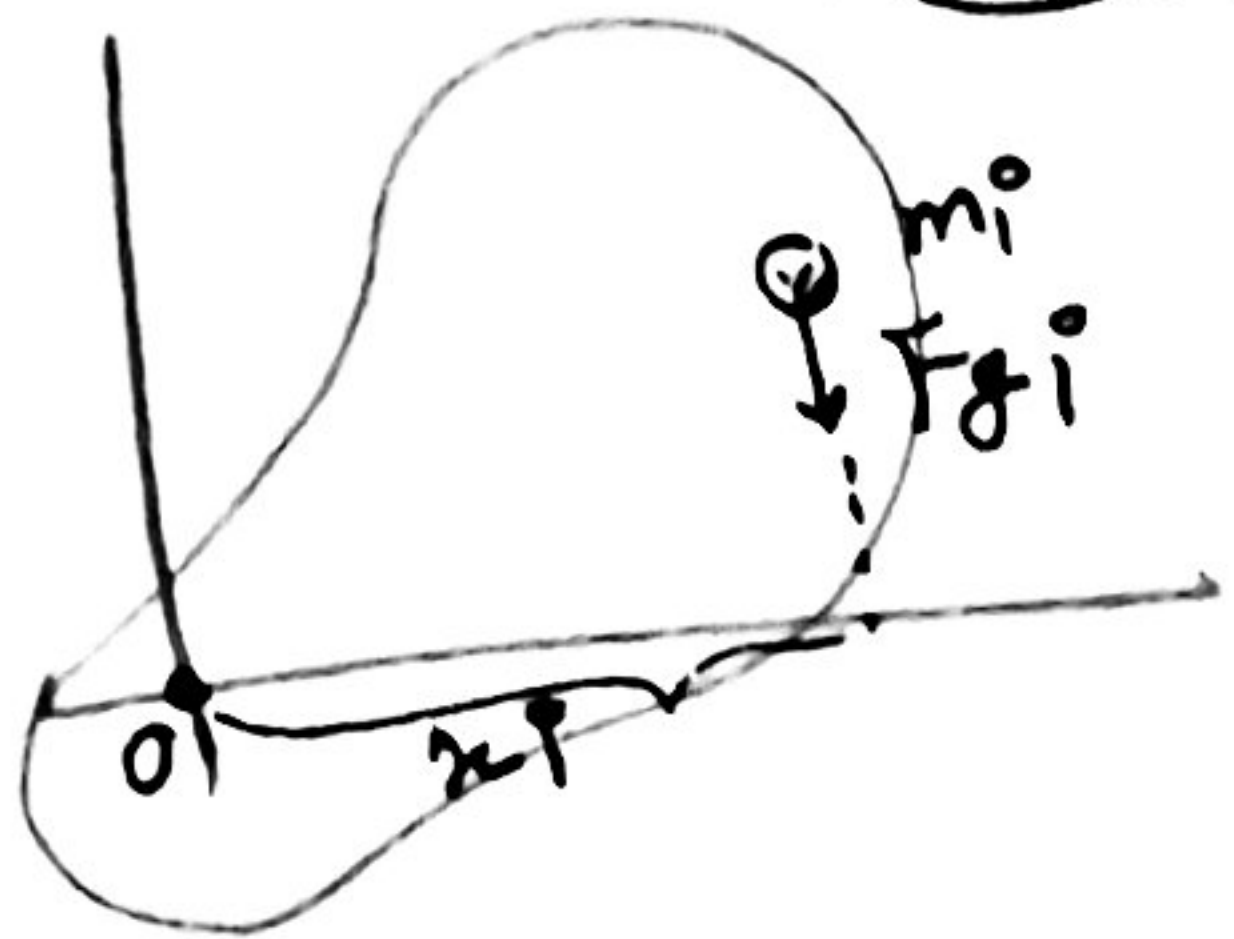


تقریب تعادل: بی که $F = 0$ و $T = 0$ باشد. در نتیجه برای جسم در حال تعادل:
 $T_x = 0$ برآیند $T_y = 0$ و $F_x = 0$ برآیند $F_y = 0$ برآیند

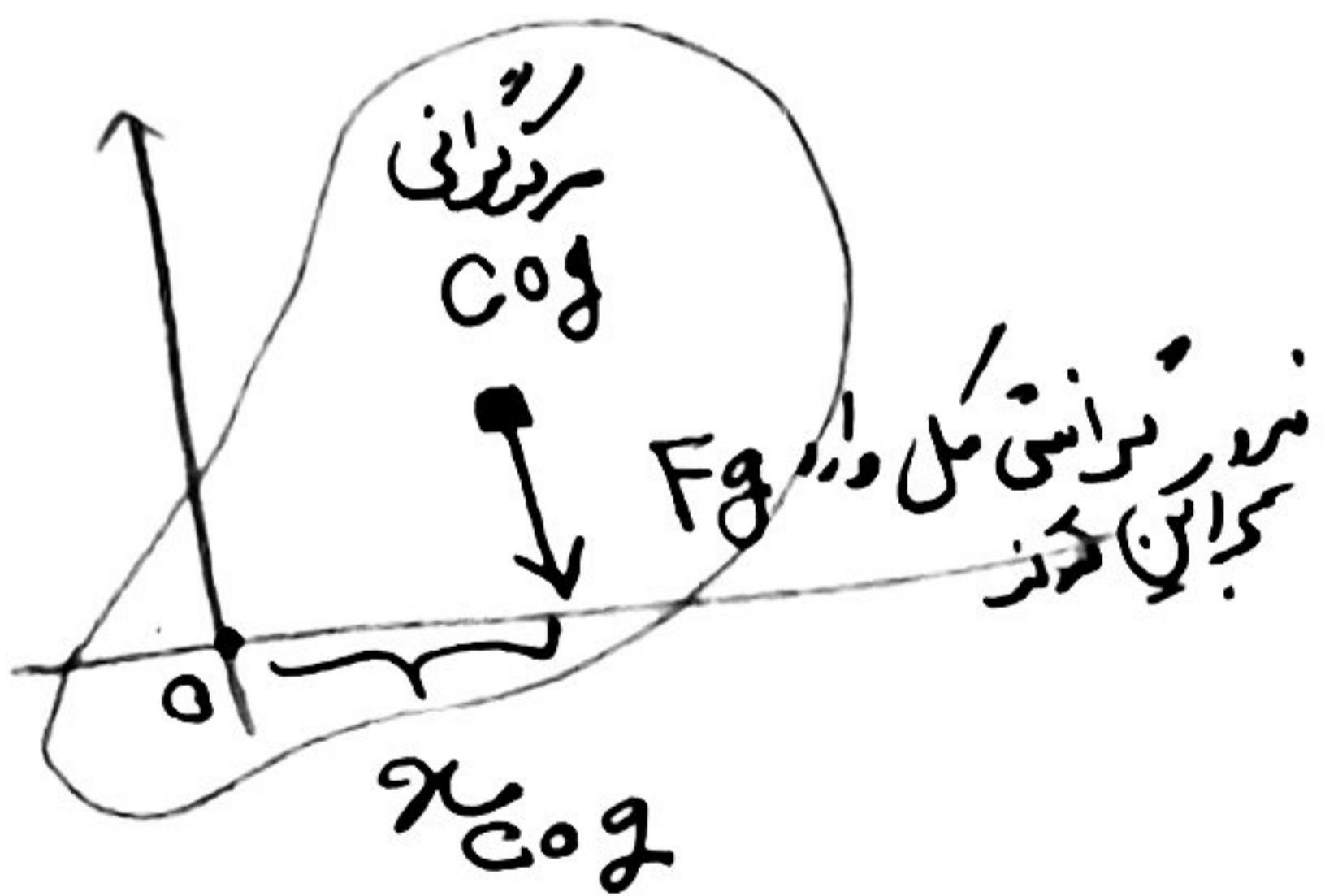
نکته: مرکز جرم جسم (com) همان مرکز ثقل یا پناه جسم (cog) است.

