

تمرین چهارم مبانی و کاربردهای هوش مصنوعی

اشکان شکيبا (9931030)

سوال اول

(الف)

$$P(A = \text{true})$$

$$= \sum(B, C) P(\text{true}, B, C)$$

$$= 0.1 + 0.15 + 0.1 + 0.15 = 0.5$$

$$P(A = \text{false} \mid B = \text{true})$$

$$= \sum(z) P(A = \text{false}, B = \text{true}, z)$$

$$= 0.2 + 0.05 = 0.25$$

$$P(A = \text{true}, B = \text{false} \mid C = \text{true})$$

$$= P(A = \text{true}, B = \text{false}, C = \text{true}) / P(C = \text{true})$$

$$= 0.15 / 0.35 = 3/7$$

$$P(A = \text{true} \mid B, C = \text{false})$$

$$= P(A = \text{true}, B, C = \text{false}) / P(B, C = \text{false})$$

$$= 0.1 / 0.3 = 1/3$$

(ب)

$$P(A = \text{true}) = 0.5$$

$$P(A = \text{false}) = 0.5$$

$$P(B = \text{true}) = 0.5$$

$$P(B = \text{false}) = 0.5$$

طبق جدول داریم:

$$P(A = a, B = b) = P(A = a) P(B = b)$$

بنابراین A و B مستقل هستند.

A	B	C	
F	F	T	0.05
F	T	T	0.05
T	F	T	0.15
T	T	T	0.1

$$P(A = \text{false}, C = \text{true}) / 0.35 = (0.05 + 0.05) / 0.35 = 2/7$$

$$P(B = \text{false}, C = \text{true}) / 0.35 = 0.2 / 0.35 = 4/7$$

$$P(A = \text{false}, B = \text{false} \mid C = \text{true}) = P(A = \text{false}, B = \text{false}, C = \text{true}) / P(C = \text{true}) = 0.05 / 0.35 = 1/7$$

که داریم:

$$4/7 * 2/7 \text{ is not equal to } 1/7$$

بنابراین به شرط درست بودن C، A و B مستقل نیستند.

(پ)

می‌توان اینطور گفت که joint table یک جدول برگرفته از marginal distribution است. در جدول احتمال توام، توزیع حاشیه‌ای هر حالت با جمع خانه‌های متناظر آن به دست می‌آید.

سوال دوم

(الف)

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n P(x_i \mid x_1, x_2, \dots, x_{i-1})$$

$$= \prod_{i=1}^n P(x_i \mid \text{parents}(x_i))$$

(ب)

$$P(x_i \mid \text{parents}(x_i)) = P(D \mid A = e)$$

سوال سوم

(الف)

$$P(+a, +b) = P(+a) * P(+b | +a) = 0.4 * 0.5 = 0.2$$

(ب)

$$P(+a | +b) = P(+a, +b) / P(+b) = P(+b)$$

$$= 0.2 / (0.4 * 0.5 + 0.6 * 0.25) = 0.2 / 0.35 = 4/7$$

(پ)

$$P(E | +c) =$$

+c	+a	0.08
+c	-a	0.36
-c	+a	0.32
-c	-a	0.24

$$P(+a | +c) = 0.08 / 0.44 = 2/11$$

$$P(-a | +c) = 9/11$$

$$P(B | +a) =$$

+a	+b	$2/11 * 1/2 = 1/11$
+a	-b	$2/11 * 1/2 = 1/11$

$$P(B \mid -a) =$$

-a	+b	$9/11 * 1/4 = 9/44$
-a	-b	$9/11 * 3/4 = 27/44$

+b	$13/44$
-b	$31/44$

$$P(E \mid +b) =$$

+b	+e	$13/44 * 2/10 = 13/220$
+b	-e	$13/44 * 8/10 = 52/220$

$$P(E \mid -b)$$

-b	+e	$31/44 * 1/10 = 31/440$
-b	-e	$31/44 * 9/10 = 279/440$

+e	$(26+31)/440 = 57/440$
-e	$(279 + 104)/440 = 383/440$

(ت)

$$P(E \mid A) = \sum(B) P(E \mid B) P(B \mid A)$$

$$P(D \mid A) = \sum(B) P(D \mid B) P(B \mid A)$$

$$P(D, E \mid A) = \sum(B) P(B \mid A) P(D \mid B) P(E \mid B)$$

(ث)

$$[[0.5, 0.5], [0.25, 0.75]] \quad [[0.2, 0.8], [0.1, 0.9]]$$

$$= [[0.75, 0.85], [0.125, 0.875]]$$

$$P(E \mid A) =$$

	+e	-e
+a	0.15	0.85
-a	0.125	0.875

$$[[0.5, 0.5], [0.25, 0.75]] \quad [[0.6, 0.4], [0.8, 0.2]] = [[0.7, 0.3], [0.75, 0.25]]$$

$$P(D \mid A) =$$

	+d	-d
+a	0.7	0.3
-a	0.75	0.25

سایز $P(E, D \mid A)$ برابر ۸ می‌باشد.

سوال چهارم

الف) بله، زیرا در مسیر A تا C هیچ سه تایی active وجود ندارد.

ب) نه، زیرا B، E، F و A یک سه تایی active می‌سازند.

پ) نه، زیرا F، E، H و B یک سه تایی active می‌سازند.

ت) بله، زیرا در مسیر D تا A هیچ سه تایی active وجود ندارد.

ث) نه، زیرا F، E و H یک سه تایی active می‌سازند.

سوال پنجم

الف) در صورت استقلال دو متغیر، در شبکه بیزنت و بین نودهای گراف، یال‌های مستقیم کمتری وجود خواهند داشت که باعث تسهیل محاسبه احتمال توام یا حاشیه‌ای متغیرها می‌شود. همچنین در صورت استقلال شرطی متغیرها، در صورتی که evidence جدیدی از یکی از آنها بیابیم می‌دانیم که روی دیگری تاثیری ندارد و نیازی به تغییر احتمال آن نیست.

ب) استفاده از شبکه بیزنت می‌تواند منجر به کاهش حجم محاسبات و پردازش شود. به طوری که در صورت عدم استفاده از آن احتمال توام n متغیر از مرتبه $O(z^n)$ خواهد بود، در حالی که در شبکه بیزین با حداکثر تعداد k تا parent برای هر نود، محاسبات از مرتبه $O(n+z^{k+1})$ خواهد شد.