

انرژی جنبشی و کار

① تنها نیروی انحصاری به جسم به جرم 2 kg که در راستای مثبت محور x حرکت می کند $F_x = -6x\text{ N}$ است (که در حساب متر است). چنانچه سرعت جسم در $x=3\text{ m}$ برابر 8 m/s باشد مطلوب است:

الف) محاسبه سرعت جسم در $x=4\text{ m}$

ب) به ازای چه مقدار مثبت از x ، سرعت جسم 5 m/s خواهد بود؟

الف) نیروی انحصاری به حساب تغییر می کند بنابراین در محاسبات باید استرال گیری کرد:

$$W = \int_3^4 F_x dx = \int_3^4 (-6x) dx = \left. -3x^2 \right|_3^4 = -21\text{ J} \quad (*)$$

$$W = \Delta K \Rightarrow W = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

از طرفین طبق قضیه کار و انرژی داریم:

$$-21 = \frac{1}{2} (2) (v_2^2 - 64) \rightarrow \boxed{v_2 = 6.6 \text{ m/s}}$$

ب) با استفاده از رابطه‌ی به دست آمده برای W در (*) :

$$W = -3(x_2^2 - x_1^2) = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$-3(x_2^2 - 3^2) = \frac{1}{2} (2) (5^2 - 8^2) \rightarrow \boxed{x_2 = 4.7 \text{ m}}$$

② یک جعبه‌ی 1.5 kg در حال سکون روی سطح بدون اصطکاک قرار دارد. نیروی افقی در امتداد محور x به صورت $F = (2.5 - x^2) \text{ N}$ به جسم اعمال می‌شود (x بر حسب متر). مکان اولیه‌ی جعبه $x = 0$ است.

الف) انرژی جنبشی جعبه هنگام عبور از $x = 2 \text{ m}$ چقدر است؟

ب) بیشینه انرژی جنبشی جعبه بین $x = 0$ و $x = 2 \text{ m}$ چقدر است؟

الف) باتوجه به قضیه کار و انرژی :

$$W = \int F \cdot dx = \Delta k$$

$$= \int_0^2 (2.5 - x^2) dx = \left(2.5x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = 2.3 \text{ J}$$

$$\Delta k = k_2 - k_1 = 2.3 \text{ J}$$

چون جعبه در شروع حرکت در بقاء در حال سکون بوده است پس $k_1 = 0$ و در نتیجه $\boxed{k_2 = 2.3 \text{ J}}$

ب) k_2 تابع x است و لذا هنگام بیشینه‌اش که مشتق آن نسبت به x برابر صفر باشد :

$$\left. \begin{aligned} \frac{dk_2}{dx} &= 0 \\ k_2 &= \left(2.5x - \frac{x^3}{3} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{dk_2}{dx} = 2.5 - x^2 = 0$$

$$x = \sqrt{2.5} = 1.6$$

$$k_2 = \left(2.5x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{x=1.6} = 2.6 \text{ J}$$

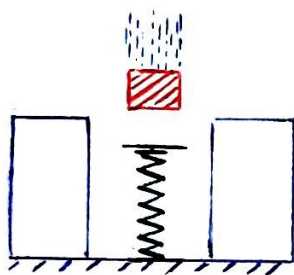
3) جسمی به جرم 250 g روی فنری قائم که ثابت آن $K = 2.5 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$ است می‌انهد. جسم به فنری چسبیده و آن را 12 cm فشرده می‌کند تا خودش به حال سکون گشای برسد. مطلوب است درص فشرده شدن فنر

الف) کالسی که انجام شده توسط فنری گرانس

ب) کار انجام شده توسط فنر

ج) کالسی سرعت جسم درست پیش از برخورد به فنر

د) بیشترین مقدار فشرده شدن فنر در صورتیکه سرعت اولی جسم دو برابر شود.



$$F = mg = 2.45$$

الف) با توجه به اینم فشرده شدن فنر 0.12 m است کار انجام شده توسط فنری گرانس برابر است با:

$$W_1 = mgd = (0.25)(9.8)(0.12) = 0.29\text{ J}$$

ب) کار انجام شده توسط فنر:

$$W_2 = -\frac{1}{2}kd^2 = -\frac{1}{2}(2.5 \times 100 \frac{\text{N}}{\text{m}})(0.12)^2 = -1.8\text{ J}$$

ج) بنا به قضیه کار و انرژی:

$$\Delta K = 0 - \frac{1}{2}mv_i^2 = W_1 + W_2$$

$$v_i = \sqrt{\frac{-2(W_1 + W_2)}{m}} = 3.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$0 - \frac{1}{2}mv_i'^2 = W_1' + W_2' = mgd' - \frac{1}{2}kd'^2$$

(د)

$$d' = \frac{mg + \sqrt{m^2g^2 + mkv_i'^2}}{k}$$

برای اطمینان به آنکه محاسباتی درموردی بر حسب آن است داریم:

اگر سرعت اولیه را دو برابر کنیم با توجه به اینکه سرعت اولیه در قسمت ج را $3.5 \frac{m}{s}$ است آمدیم
یعنی در این قسمت سرعت برابر $7 \frac{m}{s}$ خواهد بود با حل معادله بر حسب d و اینکه مقدار مثبت قبل قبول
است:

$$v_i' = 7 \frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{d' = 0.23 m}$$

④ نیروی $F = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 9\hat{k}$ به صورت آنی به جسمی وارد می شود در حالیکه سرعت جسم برابر $v = -2\hat{i} + 4\hat{j}$ است:

الف) آنتالپی لحظه ای انجام کار توسط نیروی اعمالی را به دست آورید.
ب) در لحظه ای که سرعت تنها مؤلفه ی y دارد اگر نیرو تغییر کند و توان $12 W$ باشد سرعت جسم را تعیین کنید

الف) آنتالپی انجام کار یعنی توان پس:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = -8 - 8 = \boxed{-16}$$

ب) با توجه به اینکه سرعت تنها مؤلفه ی y دارد در این

حالت $(\vec{v} = v_y \hat{j})$:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} \Rightarrow -12 = -2 v_y$$

$$v_y = 6 ; \boxed{\vec{v} = 6\hat{j}}$$