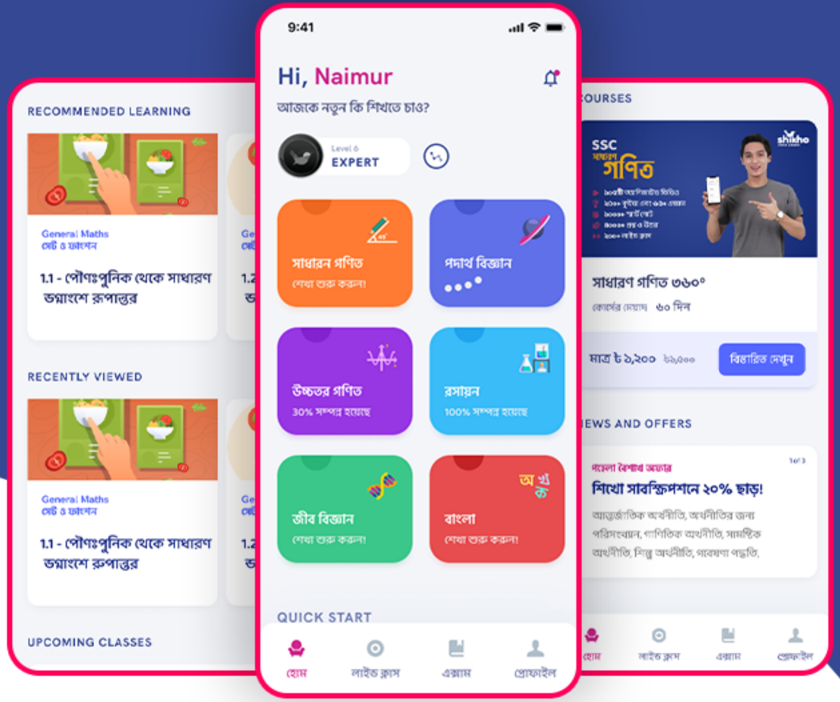
HSC পদার্থবিজ্ঞান ১ম পত্র

অধ্যায় ২: ভেক্টর

পর্ব: ৭

shikho
DIGITAL LEARNING

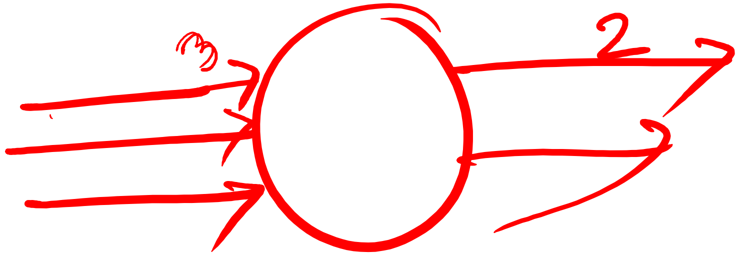


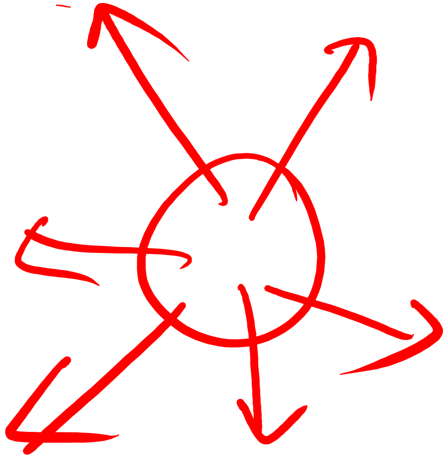
আজকে আমরা যা শিখবো

- Divergence
- Curl
- ভেক্টর ক্যালকুলাস সংক্রান্ত CQ Solving

অপসারিতা ← **Divergence** [V → S] ডট গুণন

* ভেক্টর ক্ষেত্র থেকে নির্গত বলরেখার সংখ্যা বোঝানো হয়।



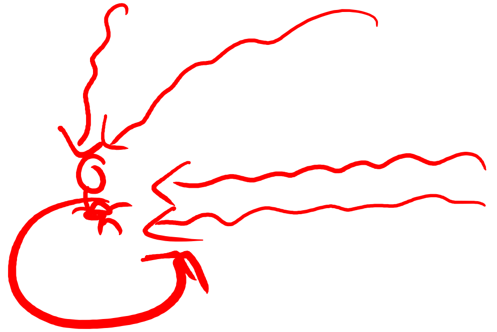


Curl

[Vector Function → Vector-এ]

