

生产 N 件产品的过程中，涉及到零配件采购、检测、装配、成品检测、不合格品调换与拆解等多个环节。我们将通过数学建模来分析每个环节的成本，并通过 MATLAB 程序实现最小生产成本的计算。

注意步骤(3)中关键条件：对拆解后的零配件，重复步骤(1)和步骤(2)的处理方式，我们选择不合格成品经过拆解，可以按照零件购买价格的 60%进行回收的方式进行处理。

这里有两个思路：固定生产的成品数，或者固定成功生产的产品数，任选其一即可。

1.定义参数

基本参数：

N :生产的成品数。

- a_{11}, a_{12}, a_{13} :零配件 1、零配件 2、成品的次品率。
- a_{21}, a_{22} :分别表示零配件 1、零配件 2 的采购单价。
- a_{31}, a_{32}, a_{33} :零配件 1、零配件 2、成品的检测成本。

c_1 :成品的市场售价。 c_2 :不合格产品调换损失(物流成本、信誉损失等)。 c_3 :拆解费用。 c_4 :成品的装配成本为

决策变量： x_1, x_2, x_3 :二值变量，表示是否对零配件 1、零配件 2 和成品进行检测，取值为 0 或 1； y_1 :二值变量，表示是否对不合格的成品进行拆解，取值为 0 或 1。

$x_1 = 1$ 表示对零配件 1 进行检测， $x_1 = 0$ 表示不检测。

$x_2 = 1$ 表示对零配件 2 进行检测， $x_2 = 0$ 表示不检测。

$x_3 = 1$ 表示对成品进行检测， $x_3 = 0$ 表示不检测

$y_1 = 1$ 表示对不合格的成品进行拆解， $y_1 = 0$ 表示直接丢弃

2.成本公式

2.1 零配件采购和检测成本

1. 零配件 1, 2 的采购和检测：

采购数量：

$$\frac{N}{(1 - a_{11} \cdot (1 - x_1))}$$

采购成本：

$$C_{\text{零配件 1 采购}} = \frac{N}{(1 - a_{11} \cdot (1 - x_1))} \cdot a_{21}$$

检测成本：

$$C_{\text{零配件 1 检测}} = x_1 \cdot \frac{N}{(1 - a_{11})} \cdot a_{31}$$

同理零配件 2 的采购数量： $\frac{N}{(1 - a_{12} \cdot (1 - x_2))}$ ，采购成本： $C_{\text{零配件 2 采购}} = \frac{N}{(1 - a_{12} \cdot (1 - x_2))} \cdot a_{21}$ ，检测成本 $C_{\text{零配件 1 检测}} = x_2 \cdot \frac{N}{(1 - a_{12})} \cdot a_{32}$

3.2 成品的装配和检测成本

成品装配成本：

$$C_{\text{装配}} = N \cdot c_4$$

成品检测成本：

$$C_{\text{成品检测}} = x_3 \cdot N \cdot a_{33}$$

3.3 调换损失

不检测成品时，次品将讲入市场，造成调换损失：

$$C_{\text{调换损失}} = (1 - x_3) \cdot N \cdot a_{13} \cdot c_2$$

3.4 拆解成本

不合格成品经过拆解，可以按照零件购买价格的 60%进行回收：

$$C_{\text{拆解}} = y_1 \cdot N \cdot (1 - P_{\text{合格成品}}) \cdot c_3 - y_1 \cdot N \cdot (1 - P_{\text{合格成品}}) \cdot 0.6 \cdot c_1$$

其中，成品的合格率 $P_{\text{合格成品}}$ 为：

$$P_{\text{合格成品}} = (1 - a_{11} \cdot (1 - x_1)) \cdot (1 - a_{12} \cdot (1 - x_2)) \cdot (1 - a_{13} \cdot (1 - x_3))$$

总成本公式

总成本 C_{total} 包括零配件的采购和检测成本、成品装配和检测成本、调换损失和拆解成本：

$$C_{total} = C_{\text{零配件 1 采购}} + C_{\text{零配件 2 采购}} + C_{\text{零配件 1 检测}} + C_{\text{零配件 2 检测}} + C_{\text{装配}} + C_{\text{成品检测}} + C_{\text{调换损失}} + C_{\text{拆解}}$$

结果：

	1	2	3	4	5	6
方案 1 成 本	31044 .4444 44444 4	34700	33444.444 4444444	39500	33944.444 4444444	29657.894 7368421
方案 2 成 本	23293 .8444 44444 4	20743.200 0000000	25693.844 4444444	25543.200 0000000	23877.244 4444444	30570.694 7368421
方案 3 成 本	33444 .4444 44444 4	36500	33444.444 4444444	35500	34944.444 4444444	32157.894 7368421
方案 4 成 本	28010 .4444 44444 5	26204.000 0000000	28010.444 4444445	25204.000 0000000	26936.444 4444444	32781.894 7368421
方案 5 成 本	32377 .7777 77777 8	33950	34777.777 7777778	36250	30694.444 4444444	31868.421 0526316
方案 6 成 本方	26943 .7777	23654.000 0000000	29343.777 7777778	25954.000 0000000	25260.444 4444445	32492.421 0526316

	777778					
方案7成本	34777.7777777778	35750	34777.7777777778	32250	31694.4444444444	34368.4210526316
方案8成本	31917.7777777778	30030.0000000000	31917.7777777778	26530.0000000000	28834.4444444444	34688.4210526316
方案9成本	32822.2222222222	36200	35222.2222222222	39750	42388.8888888889	31552.6315789474
方案10成本	27388.2222222222	25904.0000000000	29788.2222222222	29454.0000000000	34380.8888888889	32176.6315789474
方案11成本	35222.2222222222	38000	35222.2222222222	35750	43388.8888888889	34052.6315789474
方案12成本	32362.2222222222	32280.0000000000	32362.2222222222	30030.0000000000	37668.8888888889	34372.6315789474
方案13成本	34155.5555555556	35450	36555.5555555556	36500	39138.8888888889	33763.1578947368

