



بسمه تعالی

طراحی الگوریتم ها
تمرین شماره یک



دانشجویان گرامی، ضمن آرزوی سلامتی برای شما و خانواده محترم

لطفا با دقت موارد زیر را مطالعه کرده و در تهیه پاسخنامه نهایی تمرین رعایت فرمائید.

پاسخنامه تمرینات به صورت دست نویس، نهایتا در قالب یک فایل pdf و در صورت نیاز به همراه تمامی ضمیمه ها (از جمله کدها، تصاویر، جداول و ...) باید ارسال گردد. تمامی موارد مورد نیاز برای ارسال را به صورت یک فایل فشرده با فرمت zip یا rar تهیه کرده و نام فایل را به صورت StudentNumber_HW1.zip (به عنوان مثال 9831055_HW1.zip) از طریق سامانه courses.aut.ac.ir در بازه زمانی تعیین شده ارسال نمائید.

در توصیف الگوریتم ها می توانید از هر زبان برنامه نویسی دلخواه همچون C، Java، Python و یا شبه کدها استفاده نمائید. اما توجه نمائید که در صورت استفاده از داده ساختارهای پیچیده مانند انواع درخت ها، یا انواع داده ای غیر پایه^۱ باید هزینه های مربوط به آنها نیز در تحلیل پیچیدگی الگوریتم در نظر گرفته شود.

در صورت نیاز به راهنمایی یا بروز هر گونه مشکلی می توانید از ایمیل AUTAlgorithmTA@gmail.com استفاده نمائید.

آخرین مهلت ارسال تمرین شماره یک تا ساعت ۲۴ یکشنبه ۲۸ اسفند می باشد.

در صورت تاخیر در ارسال پاسخنامه، به ازای هر روز تاخیر ۲۰٪ از نمره تمرین کسر خواهد شد.

هرگونه شباهت در کل یا بخشی از پاسخنامه ها فارغ از اینکه از چه منبعی تهیه شده باشند، به عنوان **عدم رعایت حق کپی**

رایت لحاظ خواهد شد و نمره بین تمامی نسخه های مشابه تقسیم خواهد شد.

پاسخنامه نهایی باید به صورت شخصی و با بیان و ادبیات شخصی تهیه شده و منحصر بفرد باشد. لذا کلیه دانشجویانی که به

صورت مشترک اقدام به حل مساله ها می نمایند و یا بخشی از پاسخ ها را از اینترنت یا سایر منابع تهیه می کنند، بعد از

فراگیری کامل راه حل، به صورت انفرادی اقدام به تهیه پاسخنامه نمایند.

موفق باشید

سوالات تشریحی:

۱- هر کدام از معیارهای Big O, Big Omega, Theta در چه حالت هایی برای مقایسه دو یا چند الگوریتم مناسب می باشند؟

(۱۰ امتیاز)

۲- به نظر شما علاوه بر معیارهای گفته شده در سوال ۱، چه معیارهای دیگری نیز می توان تعریف کرد که پیچیدگی الگوریتم ها را

با یکدیگر مقایسه نمایند؟ پیچیدگی مکانی (حافظه) در چه نوع مسائلی اهمیت دارد؟ (۱۰ امتیاز)

۳- برای حل یک مساله دو الگوریتم طراحی کرده ایم. زمان لازم برای اجرای الگوریتم اول بر روی یک کامپیوتر خاص متناسب با

$4n^4 + 2n^2$ عمل جمع و برای الگوریتم دوم متناسب با $8n^2$ عمل ضرب است. اگر هر عمل ضرب ۵ برابر یک عمل جمع

هزینه داشته باشد و الگوریتم اول مساله ای به اندازه ۱۰۰ را در واحد زمان حل کند، الگوریتم دوم در واحد زمان مساله ای به

چه اندازه را حل خواهد کرد؟ کدام الگوریتم برای حل این مساله مناسب تر است؟ دلایل خود را بیان کنید. (۱۰ امتیاز)

¹ Non-Primitive Data types



بسمه تعالی

طراحی الگوریتم ها
تمرین شماره یک



۴- برای هر کدام از مسائل زیر الگوریتم مناسب را پیشنهاد داده و پیچیدگی آن را برای سه حالت: حالت کلی، بهترین و بدترین حالت به صورت جداگانه تحلیل کنید.

a. پیدا کردن یک عدد خاص از بین لیستی از اعداد (۱۰ امتیاز)

b. پیدا کردن k امین عدد بزرگ در یک لیست (۱۰ امتیاز)

c. پیدا کردن اولین عدد پر تکرار در یک لیست (۱۰ امتیاز)

d. پیدا کردن k امین عدد پر تکرار در یک لیست (۱۰ امتیاز)

۵- درستی گزاره های زیر را مشخص کنید: (۲۰ امتیاز)

a. $\lg n \in O(n)$

b. $n \in O(n \lg n)$

c. $n \lg n \in O(n^2)$

d. $2^n \in \Omega(5^{\lg n})$

۶- روابط بازگشتی زیر را حل کنید. در تمامی موارد $T(n)$ برای $n < 4$ برابر مقدار ثابت 1 است: (۶۰ امتیاز) (هر آیت ۱۰ امتیاز)

a. $T(n) = T(\sqrt{n}) + c$

b. $T(n) = 2T(\sqrt{n}) + \lg n$

c. $T(n) = 2T(\sqrt{n}) + \frac{\lg n}{\lg \lg n}$

d. $T(n) = 3T\left(\frac{n}{3}\right) + \frac{n}{\lg n}$

e. $T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + T\left(\frac{n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{8}\right) + n$

f. $T(n) = \sqrt{n}T(\sqrt{n}) + n$

۷- دو آرایه مرتب شده از اعداد داریم (m, n عضو). بهینه ترین الگوریتم را برای پیدا کردن عنصر k ام در ترکیب مرتب شده این دو آرایه پیشنهاد کنید. الگوریتم را از نظر پیچیدگی زمانی و حافظه ای تحلیل کرده و بهینه بودن آن را اثبات کنید. (۱۵ امتیاز)

۸- جدولی به ابعاد $m \times n$ برای ذخیره اعداد صحیح داریم. همواره هر یک از ستون ها از بالا به پائین به صورت صعودی مرتب هستند. همچنین همواره هر یک از سطرها از چپ به راست به صورت صعودی مرتب هستند. برخی از خانه های جدول خالی هستند. برای هر الگوریتم بعد از توصیف و اثبات درستی، پیچیدگی الگوریتم را نیز تحلیل کنید. (۳۰ امتیاز)

a. الگوریتمی بهینه طراحی کنید که یک عدد جدید را در جدول درج کند.

b. الگوریتمی بهینه طراحی کنید که کوچکترین عدد داخل جدول را یافته و حذف کند.

c. الگوریتمی بهینه طراحی کنید که عددی را گرفته و در جدول جستجو کند و وجود یا عدم وجود آن عدد را در جدول مشخص کند.

تمرین عملی: لطفا ایمیل معتبری که با آن در کوئرا ثبت نام کرده اید را در سایت کورسز در محل مشخص شده ثبت نمائید. سوالات از طریق کوئرا طرح خواهد شد و همچنین پاسخ سوالات را نیز در مهلت تعیین شده (که متفاوت از مهلت این تمرین است) در کوئرا بارگذاری خواهید کرد.