برای یک اجسام m_i که نیروی گرانشی F_{gi} بر آن وارد شده و با نوز
 که در آن x_i نسبت به مبدأ O می سازد:



$$T_i = x_i \cdot F_{gi}$$

لذا کل جسم $T = \sum_i x_i F_{gi}$



حالا اگر مرکز ثقل جسم cog به فاصله x_{cog} از
 مبدأ O فرض کنیم:

$$\left. \begin{aligned} T &= x_{cog} \cdot F_g \\ F_g &= \sum_i F_{gi} \end{aligned} \right\} \rightarrow T = x_{cog} \cdot \sum_i F_{gi}$$

$$\left. \begin{aligned} x_{cog} \sum_i m_i g_i &= \sum_i x_i m_i g_i \\ x_{cog} \sum_i m_i &= \sum_i x_i m_i \end{aligned} \right\}$$

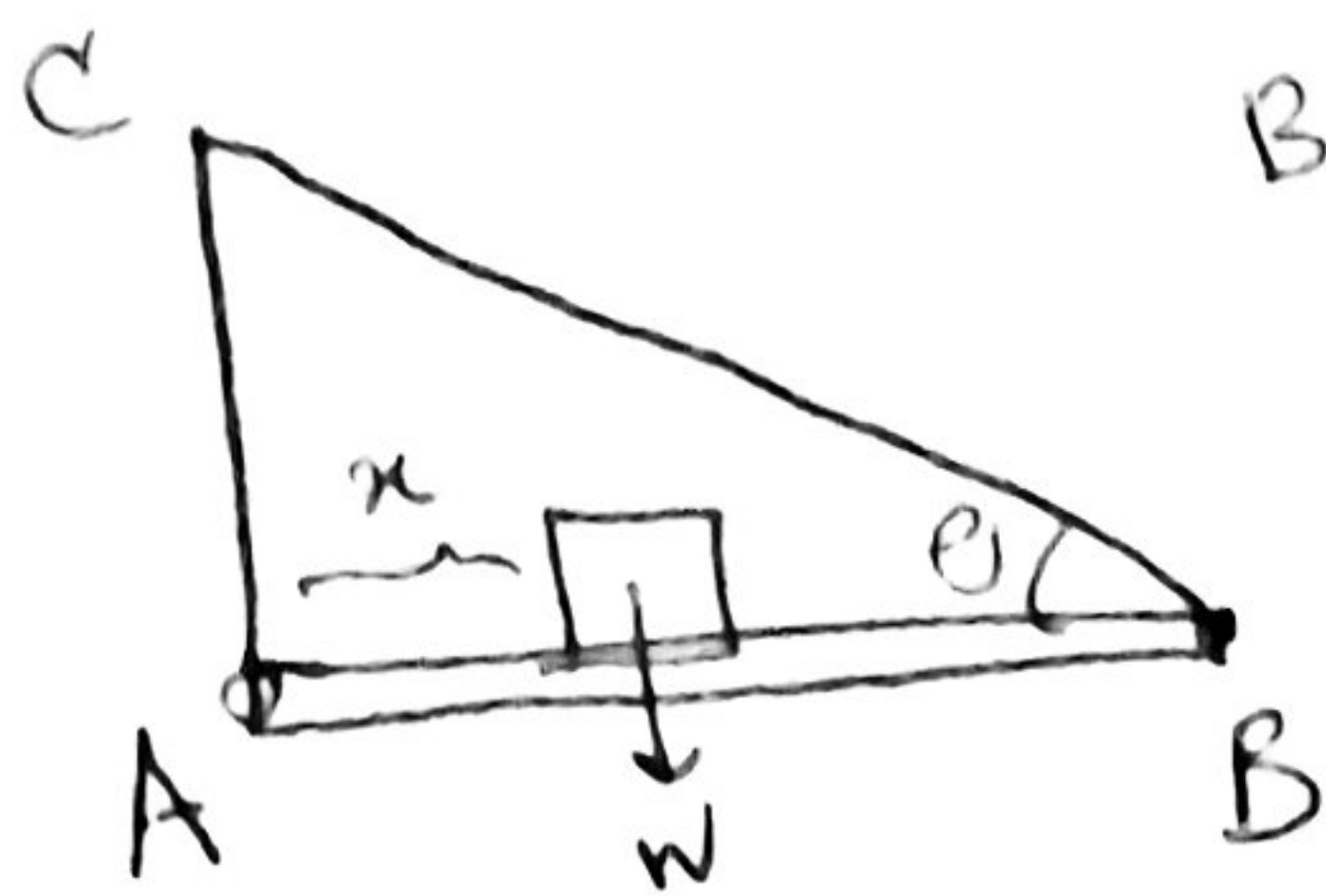
$g_i = g$ اگر شتاب گرانشی در همه اجزاء جسم
 ثابت (یکسان) باشد.

$$\rightarrow x_{cog} = \frac{1}{M} \sum_i x_i m_i = x_{com}$$

*

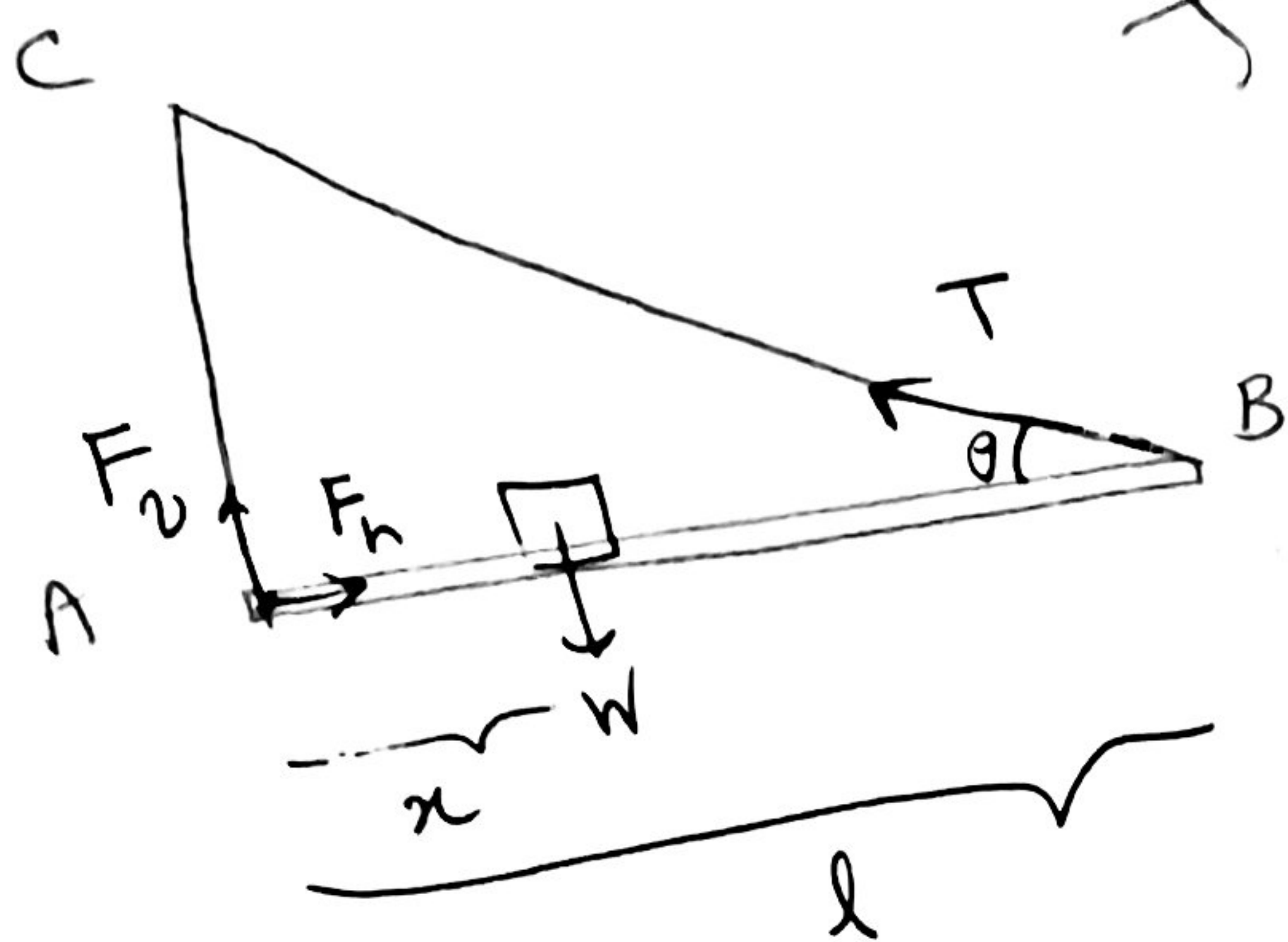
در باره لولا و میله و ...
 و ...

