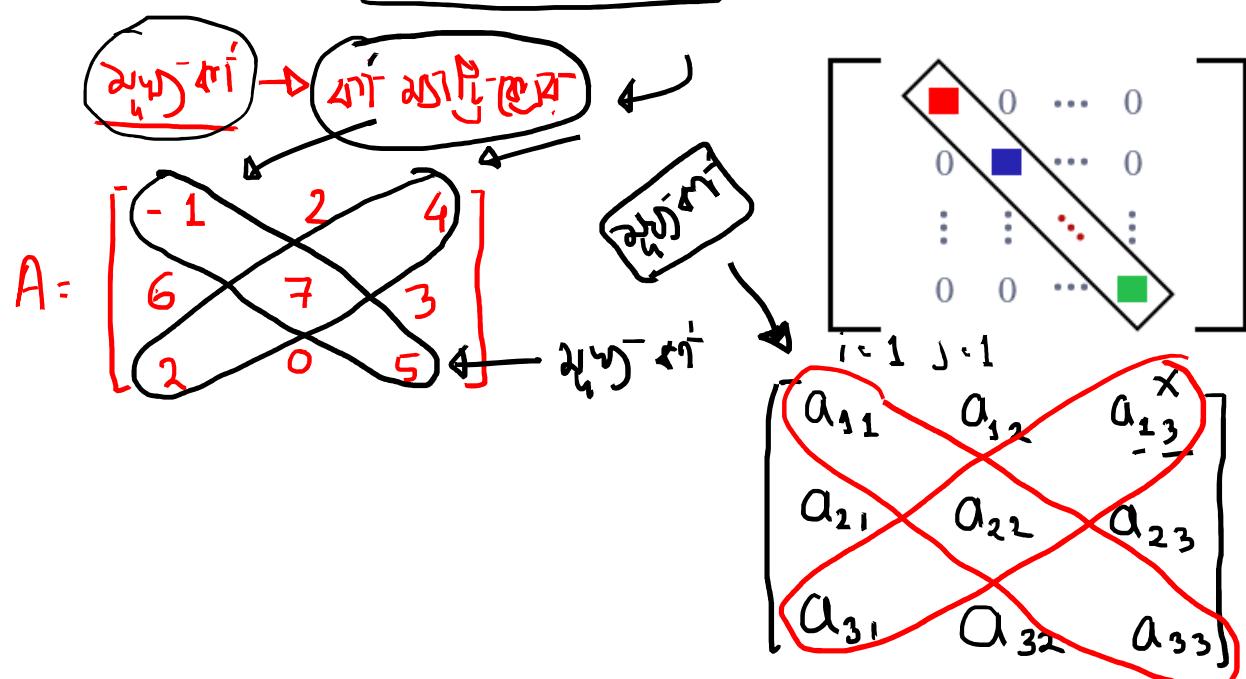
The diagram illustrates different types of column matrices. On the left, four matrices are labeled with their dimensions: $A_{m \times 1}$, $A_{2 \times 1}$, $A_{3 \times 1}$, and $A_{4 \times 1}$. Above them, handwritten red text reads "সারণী ম্যাট্রিক্স" (Column Matrix). To the right, a 5x1 matrix is shown with elements -1, 4, 6, 3, and 2. This matrix is circled in red and labeled $A_{5 \times 1}$. To the right of the matrix is a large blue bracketed area, likely representing a larger matrix or a set of matrices.

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 6 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

কর্ণ ম্যাট্রিক্সঃ $a_{ij} = 0$ যখন $i \neq j$ এবং কর্ণে অবস্থিত উপাদান ছাড়া অন্য সকল উপাদান শূণ্য



মুগ্ধ-ম্যাট্রিক্স গাণিতে } ৩x3 ম্যাট্রিক্স
মুগ্ধ-উপাদান সূচী }
যোগ-ৰীতি

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

মুগ্ধ-ৰীতি $\sum_i a_{ii} = j$ এবং প্রাপ্তি

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

স্কেলার ম্যাট্রিক্সঃ

- ✓ এক ধরণের কর্ণ ম্যাট্রিক্স
- অশুণ্য উপাদানগুলো সমান

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

কর্ণ ম্যাট্রিক্স

$$P = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

ম্যানেজেন্ট ম্যাট্রিক্স

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

কর্ণ ম্যাট্রিক্স

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

কর্ণ ম্যাট্রিক্স

$$\begin{bmatrix} a & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a \end{bmatrix}$$

$$\text{আইডেন্টিটি } I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

আইডেন্টিটি

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

অভেদক ম্যাট্রিক্সঃ

(Identity Matrix)

