



Homework 5

Lecture 7, 8

Course Principles of Database
Design

Dr. Shahriari

Spring 2023



۱- در رابطه $R(A, B, C)$ سه چندتایی $(۱, ۲, ۳)$, $(۲, ۲, ۳)$, $(۳, ۴, ۵)$ وجود دارند. کدامیک از وابستگی‌های تابعی زیر می‌تواند برقرار باشد؟

$$A \rightarrow BC$$

$$B \rightarrow A$$

$$C \rightarrow AB$$

برای برقراری وابستگی تابعی، اگر دو زوج در دست چپ وابستگی یکسان اند، باید در دست راست هم یکسان باشند

وابستگی تابعی اول درست است، زیرا هیچ زوج مرتبی A یکسان ندارد، پس می‌توان از آن به B و C رسید.

وابستگی تابعی دوم نادرست است، زیرا در زوج مرتب اول و دوم $B=۲$ است اما $A=۱$ و $A=۲$

وابستگی تابعی سوم نادرست است. طبق decomposition rule داریم:

If $\alpha \rightarrow \beta\gamma$ holds, then $\alpha \rightarrow \beta$ holds and $\alpha \rightarrow \gamma$ holds.

پس باید هر دوی $C \rightarrow A$ و $C \rightarrow B$ درست باشند. مشابه با منطق مورد دوم، $C \rightarrow A$ درست نیست.

۲- دو ادعای زیر درباره وابستگی‌های تابعی در نظر بگیرید:

If $\alpha \rightarrow \beta\gamma$ holds then $\alpha \rightarrow \beta$ holds and $\alpha \rightarrow \gamma$ holds

If $\alpha\beta \rightarrow \gamma$ holds then $\alpha \rightarrow \gamma$ holds and $\beta \rightarrow \gamma$ holds

با استفاده از Armstrong's Axioms درستی هر کدام را اثبات کنید یا برای نادرست بودن آن مثال نقض بیاورید.

رابطه اول درست است. اثبات:

$$\alpha \rightarrow \beta\gamma \text{ (Given)}$$

$$\beta\gamma \rightarrow \beta \text{ (reflexivity)}$$

$$\alpha \rightarrow \beta \text{ (transitivity)}$$

به طور مشابه برای $\alpha \rightarrow \gamma$ درست است.

رابطه دوم نادرست است. به طور شهودی، در وابستگی تابعی فرض با داشتن ترکیب آلفا بتا می‌توان گاما را به دست آوریم، اما این دلیل نمی‌شود فقط با یکی از آن‌ها نیز به گاما برسیم.

Alpha	Beta	Gamma
۱	۲	۵



۱	۳	۶
---	---	---

در این جدول $\alpha\beta \rightarrow \gamma$ درست است، ولی $\alpha \rightarrow \gamma$ درست نیست.

۳- فرض کنید رابطه ی $r(A, B, C, D, E)$ را به $r_1(A, B, C)$ و $r_2(A, D, E)$ تجزیه (*decomposition*) کردیم. نشان دهید که این تجزیه یک تجزیه ی بدون فقدان (*lossless*) از مجموعه وابستگی تابعی زیر است:

$$A \rightarrow BC$$

$$CD \rightarrow E$$

$$B \rightarrow D$$

$$E \rightarrow A$$

یک تجزیه *lossless* است اگر بتوانیم از روی F^+ یکی از روابط زیر را اثبات کنیم:

$$r_1 \cap r_2 \rightarrow r_1$$

$$r_1 \cap r_2 \rightarrow r_2$$

$$r_1 \cap r_2 = \{A\}$$

برای اثبات داریم:

$$A \rightarrow BC \text{ (given)}$$

$$A \rightarrow A \text{ (reflexive)}$$

$$A \rightarrow ABC \text{ (transitivity)}$$

بنابراین رابطه اول را اثبات کردیم.

۴- فرض کنید رابطه $r(A, B, C, D, E, F)$ را در اختیار داریم که وابستگی های تابعی زیر در آن برقرار است:

$$A \rightarrow BCD$$

$$BC \rightarrow DE$$

$$B \rightarrow D$$

$$D \rightarrow A$$

الف) B^+ را محاسبه کنید.

ب) *canonical cover* مجموعه وابستگی های تابعی بالا را حساب کنید. هر مرحله ی خود را توضیح دهید.

ج) یک تجزیه (*decomposition*) از r که در *BCNF* صدق میکند ارائه دهید.



د) یک تجزیه از r بر اساس canonical cover که در 3NF صدق کند ارائه دهید.