فصل ۱۲ - تعادل - ص ۳



۴. سیم نازک انعطاف AB طول l و وزن ناچیز در نقطه A به دیوار قائم لولا بسته و در نقطه B توسط سیم نازک BC به افق راسته می‌سازد، سرعت انعطاف نده درستی شود

وزن W می‌تواند در سیم حرکت کند و وقتی به فاصله x از دیوار قرار داشت به کشش سیم نازک و نیروی که از اثرات لولا به سیم وارد می‌شود l حساب کنید



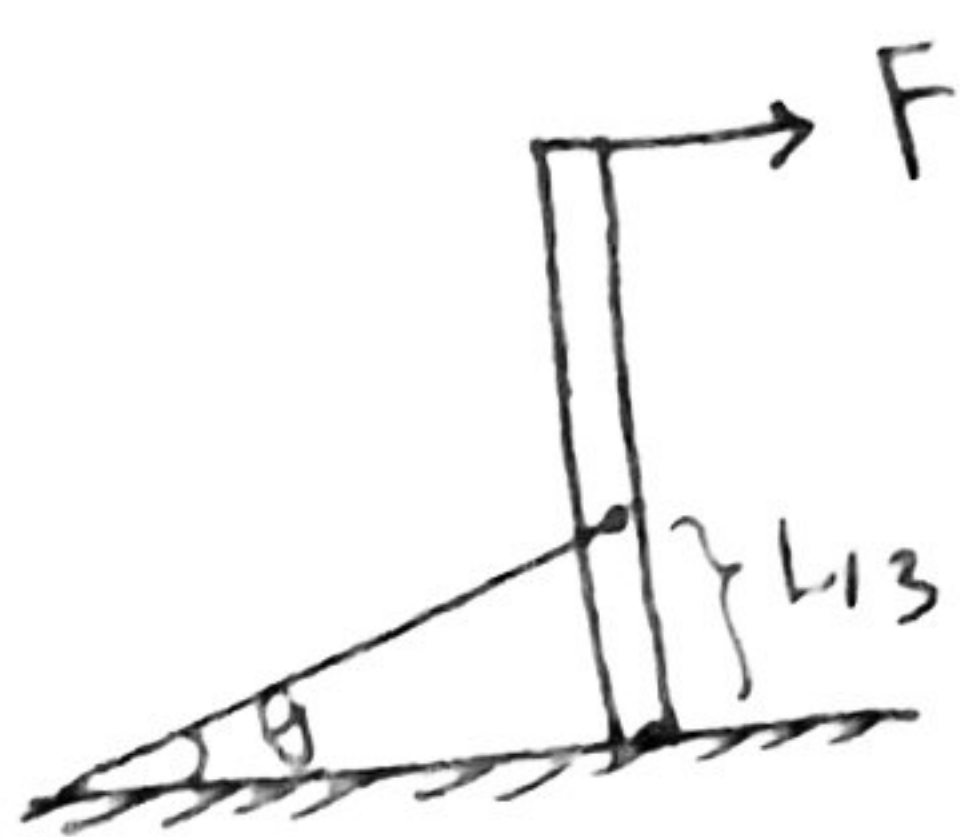
تعادل در محل A: $T_A = 0$

$$+T \sin \theta \cdot l - W \cdot x = 0$$

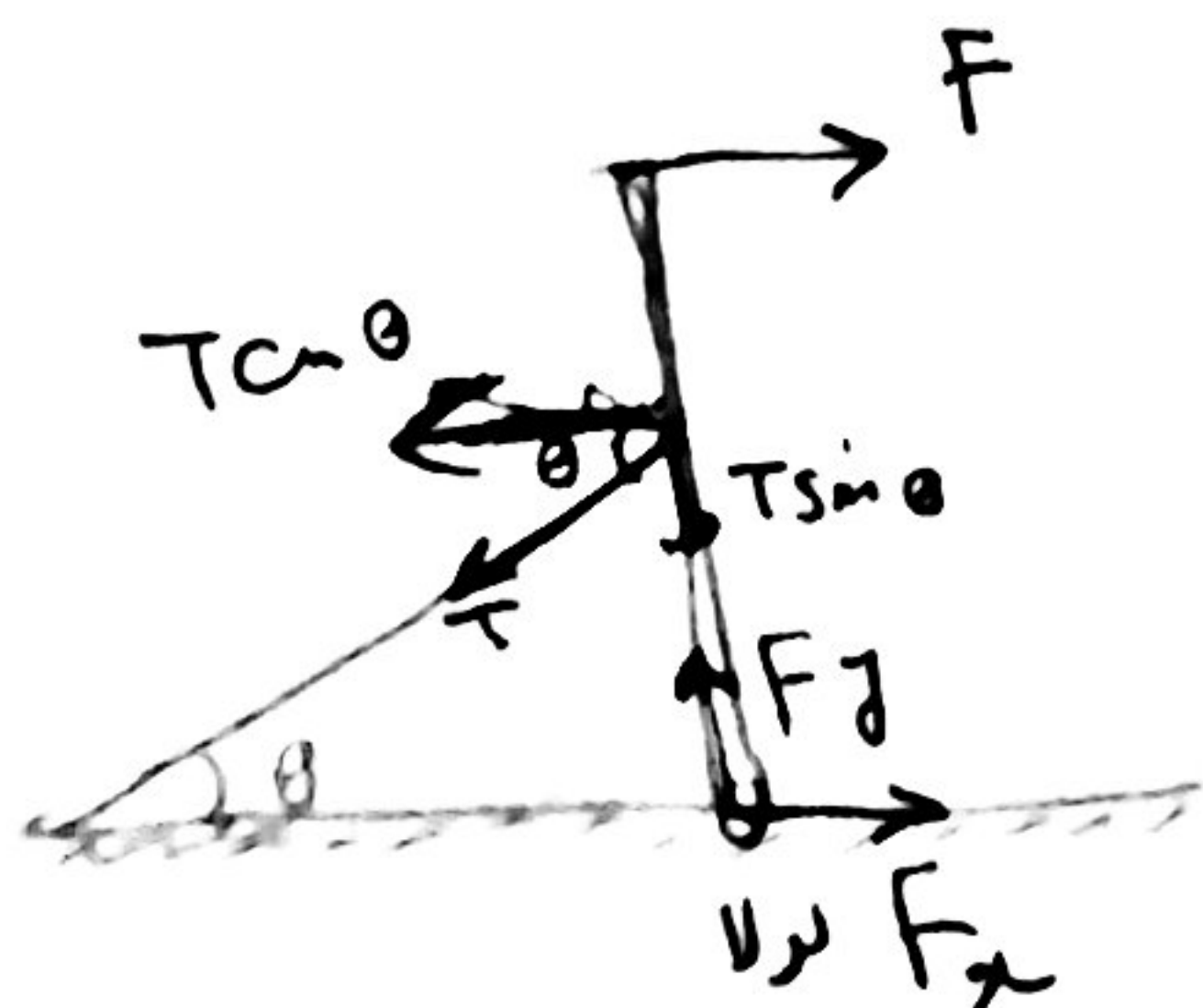
$$\rightarrow T = \frac{W \cdot x}{l \cdot \sin \theta}$$

تعادل انتقالی: $\sum F_x = 0 \rightarrow +F_h - T \cos \theta = 0$
 $\sum F_y = 0 \rightarrow +F_v + T \sin \theta - W = 0$

