

توضیح راجع به مثال اول:

$$f(x) = \begin{cases} x & x \in \mathbb{Q} \\ -x & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

$\epsilon \cdot *$

$(\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 0)$  حقیقتی است.  $\epsilon \cdot n = 0$

دلیل: فرض کنید  $\epsilon > 0$  داده شده باشد.

$\underbrace{|x-0| < \delta}_{(*1)}$  را به گونه ای برای  $\delta$  بگیرید تا  $|f(x)-f(0)| < \epsilon$  داشته باشد.

$$|f(x)-f(0)| < \epsilon \iff |x| < \epsilon$$

$$\iff |x| < \sqrt{\epsilon}$$

$\underline{(*)} \quad \forall \epsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \text{such that } |x| < \delta \Rightarrow |f(x)-f(0)| < \epsilon$

$$|x| < \sqrt{\epsilon} \quad \text{and} \quad |x| < \delta$$