(الف)

برای محاسبه کلوزر B ، ابتدا $B^+ = \{B\}$ را فرض می‌کنیم، سپس با استفاده از قوانین داده شده و هرآنچه در B^+ موجود است آن را بسط می‌دهیم

$$\{B\} \xrightarrow{3rd FD} \{B, D\} \xrightarrow{4th FD} \{B, D, A\} \xrightarrow{1st FD} \{B, D, A, C\} \xrightarrow{2nd FD} \{B, D, A, C, E\}$$

ویژگی‌های سبز فوق، نشان می‌دهد در هر گام به علت وجود چه آیتم‌هایی در B^+ در آن مرحله توانستیم از وابستگی استفاده کنیم.

(ب)

از آنجا که DE در B^+ هست، پس $B \rightarrow DE$ برقرار است و C در رابطه دوم اضافی است.

مجموعه قوانین جدید:

$$A \rightarrow BCD$$

$$B \rightarrow DE$$

$$B \rightarrow D$$

$$D \rightarrow A$$

وابستگی قرمز از وابستگی دوم به دست می‌آید پس قابل حذف است.

در وابستگی اول، D اضافی است. برای اثبات، باید با حذف آن در وابستگی اول، A^+ همچنان شامل D باشد.

$$A^+ \text{ under } F': \{A\} \rightarrow \{A, B, C\} \rightarrow \{A, B, C, D, E\}$$

مجموعه وابستگی‌های نهایی در canonical cover:

$$A \rightarrow BC$$

$$B \rightarrow DE$$

$$D \rightarrow A$$

(ج)

دقت کنید تجزیه BCNF یکتا نیست و راه حل‌های متفاوتی می‌توان تولید کرد.

برای اینکه یک وابستگی BCNF را رعایت کند، یا باید بدیهی باشد، یا سمت چپ آن $superkey$ باشد.

وابستگی اول BCNF را نقض می‌کند زیرا F در A^+ نیست.

Decompose r into: $r_1(A, B, C)$, $r_2(A, D, E, F)$

طبق قانون اول و دوم در Canonical cover داریم $A \rightarrow DE$ که این وابستگی، BCNF را در r_2 نقض می‌کند. از این وابستگی

می‌توانیم استفاده کنیم چرا که BCNF بودن را برای کل وابستگی‌های F^+ باید بررسی کرد



Decompose r_2 into: $r_{21}(A,D,E)$, $r_{22}(A,F)$

سه رابطه r_1 و r_{21} و r_{22} تجزیه BCNF رابطه اصلی اند.

به طور مثال از خروجی‌های ممکن دیگر، در صورتی که از وابستگی دوم استفاده نمی‌کردیم و سراغ وابستگی سوم می‌رفتیم، r_2 به (A,D) و (D,E,F) تجزیه می‌شد و (D,E,F) به (D,E) و (D,F) تجزیه می‌شد.

(د)

ابتدا باید کلیدها را به دست آوریم:

برای این کار اگر بخواهیم نشان دهیم α یک کلید در R است، باید نشان دهیم که $\alpha^+ = R$

Candidate keys of r : AF, BF, DF

برای فرم نرمال سوم، بررسی F کافی است که از canonical cover استفاده می‌کنیم.

به ازای هر وابستگی، یک رابطه می‌سازیم:

Decompose r into: $r_1(A,B,C)$, $r_2(B,D,E)$, $r_3(D,A)$

از آنجا که کلید رابطه اصلی در هیچ رابطه ای دیده نمی‌شود، برای آن یک رابطه می‌سازیم.

$r_4(A,F)$

r_1, r_2, r_3, r_4 form a 3NF decomposition for r .

۵- فرض کنید رابطه $r(A, B, C, D, E)$ را در اختیار داریم که وابستگی های تابعی زیر در آن برقرار است:

$A \rightarrow BC$

$B \rightarrow D$

$AB \rightarrow E$

الف) فرم استاندارد سطح چهارم 4NF این جدول را بنویسید.

ب) فرم استاندارد سطح پنجم 5NF نتیجه بخش قبل را بنویسید.

الف) دقت کنید که هر وابستگی عملیاتی، یک MVD نیز هست.

$A^+ : A \rightarrow ABC \rightarrow ABCD \rightarrow ABCDE$

پس A یک سوپرکلید است و قانون اول 1nf را نقض نمی‌کند.



$$B+ : B \rightarrow BD$$

پس قانون دوم 4nf را نقض می کند زیرا B سوپر کلید نیست.