$F_h = \dots$, $F_v = \dots$



۵. طبق شکل سیم یک نیروی جرم m و طول L در انتهای پایین لولا بسته است. نیروی افقی F است سیم اعمال می‌شود. سیم توسط طنابی که در بالا به پایی آن وصل شده است در حالت قائم بهاری شود. نیروی کشش طناب و نیروی اعمال از طرف لولا را حساب کنید



(I) $+T \cos \theta \cdot \frac{L}{3} - L \cdot F = 0 \rightarrow T = \frac{3F}{\cos \theta}$

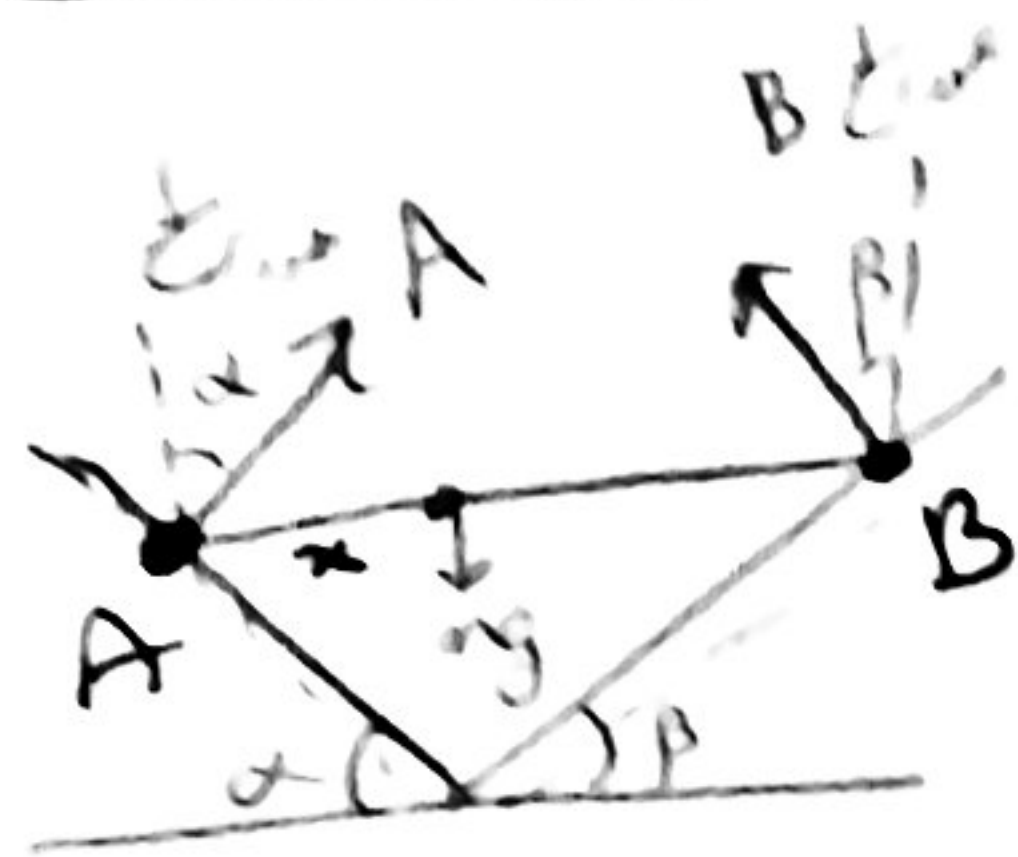
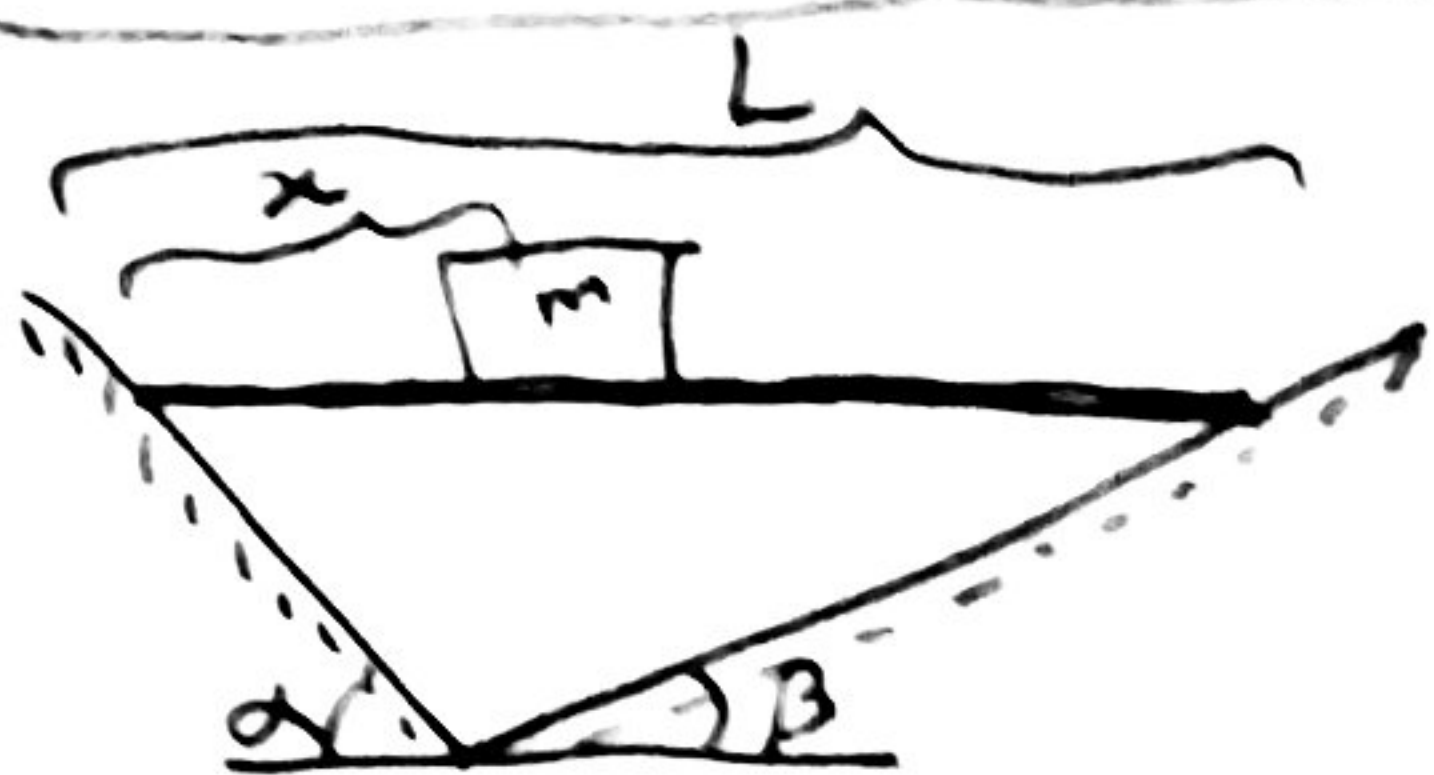
(II) $F_x + F - T \cos \theta = 0 \rightarrow F_x = 2F$

$F_y - T \sin \theta - mg = 0 \rightarrow F_y = 3F \tan \theta + mg$

* کار لولا: F_y نیرو در عمق المحل
 F_x نیروی که لولا وارد می‌کند و نیروی کشش

فصل ۱۲ - تعادل - ص ۳

۳. در یک میله افقی به طول L یک جسم m قرار دارد. میله را از یک سر به زاویه α و از طرف دیگر به زاویه β قرار دادیم. تا حالت تعادل برقرار میماند. جسم در یک میله به چه جایی میماند؟



