一、已知某稳定的连续 LTI 系统的频率响应为$H(j\omega)=\dfrac{j4\omega}{(j\omega)^2+j6\omega+8}$，请写出描述该系统的微分方程，并计算在输入$f(t)=\cos(3t)$激励下系统的稳态响应$y(t)$。

解：

$$H(j\omega)=\frac{j4\omega}{(j\omega)^2+j6\omega+8}=\frac{Y(j\omega)}{F(j\omega)}$$

则$\left[(j\omega)^2+j6\omega+8\right]\cdot Y(j\omega)=j4\omega\cdot F(j\omega)$，两端进行傅里叶反变换，并利用傅里叶变换的时域微分特性，可得该系统的微分方程为：$y''(t)+6y'(t)+8y(t)=4f'(t)$

频率响应可写为$H(j\omega)=|H(j\omega)|\cdot e^{j\varphi(\omega)}$

则，系统的稳态响应为$y(t)=|H(j3)|\cdot\cos[3t+\varphi(3)]=0.6656\cos(3t-0.0555)$

二、已知某稳定的连续 LTI 系统的频率响应为$H(j\omega)=\dfrac{1}{j\omega+2}$，求在输入$f(t)=u(t)$的激励下系统的零状态响应。

解：$F(j\omega)=F[u(t)]=\pi\delta(\omega)+\dfrac{1}{j\omega}$

则$Y_f(j\omega)=H(j\omega)\cdot F(j\omega)=\dfrac{1}{j\omega+2}\left[\pi\delta(\omega)+\dfrac{1}{j\omega}\right]=\dfrac{\pi\delta(\omega)}{2}+\dfrac{1}{(j\omega+2)j\omega}$

$$=0.5\pi\delta(\omega)+\frac{0.5}{j\omega}-\frac{0.5}{j\omega+2}=0.5\left[\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}\right]-\frac{0.5}{j\omega+2}$$

所以，系统的零状态响应为

$$y_f(t)=F^{-1}[Y_f(j\omega)]=0.5u(t)-0.5e^{-2t}u(t)=0.5(1-e^{-2t})u(t)$$

三、已知系统的输入信号为$f(t)=u(t)$，输出信号为$y(t)=-2u(t+2)$，判断系统是否为无失真传输系统。

解：系统的频率响应为$H(j\omega)=\dfrac{Y(j\omega)}{F(j\omega)}=\dfrac{-2\cdot F[u(t)]\cdot e^{j2\omega}}{F[u(t)]}=-2e^{j2\omega}=2e^{j(2\omega+\pi)}$

$$H(j\omega)=|H(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)}$$

$\varphi(\omega)=2\omega+\pi$，不是过原点的直线，不满足无失真传输系统的条件，

故该系统不是无失真传输系统。

四、已知信号 $f(t)$ 通过系统 $H(j\omega)$ 后的输出响应为 $y(t)$，现欲使 $f(t)$ 通过另一系统 $H_a(j\omega)$ 后的输出响应为 $f(t)-y(t)$，求此系统的频率响应 $H_a(j\omega)$。

解：已知 $F\left[y(t)\right]=F\left[f(t)\right]\cdot H(j\omega)$

$Y(j\omega)=F(j\omega)\cdot H(j\omega)$，即 $H(j\omega)=\dfrac{Y(j\omega)}{F(j\omega)}$

而 $F\left[f(t)-y(t)\right]=F\left[f(t)\right]\cdot H_a(j\omega)$，即 $F(j\omega)-Y(j\omega)=F(j\omega)\cdot H_a(j\omega)$

则 $H_a(j\omega)=1-\dfrac{Y(j\omega)}{F(j\omega)}=1-H(j\omega)$

五、已知信号 $f(t)$ 频谱的最高角频率为 $\omega_m\,(rad/s)$，若对下列信号进行时域抽样，试求其频谱不混叠的最大抽样间隔 $T_{\max}$。

（1） $f(4t)$　　**（2）** $f(t)*f(4t)$

解：信号 $f(t)$ 频谱的最高角频率为 $\omega_m\,(rad/s)$

则信号 $f(4t)$ 频谱的最高角频率为 $4\omega_m\,(rad/s)$

（1）信号 $f(4t)$ 的最小抽样角频率为 $\omega_{s\min}=8\omega_m\,(rad/s)$

最大抽样间隔 $T_{\max}=\dfrac{2\pi}{\omega_{s\min}}=\dfrac{2\pi}{8\omega_m}=\dfrac{\pi}{4\omega_m}(s)$

（2）信号 $f(t)*f(4t)$ 的频谱是信号 $f(t)$ 的频谱与信号 $f(4t)$ 的频谱相乘，

即，信号 $f(t)*f(4t)$ 频谱的最高角频率为 $\omega_m\,(rad/s)$

则，信号 $f(t)*f(4t)$ 的最小抽样角频率为 $\omega_{s\min}=2\omega_m\,(rad/s)$

所以，信号 $f(t)*f(4t)$ 的最大抽样间隔 $T_{\max}=\dfrac{2\pi}{\omega_{s\min}}=\dfrac{2\pi}{2\omega_m}=\dfrac{\pi}{\omega_m}(s)$