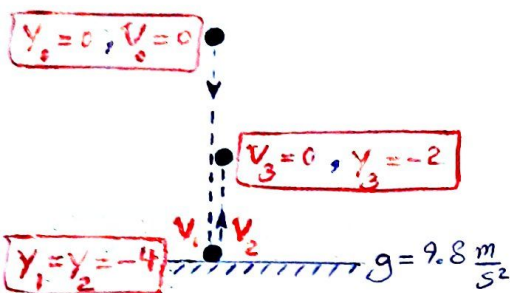


حرکت در راستای خط مستقیم

① توپ از ارتفاع 4m سطح زمین رها می شود و پس از برخورد با زمین به اندازه 2m واپس جهد. اگر توپ به مدت 12ms با زمین در تماس بوده باشد:

فرض شتاب متوسط توپ در حین تماس با زمین چقدر است؟ همچنین جهت شتاب بالاسو است یا پائین سو؟



اگر حرکت توپ را به دو بخش سقوط و راجیدن تقسیم کنیم با در نظر گرفتن $v_0=0$ به عنوان سرعت اولیه ی توپ هنگام رها شدن، v_1 سرعت برخورد آن به زمین، v_2 سرعت راجیدن از روی زمین و $v_3=0$ سرعت در نقطه ی انتخابی باشد خواهیم داشت:

$$v_1^2 - v_0^2 = -2gh \rightarrow v_1 = -\sqrt{2gh} = -8.85$$

$$v_3^2 - v_2^2 = -2gh' \rightarrow v_2 = \sqrt{2gh'} = +6.26$$

$$a_{avg} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{6.26 - (-8.85)}{12 \times 10^{-3}} = 1.26 \times 10^3 \text{ m/s}^2 > 0 \rightarrow \text{بالا سو}$$

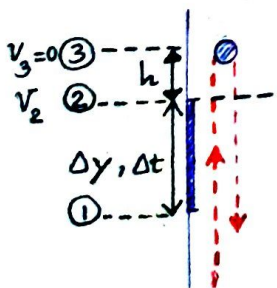
که علت انتخاب ریشه منفی برای v_1 جهت پائین سوی بردار v_1 است. در حالیکه بردار v_2 بالاسو بوده و ریشه مثبت انتخاب می شود.

به علاوه محل رها شدن توپ به عنوان نقطه ی مبدا

در نظر گرفته شده و جهت رو به پائین منفی و جهت رو به بالا مثبت است و برهمن اساس:

$h: y_1 - y_0 = -4$
 $h': y_3 - y_2 = 2$

② اگر توپ از مقابل یک پنجره ابتدا بالا رفته و سپس پائین بیاید با فرض اینکه بازه ی زمانی رفت و برگشت به مدت 0.5s در معرض دید بوده و ارتفاع پنجره از بالا تا پائین 2m است محاسبه کنید توپ تا چه ارتفاعی از بالای بالای پنجره بالا رفته است؟



با توجه به شکل مقابل 3 موقعیت اصلی توپ با شماره های ①، ② و ③ نشان داده شده است که به ترتیب بعدی پائین پنجره، لبه بالایی پنجره و ارتفاع عبور توپ را مشخص می کنند. با توجه به اینکه مدت زمان عبور توپ از مقابل پنجره (به ارتفاع Δy در هر بار) بالا رفتن یا پائین آمدن برابر $\Delta t = \frac{0.5}{2} = 0.25s$ است می توان نوشت:

$$\Delta y = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 + v_2^2(\Delta t)$$

$$v_2 = 6.77 \frac{m}{s}$$

که برای حالت پائین آمدن توپ از مقابل پنجره نوشته شده است. توجه کنید که اگر فاصله ی Δy مد نظر ما باشد سرعت توپ هنگام عبور از نقطه ی ② به منزله ی v_2 در رابطه ی بالایی پنجره (هنگام سقوط توپ) است.

