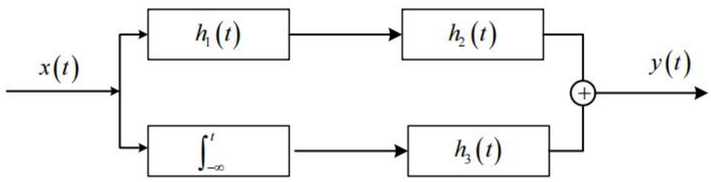
一、系统框图如图所示，其中子系统冲激响应 $h_1(t)=\delta(t+1)-\delta(t)$**，** $h_2(t)=u(t-1)$**，** $h_3(t)=\delta(t)-\delta(t-2)$**，求系统的冲激响应** $h(t)$**。**



解： 由框图得 $x(t)*h_1(t)*h_2(t)+\int_{-\infty}^{t}x(\tau)d\tau*h_3(t)=y(t)$

即 $x(t)*h_1(t)*h_2(t)+x(t)*u(t)*h_3(t)=x(t)*[h_1(t)*h_2(t)+u(t)*h_3(t)]=y(t)$

则 $h(t)=h_1(t)*h_2(t)+u(t)*h_3(t)=[\delta(t+1)-\delta(t)]*u(t-1)+u(t)*[\delta(t)-\delta(t-2)]$

$=u(t)-u(t-1)+u(t)-u(t-2)=2u(t)-u(t-1)-u(t-2)$

二、试求下列信号的单边拉普拉斯变换。

（1） $e^{-2t}u(t-1)$　　　　**（2）** $e^{-2(t-1)}u(t)$

解： $e^{-2t}u(t)\xrightarrow{LT}\frac{1}{s+2},\mathrm{Re}[s]>-2$

（1） $e^{-2t}u(t-1)=e^{-2}\cdot e^{-2(t-1)}u(t-1)\xrightarrow{LT}e^{-2}\frac{1}{s+2}e^{-s}=\frac{e^{-(s+2)}}{s+2},\mathrm{Re}[s]>-2$

（2） $e^{-2(t-1)}u(t)=e^{2}\cdot e^{-2t}u(t)\xrightarrow{LT}e^{2}\cdot\frac{1}{s+2}=\frac{e^{2}}{s+2},\mathrm{Re}[s]>-2$

三、试求下列 $F(s)$ **对应原函数的初值** $f(0_+)$ **和终值** $f(\infty)$**。**

（1） $F(s)=\frac{s^2+2s+3}{s(s+2)(s^2+4)}$　　　　**（2）** $F(s)=\frac{2s^2+1}{s(s+2)}$

解：（1） $f(0_+)=\lim_{s\to\infty}sF(s)=\lim_{s\to\infty}s\frac{s^2+2s+3}{s(s+2)(s^2+4)}=0$

由于 $F(s)$ 的其中一对极点 $\pm 2j$ 在 s 平面的虚轴上，故终值 $f(\infty)$ 不存在。

（2） $F(s)$ 不是真分式，将其表示为 $F(s)=\dfrac{2s^2+1}{s(s+2)}=2+\dfrac{1-4s}{s(s+2)}=2+F_1(s)$

则 $f(0_+)=\lim\limits_{s\to\infty} sF_1(s)=\lim\limits_{s\to\infty} s\dfrac{1-4s}{s(s+2)}=-4$

$F(s)$ 极点为 0 和-2，其终值存在，即 $f(\infty)=\lim\limits_{s\to 0} sF(s)=\lim\limits_{s\to 0}\dfrac{2s^2+1}{s+2}=\dfrac{1}{2}$

四、已知某 LTI 连续系统 $y''(t)+5y'(t)+4y(t)=f'(t)+2f(t), t>0$，输入信号为 $f(t)=u(t)$，系统初始状态为 $y(0_-)=2, y'(0_-)=4$，试求系统的系统函数 $H(s)$、零状态响应 $y_{zs}(t)$、零输入响应 $y_{zi}(t)$ 和全响应 $y(t)$。

解： $F(s)=L[u(t)]=\dfrac{1}{s}, \mathrm{Re}[s]>0$

对微分方程两端求取单边拉普拉斯变换，得

$$s^2Y(s)-sy(0_-)-y'(0_-)+5[sY(s)-y(0_-)]+4Y(s)=sF(s)+2F(s)$$

$$Y(s)=\frac{sy(0_-)+y'(0_-)+5y(0_-)}{s^2+5s+4}+\frac{s+2}{s^2+5s+4}F(s)$$

零输入响应： $Y_{zi}(s)=\dfrac{sy(0_-)+y'(0_-)+5y(0_-)}{s^2+5s+4}=\dfrac{2s+14}{s^2+5s+4}=\dfrac{4}{s+1}+\dfrac{-2}{s+4}$

所以， $y_{zi}(t)=L^{-1}[Y_{zi}(s)]=\left(4e^{-t}-2e^{-4t}\right)u(t)$

零状态响应： $Y_{zs}(s)=\dfrac{s+2}{s^2+5s+4}F(s)=\dfrac{s+2}{(s+1)(s+4)s}=\dfrac{1/2}{s}+\dfrac{-1/3}{s+1}+\dfrac{-1/6}{s+4}$

所以， $y_{zs}(t)=L^{-1}[Y_{zs}(s)]=\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}e^{-t}-\dfrac{1}{6}e^{-4t}\right)u(t)$

完全响应为 $y(t)=y_{zi}(t)+y_{zs}(t)=\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{11}{3}e^{-t}-\dfrac{13}{6}e^{-4t}\right)u(t)$

系统函数为 $H(s)=\dfrac{Y_{zs}(s)}{F(s)}=\dfrac{s+2}{s^2+5s+4}$