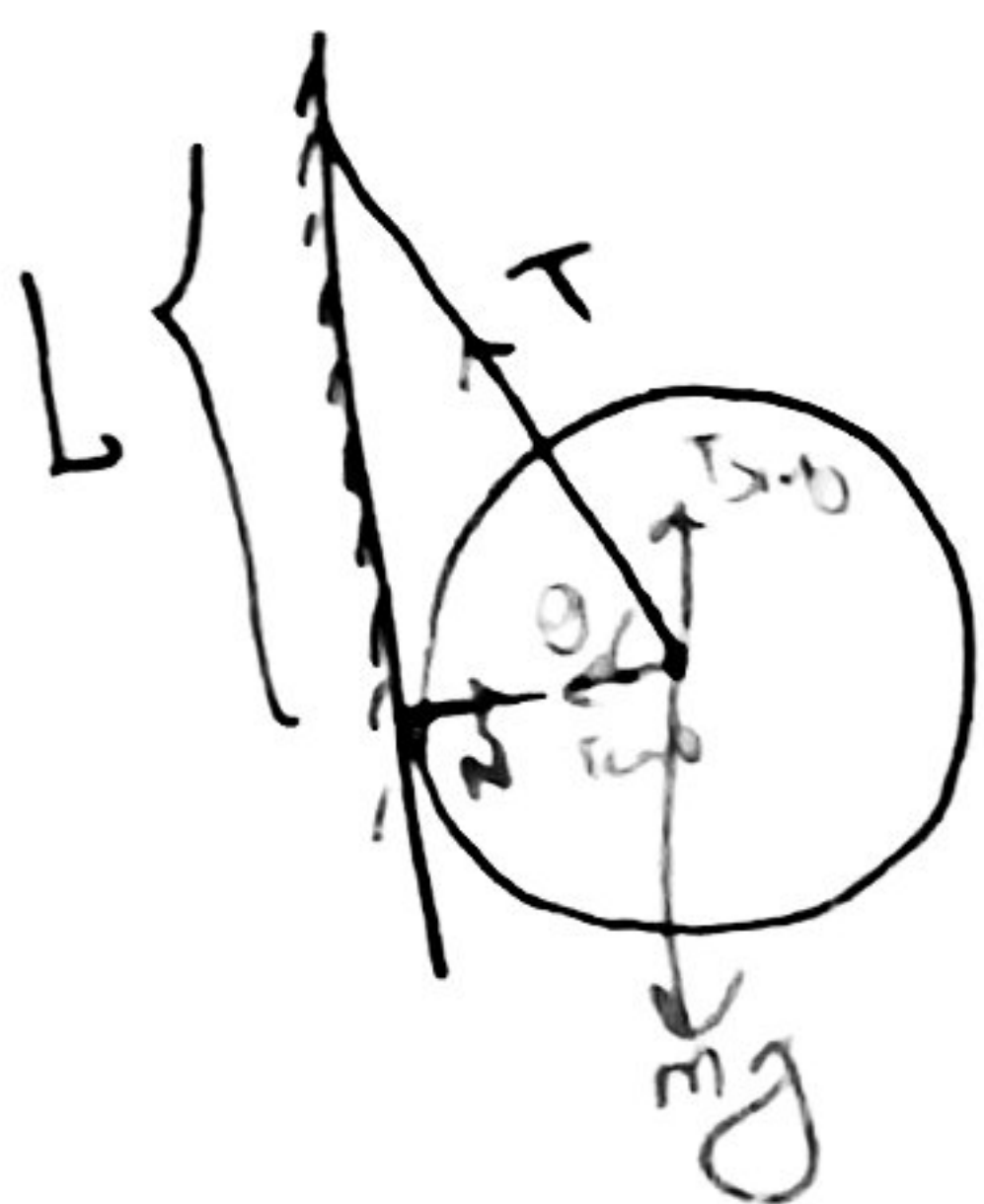
$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 &\rightarrow A \cos \alpha + B \cos \beta - mg = 0 \\ \sum F_x = 0 &\rightarrow A \sin \alpha - B \sin \beta = 0 \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} A &= mg \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \\ B &= mg \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \end{aligned} \right\}$$

$$\sum \tau_A = 0 \rightarrow -mg \cdot x + B \cos \beta \cdot L = 0 \rightarrow$$

$$x = \frac{L \sin \alpha \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{L}{1 + \tan \beta / \tan \alpha}$$

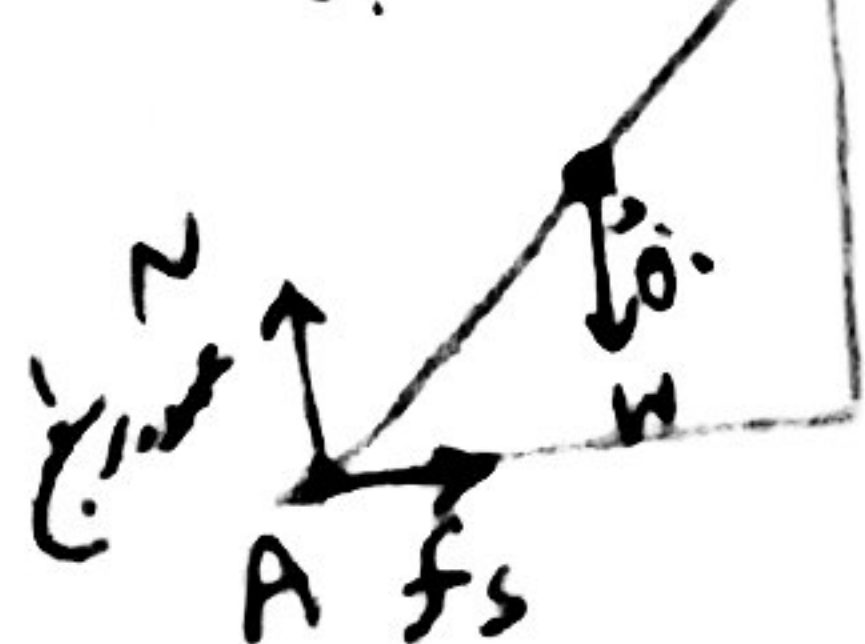
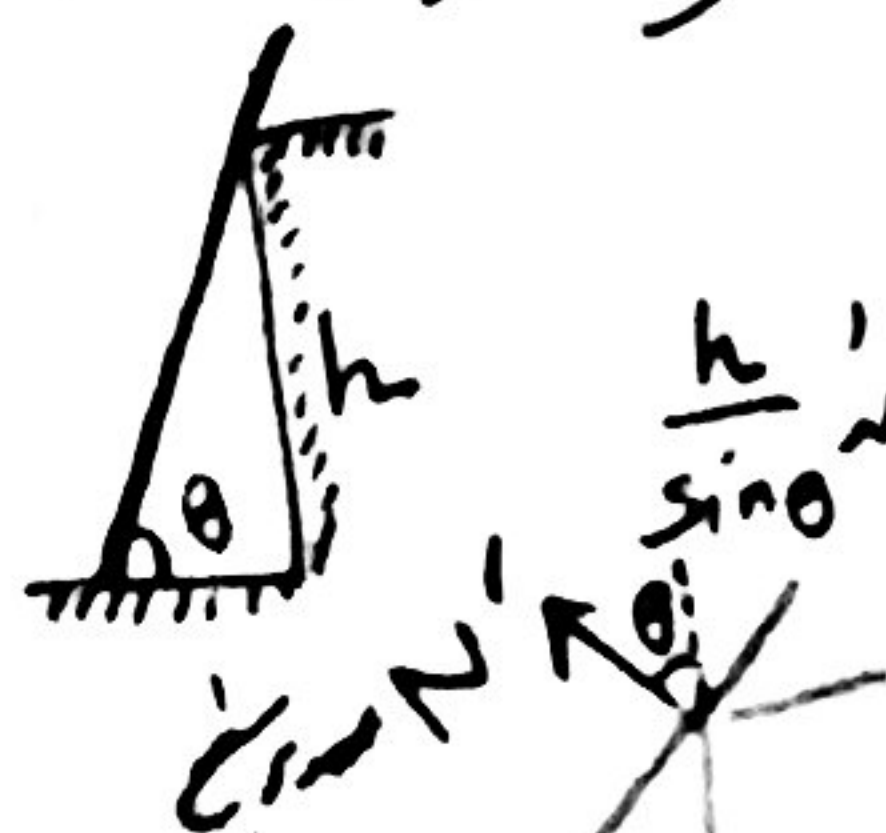
*

