

Fundamentals of physics

Electricity & Magnetism

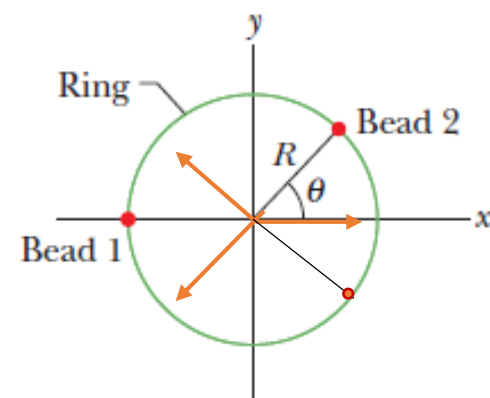
Sh. gholami

CHAPTER 22

Electric Field



شکل ۱۸-۳۹، حلقه‌ای پلاستیکی به شعاع $R = 50/0 \text{ cm}$ را نشان می‌دهد. دو مهره باردار کوچک روی حلقه قرار دارند: مهره ۱ با بار $+2/00 \mu\text{C}$ در مکان خود در سمت چپ ثابت شده است؛ مهره ۲ با بار $+6/00 \mu\text{C}$ می‌تواند روی حلقه جابه‌جا شود. دو مهره، میدان الکتریکی خالصی به بزرگی E را در مرکز حلقه ایجاد می‌کنند. مهره ۲ دو باید در چه زاویه θ (الف) مثبت و (ب) منفی قرار داده شود تا $E = 2/00 \times 10^5 \text{ N/C}$ باشد؟



$$E_{\text{net},x} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R^2} - \frac{q_2 \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 R^2}, \quad E_{\text{net},y} = -\frac{q_2 \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 R^2}.$$

$$E^2 = \frac{q_1^2 + q_2^2 - 2q_1q_2 \cos \theta}{(4\pi\epsilon_0 R^2)^2}.$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{q_1^2 + q_2^2 - (4\pi\epsilon_0 R^2)^2 E^2}{2q_1q_2} \right)$$

الف

$$\theta = 67.8^\circ.$$

ب

$$\theta = -67.8^\circ.$$

در شکل ۱۸-۴۶، یک میله نارسانا به طول $L = ۸/۱۵ \text{ cm}$ دارای بار $-q = -۴/۲۳ \text{ fC}$ است که به طور یکنواخت در طول آن توزیع شده است. (الف) چگالی خطی بار میله چقدر است؟ (ب) بزرگی و (پ) جهت (نسبت به جهت مثبت محور x) میدان الکتریکی ایجاد شده در نقطه P ، واقع در فاصله $a = ۱۲/۰ \text{ cm}$ از میله، چگونه است؟ بزرگی میدان الکتریکی ایجاد شده در فاصله $a = ۵۰ \text{ cm}$ توسط (ت) میله و (ث) ذره‌ای دارای بار $-q = -۴/۲۳ \text{ fC}$ که به جای میله قرار داده شود، چقدر است؟

مولفه افقی میدان الکتریکی در راستای x :

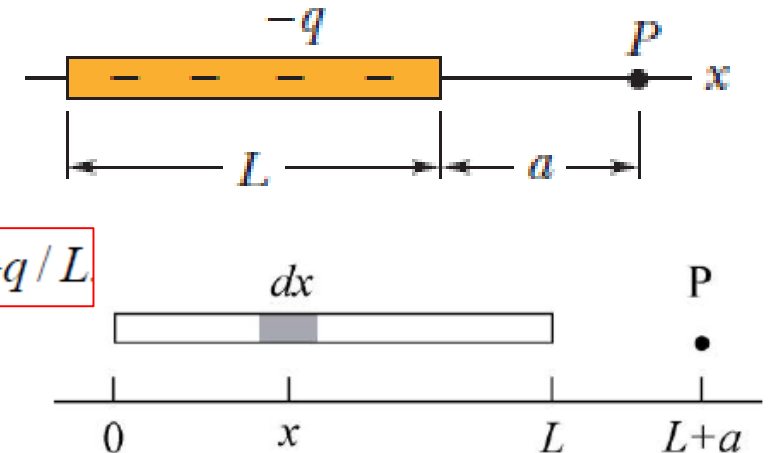
$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{(L+a-x)^2}$$

میدان الکتریکی تولید شده در نقطه P توسط کل میله:

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(L+a-x)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{L+a-x} \Big|_0^L = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{L+a} \right)$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{L}{a(L+a)} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a(L+a)},$$

$-q = \lambda L$ با جایگذاری



$$\lambda = -q/L$$



الف

$$q = 4.23 \times 10^{-15} \text{ C}$$

$$a = 0.120 \text{ m}$$

$$L = 0.0815 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{-q}{L} = \frac{-4.23 \times 10^{-15} \text{ C}}{0.0815 \text{ m}} = -5.19 \times 10^{-14} \text{ C/m}$$

ب

$$E_x = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a(L+a)} = -\frac{(8.99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(4.23 \times 10^{-15} \text{ C})}{(0.120 \text{ m})(0.0815 \text{ m} + 0.120 \text{ m})} = -1.57 \times 10^{-3} \text{ N/C},$$

پ

علامت منفی میدان نمایانگر این است که میدان در خلاف جهت محور x است.

