Subject: اشکان شکیبا ۹۹۳۱۰۳۰ Year: Month: Date:

سوال سوم (نسخه آپلود شده بر روی کورسز)

$a=0, \; b=3, \; c=0 \quad (9931030)$

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-3}\dfrac{\sin(xy)}{x^2+y^2} & , (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & , (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

الف) دو مسیر متفاوت برای نزدیک شدن به نقطه $(0,0)$ در نظر می‌گیریم؛ مسیر اول محور y ها ($x=0$، $y\to 0^+$)

$$\lim f(x,y) = e^{-3}\frac{\sin(0)}{0+y^2}=0$$

مسیر دوم نیمساز ناحیه اول ($y=x$)

$$\lim f(x,y) = e^{-3}\frac{\sin(x^2)}{2x^2}=\frac{e^{-3}}{2}$$

که مقداری متفاوت با حاصل حد به دست آمده از مسیر اول دارد؛

بنابراین تابع در $(0,0)$ حد ندارد و پیوسته نیست.

ب)

$$g(x)=\begin{cases} e^{-3}\dfrac{\sin(1400x^2)}{1960001x^2} & ; x\neq 0 \\ 0 & ; x=0 \end{cases}$$

Mahdi

$$\lim_{x\to 0} g(x) = \lim_{x\to 0} e^{-3}\frac{\sin(1400x^2)}{1960001x^2} = \lim_{x\to 0} e^{-3}\frac{\sin(1400x^2)}{1400x^2}$$

$$\times \frac{1400}{1960001} = \frac{1400e^{-3}}{1960001}$$

(زیرا $\lim_{u\to 0}\frac{\sin u}{u} = 1$)

سوال سوم (سنخ هماهنگ)

$$f(x,y) = \begin{cases} e^{x-4}\dfrac{\sin(x^2y)}{x^2+y^2} & ; (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & ; (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

الف)

$$0 \leq |\sin(x^2y)| \leq |x^2y| \Rightarrow 0 \leq \frac{|\sin(x^2y)|}{x^2+y^2} \leq \frac{|x^2y|}{x^2+y^2}$$

می دانیم $\frac{x^2}{x^2+y^2} < 1$ ؛ بنابراین:

$$0 \leq \frac{|\sin(x^2y)|}{x^2+y^2} \leq \frac{x^2}{x^2+y^2}|y| \leq |y|$$

$$\Rightarrow 0 \leq e^{x-4}\frac{|\sin(x^2y)|}{x^2+y^2} \leq e^{x-4}|y|$$

می دانیم $(x,y)\to(0,0)$ ، بنابر قضیه فشردگی:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} e^{x-4}\frac{|\sin(x^2y)|}{x^2+y^2} = 0$$

Subject:

Year: Month: Date:

همچنین می‌دانیم اگر حد قدر مطلق تابعی صفر شود، خود تابع نیز به صفر

میل می‌کند؛ بنابراین $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=0$

بنابراین در $(0,0)$ پیوسته است.

ب) با جایگذاری $y=1400x$ می‌توان ضابطه g و نامعادله مورد نظر

را به دست آورد:

$$g(x)=\begin{cases} e^{x-4}\dfrac{\sin(1400x^3)}{1960001x^2} & ; x\neq 0 \\ 0 & ; x=0 \end{cases}$$

نامعادله: $0 \leq e^{x-4}\dfrac{|\sin(1400x^3)|}{1960001x^2} \leq e^{x-4}|1400x^3|$

می‌دانیم $x\to 0$ پس بنابر قضیه فشردگی:

$$\lim_{x\to 0} e^{x-4}\frac{|\sin(1400x^3)|}{1960001x^2}=0 \Rightarrow \lim_{x\to 0} g(x)=0$$