方案 14 成本	31295 .5555 55555 6	29730.000 0000000	33695.555 5555556	30780.000 0000000	36278.888 8888889	34083.157 8947368
方案 15 成本	36555 .5555 55555 6	37250	36555.555 5555556	32500	40138.888 8888889	36263.157 8947368
方案 16 成本	36555 .5555 55555 6	37250	36555.555 5555556	32500	40138.888 8888889	36263.157 8947368
最优 策略	2	2	2	4	2	1

Matlab 代码:

```
function total_cost = production_cost(N, a11, a12, a13, a21, a22, a31, a32,
a33, c1, c2, c3, c4, detect_part1, detect_part2, detect_final, disassemble)

% 零配件 1 检测和采购
part1_quality_rate = (1 - a11 * (1 - detect_part1)); % 零配件 1 合格率
part1_quantity = N / part1_quality_rate; % 零配件 1 采购数量
part1_purchase_cost = part1_quantity * a21; % 零配件 1 采购成本
part1_testing_cost = detect_part1 * (N / (1 - a11)) * a31; % 零配件 1 检测成本

% 零配件 2 检测和采购
part2_quality_rate = (1 - a12 * (1 - detect_part2)); % 零配件 2 合格率
part2_quantity = N / part2_quality_rate; % 零配件 2 采购数量
part2_purchase_cost = part2_quantity * a22; % 零配件 2 采购成本
part2_testing_cost = detect_part2 * (N / (1 - a12)) * a32; % 零配件 2 检测成本
```

```
% 成品装配成本
assembly_cost = N * c4; % 装配成本

% 成品检测成本
final_testing_cost = detect_final * N * a33;

% 调换损失
replacement_cost = (1 - detect_final) * N * a13 * c2;

% 成品合格率
product_quality_rate = part1_quality_rate * part2_quality_rate * (1 - a13
* (1 - detect_final));

% 拆解成本和回收收益
scrap_cost = disassemble * N * (1 - product_quality_rate) * c3;
scrap_revenue = disassemble * N * (1 - product_quality_rate) * 0.6 * c1;

% 总成本计算
total_cost = part1_purchase_cost + part2_purchase_cost +
part1_testing_cost + part2_testing_cost + ...
assembly_cost + final_testing_cost + replacement_cost +
scrap_cost - scrap_revenue;

end
```

```
% 输入参数
N = 1000; % 生产的产品数量
a11 = 0.05; % 零配件1次品率
a12 = 0.04; % 零配件2次品率
a13 = 0.02; % 成品次品率
a21 = 10; % 零配件1单价
a22 = 15; % 零配件2单价
a31 = 2; % 零配件1检测成本
a32 = 3; % 零配件2检测成本
a33 = 5; % 成品检测成本
c1 = 100; % 成品市场售价
c2 = 20; % 不合格品调换损失
c3 = 8; % 拆解费用
c4 = 10; % 成品装配成本

% 决策变量
detect_part1 = 1; % 是否检测零配件1
detect_part2 = 1; % 是否检测零配件2
detect_final = 1; % 是否检测成品
disassemble = 1; % 是否拆解不合格成品
```

```
% 计算总成本
total_cost = production_cost(N, a11, a12, a13, a21, a22, a31, a32, a33, c1,
c2, c3, c4, detect_part1, detect_part2, detect_final, disassemble);
fprintf('Total production cost: %.2f\n', total_cost);

%六种情况
clc,clear
N = 1000; % 生产的产品数量
a11=[0.1,0.2 ,0.1,0.2,0.1,0.05];% 零配件 1 次品率
a21=[4,4,4,4,4,4,4];% 零配件 1 单价
a31=[2,2,2,1,8,2];% 零配件 1 检测成本
a12=[0.1,0.2,0.1,0.2,0.2,0.05];% 零配件 2 次品率
a22=[18,18,18,18,18,18];% 零配件 2 单价
a32=[3,3,3,1,1,3];% 零配件 2 检测成本
a13=[0.1,0.2 ,0.1,0.2,0.1,0.05];% 成品次品率
c4=[6,6,6,6,6,6];% 成品装配成本
a33=[3,3,3,2,2,3];% 成品检测成本
c1=[56,56,56,56,56,56];% 成品市场售价
c2 =[6,6,30,30,10,10];% 不合格品调换损失
c3 =[5,5,5,5,5,40];% 拆解费用

data=zeros(6,17);
for i=1:6
    number=1; minlable=0;minvalue=Inf;
    % 决策变量
    for detect_part1 = 1:2 % 是否检测零配件 1
        for detect_part2 = 1:2 % 是否检测零配件 2
            for detect_final = 1:2 % 是否检测成品
                for disassemble = 1:2 % 是否拆解不合格成品
                    % 计算总成本
                    total_cost = production_cost(N, a11(i), a12(i), a13(i),
a21(i), a22(i), a31(i), a32(i), a33(i), c1(i), c2(i), c3(i), c4(i),
detect_part1-1, detect_part2-1, detect_final-1, disassemble-1);
                    data(i,number)=total_cost;

                    if total_cost<minvalue
                        minlable=number;minvalue=total_cost;
                    end
                    number=number+1;
                    %fprintf('Total production cost: %.2f\n', total_cost);
                end
            end
        end
    end
    data(i,17)=minlable;
end
data1=data';
```