

شروع سه شنبه، 15 تیر 1400، 1:55 عصر

وضعیت پایان یافته

پایان سه شنبه، 15 تیر 1400، 3:14 عصر

زمان صرف شده 1 ساعت 19 دقیقه

نمره 14.67 از 20.00 (73%)

سؤال 1

درست

نمره 1.00 از 1.00

فرض کنید  $X = \{1, 2, \dots, 100\}$ . حال دو مجموعه زیر را در نظر بگیرید:

$$S_1 = \{(x, y, z) | x, y, z \in X \wedge (x > y) \wedge (x > z) \wedge (y \neq z)\}$$

$$S_2 = \{(x, y, z, t) | x, y, z, t \in X \wedge (x > y) \wedge (x > z) \wedge (x > t) \wedge (y = z = t)\}$$

کدام گزینه در مورد عبارتهای زیر صحیح است؟

- الف) تعداد سه تاییهای متعلق به  $S_1$  برابر است با  $\binom{101}{3}$ .
- ب) تعداد چهار تاییهای متعلق به  $S_2$  بیشتر از 5000 است.

☐ عبارت الف درست و عبارت ب نادرست است.

☒ هر دو عبارت نادرست هستند. ✓

☐ هر دو عبارت درست هستند.

☐ عبارت الف نادرست و عبارت ب درست است.

پاسخ درست »

هر دو عبارت نادرست هستند. « است.

$m + n$  نفر در صف خرید بلیت سینما ایستاده‌اند ( $m, n \in \mathbb{Z}^+$ ). از این تعداد  $m$  نفر هر یک فقط یک سکه 5 تومانی و  $n$  نفر هر یک فقط یک سکه 10 تومانی دارند. قیمت هر بلیت سینما 5 تومان است. همچنین، در ابتدا در باجه فروش بلیت، هیچ پولی وجود ندارد. چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

- اگر  $m = n = 10$  باشد، در این صورت، تعداد روش‌هایی که این افراد می‌توانند در صف خرید بلیت بایستند به‌طوری‌که هر کدام از افراد، پس از دریافت بلیط از باجه، بلافاصله باقی‌مانده پول خود را دریافت نموده و منتظر دریافت باقی‌مانده پول خود نماند از  $\frac{1}{10} \binom{20}{10}$  کمتر است.
- اگر  $m = 10$  و  $n = 9$  باشد، در این صورت، این افراد می‌توانند به  $\binom{19}{8} - \binom{19}{9}$  روش در صف خرید بلیت بایستند به‌طوری‌که هر کدام از افراد پس از دریافت بلیط از باجه بلافاصله باقی‌مانده پول خود را دریافت نموده و منتظر دریافت باقی‌مانده پول خود نماند.
- اگر  $m = 10$  و  $n = 9$  باشد، در این صورت، احتمال این‌که، این افراد در صف خرید بلیت بایستند به‌طوری‌که هر کدام از افراد پس از دریافت بلیط از باجه بلافاصله باقی‌مانده پول خود را دریافت نموده و منتظر دریافت باقی‌مانده پول خود نماند، کمتر از 0.2 است.

☐ صفر مورد

☐ یک مورد

☐ دو مورد

☒ سه مورد

پاسخ درست »

سه مورد» است.

## سؤال 3

درست

نمره 1.00 از 1.00

یک صفحه مربع شکل با ابعاد  $3 \times 3$  را در نظر بگیرید. فرض کنید هر کدام از 9 سلول به وجود آمده را توسط یکی از دو رنگ سفید یا سیاه رنگ آمیزی می کنیم. احتمال این که هیچ مربع  $2 \times 2$  ای به طور کامل به رنگ سیاه وجود نداشته باشد، به کدام مقدار زیر نزدیک تر است؟

- ☒ 0.81
- ☐ 0.91
- ☐ 0.61
- ☐ 0.71

پاسخ درست «0.81» است.

## سؤال 4

نادرست

نمره 0.33- از 1.00

- چه تعداد از عبارت های زیر صحیح است؟
- در دنباله متناظر با تابع مولد  $(2x - 3)^3$  بی شمار عدد صفر وجود دارد.
  - در دنباله متناظر با تابع مولد  $\frac{x^4}{1-x}$  بی شمار عدد 1 وجود دارد.
  - در دنباله متناظر با تابع مولد  $\frac{x^3}{1-x^2} + 3(1-x)$  بی شمار عدد 1 و بی شمار عدد صفر وجود دارد.

- ☐ یک مورد
- ☒ دو مورد
- ☐ سه مورد
- ☐ صفر مورد

پاسخ درست «سه مورد» است.