- প্রধান কর্ণের সকল উপাদান 1
- অবশিষ্ট সকল উপাদান 0

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3×3



$$\boxed{I_n} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

$n \times n$

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I_2 :$$

$$I_4 :$$

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

শূণ্য ম্যাট্রিক্সঃ প্রত্যেকটি উপাদান বা ভুক্তি 0

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

Upper
triangular
Matrix

উর্ধ্ব ত্রিভুজাকৃতি ম্যাট্রিক্সঃ প্রধান কর্ণের নিচে অবস্থিত সবগুলো উপাদান শূন্য

উর্ধ্ব-মান ফাল্গু

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 & 7 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

মান ফাল্গু

$$\begin{bmatrix} * & * & * & * \\ 0 & * & * & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & * \\ 0 & 0 & \cdots & * \end{bmatrix}$$

মান ফাল্গু

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

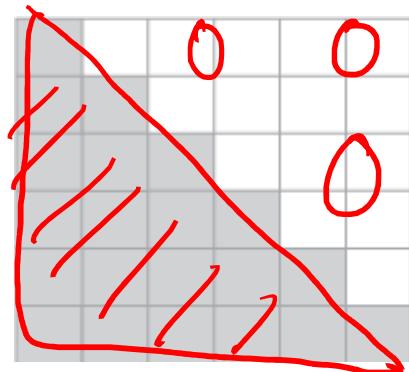
LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

lower triangular Matrix

নিম্ন ত্রিভুজাকৃতি ম্যাট্রিক্সঃ প্রধান কর্ণের উপরে অবস্থিত সবগুলো উপাদান শূন্য

$$\begin{bmatrix} -7 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 0 \\ 6 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$



• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

V.V.1
ব্যাতিক্রমী ম্যাট্রিক্সঃ ম্যাট্রিক্সের নির্ণয়কের মান শুণ্য

$A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

$|A| = 12 - 12 = 0$

$\det A = 0$

$$|A| = \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = (5 \times 2) - (4 \times 3) = 10 - 12 = -2$$

ব্যাতিক্রমী ম্যাট্রিক্স
 * মান নাই
 * মান আছে
 * গুণাবলী
 2x3
 2x2 → ✓

$|A| = 0$

$|A| = 12 - 12 = 0$

$$\begin{bmatrix} 7 & 21 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

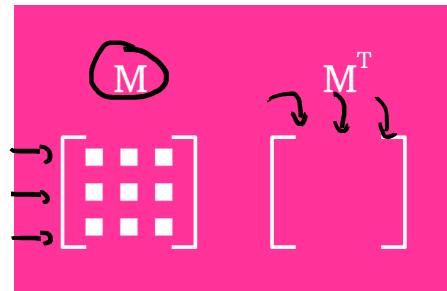
$$= (7 \times 3) - (21 \times 1)$$

$$= 21 - 21 = 0$$

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

বিস্তৃত ম্যাট্রিক্স/Transpose Matrix: সারিকে ফলামে এবং কলাম কে সারিকে পরিণত করে যে নতুন ম্যাট্রিক্স পাওয়া যায়, তাকে বিস্তৃত বা Transpose Matrix বলে

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 3 & -1 & 0 \\ -7 & 11 & 14 \end{bmatrix}$$
$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -7 \\ 4 & -1 & 11 \\ 6 & 0 & 14 \end{bmatrix}$$



$$A', A^T, A^t$$

• LIVE

Poll question

গুরু
৪মাই

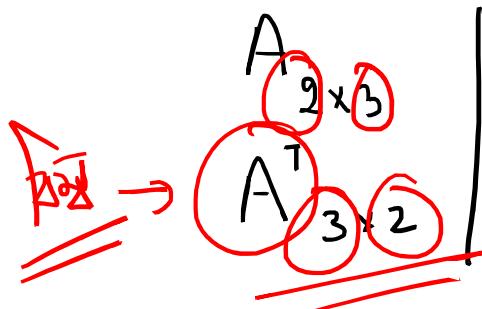
(2x3) মাত্রার ম্যাট্রিক্সের বিস্তৃত ম্যাট্রিক্স এর মাত্রা কত?