حال با درست داشتن v_2 و با توجه به اینکه سرعت ثابت در نقطه ایوج (3) برابر صفر است می توان h را بصورت زیر یابیم:

$$v_3^2 - v_2^2 = -2gh \rightarrow h = \frac{v_2^2}{2g} = \boxed{2.34 \text{ m}}$$

(3) دو جسم در حالت سکون به فاصله $\Delta t = 1.5$ از یک ارتفاع رها می شوند. چه مدت پس از رها شدن جسم اول فاصله 10 m را می پیماید؟

$$y_1 = \frac{1}{2}gt^2 + v_1t$$

$$y_2 = \frac{1}{2}gt'^2 + v_2t'$$

$$y_1 - y_2 = \frac{1}{2}g(t^2 - t'^2) \xrightarrow{t' = t - 1} 10 = \frac{g}{2}(t^2 - (t-1)^2) \quad \Rightarrow t = \boxed{1.5 \text{ s}}$$

$$g = 10$$

اضلاع فاصله
بروز نظر و اعمال فاصله
زمان موجود تا قابل یاب است.

(4) از روی پل که در حال ساخت است به عمق 90 m دره ای زیر پل سقوط می کند:

الف) این پلچ 20٪ آخر مسیرش را در چه مدت می پیماید؟

ب) سرعت پلچ در لحظه ای که 20٪ آخر مسیر را آغاز می کند چقدر است؟

الف) چنانچه جهت رو به بالا را جهت مثبت در نظر بگیریم کل مسیر پیموده شده توسط پلچ به صورت زیر خواهد بود:

$$y - y_0 = -\frac{1}{2}gt^2 \rightarrow -90 = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$t = 4.29 \text{ s}$$

ولذا زمان سقوط کامل برابر است با:

$$-72 = -\frac{1}{2}gt'^2$$

$$t' = 3.83 \text{ s}$$

80٪ اول سقوط آزاد با رابطی رودر داده می شود که براساس آن می توان زمان لازم برای طی این فاصله را بدست آورد:

$$= 72 \text{ m}$$

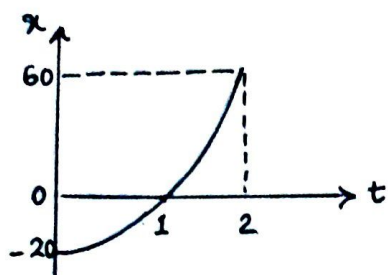
ولذا می توان نتیجه گرفت 20٪ آخر مسیر در مدت زمان t'' طی می شود

$$t'' = t - t' = 0.46 \text{ s}$$

ب) سرعت پلچ نیز با درست داشتن t'' از رابطی قابل یاب می شود
علامت منفی نشان دهنده جهت برآورد سرعت است

$$v = |-gt''| = 37.5 \text{ m/s}$$

5. در نمودار زیر حرکت ذره‌ای در امتداد محور x نشان داده شده است اندازه و جهت شتاب ذره را مشخص کنید.



نمودار $x-t$ مربوط به یک معادله درجه دوم بر حسب زمان است:

$$x = at^2 + bt + C$$

$$t=0 \rightarrow x=-20 \Rightarrow \boxed{C=-20}$$

$$t=1 \rightarrow x=0 \Rightarrow a+b-20=0$$

$$a+b=20 \quad \text{I}$$

$$t=2 \rightarrow x=60 \Rightarrow 4a+2b-20=60$$

$$2a+b=40 \quad \text{II}$$

$$\text{I}, \text{II} \Rightarrow \boxed{a=20}$$

$$\boxed{b=0}$$

$$x = 20t^2 - 20 \rightarrow v = \frac{dx}{dt} = 40t$$

$$\boxed{\bar{a} = \frac{dv}{dt} = 40 \hat{i}}$$

با توجه به حرکت در راستای x و جابجایی مقادیر a, b, C داریم:

6. معادله حرکت ذره‌ای که در امتداد محور x حرکت می‌کند بر حسب زمان به صورت $x = 6t^2 + 3t + 2$ است. x بر حسب متر و t بر حسب ثانیه. معادله شتاب ذره در $t=0$ نیز به صورت $a = -8t$ بر حسب زمان تغییر می‌کند و در لحظه $t=0$ سرعت ذره برابر 20 m/s است. در چه زمانی سرعت ذره با هم برابر می‌شود؟

$$v_1 = \frac{dx_1}{dt} = 12t + 3$$

$$v_2 = \int a dt = -\int 8t dt = -4t^2 + 20$$

$$v_1 = v_2 \rightarrow 12t + 3 = -4t^2 + 20$$

$$4t^2 + 12t - 17 = 0$$

$$t = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 16(17)}}{8}$$

$$\boxed{t_1 = 1.5 \text{ s}} \quad \text{ق ق} \quad t_2 = -4.04 < 0 \quad \text{غ ق ق}$$