Curl: → কার্ল অর্থ ঘূর্ণন।

সর্বোচ্চ ঘূর্ণন দিক



$\boxed{\text{Curl} = 0}$ → অঘূর্ণনশীল

$V \rightarrow V$

[illegible] ঘূর্ণন

Curl

ডাইভারজেন্স → উৎসমুখ

কার্ল → ঘূর্ণন

CQ Solving

ভেক্টর $\vec{A} = (6xy + z^3)\hat{i} + (3x^2 - z)\hat{j} + (3xz^2 - y)\hat{k}$ ।

গ) (1, -1, 1) বিন্দুতে ডাইভারজেন্স নির্ণয় কর।

$$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$ FORMULA

$$\frac{d}{dx}(\text{ধ্রুবক}) = 0.$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \left\{\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right\}\cdot\left\{(6xy+z^3)\hat{i} + (3x^2-z)\hat{j} + (3xz^2-y)\hat{k}\right\}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \frac{\partial}{\partial x}(6xy+z^3) + \frac{\partial}{\partial y}(3x^2-z) + \frac{\partial}{\partial z}(3xz^2-y)$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \boxed{\frac{\partial}{\partial x}(6xy)} + \frac{\partial}{\partial x}(z^3) + \frac{\partial}{\partial y}(3x^2) - \frac{\partial}{\partial y}(z) + \frac{\partial}{\partial z}(3xz^2) - \cancel{\frac{\partial}{\partial z}(y)}$$

$$= 6y\frac{\partial}{\partial x}(x) + 0 + 0 - 0 + 3x\frac{\partial}{\partial z}(z^2) - 0$$

$$= 6y.(1) + 3x(2z) = 6y + 6xz \Big| 6(-1) + 6(1)(1) = 0$$

ভেক্টর ক্যালকুলাসে
যার সাপেক্ষে বলবে তা বাদে
সব ধ্রুবক

• LIVE

shikho
DIGITAL LEARNING

Curl = 0

অঘূর্ণনশীল

CQ Solving

ভেক্টর $\vec{A} = (6xy + z^3)\hat{i} + (3x^2 - z)\hat{j} + (3xz^2 - y)\hat{k}$ |

ঘ) $\vec{A}$ ভেক্টরটি কি অঘূর্ণনশীল? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 6xy+z^3 & 3x^2-z & 3xz^2-y \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\left(\frac{\partial}{\partial y}(3xz^2 - y) - \frac{\partial}{\partial z}(3x^2 - z)\right) - \hat{j}\left(\frac{\partial}{\partial x}(3xz^2 - y) - \frac{\partial}{\partial z}(6xy + z^3)\right) + \hat{k}\left(\frac{\partial}{\partial x}(3x^2 - z) - \frac{\partial}{\partial y}(6xy + z^3)\right)$$

$$-\hat{j}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(3xz^2) - \frac{\partial}{\partial x}(y) - \frac{\partial}{\partial z}(6xy) - \frac{\partial}{\partial z}(z^3)\right\}$$

$$\Rightarrow -\hat{j}(3z^2 - 0 - 0 - 3z^2)$$

$$\hat{j} \cdot 0 = 0$$

$$-\hat{k}\left(\frac{\partial}{\partial x}(3xz^2) - \frac{\partial}{\partial x}(y) - \frac{\partial}{\partial z}(6xy) - \frac{\partial}{\partial z}(z^3)\right)$$

$$= -\hat{k}(3z^2 - 0 - 0 - 3z^2)$$

$$= \hat{k}\,0 = 0$$

$$= 0 \quad \hat{j}(3z^2 - 0 - 3z^2) +$$

$$= 0 + 0 + 0$$

Curl $\vec{A} = 0$

অঘূর্ণনশীল

• LIVE

shikho DIGITAL LEARNING

CQ Solving

$\vec{A} = (6xy + z^3)\hat{i} + (3x^2 - 2z)\hat{j} + (3xyz + x^2y)\hat{k}$ একটি ভেক্টর রাশি বিবেচনা করো।

গ) $\nabla \cdot (\nabla \times A) = 0$ গাণিতিকভাবে এটা কি সম্ভব?

• LIVE

shikho
DIGITAL LEARNING

CQ Solving

$\vec{A} = (6xy + z^3)\hat{i} + (3x^2 - 2z)\hat{j} + (3xyz + x^2y)\hat{k}$ **একটি ভেক্টর রাশি বিবেচনা করো।**

ঘ) (1, -2, 1) বিন্দুতে ডাইভারজেন্স ও কার্ল নির্ণয় করো। গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা করো যে, এটি কী ঘূর্ণনশীল নাকি অঘূর্ণনশীল?