ت

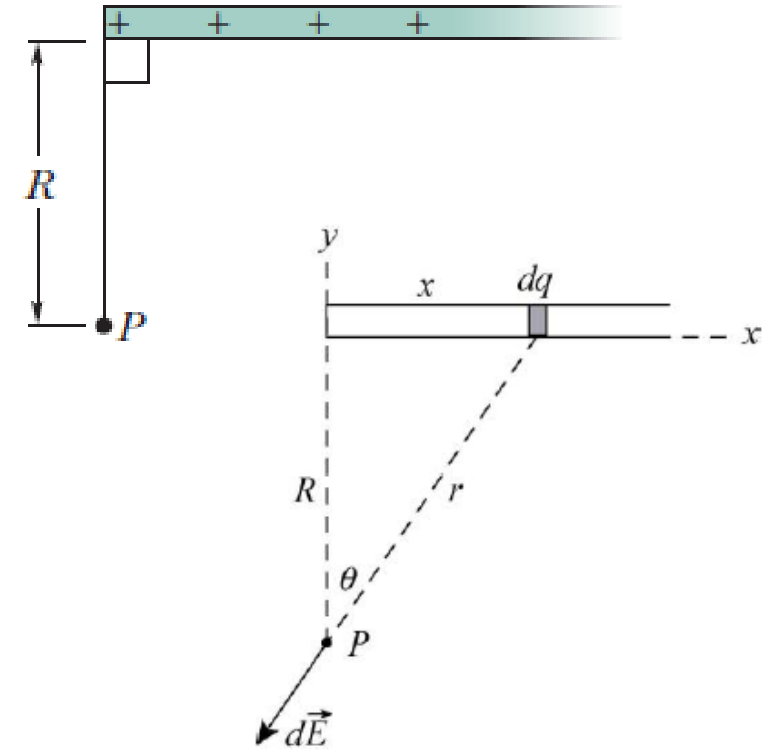
$$a \gg L \quad \Rightarrow \quad E_x = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \quad a = 50 \text{ m} \gg L = 0.0815 \text{ m},$$

$$E_x = -1.52 \times 10^{-8} \text{ N/C}, \text{ or } |E_x| = 1.52 \times 10^{-8} \text{ N/C}.$$

ث

$$|E_x| = 1.52 \times 10^{-8} \text{ N/C}.$$

در شکل ۱۸-۵۲، یک میله نارسانای «نیم-نامتناهی» (یعنی، فقط از یک طرف نامتناهی است) دارای چگالی خطی بار λ است. نشان دهید که میدان الکتریکی \vec{E}_P در نقطه P با میله زاویه 45° می‌سازد و این نتیجه مستقل از فاصله R است. (راهنمایی: جداگانه مؤلفه \vec{E}_P موازی با میله و مؤلفه عمود بر میله را بیابید.)



اندازه میدان الکتریکی در نقطه P

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{r^2}.$$

$$dE_x = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{r^2} \sin \theta$$

$$dE_y = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{r^2} \cos \theta,$$

$$r = R/\cos \theta, x = R \tan \theta \quad \rightarrow \quad dx = (R/\cos^2 \theta) d\theta.$$

$$E_x = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \cos \theta \Big|_0^{\pi/2} = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$E_y = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{\pi/2} \cos \theta d\theta = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \sin \theta \Big|_0^{\pi/2} = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

فرض کنید شما قرار است وسیله‌ای را طراحی کنید که در آن یک قرص بارداریکنوخت به شعاع R ، میدانی الکتریکی ایجاد کند. بزرگی این میدان در امتداد محور عمود در مرکز، در نقطه P به فاصله $R/200$ از قرص (شکل ۱۸-۵۴ الف) بیشترین اهمیت را دارد. برآورد هزینه‌ها شما را بر آن می‌دارد که قرص را با حلقه‌ای با همان شعاع خارجی R ولی با شعاع داخلی $R/200$ (شکل ۱۸-۵۴ ب) جایگزین کنید. فرض کنید حلقه همان چگالی سطحی بار قرص اولیه را دارد. با این حلقه، بزرگی میدان الکتریکی در نقطه P با چه درصدی کاهش می‌یابد؟