a. 2×3

b. 3×2

c. 2×2

d. none



* $m \times n$ গ্রান্ট - Matrix \times এক - \sqrt{m}
Matrix \times এক - ম্যাট্রিক্স - $n \times m$

A diagram illustrating the transpose of a matrix. A matrix A is shown with dimensions 3×3 . Below it, its transpose A^T is shown with dimensions 3×3 .

• LIVE

V.V.1

DU
/BUEI

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

ম্যাট্রিক্স এর ট্রেসঃ বর্গ ম্যাট্রিক্সের মুখ্য কর্ণের উপাদানের যোগফল

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 7 & 6 \end{bmatrix} = 2+6 = 8 \leftarrow \text{Trace} / \text{ট্রেস}$$

$$\text{Trace}(A) = 6+2 = 8$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad 1+4 = 5$$

বর্গ ম্যাট্রিক্স
নির্দলী

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \quad 1+7 = 8 ?$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \quad \text{Trace} = a+e+i$$

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

অ্যাডজয়েন্ট ম্যাট্রিক্স / Adjoint Matrix:

← **প্রোগ্রাম Related**

↳ বিভিন্ন
Matrix

ত্বরণাত্মক
মাধ্যমিক

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

১০

প্রতিসম ম্যাট্রিক্সঃ বর্গ ম্যাট্রিক্স কে বিস্তু ম্যাট্রিক্সে পরিণত করলে যদি ম্যাট্রিক্সটি অপরিবর্তিত থাকে, তাকে প্রতিসম ম্যাট্রিক্স বলে

~~সিমেট্রিক ম্যাট্রিক্স~~

$$A = A^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 3 & 6 & -4 \\ -5 & -4 & -7 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 3 & 6 & -4 \\ -5 & -4 & -7 \end{bmatrix}$$

~~অনিয়ন্ত্রিত ম্যাট্রিক্স~~

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 7 & -11 \\ 7 & 6 & 2 \\ -11 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

ম্যাট্রিক্স

LIVE

জ্ঞান পথ

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্সঃ বর্গ ম্যাট্রিক্স $A = (a_{ij})_{n \times n}$ কে বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স বলে যদি $A^t = -A$ হয়

অটোনম $\rightarrow A = A^T$

স্থান প্রতিসম $\rightarrow A = -A^T$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -6 & -4 \\ 6 & 0 & 7 \\ 4 & -7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-A^T = \begin{bmatrix} 0 & -6 & -4 \\ 6 & 0 & 7 \\ 4 & -7 & 0 \end{bmatrix}$$

ম্যাট্রিক্স $\rightarrow 0$

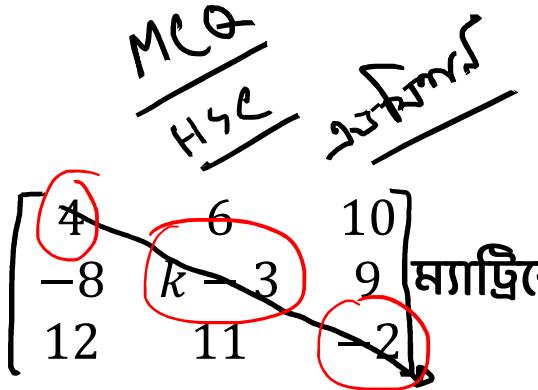
$$A^T = \begin{bmatrix} 0 & 6 & 4 \\ -6 & 0 & -7 \\ -4 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -11 & 6 \\ 11 & 0 & -2 \\ -6 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

