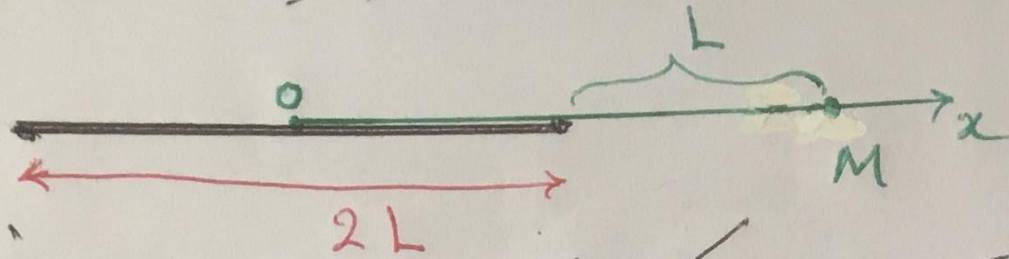


فیزیک عمومی ۲

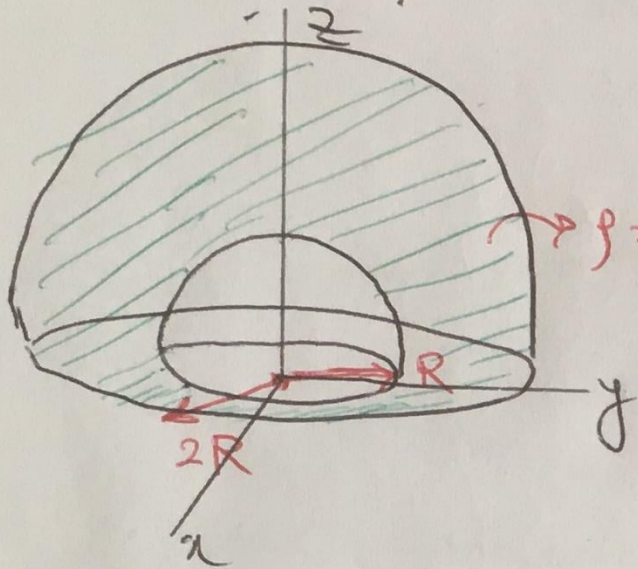
چند مسئله از قانون کولن - قانون گاوس

مسئله 1: بار الکتریکی با چگالی غیر یکنواخت $\lambda = \alpha \cdot x$ روی یک میله نازک عایق به طول $2L$ توزیع شده است.



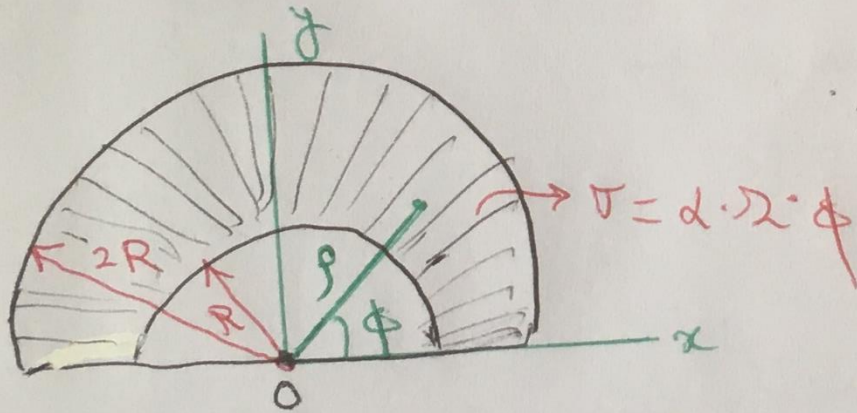
میدان الکتریکی را در نقطه M به فاصله $3L$ از میانه محاسبه کنید (نقطه O میانه است که در آن α مقداری ثابت و مثبت است).

مسئله 2: بار الکتریکی حجمی با چگالی غیر یکنواخت $\rho = \alpha r^2 \sin \theta$ مطابق شکل در ناحیه بین دو نیمکره به شعاعهای R و $2R$ توزیع شده است که در آن α مقداری ثابت و مثبت است.

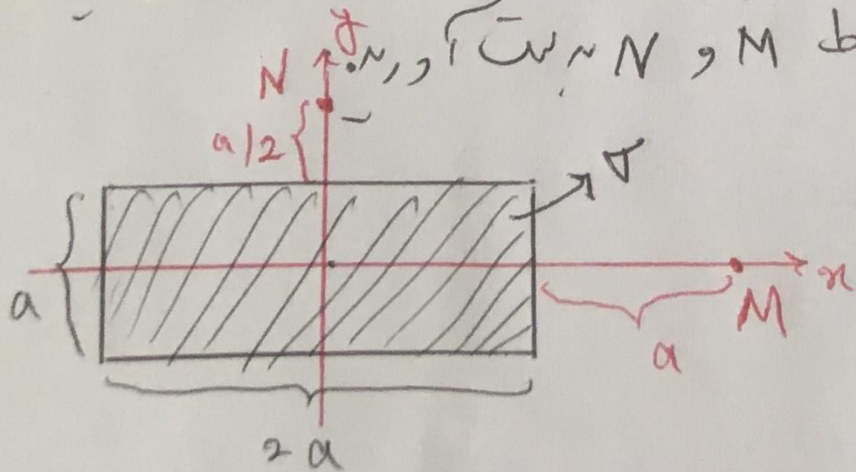


$$\rho = \alpha r^2 \sin \theta$$

مسئله 3: بار الکتریکی سطحی در ناحیه زیر (بین دو نیمه دایره به شعاع R و $2R$) توزیع شده است. چگالی بار سطحی به صورت $\sigma = \alpha \sin \phi$ است که در آن α مقداری است ثابت و مثبت. میدان الکتریکی در مبدأ صفت را می‌توان کسید.