Decompose R into $R_1(B,D)$, $R_2(A,B,C,E)$

از آنجا که نشان دادیم A کلید است، پس طبقا AB نیز کلید است و قانون سوم 4nf را نقض نمی کند. در D^+ وابستگی بیشتری نیست که بررسی شود، پس تجزیه به اتمام می رسد (R_1, R_2)

۶- رابطه ای با صفت های A, B, C, D, E, F, G را در نظر بگیرید که وابستگی های تابعی زیر در آن برقرار است:

$$A \rightarrow B$$

$$BC \rightarrow D$$

$$AEF \rightarrow G$$

الف) بستار $\{A, C\}^+$ را تحت مجموعه ی FD های فوق محاسبه کنید.

ب) آیا از این وابستگی های تابعی می توان $AFC \rightarrow DG$ را نتیجه گرفت؟

الف)

$$\{A, C\}^+ : \{A, C\} \xrightarrow{\text{first FD}} \{A, C, B\} \xrightarrow{\text{2nd FD}} \{A, C, B, D\}$$

ب)

برای صحت ادعا، باید AFC^+ شامل DG باشد.

$$\{A, F, C\}^+ : \{A, F, C\} \xrightarrow{\text{first FD}} \{A, F, C, B\} \xrightarrow{\text{2nd FD}} \{A, F, C, B, D\}$$

از آنجا که بسط بیشتری نمی توان نوشت و G در آن نیست، پس خیر نمیتوان این وابستگی تابعی را نتیجه گرفت.

۷ (امتیازی) -

رابطه و وابستگی های تابعی زیر را در نظر بگیرید:

$$R(A, B, C, D, E, F, G)$$

$$CD \rightarrow B$$

$$FD \rightarrow C$$

$$AF \rightarrow D$$

$$BG \rightarrow E$$

$$ACE \rightarrow FG$$



الف) رای رابطه بالا تجزیه‌ای به فرم BCNF ارائه دهید. سپس با ذکر دلیل بیان کنید آیا تجزیه شما Dependency Preserving هست یا خیر.

ب) تجزیه زیر را در نظر بگیرید. با ذکر دلیل نشان دهید آیا روابط این تجزیه به فرم 3NF هستند یا خیر.

$$R1(B, C, D) \quad \{CD \longrightarrow B\}$$

$$R2(C, D, F) \quad \{DF \longrightarrow C\}$$

$$R3(A, B, D, E, F, G) \quad \{AF \longrightarrow D, BG \longrightarrow E\}$$

$$R4(A, C, E, F, G) \quad \{ACE \longrightarrow FG\}$$

الف)

یک تجزیه نمونه BCNF:

وابستگی اول: $CD \neq CDB$ پس سمت چپ کلید نیست و BCNF را نقض می‌کند.

Decompose R into: $R1(B, C, D), R2(A, C, D, E, F, G)$

وابستگی دوم: $FD \neq FDCB$ پس در $R2$ ، BCNF را نقض می‌کند.

Decompose $R2$ into: $R21(C, D, F), R22(A, D, E, F, G)$

وابستگی سوم: $AF \neq AFDCB$ پس در $R22$ ، BCNF را نقض می‌کند.

Decompose $R22$ into: $R221(A, D, F), R222(A, E, F, G)$

از آنجا که در ترکیب ویژگی‌های $R222$ نمی‌توان چیزی یافت که closure آن سایر ویژگی‌های $R222$ باشند، پس تجزیه به اتمام رسیده $(R1, R21, R221, R222)$

این تجزیه، dependency preserving نیست زیرا وابستگی چهارم و پنجم در هیچ رابطه‌ای از تجزیه پیدا نمی‌شوند

ب)

$R1, R2, R4$ نیاز به بررسی ندارند چرا که از روی یک وابستگی ساخته شده، و سمت چپ آن‌ها کلید است.

برای بررسی $R3$ نیاز است کلید کاندیدای همین رابطه را بیابیم.

Candidate keys: ABCFG



در هر دو وابستگی، سمت چپ کلید نیست و سمت راست هم از اعضای کلید کاندیدا نیستند، پس به حالت BCNF نیست. دقت کنید که در صورت ذکر وابستگی‌های بیشتر از رابطه اصلی، به حالت BCNF می‌بود، چرا که در رابطه اصلی D و E اعضای کلیدهای کاندیدا هستند.



به نکات زیر توجه کنید.

- مهلت ارسال تمرین ساعت ۲۳:۵۹ روز جمعه ۱۹ خرداد ماه می باشد.
- مهلت ارسال بخش عملی ساعت ۲۳:۵۹ روز جمعه ۱۲ خرداد ماه می باشد.
- در صورت کشف تقلب نمره تمرین ۰ در نظر گرفته می شود.
- سوالات خود را می توانید از طریق تلگرام یا ایمیل از تدریسارهای درس بپرسید.
- فایل پاسخ تمرین را تنها با قالب **HW?_StudentNumber.pdf** در کورسز بارگزاری کنید.
 - نمونه: HW1_9831072