针对问题一，要求我们制定多种抽样方案，并利用区间估计的方法确定各个抽样方案的检测次数，在两种情形下确定抽样方法。这里可以选择的抽样方案有简单随机抽样（超几何分布中未知参数的精确置信区间_郭海兵），和小样本重复抽样（关于小样本不重复抽样总体频率的一种估计方法）等，以超几何分布为基础,选择合适的随机量作为次品率的估计，给出精确置信区间对估计精确度或者可能犯错误的程度有一个了解。有余力的话还可以考虑其他抽样方法。（不同抽样方法在我国谷物产量估计中的应用_杨钰莹）

超几何分布模型

超几何分布是指从一个有限母体中不放回抽取样本时，成功或失败的概率分布。假设母体中总共N个零配件，其中有M个次品，$N-M$个正品。抽取样本的数量为n。在抽取的样本中，次品的数量为X,其服从超几何分布。超几何分布的概率密度函数为：

$$P(X=k)=\frac{\binom{M}{k}\binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

其中，$\binom{a}{b}$表示组合数。

1.基础抽样方法--简单随机抽样

随机抽样与次品率估计

为了估计次品率$p=\frac{M}{N}$,通过抽样，我们观测到样本中的次品数量k。样本次品率的估计值为：

$$\hat{p}=\frac{k}{n}$$

不过，由于简单随机抽样是不放回抽样，小样本情况下不能直接用二项分布，需要考虑有限总体的修正。

标准误差的计算

在不放回抽样的情况下，标准误差SE可以基于超几何分布计算，并且需要使用有限样本修正因子标准误差的公式为：

$$SE=\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}\cdot\frac{N-n}{N-1}}$$

其中，$\hat{p}=\frac{k}{n}$是样本中的次品率，N是总体大小，n 是样本大小，$\frac{N-n}{N-1}$是有限样本修正因子。

置信区间的推导

为了构建置信区间，我们需要利用标准误差以及正态分布的临界值Z。(对于 95%置信水平，$Z=1.96$；对于 90%置信水平，$Z=1.645$)。因此，置信区间的计算公式为：

$$CI=\hat{p}\pm Z\cdot SE$$

代入标准误差的表达式后，得到：

$$CI=\hat{p}\pm 1.96\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}\cdot\frac{N-n}{N-1}}$$

这个公式提供了次品率的置信区间，用于判断次品率是否超过 0.1。

具体步骤：

为了更准确地估计次品率超过 0.1 的置信区间，可以通过调整样本大小n和观测到的次品数量k,并使用超几何分布的概率分布函数来进行精确计算。

1. 设定抽样大小n和观察到的次品数量k_o

2. 计算出样本次品率$\hat{p}=\frac{k}{n}$。

3.根据标准误差公式，计算出标准误差 SE。

4. 对于 95%置信水平，$Z=1.96$；对于 90%置信水平，$Z=1.645$。

5.若$\hat{p}+Z\cdot\widehat{SE}>0.1$，则拒收这批零配件，否则接受这批零件。

2.减小样本量的抽样方法

以下是几种常见的抽样方法，可以有效减小抽样量：

（1）. 顺序抽样（Sequential Sampling）

顺序抽样是一种在抽样过程中动态决定样本量的方法。具体操作为：

先抽取少量样本，进行检测。

根据初步结果，判断是否需要继续抽样。如果已经可以做出明确决策，则停止抽样；如果不能，则继续抽样，直到可以做出决定为止。

这种方法能够在较早阶段做出决策时大幅减少样本量，而在样本数量增加的情况下，也可以逐步提升检测的准确性。特别适合不确定性较高的情况。

（2）．双重抽样（Double Sampling）

双重抽样是一种分两阶段进行的抽样方法：

第一阶段抽取较少量的样本进行初步检测。

如果第一阶段样本的检测结果足够明确（如次品率远低于或高于标准），则可以直接做出接受或拒绝的决定。

如果第一阶段结果不明确，则进行第二阶段抽样，进一步检测更多样本来决定是否接收或拒绝。

这种方法在样品质量较好或较差的情况下，可以避免进行大量抽样，进而减少检测成本。

（3）．贝叶斯抽样（Bayesian Sampling）

贝叶斯抽样利用事前知识（如供应商以往的历史质量数据）来优化抽样方案。通过结合历史数据和当前抽样数据，贝叶斯抽样可以动态调整抽样量，从而在同样的决策精度下，减少样本量。这种方法的优点是：

当对供应商的质量水平已有较强的先验认知时，能够降低样本需求。

当数据积累较多时，样本量需求逐渐减少。

（4） 接受抽样（Acceptance Sampling）

接受抽样是一种基于统计学的抽样方法，旨在确定某个批次的产品是否可以接受。接受抽样有以下几种具体方法：

固定样本抽样：预先确定样本量，根据检测结果是否符合设定的接受标准，做出接收或拒绝的决策。

调整抽样计划：随着检测批次的增加，调整样本量。例如，当多次检测结果显示供应商的质量稳定时，可以减少样本量。

（5）分层抽样将总体按某种特征（如零配件的批次、来源或类别）分成不同的层，然后从每一层中分别抽样。通过分层抽样，企业可以确保每一层都得到充分的代表性，进而减少需要检测的总体样本量。这种方法的优点在于：

如果不同层次的产品质量差异较大，通过分层可以减少抽样误差，并因此减少样本量。

（6）．加权抽样（Weighted Sampling）

加权抽样是一种基于样品的重要性进行抽样的方法。它根据不同零配件的质量风险或历史数据，赋予不同的抽样概率。风险较高的零配件可能需要抽取更多样本，而风险较低的零配件可以抽取较少样本。这样可以在整体上减少抽样量，但仍然确保高风险区域得到充分检测。

3. 顺序抽样方法

从一批配件中逐步抽样，直到有足够的证据确定次品率是否超过0.1，以下是顺序抽样过程中的示例计算：

第一轮抽样：抽取n_1个零件，观测到次品数量k_1。

1. 计算样本次品率$\hat{p}_1$、标准误差SE_1和置信区间CI_1。

2.在第一轮中，若 0.1 不落在置信区间内，则拒绝接受该批零件。若 0.1 落在置信区间内，则无法做出明确的决策，需要继续抽样。

3.第二轮抽样：再抽取n_2个零件，观测到次品数量k_2。累计样本星$n = \mathrm{n}_1 + n_2$,累计次品数$k = \mathrm{k}_1 + k_2$。

4.计算新的样本次品率$\hat{p}_2$、标准误差SE_2和置信区间CI_2。

5.第二轮抽样后，若 0.1 不落在置信区间内，则拒绝接受该批零件。若 0.1 仍然落在置信区间内，仍需继续抽样。但可以看到随着样本量的增加，置信区间正在缩小。如果继续抽样，最终可能会使置信区间变得足够小，以便做出决策。