



دانشجویان گرامی

لطفا با دقت موارد زیر را مطالعه کرده و در تهیه پاسخنامه نهایی تمرین رعایت فرمائید.

پاسخنامه تمرینات به صورت دست نویس، نهایتا در قالب یک فایل pdf و در صورت نیاز به همراه تمامی ضمیمه ها ( از جمله کدها، تصاویر، جداول و ...) باید ارسال گردد. تمامی موارد مورد نیاز برای ارسال را به صورت یک فایل فشرده با فرمت zip یا rar تهیه کرده و نام فایل را به صورت StudentNumber\_HW4.zip (به عنوان مثال 9831055\_HW4.zip) از طریق سامانه [courses.aut.ac.ir](http://courses.aut.ac.ir) در بازه زمانی تعیین شده ارسال نمائید.

در صورت نیاز به راهنمایی یا بروز هر گونه مشکلی می توانید از ایمیل [AUTAlgorithmTA@gmail.com](mailto:AUTAlgorithmTA@gmail.com) استفاده نمائید.

## این تمرین دارای نمره تشویقی (نمره اضافی) است.

آخرین مهلت ارسال تمرین شماره چهار تا ساعت ۲۴ یکشنبه ۲۱ خرداد می باشد.

تاخیر به هیچ وجه مجاز نمی باشد.

هرگونه شباهت در کل یا بخشی از پاسخنامه ها فارغ از اینکه از چه منبعی تهیه شده باشند، به عنوان عدم رعایت حق کپی

رایت لحاظ خواهد شد و نمره بین تمامی نسخه های مشابه تقسیم خواهد شد.

پاسخنامه نهایی باید به صورت شخصی و با بیان و ادبیات شخصی تهیه شده و منحصر بفرد باشد. لذا کلیه دانشجویانی که به

صورت مشترک اقدام به حل مساله ها می نمایند و یا بخشی از پاسخها را از اینترنت یا سایر منابع تهیه می کنند، بعد از

فراگیری کامل راه حل، به صورت انفرادی اقدام به تهیه پاسخنامه نمایند.

موفق باشید

۱. نقاط  $P_i$  برای  $1 \leq i \leq n$  محل شعبات یک فروشگاه زنجیره ای در یک شهر را روی یک صفحه دو بعدی مشخص می کنند.

دو ماشین حمل لبنیات قصد دارند از مرکز شهر (مختصات  $[0,0]$ ) شروع کرده و لبنیات مورد نیاز شعبات را به آنها برسانند. اگر ماشینی کالاهای محل  $i$  را قبل از محل  $j$  برساند، باید  $i < j$  باشد و هزینه آن برابر با فاصله منتهن بین نقطه  $i$  و نقطه  $j$  خواهد بود. لذا هزینه کل برابر با مسافت پیموده شده توسط ماشین ها خواهد بود. الگوریتمی ارائه دهید تا این دو خودرو بتوانند با کمترین هزینه، تمامی کالاها را به شعبات برسانند. الگوریتم خود را تحلیل کنید. (۳۰ امتیاز)

۲. تعدادی کیسه شن با وزنها  $W_i$  که  $0 < W_i \leq 1$  داریم که بدون ترتیب در انباری پشت سرهم گذاشته ایم، می خواهیم آنها را در جعبه هایی با حداکثر ظرفیت یک قرار دهیم. در یک الگوریتم پیشنهادی، کیسه ها را با همان ترتیبی که در انباری هستند در جعبه ها قرار می دهیم، یعنی یک کیسه برداریم و اگر جعبه جا دارد در آن قرار می دهیم. در غیر این صورت جعبه را کنار گذاشته و جعبه بعدی را برمی داریم. اثبات کنید حداکثر تعداد جعبه های استفاده شده در این الگوریتم دوبرابر الگوریتم بهینه است. (الگوریتم بهینه را نیز توصیف کنید). (۲۰ امتیاز)

۳. پدر پارسا برای او تعدادی مکعب هم اندازه که هر یک دارای وزن متفاوتی است را خریده تا با آنها بازی کند. پدرش از او خواسته است با این مکعب ها برجی بلند درست کند. ولی او می خواهد هنگام قرار دادن یک مکعب بر روی دیگری، وجه پائین مکعب



بالایی هم رنگ با وجه بالای مکعب پائینی باشد. همچنین همیشه مکعب پائینی باید سنگین تر از مکعب بالایی باشد. الگوریتمی طراحی کنید تا به پارسا کمک کند تا بتواند بلندترین برج رنگی ممکن را بسازد. (۲۵ امتیاز)

۴. اشکان قصد دارد برای آزمون سه تار خود از بین  $m$  قطعه موسیقی حداکثر تعداد قطعات ممکن را یاد بگیرد. او در کل  $T$  ساعت زمان دارد تا خود را آماده کند. برای قطعه موسیقی  $i$  او نیازمند صرف زمان  $p_i$  برای آموزش کامل است. البته او می تواند از تعدادی از  $n$  استاد موسیقی در دسترس برای یادگیری بهتر کمک بگیرد. البته هر استاد موسیقی زمان محدودی برای آموزش به او دارند. هر استاد  $j$  دارای زمان خالی  $t_j$  است و همچنین هر قطعه به صورت کامل باید توسط یک استاد آموزش داده شود و نباید ناقص بماند. همچنین هر استاد اجازه ندارد بیشتر از یک قطعه موسیقی را آموزش دهد (تمامی اساتید تمامی قطعات را بلد هستند). اشکان برای یادگیری هر قطعه دو نوع انتخاب در دسترس دارد: اول اینکه خودش به تنهایی با صرف زمان  $p_i$  قطعه را یاد بگیرد. دوم اینکه با کمک استاد  $j$  و با صرف زمان  $\min\{p_i, t_j\}$  قطعه را یاد بگیرد و اگر  $p_i > t_j$  بود و زمانی اضافه در اختیارش بود خودش همان قطعه را به تنهایی کار کند. یادگرفتن بخشی از یک قطعه ارزشی برای آزمون نهایی ندارد. (۳۰ امتیاز)

a. فرض کنید اشکان فقط قصد داشته باشد تعداد  $k$  قطعه را یاد بگیرد، الگوریتمی بهینه ارائه کرده و آن را تحلیل کنید. ثابت کنید الگوریتم شما بهینه است.

b. با در نظر گرفتن قسمت a الگوریتمی ارائه کنید که بیشترین تعداد قطعات ممکن برای یادگیری را محاسبه نماید. الگوریتم را تحلیل کنید.