در کدامیک از تابع‌های مولد زیر، ضریب  $x^n$ ، بیانگر تعداد راه‌های توزیع  $n$  شی یکسان در سه جعبه یکسان است به‌طوری‌که هیچ جعبه‌ای خالی نباشد؟ ( $n \in \mathbb{Z}^{\geq 0}$ )

$$\frac{x^3}{(1-x)(1-x^2)(1-x^3)}$$

☐

$$\times \frac{x^3}{(1-x)^6}$$

☒

$$\frac{1}{(1-x)(1-x^2)(1-x^3)}$$

☐

$$\frac{1}{(1-x)^6}$$

☐

پاسخ درست »

$$\frac{x^3}{(1-x)(1-x^2)(1-x^3)}$$

« است.

- اگر  $p, q$  و  $r$  گزاره‌های اتمی باشند، در این صورت، چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح هستند؟
- گزاره  $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r) \wedge (r \leftrightarrow p)$  تنها در صورتی نادرست است که از میان سه گزاره اتمی  $p, q$  و  $r$ ، دقیقاً دو گزاره اتمی دارای ارزش یکسان باشند.
  - دو گزاره  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow p)$  و  $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (r \leftrightarrow p)$  به‌طور منطقی هم‌ارز هستند.
  - اگر گزاره‌های اتمی  $q$  و  $r$  هر دو درست باشند، در این صورت گزاره  $(\neg((p \vee q) \wedge r)) \rightarrow \neg q$  نیز درست خواهد بود.

- ☐ دو مورد  
☐ صفر مورد  
☐ یک مورد  
☒ سه مورد

پاسخ درست »  
سه مورد» است.

فرض کنید،  $p, q, r$  و  $s$  گزاره‌های اتمی باشند. حال، استدلال زیر را در نظر بگیرید:

$$(p \wedge \neg r) \rightarrow (q \wedge \neg s)$$

$$p \wedge s$$

$$\neg p \rightarrow (q \vee \neg r)$$

$$\neg q \vee \neg s$$

-----

$$\therefore X$$

چه تعداد از گزاره‌های زیر اگر به جای  $X$  در استدلال فوق قرار بگیرند، استدلال معتبری خواهیم داشت؟

$$(r \rightarrow \neg s) \wedge p \quad \bullet$$

$$q \vee s \quad \bullet$$

$$(\neg(r \rightarrow q)) \rightarrow \neg p \quad \bullet$$

☒ دو مورد ✖

☐ سه مورد

☐ یک مورد

☐ صفر مورد

پاسخ درست »

یک مورد» است.

فرض کنید گزاره باز  $Q(x, y, z)$  به صورت زیر تعریف شده باشد:

$$Q(x, y, z): x + y = z$$

همچنین، عالم سخن همه متغیرها، اعداد حقیقی باشد. در این صورت، چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح هستند؟

- $\exists x. \forall y. \forall z. Q(x, y, z) \leftrightarrow \forall y. \forall z. \exists x. Q(x, y, z)$
- $\forall x. \forall y. \exists z. Q(x, y, z) \leftrightarrow \forall y. \forall x. \exists z. Q(x, y, z)$
- $\exists x. \exists y. \forall z. Q(x, y, z) \rightarrow \exists x. \forall y. \forall z. Q(x, y, z)$

☐ صفر مورد

☐ یک مورد

☒ دو مورد

☐ سه مورد

پاسخ درست »

دو مورد « است.

فرض کنیم  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  باشد و همچنین  $\mathbb{N}$  نشان‌دهنده مجموعه اعداد طبیعی باشد. اگر نماد  $x|y$  به معنای این باشد که عدد طبیعی  $y$  بر عدد طبیعی  $x$  بخش‌پذیر است، در این صورت، کدام گزینه صحیح‌ترین توصیف را در مورد فرمول منطقی مرتبه اول زیر بیان می‌کند؟

$$\forall n. (n \in \mathbb{N} \rightarrow (\exists k_1. k_1 \in A \wedge (\exists k_2. k_2 \in A \wedge k_1 \neq k_2 \wedge 2|n + k_1 \wedge 2|n + k_2)))$$

☐ در میان هر چهار عدد طبیعی، حداکثر دو عدد زوج وجود دارد.

☒ در میان هر چهار عدد طبیعی متوالی، دست‌کم دو عدد زوج وجود دارد. ✓

☐ در میان هر چهار عدد طبیعی متوالی، حداکثر دو عدد زوج وجود دارد.

☐ در میان هر چهار عدد طبیعی متوالی، دقیقاً دو عدد زوج وجود دارد.

پاسخ درست »

در میان هر چهار عدد طبیعی متوالی، دست‌کم دو عدد زوج وجود دارد. « است.

کدام گزینه عبارت زیر را به زبان منطق مرتبه اول به درستی بیان می‌کند؟  
 "تنها یک عدد حقیقی مثبت وجود دارد که با وارون خود برابر است."  
 (عالم سخن تمامی متغیرهای استفاده شده، اعداد حقیقی مثبت است.)