اندازه میدان الکتریکی در نقطه P به فاصله Z از مرکز دیسک:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right]$$

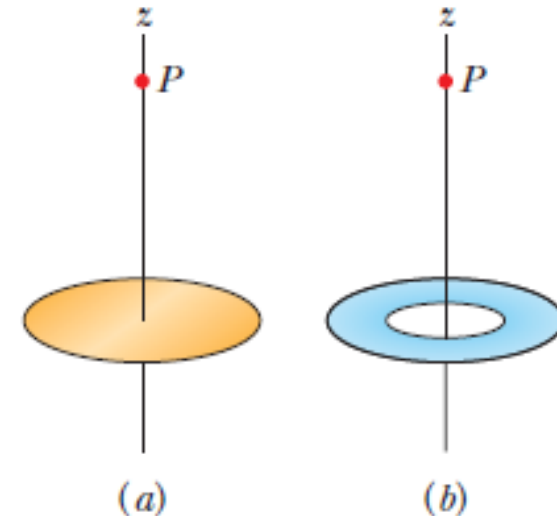
$$E_{(b)} = E_{(a)} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{2R}{\sqrt{(2R)^2 + (R/2)^2}} \right)$$

$$E_{(a)} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{2R}{\sqrt{(2R)^2 + R^2}} \right)$$

اختلاف نسبی

$$\frac{E_{(a)} - E_{(b)}}{E_{(a)}} = \frac{1 - 2/\sqrt{4+1/4}}{1 - 2/\sqrt{4+1}} = \frac{1 - 2/\sqrt{17/4}}{1 - 2/\sqrt{5}} = \frac{0.0299}{0.1056} = 0.283$$

28%





شکل ۱۸-۶۰ الف، ذره‌ای با بار $+Q$ میدانی الکتریکی به بزرگی $E_{\text{ذره}}$ در نقطه P در فاصله R از ذره ایجاد می‌کند. در شکل ۱۸-۶۰ ب، همان مقدار بار به طور یکنواخت روی کمانی دایره‌ای به شعاع R و زاویه θ توزیع شده است. بار روی کمان، میدانی الکتریکی به بزرگی $E_{\text{کمان}}$ در مرکز خمیدگی P آن ایجاد می‌کند. به ازای چه مقداری از θ ، $E_{\text{کمان}} = 0.500 E_{\text{ذره}}$ است؟ (راهنمایی: شما احتمالاً به یک حل ترسیمی روی می‌آورید.)

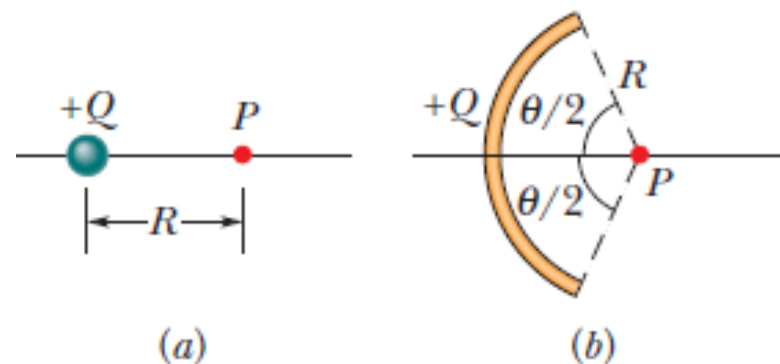
طول کمان

$$L = r\theta \text{ with}$$

$$E_{\text{arc}} = \frac{2(Q/L) \sin(\theta/2)}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{2(Q/R\theta) \sin(\theta/2)}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{2Q \sin(\theta/2)}{4\pi\epsilon_0 R^2 \theta}$$

$$E_{\text{arc}} = \frac{1}{2} E_{\text{particle}}$$

$$\frac{2Q \sin(\theta/2)}{4\pi\epsilon_0 R^2 \theta} = \frac{1}{2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \Rightarrow \sin \frac{\theta}{2} = \frac{\theta}{4} \longrightarrow \theta = 3.791 \text{ rad} \approx 217^\circ$$



تمرین شماره ۱

مطابق شکل زیر دو میله با بارهای مخالف و چگالی‌های خطی متفاوت را انحنا داده‌ایم به نحوی که تشکیل دو کمان را داده‌اند. یکی از کمان‌ها نیم حلقه با چگالی خطی λ_1 و کمان دیگری ربع حلقه با چگالی خطی λ_2 می‌باشند. شعاع کمان‌ها نیز یکسان و برابر a می‌باشد. میدان الکتریکی ناشی از این دو کمان را در مبدا مختصات محاسبه نمایید.