۴. یک کروی با جرم m و شعاع R توسط یک طناب به دیوار به یک نقطه وصل است و نقطه اتصال به فاصله L بالاتر از مرکز این کروی قرار دارد. کسب طناب و نیروی وارد از دیوار بر کروی چیست؟



$$\begin{aligned} +N - T \cos \theta &= 0 \\ +T \sin \theta - mg &= 0 \\ \sin \theta &= \frac{L}{\sqrt{L^2 + R^2}} \\ \cos \theta &= \frac{R}{\sqrt{L^2 + R^2}} \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} T &= \frac{mg \sqrt{L^2 + R^2}}{L} \\ N &= \frac{mg R}{L} \end{aligned} \right\}$$

۵. الاری جرم m و طول l از یک انتهای زمین و از انتهای دیگر به یک نقطه وصل است و در یک ارتفاع h به حال سکون است. مرکز ثقل الاری بر زمین است. هر یک از اصطکاک ایستایی بین الاری و زمین چیست؟ نیروها، نیروی کشش N در وسط الاری // نیروی اصطکاک f_s در نقطه تماس الاری با زمین چیست؟

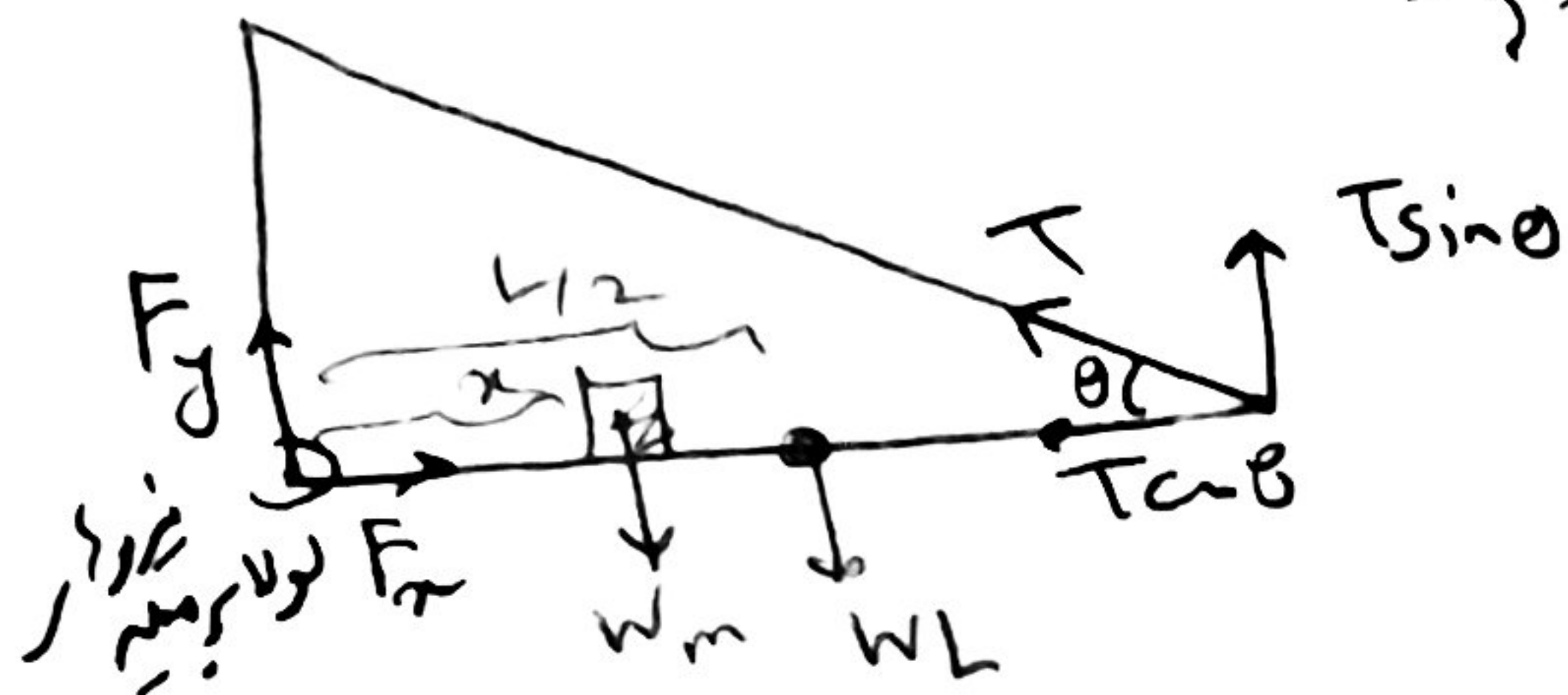
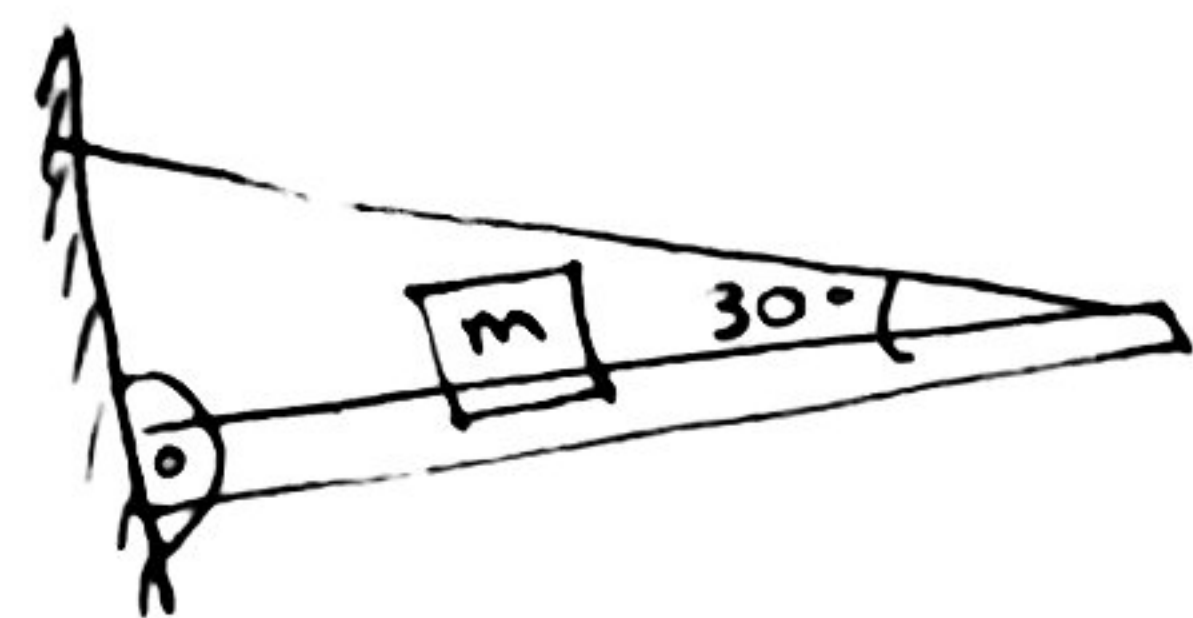


$$\begin{aligned} +f_s - N \sin \theta &= 0 \quad \text{و} \quad f_s = \mu_s N \\ N \cos \theta + N - W &= 0 \\ -W \cos \theta \cdot \frac{h}{2} + N \left(\frac{h}{\sin \theta} \right) &= 0 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \mu_s = \dots$$

*

تعدادل - فصل ۱۲ - ص ۳

۳. میله ای به وزن 200 N و طول 3 m به دیوار لولاشده است. آنرا وزن جعبه در میله 300 N و زاویه کابل با میله $\theta = 30^\circ$ باشد و بیشینه کشش کابل 500 N :
 (I) جعبه حداکثر تا چه فاصله از دیوار می تواند در دست شود بدون اینکه کابل پاره شود ؟
 (II) در این فاصله نیرو در انتی و محور لولا با میله l حساب کنید ؟



