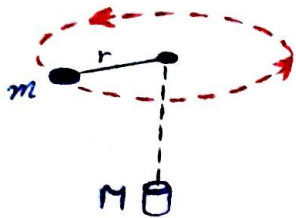


نیرو و حرکت (II)

- ① قرص به جرم m روی میز بدون اصطکاک است و با ریسمانی که از سوراخ در میز می‌گذرد به استوانه‌ای به جرم M متصل است. قرص باید با چه سرعتی باید در دایره‌ای به شعاع r حرکت کند تا استوانه ساکن بماند؟



نیروی کشش ریسمان، نیروی مرکزگرای لازم برای دور زدن قرص در مسیر دایره‌ای به شعاع r را ایجاد می‌کند:

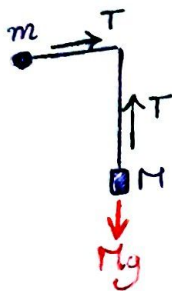
$$T = \frac{mv^2}{r}$$

از طرفی برای ساکن ماندن جرم M ، نیروی کشش ریسمان (T) باید

با نیروی وزن استوانه (Mg) متساوی باشد:

$$\frac{mv^2}{r} = Mg$$

$$v = \sqrt{\frac{Mgr}{m}}$$

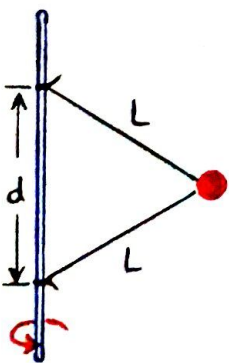


- ② توی به جرم 1.34 kg را با دو ریسمان به جرم حرکت به طول 1.7 m به میله صلب قائم بسته شده‌اند. ریسمان که به دو نقطه میله به فاصله 1.7 m از یکدیگر بسته شده‌اند و سیستم حول میله می‌چرخد. هر دو ریسمان کاملاً کشیده شده‌اند و باید به مثلث متساوی الاضلاع می‌سازند. کشش ریسمان بالایی 35 N است. مطلوب است:

الف) کشش ریسمان پایینی را پیدا کنید.

ب) نیروی خالص وارد بر توی را در وضعیتی که در شکل نشان داده شده است پیدا کنید.

ج) سرعت توی چقدر است؟



$$T_u \cos \theta + T_l \cos \theta = \frac{mv^2}{r} \quad \text{I}$$

الف)

$$T_u \sin \theta - T_l \sin \theta - mg = 0$$

$$35 \sin \theta - T_l \sin 30 = 13.4 \rightarrow T_l = 8.74 \text{ N}$$

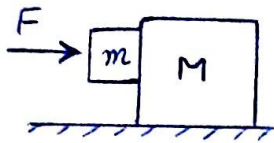
$$F_{\text{net}} = (T_u + T_l) \cos \theta = 37.9 \text{ N} \quad \text{II}$$

ب)

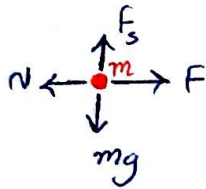
$$\text{I, II: } F_{\text{net}} = (T_u + T_l) \cos \theta = \frac{mv^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{r F_{\text{net}}}{m}} = 6.45 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{ج)}$$

$$r = L \cos 30$$

(3) در شکل زیر $m = 16 \text{ kg}$ و $M = 38 \text{ kg}$ و ضریب اصطکاک ایستایی بین دو جسم $\mu_s = 0.38$ است. ضایقه M با سطح زیرین نداشته باشد نیروی افقی F حیدر باشد تا m نسبت به M ساکن بماند؟



شتاب مجزوم $F = (m + M) a \rightarrow a = \frac{F}{m + M}$ (I)



از طرفین با هم به هم را جسم آزاد برای m :

$F - N = ma$ *

$F_s - mg = 0 \rightarrow F_s = mg$: $N = \frac{mg}{\mu_s}$ (II)

از جانداری روابط I و II در رابطه * درختایت خواهیم داشت:

$$F = \frac{mg}{\mu_s (1 - \frac{m}{m+M})} = \boxed{4.9 \times 10^2 \text{ N}}$$

(4) مطابق شکل زیر اتوبیسی با سرعت ثابت روی جاده‌ای مستقیم که یسسته و بلندی دارد حرکت می‌کند. جرم راننده 70 kg است. ضایقه هنگام عبور اتوبیسی از برآمدگی، نیروی عمودی وارد بر آن صفر باشد. مقدار نیروی عمودی وارد بر راننده هنگامی که از پایین فرود رفتگی عبور می‌کند حیدر است؟