LIVE

CQ Solving

একটি স্কেলার ক্ষেত্র $\varphi = 2x^2y^2z^4$ এবং ভেক্টর ক্ষেত্র $F = x^2y\hat{i} - 2xyz\hat{j} + 2yz\hat{k}$

গ) উদ্দীপকের স্কেলার ক্ষেত্রের div grad φ নির্ণয় কর ।

LIVE

CQ Solving

একটি স্কেলার ক্ষেত্র $\varphi = 2x^2y^2z^4$ এবং ভেক্টর ক্ষেত্র $\mathbf{F} = x^2y\hat{i} - 2xyz\hat{j} + 2yz\hat{k}$

ঘ) (1, -1, 1) বিন্দুতে Curl F একমাত্রিক হবে কি না তা গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

• LIVE

shikho
DIGITAL LEARNING

CQ Solving

একটি অবস্থান ভেক্টর ও ব্যবকলনীয় ভেক্টর অপারেটর যথাক্রমে $\vec{r} = x\hat{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ এবং

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial}\vec{k}$$

গ) $\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)$ এর মান বের কর।

• LIVE

shikho DIGITAL LEARNING

CQ Solving

একটি অবস্থান ভেক্টর ও ব্যবকলনীয় ভেক্টর অপারেটর যথাক্রমে $\vec{r} = x\hat{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ এবং

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial}\vec{k}$$

ঘ) উদ্দীপক অনুযায়ী $\vec{\nabla} \times \left(\frac{\vec{r}}{r^2}\right)$ এর মান বের কর। এটি ঘূর্ণনশীল কিনা তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

LIVE

Poll Question - 1

Gradient of a function is constant. State True/ False.

a) True

b) False

• LIVE

shikho
DIGITAL LEARNING

Poll Question - 2

The gradient of xi + yj + zk is

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

• LIVE

shikho
DIGITAL LEARNING

Poll Question - 3

Find the gradient of the function given by, $x^2 + y^2 + z^2$ at (1, 1, 1)

a) i + j + k

b) 2i + 2j + 2k

c) 2xi + 2yj + 2zk

d) 4xi + 2yj + 4zk

• LIVE

shikho
DIGITAL LEARNING

Poll Question - 4

The divergence of a vector is a scalar. State True/ False .

a) True

b) False

• LIVE

shikho
DIGITAL LEARNING

Poll Question - 5

Given D = e^{x}sin y$\hat{\imath}$- e^{-x}cos y $\vec{j}$. Find divergence of D

a) 3

b) 2

c) 1

d) 0

• LIVE

shikho
DIGITAL LEARNING

Poll Question - 6

Find the divergence of the vector $\mathbf{F} = \ xe^{-x}\hat{\imath} + y\vec{\jmath} - xz\vec{k}$

a) (1 - x) (1 + e^{-x})

b) (x – 1) (1 + e^{x})

c) (1 - x) (1- e)

d) (x - 1) (1 - e)

• LIVE

shikho
DIGITAL LEARNING

Poll Question - 7

The curl of a curl of a vector gives a

a) Scalar

b) Vector

c) Zero Value

d) Non Zero Value

Poll Question - 8

Find the curl of the vector and state its nature at (1, 1, -0.2)

$\mathbf{F} = \mathbf{30}\hat{\imath} + \mathbf{2xy}\vec{\jmath} + \mathbf{5}xz^{2}\vec{k}$

a) √4.01

b) √4.02

c) √4.03

d) √4.04

• LIVE

shikho
DIGITAL LEARNING

ANY QUESTION

ক্যালকুলাস [নিউটন ও লেইবনিজ]

$5x$ — 10

$1x$ — $\frac{10}{5}$

অন্তরীকরণ / ব্যবকলন (Differentiation)