- ✓ ☒  $\exists x, \left(x = \frac{1}{x}\right) \wedge \forall y, \forall z, \left((y = \frac{1}{y} \wedge z = \frac{1}{z}) \rightarrow y = z\right)$
- ☐  $\exists x, \left(x = \frac{1}{x}\right) \vee \forall y, \forall z, \left((y = \frac{1}{y} \wedge z = \frac{1}{z}) \rightarrow y = z\right)$
- ☐  $\exists x, \left[\left(x = \frac{1}{x}\right) \wedge \forall y, \left((y = \frac{1}{y}) \rightarrow y \neq x\right)\right]$
- ☐  $\exists x, \left(x = \frac{1}{x}\right) \wedge \forall y, \forall z, \left((y = \frac{1}{y} \wedge z = \frac{1}{z}) \wedge y = z\right)$

پاسخ درست »

« است.  $\exists x, \left(x = \frac{1}{x}\right) \wedge \forall y, \forall z, \left((y = \frac{1}{y} \wedge z = \frac{1}{z}) \rightarrow y = z\right)$

فرض کنید  $P$  گزاره‌ای باز است. اگر عبارت منطقی زیر درست باشد:  
 $P(1) \wedge [\forall k \in \mathbb{Z}^+, (P(k) \rightarrow P(k+2))]$   
 در این صورت کدام یک از نتایج موجود در گزینه‌ها، کامل‌ترین نتیجه‌گیری را بیان می‌کند؟

- ☐  $\forall n \in \mathbb{Z}^+, P(2n)$
- ☐  $\forall n \in \mathbb{Z}^+, P(2n+1)$
- ✓ ☒  $\forall n \in \mathbb{Z}^+, P(2n-1)$
- ☐  $\forall n \in \mathbb{Z}^+, P(n)$

پاسخ درست »

« است.  $\forall n \in \mathbb{Z}^+, P(2n-1)$



فرض کنید  $P$  گزاره‌ای باز است. اگر عبارت منطقی زیر درست باشد:

$$P(0) \wedge P(1) \wedge [\forall k \in \mathbb{Z}^{\geq 0}. (P(k) \wedge P(k+1) \rightarrow P(k+2))]$$

در این صورت کدام یک از نتایج موجود در گزینه‌ها، کامل‌ترین نتیجه‌گیری را بیان می‌کند؟

(منظور از  $F(n)$  در گزینه‌ها، تابع فیبوناچی است

به‌طوری‌که  $F(0) = 0$ ,  $F(1) = 1$ ,  $F(n+2) = F(n+1) + F(n)$  و  $n \in \mathbb{Z}^{\geq 0}$  است.)

☐  $\forall n \in \mathbb{Z}^{\geq 0}. P(F(n) + 1)$

☐  $\forall n \in \mathbb{Z}^{\geq 0}. P(F(n))$

☒  $\forall n \in \mathbb{Z}^{\geq 0}. P(n)$

☐  $\forall n \in \mathbb{Z}^{\geq 0}. P(n+2)$

پاسخ درست »

«  $\forall n \in \mathbb{Z}^{\geq 0}. P(n)$  است.

مجموعه  $A$  به‌صورت استقرایی و به شکل زیر تعریف شده است:

یک  $8 \in A$

دو اگر  $a \in A$  و  $b \in A$  باشد، آن‌گاه  $(a + b + 4) \in A$ .

چه تعداد از عبارات زیر در مورد مجموعه  $A$  صحیح است؟

عبارت (۱) مجموعه  $A$  دقیقاً برابر است با مجموعه تمامی مضارب مثبت عدد ۴ که این مضارب از

۱۹ بزرگ‌تر هستند.

عبارت (۲) در مجموعه  $A$  اعضای از اعداد صحیح مثبت وجود دارند که مضرب ۴ نیستند.

عبارت (۳) مضارب مثبتی از ۸ وجود دارد که در مجموعه  $A$  نیستند.

☐ 3 مورد

☐ 2 مورد

☐ صفر مورد

☒ 1 مورد

پاسخ درست «1 مورد» است.

مجموعه  $A$  به صورت استقرایی به شکل زیر تعریف شده است:

یک  $(0,0) \in A$

دو اگر  $(a,b) \in A$  باشد، آنگاه  $(a+1,b) \in A$  و  $(a+1,b-1) \in A$  نیز برقرار هستند.

حال عبارات زیر را در مورد مجموعه  $A$  در نظر بگیرید:

عبارت ۱) مجموعه  $A$  در دستگاه مختصات دکارتی دوبعدی، دقیقاً برابر است با مجموعه تمام نقاطی (با مختصات صحیح) که در ربع چهارم واقع هستند.

عبارت ۲) نقطه‌ای به مختصات  $(-2020, 1399)$  متعلق به مجموعه  $A$  است.