مسئله 4: بار الکتریکی سطحی در ناحیه مستطیل شکل زیر (با ابعاد a و $2a$) با چگالی یکنواض σ توزیع شده است. میدان الکتریکی را در نقاط M و N به دست آور. N در مرکز و M در گوشه است.

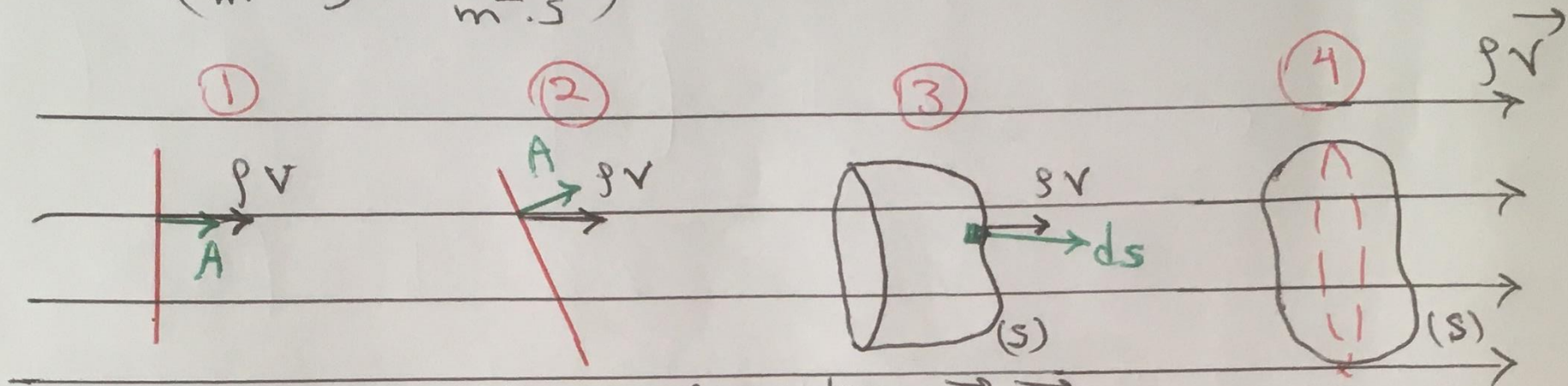


قانون گاوس (Gauss's Law)

قانون گاوس:

قانون گاوس بین میدان الکتریکی و بار الکتریکی رابطه برقرار می‌دهد. برای درک بهتر قانون گاوس، میدان برداری \vec{E} را برای سیالات در تقارن بگیریم. داریم:

\vec{E} دارای واحد $\frac{Kg}{m^2 \cdot s}$ است. $\left(\frac{Kg}{m^3} \cdot \frac{m}{s} = \frac{Kg}{m^2 \cdot s} \right)$



$$\psi = \vec{E} \cdot \vec{A} = \vec{E} \cdot \vec{A}$$

$$\psi = \vec{E} \cdot \vec{A} \cdot \cos \alpha = \vec{E} \cdot \vec{A}$$

$$\psi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} \Rightarrow \psi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

انتخاب برای سادگی در تقارن بگیریم که جهت بردار \vec{E} در هر نقطه مقدار ثابت باشد. به عبارت دیگر \vec{E} یک میدان برداری یکنواخت است.

حاصل ضرب $57. A$ یعنی ψ مقدار سیال عبوری از سطح A در واحد زمان است که به ψ معروف است.

سطح S در شکل ③ یک سطح باز است. (انتگرال سطح)

$$\psi = \iint_S \vec{v} \cdot d\vec{s} = \iint_S \vec{v} \cdot \vec{n} \, dS \Rightarrow \textcircled{3}$$

برای حالت ④ سطح بسته است و داریم:

$$\psi = \iint_S \vec{v} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \text{یا} \quad \psi = \iint_S \vec{v} \cdot d\vec{s} = 0$$

این رابطه هنگامی برقرار است که در یک سطح بسته هیچ جبهه یا چاک شکسته نداشته باشیم. در این صورت چون سیالات غیر قابل تراکم هستند، پس دبی سیال وارد شده به سطح بسته با دبی سیال خارج شده از آن با یکدیگر برابرند.

(دبی سیال خروجی مثبت و دبی سیال ورودی منفی است).

اگر در یک سطح بسته جبهه (Source) داشته باشیم، در این صورت داریم $\psi > 0$ (در یک سطح بسته، به طور خالص جبهه داریم)

$$\psi = \iint_S \vec{v} \cdot d\vec{s} > 0$$

(در دایره سطح بسته به طور خالص، چاهک داریم).
 در حالت کلی
 برای میدان الکتریکی داریم:

$$\psi = \oint_S \vec{v} \cdot d\vec{s} < 0$$

$$\psi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} \propto Q_{en}$$

$$Q_{en} = Q_{\text{enclosed}}$$

(بار محصور شده = بار احاطه شده).

$$\Rightarrow \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{en}}{\epsilon_0} \Rightarrow \epsilon_0 \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q_{en} \quad \text{قانون گاوس:}$$

$$\psi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{en}}{\epsilon_0}$$

قانون گاوس، نشان می‌دهد که میدان الکتریکی از یک سطح بسته را به بار الکتریکی خالص درون سطح بسته مربوط می‌کند.

(در حالت کلی نمی‌توان به استفاده از قانون گاوس، میدان الکتریکی را به دست آورد.)
 علت آن این است که \oint داخل علامت انتگرال است (و هم همین).
 در حالی که قانون کولن \sum به سطح مربع بر حسب میدان الکتریکی است.