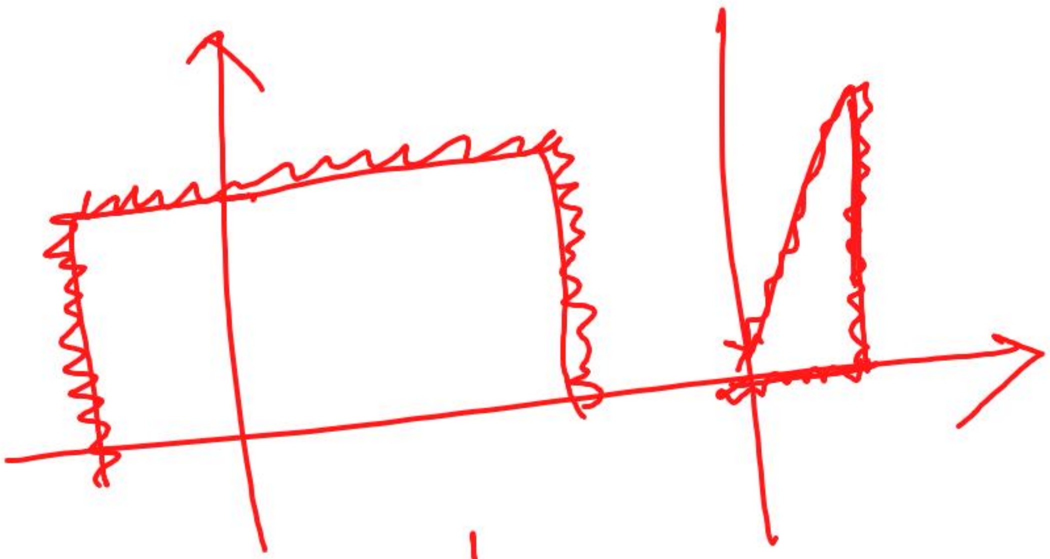
$\frac{d}{dx}(\ )$ → অপারেটর

- → ঢাল
- → চরম বিন্দু

যোগজীকরণ / সমাকলন (Integration)

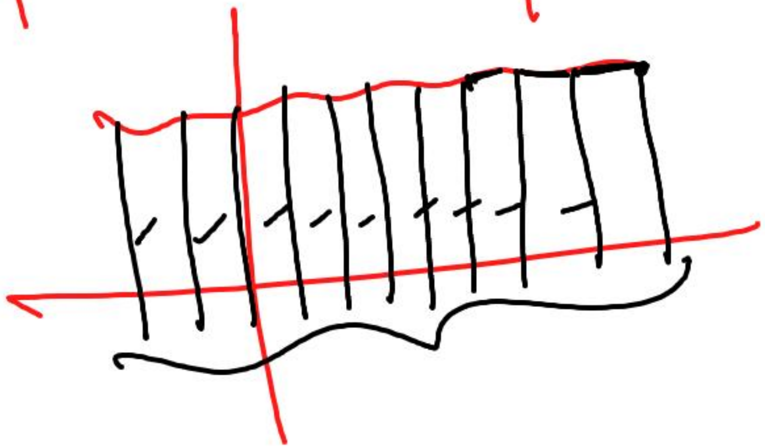
অপারেটর : $\int dx$, $\int dy$, $\int dt$

