

9931030

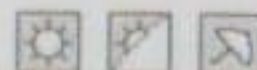
اشکان شکیبا

Subject

Year:

Month:

Date:



Sa	Su	Mo	Tu	We	Th	Fr
----	----	----	----	----	----	----

تمرین ۱ - بخش ۱

$$\int \frac{dx}{x^2 + x + 1} = \int \frac{dx}{x^2 + x + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \int \frac{dx}{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}$$

تغییر متغیر: $x = \frac{\sqrt{3}u - 1}{2} \Rightarrow u = \frac{2x + 1}{\sqrt{3}}$

$$\Rightarrow \int \frac{dx}{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} = \int \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} du}{\frac{3}{4} (u^2 + 1)} = \frac{2}{\sqrt{3}} \int$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\tan^{-1} \left(\frac{2x + 1}{\sqrt{3}} \right) \right) + C$$

$$x = \tan \theta : \text{تغییر متغیر}$$

تمرین ۱ - بخش ۲

$$\int \sqrt{1+x^2} dx = \int \sqrt{1+\tan^2 \theta} (1+\tan^2 \theta) d\theta$$

$$= \int (1+\tan^2 \theta)^{\frac{3}{2}} d\theta = \int (\sec^2 \theta)^{\frac{3}{2}} d\theta = \int \sec^3 \theta d\theta$$

با استفاده از روش جزیه جز ادامه می دهیم:

$$u = \sec \theta \Rightarrow du = \sec \theta \cdot \tan \theta \cdot d\theta$$

$$dv = \sec^2 \theta \cdot d\theta \Rightarrow v = \int \sec^2 \theta \cdot d\theta = \tan \theta$$

$$\rightarrow \int \sec^3 \theta d\theta = \int u dv = uv - \int v du$$

$$= \sec \theta \cdot \tan \theta - \int \tan^2 \theta \cdot \sec \theta \cdot d\theta$$

$$= \sec \theta \cdot \tan \theta - \int (\sec^2 \theta - 1) \sec \theta d\theta$$

$$= \sec \theta \cdot \tan \theta - \int \sec^3 \theta d\theta + \int \sec \theta d\theta$$

$$\Rightarrow 2 \int \sec^3 \theta d\theta = \sec \theta \cdot \tan \theta + \int \sec \theta d\theta$$

$$\Rightarrow \int \sec^3 \theta d\theta = \frac{\sec \theta \cdot \tan \theta + \ln(|\tan \theta + \sec \theta|)}{2} + C$$

$$\text{تمرین ۲)} \quad y = x: \text{ معادله خط} \Rightarrow \frac{1-0}{1-0} = 1 \Rightarrow \text{شیب خط } OA$$

$$\text{مساحت مثلث } OAB = \int_0^1 x \, dx = \left. \frac{x^2}{2} \right|_0^1 = \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$$

$$\text{مساحت بین منحنی و محور } x \text{ ها} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \int_1^t \frac{dx}{x^2} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(\left. \frac{-1}{x} \right|_1^t \right)$$

$$= 0 - \frac{-1}{1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{تمرین ۳)} \quad A = \int_0^1 e^x \sin x^2 \, dx$$

با استفاده از روش جزء به جزء ادامه می‌دهیم:

$$u = \sin x^2 \Rightarrow du = 2x \cdot \cos x^2 \, dx$$

$$dv = e^x \, dx \Rightarrow v = e^x$$

$$\Rightarrow A = e^x \cdot \sin x^2 \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x x 2x \cos x^2 \, dx$$

$$\text{تغییر متغیرها: } x = \sqrt{t} \Rightarrow dx = \frac{1}{2\sqrt{t}} \, dt$$

Subject

Year:

Month:

Date:



Sa	Su	Mo	Tu	We	Th	Fr
----	----	----	----	----	----	----

$$\Rightarrow A = e \sin(1) - \int_0^1 e^{\sqrt{t}} \cos t \, dt = e \sin(1) - B$$