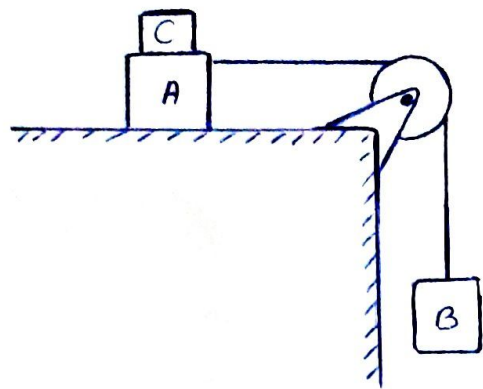
برآمدگی: $F_N - mg = -\frac{mv^2}{r}$

$F_N = 0 \rightarrow v^2 = rg$

فرود رفتگی: $F_N - mg = \frac{mv^2}{r} = mg \rightarrow F_N = 2mg$

$$\boxed{F_N = 1.37 \times 10^3 \text{ N}}$$

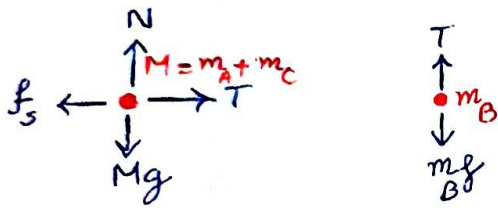
5. مطابق شکل وزن بلوک‌ها A و B به ترتیب 44 و 22 نیوتن است. ضریب اصطکاک ایستایی بین بلوک A و میز 0.2 و ضریب اصطکاک جنبشی بین بلوک A و میز 0.15 است. جاذبه جسم C روی جسم A بگذاریم تا مانع لغزش آن شود مطلوب است:



الف) حداقل جرم C چند باشد تا A نلغزد؟

ب) اگر جسم C را به طور ناگهانی از روی جسم A برداریم شتاب A چند خواهد بود؟

الف) بار رسم نمودار آزاد اجسام می‌توان نوشت:



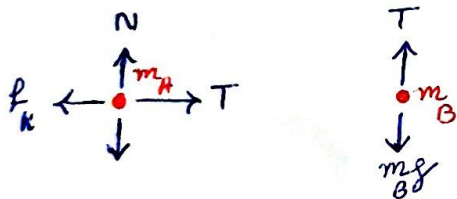
$$m_B g - T = 0 \rightarrow T = m_B g = 22 \text{ N}$$

$$T - f_s = 0 \rightarrow T - \mu_s N = 0$$

$$T - \mu_s M g = 0$$

$$22 = 0.2 (m_C g + 44)$$

$$m_C g = 66 \text{ N}$$



$$m_B g - T = m_B a$$

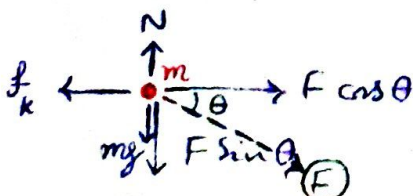
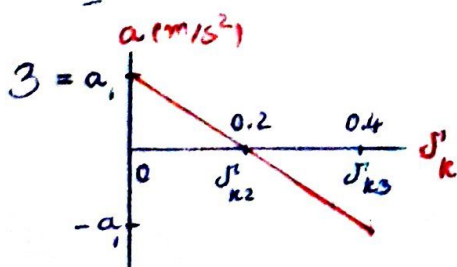
$$T - f_k = m_A a ; T - \mu_k N = m_A a$$

$$m_B g - \mu_k m_A g = (m_B + m_A) a$$

$$a = \frac{(m_B - \mu_k m_A) g}{m_B + m_A} = 2.33 \text{ m/s}^2$$

6. جعبه‌ای روی سطح افقی قرار گرفته است و نیروی F تحت زاویه θ به آن وارد می‌شود.

با استفاده از نمودار شتاب بر حسب ضریب اصطکاک جنبشی μ_k که داده شده است زاویه θ را بدست آورید.



$$F \cos \theta - f_k = m a$$

$$F \cos \theta - \mu_k (mg + F \sin \theta) = m a$$

$$F \cos \theta = 3m \quad \text{(I)}$$

$$F \cos \theta = 0.2 (mg + F \sin \theta) \quad \text{(II)}$$

$$F \cos \theta - 0.4 (mg + F \sin \theta) = -3m \quad \text{(III)}$$

$$\textcircled{\text{I}}, \textcircled{\text{II}} \rightarrow 3m = 0.2(mg + F \sin \theta)$$