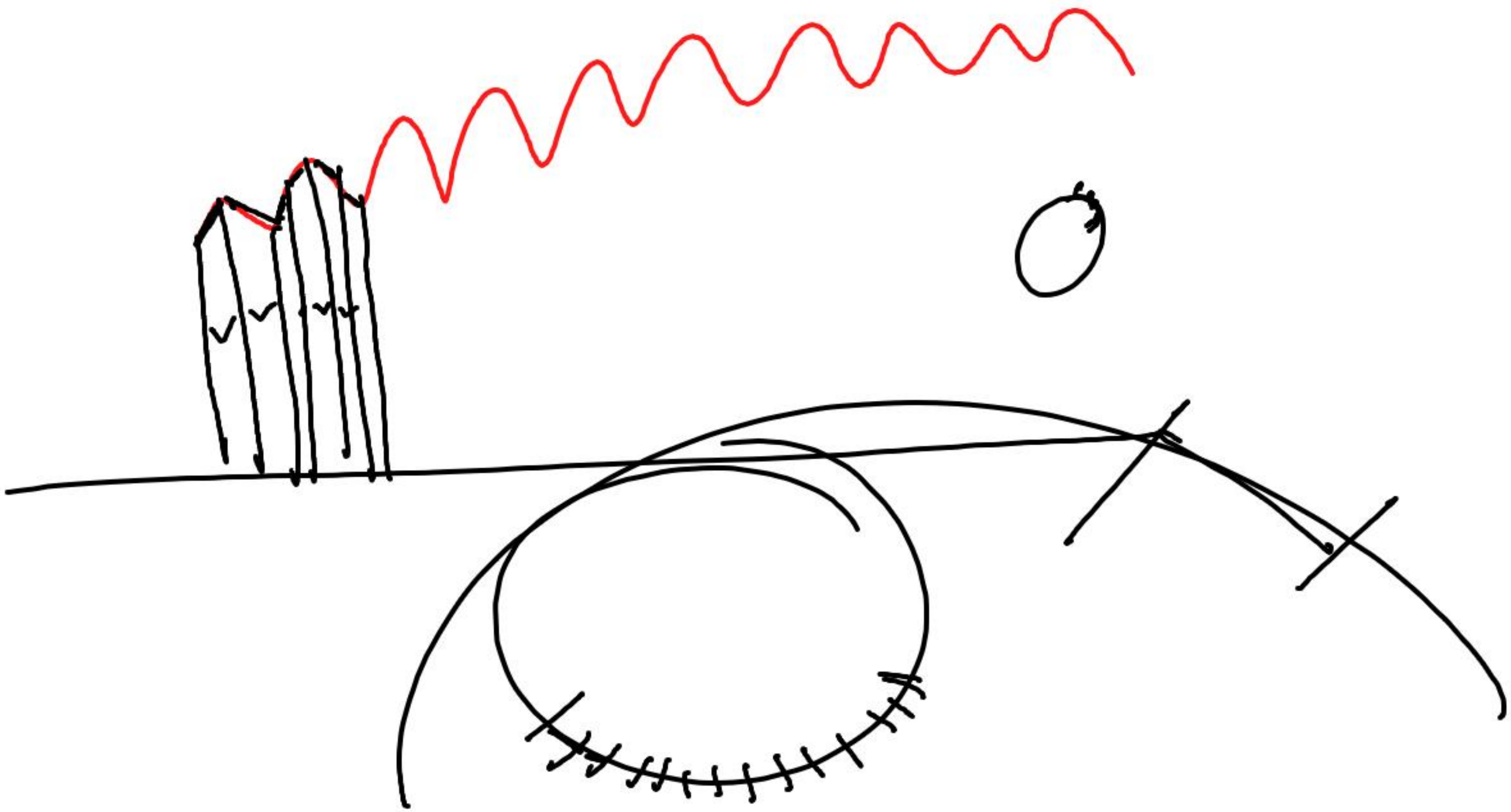
- → সমষ্টি
- → ক্ষেত্রফল
- → গুণ

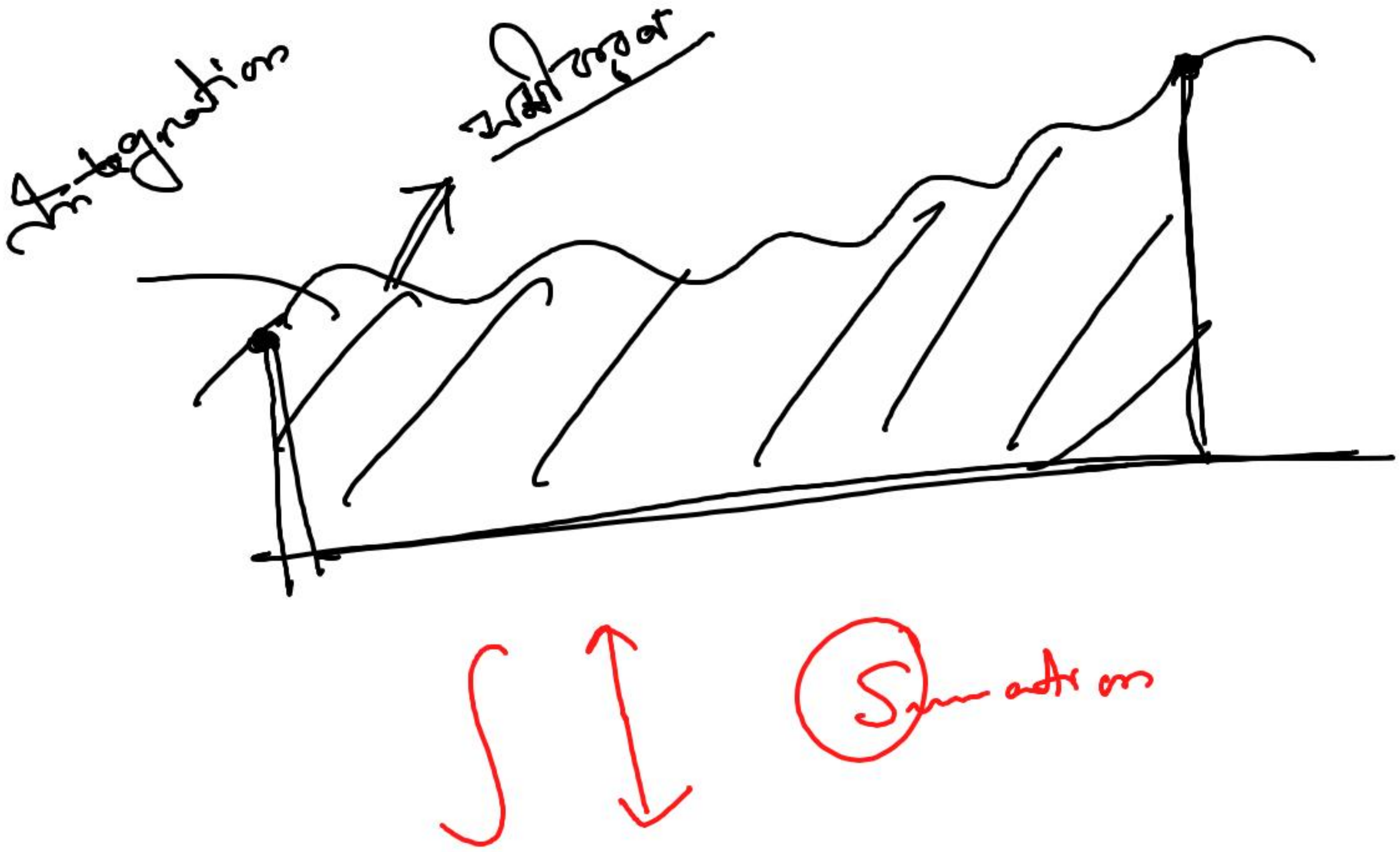


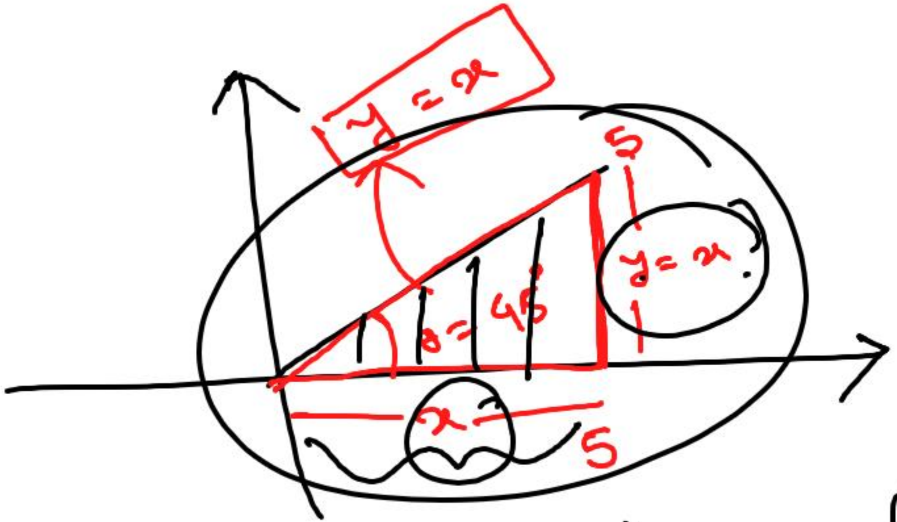
$2 + 2 = \sqrt{4} = 2$

Sum — Summation






Integration
समाकलन
∫
Summation



$y = mx$ | $m = \tan 45^\circ$

$y = x$ | $m = 1$

FORMULA

$$\int x^n \, dx$$

$$\Rightarrow \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

$\Delta = \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times x \times x$

