Subject
Year: Month: Date:
Sa Su Mo Tu We Th Fr

تمرینات تحویلی ریاضی عمومی ۱
(سری اول)

اشکان شکیبا

۱) $(c^2+1)\sin(c) = (1-c^2)\cos(c)$

$$\Rightarrow (c^2+1)\sin(c) - (1-c^2)\cos(c) = 0$$

تابع کمکی $f(x)$ را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$f(x) = (x^2+1)\sin x + (x^2-1)\cos x$$

با جایگذاری $x_1 = \frac{\pi}{4}$ ، $f(x_1) > 0$ را به دست می‌آوریم؛ همچنین $\lim_{x \to 0} f(x) = -1$ و می‌دانیم که اگر $\lim_{x \to a} f(x) = l$ و $l < 0$ ، آنگاه بازه‌ای حول a موجود است که برای هر x مانند x_2 در آن بازه داریم $f(x_2) < 0$ $(x_2 > 0)$؛

بنابراین می‌توان از $f(x_1) > 0$ و $f(x_2) < 0$ و با توجه به پیوستگی تابع $f(x)$ در بازه $(0,1)$ که $x_1, x_2 \in (0,1)$ ، نتیجه گرفت که مقدار دیگری همچون x_3

SHAFAGH

بین x_1 و x_2 وجود دارد که $f(x_3)=0$ ؛ بنابراین $c=x_3$

۲) دنباله های a_n و b_n را به شکل زیر تعریف می کنیم:

$$a_n=\frac{1}{\sqrt{2\pi n}} \qquad b_n=\frac{1}{\sqrt{2\pi n+\frac{\pi}{2}}}$$

و می دانیم هرگاه $n\to\infty$ ، هر دوی این دنباله ها به صفر میل می کنند،

بنابراین $\lim_{x\to 0}\cos\left(\frac{1}{x^2}\right)$ را می توان به دو شکل زیر نوشت:

$$\lim_{x\to 0}\cos\left(\frac{1}{x^2}\right)=\lim_{n\to\infty}\cos\left(\frac{1}{a_n^2}\right)=\cos\left(\frac{1}{\frac{1}{2\pi n}}\right)$$

$$=\cos(2\pi n)=1$$

$$\lim_{x\to 0}\cos\left(\frac{1}{x^2}\right)=\lim_{n\to\infty}\cos\left(\frac{1}{b_n^2}\right)=\cos\left(\frac{1}{\frac{1}{2\pi n+\frac{\pi}{2}}}\right)$$

$$=\cos\left(2\pi n+\frac{\pi}{2}\right)=0$$

که از نابرابری ایجاد شده، می توان نتیجه گرفت حد مذکور وجود ندارد.