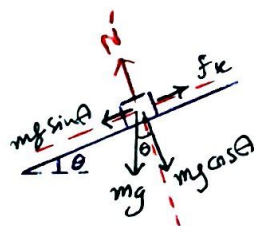
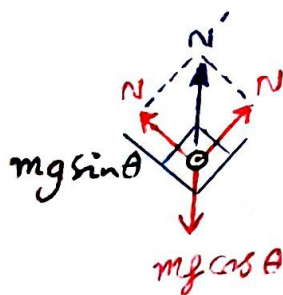
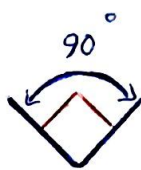
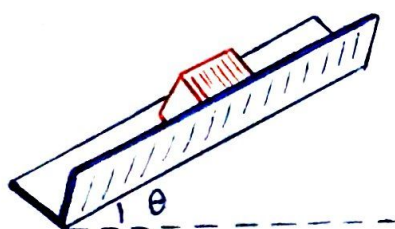
$$\text{یا } 10: 3m = 2m + 0.2 F \sin \theta \rightarrow F \cos \theta = \frac{m}{0.2}$$

$$\textcircled{\text{I}} \text{ از طرف: } F \cos \theta = 3m$$

$$\tan \theta = \frac{5}{3}$$

$$\theta = 60^\circ$$

7. مطابق شکل جعبه‌ی m در ناودان شیب‌داری با مقطع قائم‌الزاویه به طرف پایین می‌لغزد. اگر ضریب اصطکاک جنبشی میان جعبه و سطح داخل ناودان μ_k در نظر گرفته شود شتاب جعبه را بر حسب پارامترهای θ ، g و μ_k درست آورید.



$$N' = 2N \cos 45^\circ = \sqrt{2}N$$

$$2\mu_k N' = 2\mu_k \frac{N'}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\mu_k N'$$

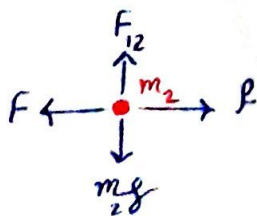
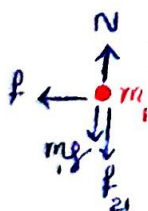
$$mg \sin \theta - f_k = ma$$

$$N' - mg \cos \theta = 0 \quad ; \quad N' = mg \cos \theta$$

$$mg \sin \theta - \sqrt{2}\mu_k mg \cos \theta = ma$$

$$a = g(\sin \theta - \sqrt{2}\mu_k \cos \theta)$$

8. تیرهای به جرم $m_1 = 40 \text{ kg}$ روی سطح بدون اصطکاک واقع شده است و جسی به جرم $m_2 = 10 \text{ kg}$ روی تیر قرار دارد. ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و تیر 0.6 و ضریب اصطکاک جنبشی میان آن 0.4 است. ضایع نیروی افقی به بزرگی 100 N به جسم وارد شود. شتاب جسم و شتاب تیر را به دست آورید.



باتوجه به نمودارهای آزار m_2 و m_1 داریم:

$$\textcircled{\text{m}_1}: -F = m_1 a_1 \quad \textcircled{\text{I}}$$

$$N - m_1 g - f_{21} = 0$$

$$\textcircled{\text{m}_2}: F - F = m_2 a_2 \quad \textcircled{\text{II}}$$

$$f_{12} - m_2 g = 0$$

ابتدا لازم است بررسی کنیم که آیا می توان فرض کرد که شتاب تیفه برابر است $(a_1 \stackrel{?}{=} a_2)$ برای این منظور شتاب a_1 را از رابطه ① به دست آورده و به جای a_2 در رابطه ② جایگزینی می کنیم:

$$\textcircled{I} \rightarrow a_1 = \frac{-f}{m_1}$$

$$\text{if } a_1 = a_2 \text{ so } \textcircled{II} \rightarrow f - F = \frac{m_2}{m_1} (-f)$$

$$f m_1 - F m_1 = m_2 (-f)$$

$$f(m_1 + m_2) = F m_1 \rightarrow f = \frac{m_1 F}{m_1 + m_2} = \frac{40(100)}{70 + 40} = \underline{80 \text{ N}}$$

این در حالی است که $f = f_{12} = f_{21} = m_2 g$ که برابر است با حدوداً 59 N و چون با در نظر گرفتن $a_1 = a_2$ موافق نمی شویم با $f > f_{\max}$ لذا نتیجه می گیریم شتاب تیفه و جسم نمی تواند یکسان باشد و داریم:

$$\textcircled{II} \rightarrow a_2 = \frac{\overset{J_K(f_{12})}{f} - F}{m_2} = \frac{0.4(10)(9.8) - 100}{70} = \underline{-6.08}$$

$$\textcircled{I} \rightarrow a_1 = \frac{-f}{m_1} = \frac{-J_K(N - m_1 g)}{m_1} = \frac{-0.4(70)(9.8)}{40} = \underline{-0.98 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$f = J_K f_{21} = J_K (N - m_1 g) = m_2 g$$

$$|f_{12}| = |f_{21}|$$

علامت منفی شتاب a_1 حاصل از این است که بر دارنده شتاب a_1 و a_2 در خلاف جهت حرکت می کنند.