$$\boxed{\Delta = \frac{x^2}{2}}$$

$$\int y \, . \, dx$$

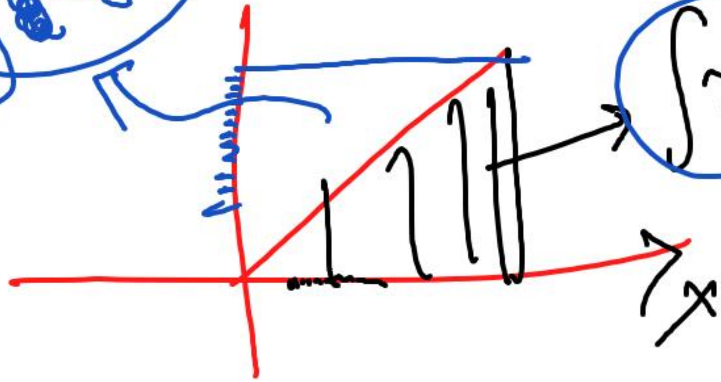
$$\Rightarrow \int x^1 \, dx$$

$$\Rightarrow \frac{x^{1+1}}{1+1} = \frac{x^2}{2}$$

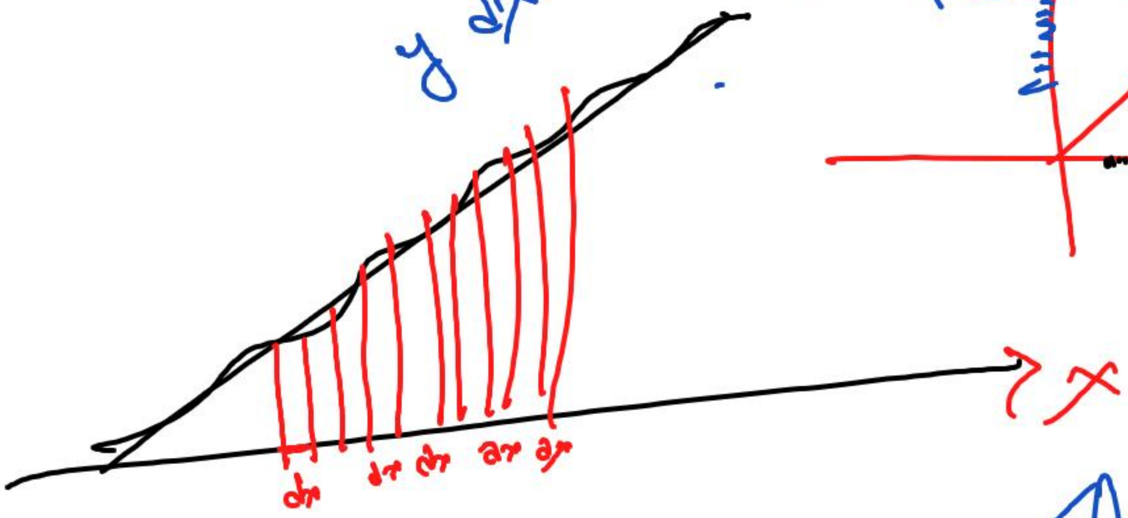
$x \quad dy$

$y \quad dx$

$\int x \, dy$



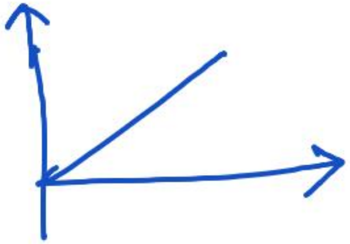
$\int y \, dx$



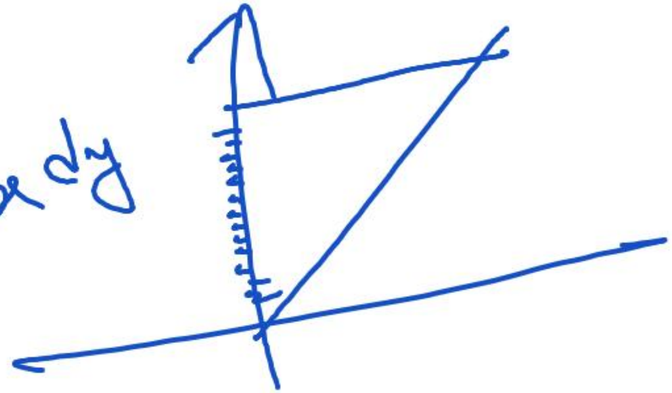
$x \, dy$

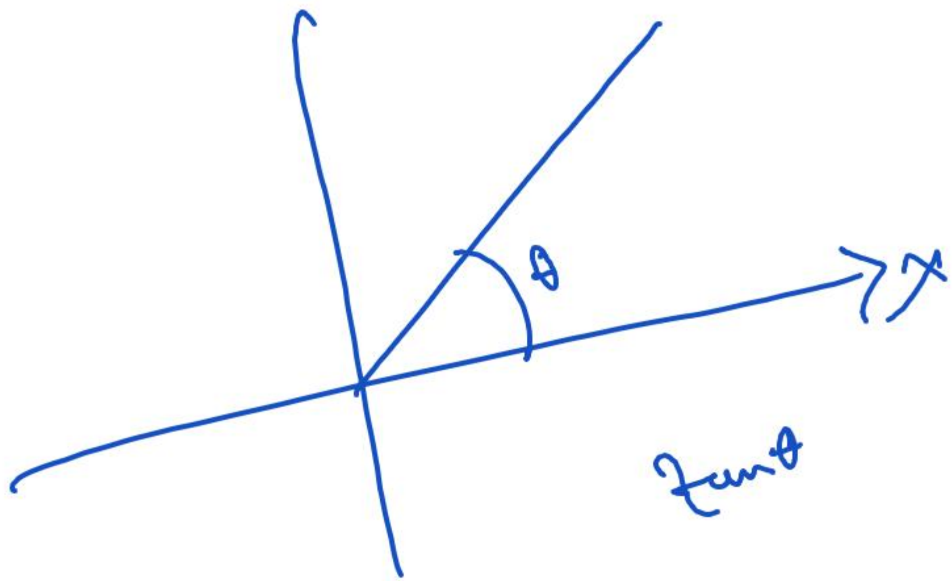
সমীকরণ

$\int y \, dx$



$\int x \, dy$





$\tan\theta$ $\quad$ 1

ভেক্টর ক্যালকুলাস : / অন্তরীকরণ ব্যবকলন :

9.1 — 9.10 —

10.1 — 10.6 —

$d \mid \partial$

ডেল

d

→ গ্রাডিয়েন্ট

→ ডাইভারজেন্স

→ কার্ল

অপারেটর :

নাবলা $(\nabla) = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$

ডেল — $\frac{\partial}{\partial x}$

$\sqrt{4} = 2$

$\int dx$

$\frac{d}{dx}$ x সাপেক্ষে অন্তরীকরণ

x $f(x)$ $\frac{d}{dz}$ সাপেক্ষ

$$\boxed{\frac{d}{dx}\left(x^n\right) = nx^{n-1}}$$

$$\bar{A} = \left(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \right) \to \text{div} = ?$$

$$\text{div}(\bar{A}) = \bar{\nabla}.\bar{A}$$

$$\text{div}\hat{A} = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}\right)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left(x^1\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(y^1\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(z\right)$$

$$= 1x^{1-1} + 1y^{1-1} + 1z^{1-1}$$

$$= 1x^0 + 1y^0 + 1z^0$$

$$= 1 + 1 + 1$$

$$= 3$$

$$\bar{A} = (x^2+5)\hat{i}$$

$$\operatorname{div} \bar{A} = ? \quad (\bar{\nabla}\cdot\bar{A})$$

$$\bar{\nabla}\cdot\bar{A} = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right) \cdot \left((x^2+5)\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}\right)$$