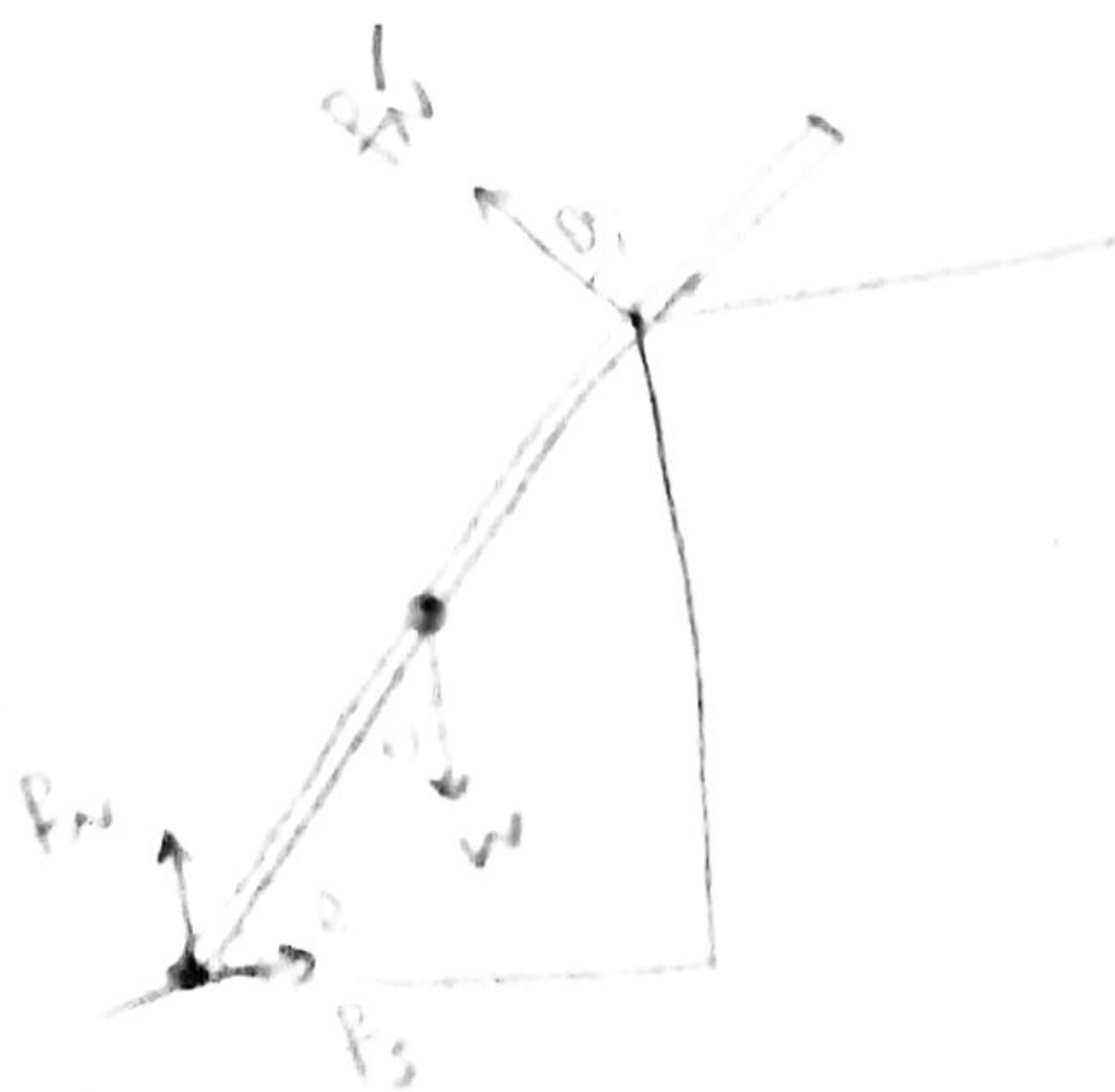
$$+ T \cdot \sin \theta \cdot L - W_L \cdot \frac{L}{2} - W_m \cdot \frac{L}{2} = 0$$

$$\Rightarrow x_{\max} = 0$$

$$\rightarrow F_x = \checkmark, F_y = \checkmark \quad : (II)$$

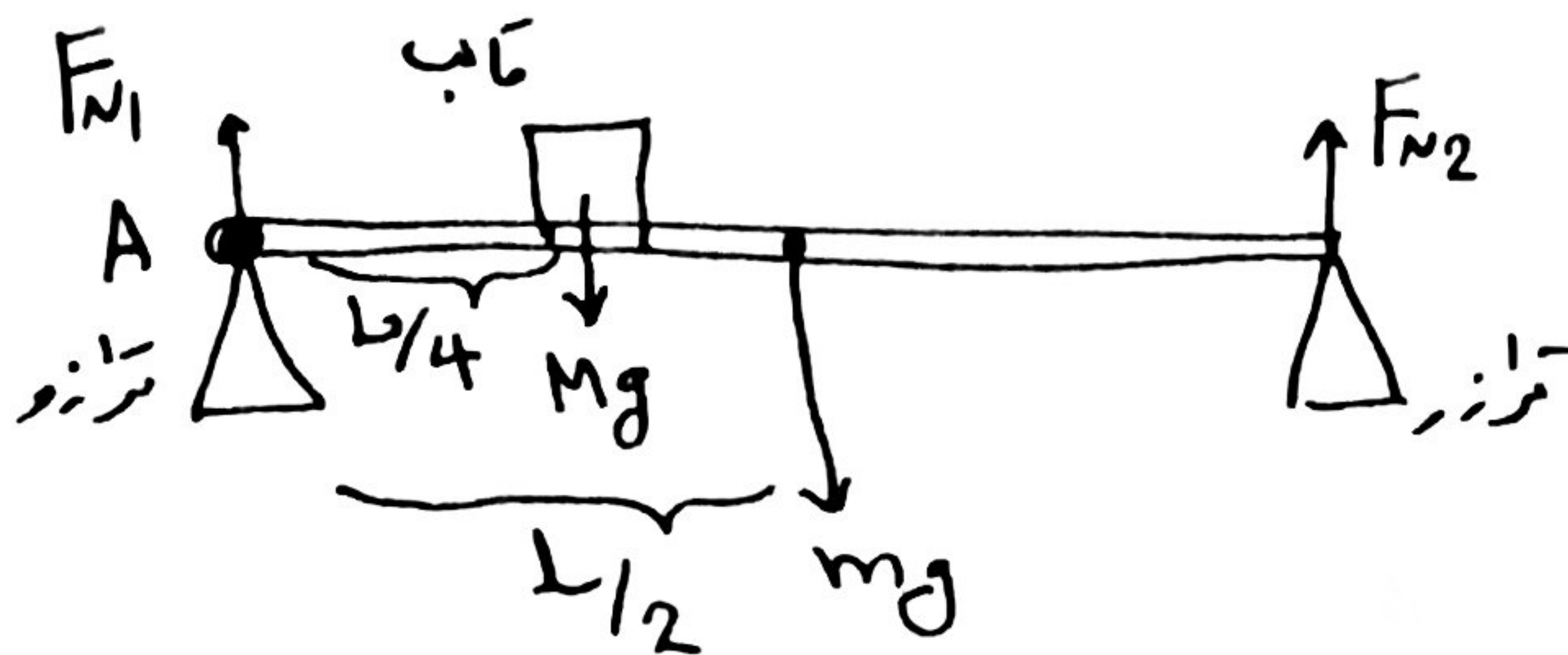
$$\begin{cases} + F_x - T \cdot \cos \theta = 0 \\ F_y + T \sin \theta - W_m - W_L = 0 \end{cases}$$

*



سایه‌ها تعادل:

۱۰ م. تیرک به طول ۱۲ و جرم $m = 1.8 \text{ kg}$ داریم که دو سر آن دو ترازوی دیجیتالی می‌گذاریم. مالتی به جرم $M = 2.7 \text{ kg}$ را روی تیرک می‌گذاریم، به طوری که مرکز ثقل در فاصله یک چهارم طول تیرک از سمت راست می‌باشد. ابعاد آن به چه اندازه است؟