ম্যাট্রিক্স
স্থান প্রতিসম

LIVE

Poll question



a. 22

$$\rightarrow \underline{4} + \underline{(k-3)} + \underline{(-2)} = 25$$

b. 23

$$4 + k - 3 - 2 = 25$$

$$k - 1 = 25$$

c. 24

$$k = 26$$

d. 26

• LIVE

একাধিক
। উপরে

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

। less 1st P

সমঘাতি ম্যাট্রিক্সঃ কোন ম্যাট্রিক্সকে বর্গ করলে যদি আদি ম্যাট্রিক্স পাওয়া যায়, তাকে সমঘাতি ম্যাট্রিক্স বলে

$$\underline{\text{ম্যাট্রিক্স}} \quad A \cdot A = \underline{\underline{A^2}}$$

$$A^2 = A \quad \text{with}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} \quad \leftarrow$$

$$A^2 = A$$

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

উদঘাতিক ম্যাট্রিক্সঃ যদি কোন ম্যাট্রিক্সকে বর্গ করলে Identity Matrix- এ পরিণত হয়, তবে তাকে উদঘাতিক ম্যাট্রিক্স বলে

$$A^2 = I \quad A \leftarrow \text{উদঘাতিক Matrix}$$
$$A \cdot A = I \quad A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$
$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} : I$$

• LIVE

Lecture

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

ইনভার্স ম্যাট্রিক্সঃ কোন বর্গ ম্যাট্রিক্সকে ট্রান্সপোজ করে পাওয়া ম্যাট্রিক্স এর প্রতিটি উপাদানকে
সহগুণক দ্বারা প্রতিস্থাপিত করে তাকে নির্ণায়কের মান দ্বারা ভাগ করলে ইনভার্স ম্যাট্রিক্স পাওয়া
যায়।

রেফেরেন্স

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj}(A)}{|A|}$$

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

$$a+bi^{\circ} \rightarrow a-bi^{\circ}$$

$$a-bi^{\circ} \rightarrow a+bi^{\circ}$$

✓ Complete number
সম্পূর্ণ সংখ্যা

অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্সঃ কোন জটিল ম্যাট্রিক্স এর জটিল রাশিগুলোর অনুবন্ধী দিয়ে এবং অন্যান্য উপাদান স্ব স্ব স্থানে অপরিবর্তিত রেখে যে ম্যাট্রিক্স পাওয়া যায়, তাকে অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স বলে

H.M. 2022
Paper-2
Chapter-3

জটিল সংখ্যা

$$\frac{3+4i}{3-4i}$$

$$A = \begin{bmatrix} 4-3i & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 4+3i & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$a+bi^{\circ} = 3+4i$$

বাস্তু
সংজ্ঞা

$$i^{\circ} = \sqrt{-1}$$

$$\sqrt{-1} \times \text{Math error}$$

$$A = \begin{bmatrix} 4+5i & 2 \\ 4 & 6-3i \end{bmatrix}$$

বাস্তু
সংজ্ঞা

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 4-5i & 2 \\ 4 & 6+3i \end{bmatrix}$$

বাস্তু
সংজ্ঞা

• LIVE

বিভিন্ন প্রকার ম্যাট্রিক্স

হারমিশিয়ান ম্যাট্রিক্সঃ কোন জটিল বর্গ ম্যাট্রিক্স এর অনুবন্ধীর ট্রান্সপোজ করলে আদি ম্যাট্রিক্স এ ফাইল আসলে তাকে হারমিশিয়ান ম্যাট্রিক্স বলে

$$m' \quad A = (\bar{A})^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3-4i & 5+6i \\ 3+4i & 4 & -3i \\ 5-6i & 3i & 7 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3+4i & 5-6i \\ 3-4i & 4 & 3i \\ 5+6i & -3i & 7 \end{bmatrix}$$

$$(\bar{A})^T = \begin{bmatrix} 2 & 3-4i & 5+6i \\ 3+4i & 4 & -3i \\ 5-6i & 3i & 7 \end{bmatrix}$$

A = $\begin{bmatrix} 4 & 4-3i & -4i \\ 4+3i & 5-6i & 5+6i \\ 4i & 2 & 2 \end{bmatrix}$

সেকেন্ড পদ্ধতি

• LIVE

ANY QUESTION