$$\bar{\nabla}\cdot\bar{A} = \frac{\partial}{\partial x}(x^2+5)$$

$$= \boxed{\frac{\partial}{\partial x}(x^2)} + \frac{\partial}{\partial x}(5)$$

$$\frac{d}{dx}(x^n) = n x^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx}(\text{const}) = 0$$

$$\Rightarrow 2x^{2-1} + 0$$

$$= 2x$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(x^2) + \frac{\partial}{\partial x}(5)$$

$$\Rightarrow 2x^{2-1} + 0$$

$$x^n = n x^{n-1}$$

$$= 2x$$

$\bar{A} = \hat{i}\,(5x^2y + 3)$ — div = ?

$\hat{i}\,(5x^2y+3)$

$\mathrm{div}(\bar{A}) = \bar{\nabla}\cdot\bar{A} = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)$

$\bar{\nabla}\cdot\bar{A} = \frac{\partial}{\partial x}(5x^2y+3)$

$\frac{\partial}{\partial x}(5x^2y) + \frac{\partial}{\partial x}(3)$

$\frac{\partial}{\partial x}(5x^2y)$

$5y\,\frac{\partial}{\partial x}(x^2)$

$5y\cdot(2x)$

$10xy$

$x^m = mx^{m-1}$

$x^2 = 2x^{2-1}$

$2x$

$A = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$

$B = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$

$$\bar{A} \times \bar{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 5 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\bar{B} \times \bar{A} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$A \times B = B \times \cancel{A}$

$\vec{A} = 5x^2 y$ ----

Grad $(\vec{A})$

$$\vec{\nabla}(\vec{A}) = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x}(5x^2 y) + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y}(5x^2 y) + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}(5x^2 y)$$

$+ \hat{k}\, \partial$

$$= \hat{i}\, 5y(2x) + \hat{j}(5x^2)$$

Grad $(\vec{A})$