اگر ترازو در وضع عکس قرار نگیرد،

کدام ترازو به طرف بالا: F_{N1} و F_{N2}

سیستم کل در حال تعادل است.

$$\sum F_y = 0 \quad \text{و} \quad \sum \tau_i = 0$$

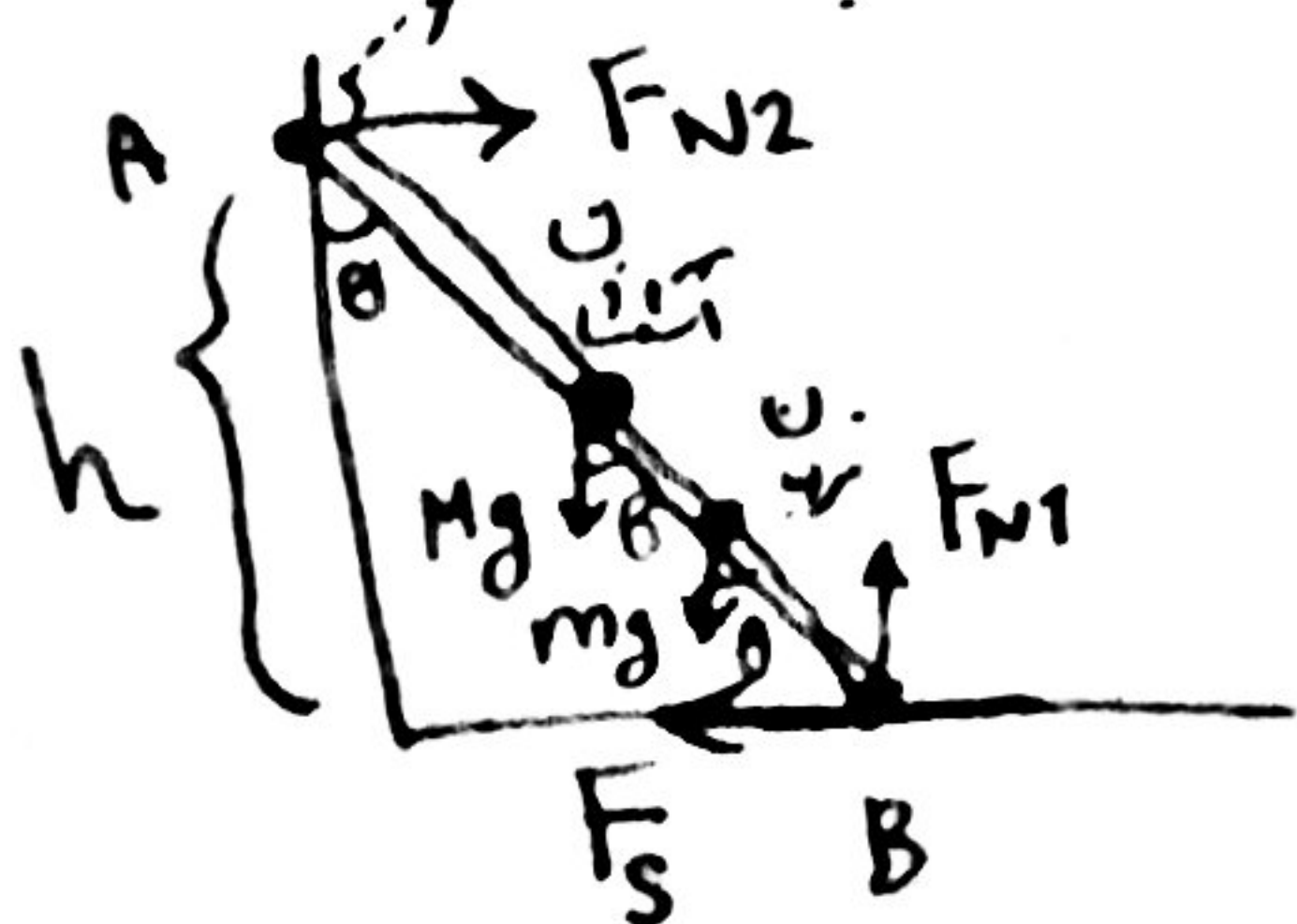
اگر فرض کنیم هم حول یک نقطه دایره A خواهد بچرخید: $\sum \tau_i = 0$ حول A

نکته: نقطه ای را اختیار می‌کنیم که بیشترین تعداد نیروها به بار روی صفر می‌خورند.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_y = 0 \rightarrow +F_{N1} + F_{N2} - Mg - mg = 0 \\ \sum \tau_i = 0 \rightarrow -F_{N1}(0) + F_{N2}(L) - mg\left(\frac{L}{2}\right) - Mg\left(\frac{L}{4}\right) = 0 \end{array} \right. \rightarrow \begin{array}{l} F_{N1} = 15 \text{ N} \\ F_{N2} = 29 \text{ N} \end{array}$$

*

۲. تیردانی به طول $L = 12 \text{ m}$ و جرم $m = 45 \text{ kg}$ به دیواری عمود دارد. سمت بالای تیردانی در ارتفاع $h = 9.3 \text{ m}$ از سطح زمین قرار دارد (شکل). مرکز ثقل تیردانی در فاصله $\frac{1}{3}$ طول از سمت چپ زمین قرار دارد. اگر دیوار بدون اصطکاک باشد، از طرف دیوار و زمین چه نیروهای به تیردانی وارد می‌شود؟ آنگاه تیردانی جرم $M = 72 \text{ kg}$ مالتی به تیردانی بالا رفته است.



نقطه B: عکس العمل عمود بر سطح در محل اتصال تیردانی با سطح زمین F_{N1}

نیروی F_s که عکس اصطکاک است تا در زمین سر (لغزش) نخورد.

نقطه A: عکس العمل عمود بر سطح در محل اتصال تیردانی با سطح دیوار.

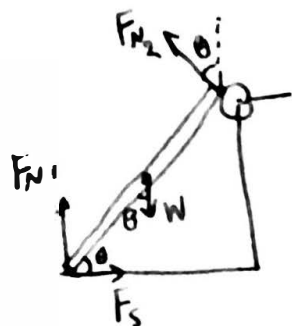
فاند نیروی تماس با دیوار چون اصطکاک نداریم.

$$\sum F_x = 0 \rightarrow +F_{N2} - F_s = 0 \quad \text{و} \quad \sum F_y = 0 \rightarrow +F_{N1} - mg - Mg = 0 \quad \text{و} \quad \sum \tau = 0 \rightarrow +mg\left(\frac{L}{2}\right)\sin\theta + Mg\left(\frac{L}{3}\right)\sin\theta - F_{N2}h = 0$$

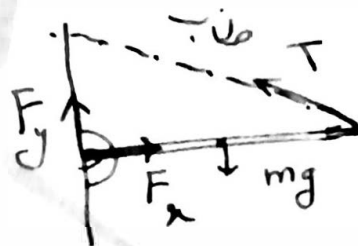
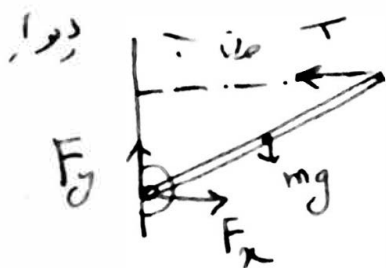
1-B

شماره : تاریخ : پیوست :

اگر در همین مسئله یک دیوار عمود بر محل اعمال نقطه ای بندک و نزدیک (یا همان عمود بر سطح زمین) می کشد،



نکته: در مسائلی که یک بار اعمال ساده میوز به دیوار از لولا برای نگه داشتن دیوار (کنش) به دیاری شود:



یک همواره یک نیرو عکس العمل سطح دیوار و محل اعمال F_x داریم. F_x
 و در واقع کار لولا این بوده که دیوار را میباید در دیوار سرنگورد و لذا نیروی F_y و F_x
 لولا به دیوار سطح دیوار وارد نمی شود و همانا عکس F_x عامل می شود سر خوردن و ماندن میباید در دیوار