عبارت ۳) تمامی نقاط (با مختصات صحیح) موجود بر روی نیمساز ربع‌های دوم و چهارم، عضو مجموعه  $A$  هستند.

چه تعداد از عبارات فوق بیانگر ویژگی درستی در مورد مجموعه  $A$  است؟

- ☐ 2 مورد
- ☐ صفر مورد
- ☐ 3 مورد
- ☒ 1 مورد

پاسخ درست »  
صفر مورد» است.

شکل زیر را در نظر بگیرید.



فرض کنید  $a_n$  تعداد مسیرهایی باشد که از رأس  $v_0$  آغاز و به رأس  $v_n$  منتهی می‌شوند. در این صورت، چه تعداد از عبارات زیر صحیح است؟

- $a_{100} > 2a_{98}$
- $a_2 = 3$  و  $a_1 = 2$
- $a_{35} < a_{33} + a_{32}$

- ☐ دو مورد  
☐ صفر مورد  
☒ یک مورد  
☐ سه مورد

پاسخ درست »  
 یک مورد» است.

فرض کنید  $d_n$  نشان‌دهنده تعداد پریش‌های  $n$  شی باشد ( $n \in \mathbb{Z}^+$ ). در این صورت کدامیک از روابط زیر صحیح است؟

$$d_{41} = 41(d_{40} + d_{39})$$

$$d_{41} = 42(d_{23} + d_{22})$$

$$d_{41} = 40(d_{40} + d_{39})$$

$$d_{41} = 42(d_{40} + d_{39})$$

پاسخ درست »

$$d_{41} = 40(d_{40} + d_{39})$$

« است.

رابطه بازگشتی زیر را در نظر بگیرید:

$$a_n - 3a_{n-1} = 5(3^n)$$

که در آن  $n \geq 1$  و  $a_0 = 2$  است. در این صورت، کدام است  $a_{10}$ ؟

$$48 \times 3^9$$

$$48 \times 3^{10}$$

$$52 \times 3^{10}$$

$$52 \times 3^9$$

پاسخ درست »

$$52 \times 3^{10}$$

« است.

$n$  خط مستقیم در یک صفحه داده شده است، به طوری که هیچ دو خطی موازی نیستند و هیچ سه خطی از یک نقطه نمی‌گذرند ( $n \in \mathbb{Z}^+$ ). فرض کنید  $f_n$  برابر با تعداد ناحیه‌های ایجاد شده با این  $n$  خط باشد. به عنوان مثال،  $f_1 = 2$  و  $f_2 = 4$  هستند.  $f_{10}$  چقدر است؟

112 ☐✓ 56 ☒110 ☐55 ☐

پاسخ درست »  
«56 است.

$n$  دایره دوبه دو متقاطع در یک صفحه رسم شده‌اند، به طوری که هیچ سه دایره‌ای از یک نقطه نمی‌گذرند ( $n \in \mathbb{Z}^+$ ). فرض کنید  $c_n$  برابر با تعداد ناحیه‌های ایجاد شده با این  $n$  دایره‌ها باشد. به عنوان مثال،  $c_1 = 2$  و  $c_2 = 4$  هستند.  $c_{10}$  چقدر است؟

56 ☐✓ 92 ☒88 ☐55 ☐

پاسخ درست »  
«92 است.

فرض کنید یک صفحه  $2 \times n$  را می‌خواهیم با بلوک‌هایی به اندازه  $1 \times 2$  که می‌توانند به‌صورت افقی یا عمودی قرار داده شوند، بپوشانیم. اگر تعداد روش‌های انجام این کار را با  $b_n$  نمایش دهیم، کدام گزینه رابطه‌ای درست برای بیان  $b_n$  ارائه می‌دهد؟

- ☐  $b_n = b_{n-1} + b_{n-2} \quad n \geq 3, \quad b_1 = 0, b_2 = 2$   
☐  $b_n = b_{n-1} + b_{n-2} \quad n \geq 3, \quad b_1 = 1, b_2 = 3$   
☒  $b_n = b_{n-1} + b_{n-2} \quad n \geq 3, \quad b_1 = 1, b_2 = 2$   
☐  $b_n = b_{n-1} + b_{n-2} + b_{n-3} \quad n \geq 4, \quad b_1 = 1, b_2 = 2, b_3 = 3$

پاسخ درست »

$b_n = b_{n-1} + b_{n-2} \quad n \geq 3, \quad b_1 = 1, b_2 = 2$  « است.

Previous activity

[Video: Recurrence Relations 3 ►](#)

رفتن به...

Next activity

[◀ Final Exam](#)

اطلاعات تماس

[/https://support.aut.ac.ir](https://support.aut.ac.ir)
[021-64545495](tel:021-64545495)

دریافت نرم‌افزار تلفن همراه