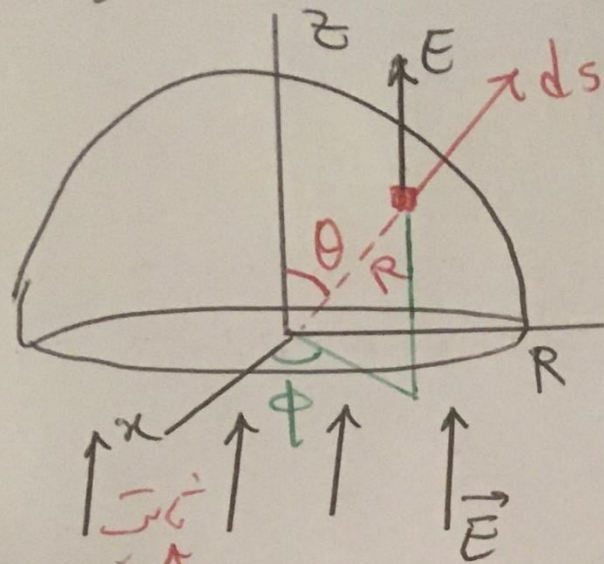


فیزیک عمومی ۲

قانون گاوس (ادامه)

مسئله: میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = E \cdot \vec{R}$ مفروض است. شد میدان الکتریکی گذرنده از سطح نمکریه به شعاع R مطابق شکل چند است؟



شد میدان الکتریکی گذرنده از سطح نمکریه برابر است با شد میدان الکتریکی گذرنده از سطح نمکریه به شعاع R .

$$\Rightarrow \psi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int E \cdot d\vec{s}$$

سطح نمکریه سطح نمکریه

$$\psi_E = \int E \cdot \vec{R} \cdot d\vec{s} \cdot \vec{R} = E \int d\vec{s} = E \cdot \pi R^2$$

سطح نمکریه سطح نمکریه

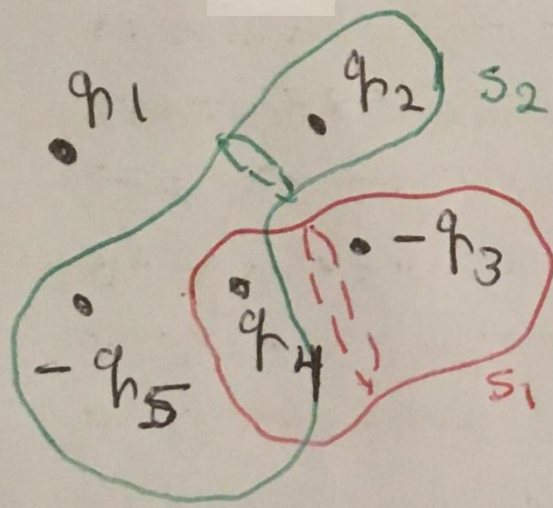
می توانیم شد میدان الکتریکی را مستقیماً روی سطح نمکریه به نت آوریم.

$$\psi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int E \cdot \vec{R} \cdot R^2 \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi \cdot \hat{r}$$

نمکریه نمکریه

$$\Rightarrow \psi_E = \int E \cdot R^2 \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi \cdot \cos \theta = E \cdot R^2 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta \cdot d\theta = E \cdot \pi R^2$$

نمکریه



$$\epsilon_0 \oint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = -q_3 + q_4$$

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = q_2 + q_4 - q_5$$

دو م شود که در هر دو حالت $\frac{1}{2}$ میدان اکثر یکی در پول
به ختم با یک اکثر یکی است.

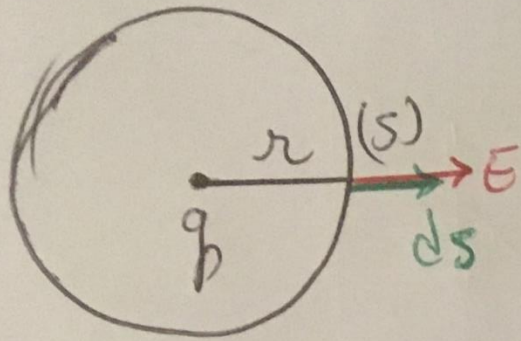
تنها در مواردی می توان میدان الکتریکی را از قانون گاوس به دست آورد که می توان یک سطح بسته را در نظر گرفت که روی سطح نقاشی آن سطح بسته، اشاره (برزگی) سطح قرار می گیرد. این مورد به شکل حالت های زیر می شود:

عالم به میدان الهی را که با رنغم ای مر

[illegible]

... با رطل نامحدود ...
 ... نمیتواند ...
 ... با رطل نامحدود ...
 ... با رطل نامحدود ...

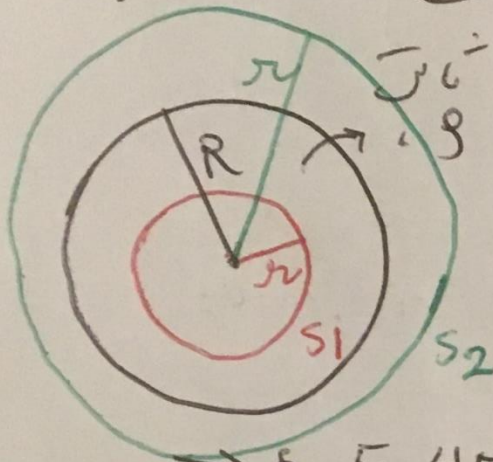
مسئله 1: محاسبه E برای بار نقطه‌ای با قانون گاوس:



$$\epsilon_0 \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q_{en} \Rightarrow \epsilon_0 \oint_S E \cdot dS \cos 0^\circ = q$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 E \cdot 4\pi r^2 = q \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

مسئله 2: برای الکتریسیته حجمی در ناحیه کروی به شعاع R به طور متناوب توزیع شده است. میدان الکتریکی را برای نقاط داخل و خارج کره بدست آورید.
برای نقاط داخل کره داریم: $(r < R)$.



$$\epsilon_0 \oint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q_{en} \Rightarrow \epsilon_0 \oint_{S_1} E \cdot dS = \int_{V_1} \rho \cdot dV$$

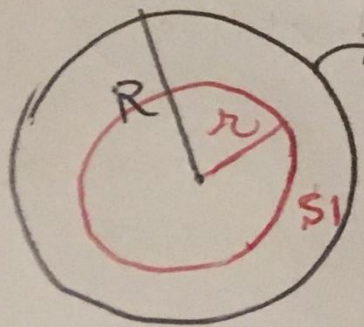
$$\Rightarrow \epsilon_0 E \cdot 4\pi r^2 = \int_0^r \rho \cdot 4\pi r'^2 dr' = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow E = \frac{\rho \cdot r}{3 \epsilon_0} \quad (r < R)$$

برای نقاط خارج کره نیز داریم: $(r > R)$

$$\epsilon_0 \oint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q_{en} \Rightarrow \epsilon_0 \oint_{S_2} E \cdot dS = \int_{V_2} \rho \cdot dV \Rightarrow$$

$$\epsilon_0 \cdot E \cdot 4\pi R^2 = \int_0^R \rho \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho \Rightarrow E = \frac{\rho \cdot R^3}{3\epsilon_0 r^2} \quad (r > R)$$

مثال 3: یک کبریس سطحی با چگالی ρ در یک کره ای به شعاع R توزیع شده است. میدان الکتریکی در نقاط داخل و خارج کره محاسبه کنید.



نقطه r

$$\epsilon_0 \oint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q_{en} \Rightarrow \epsilon_0 \oint_{S_1} E \cdot dS = 0 \Rightarrow$$

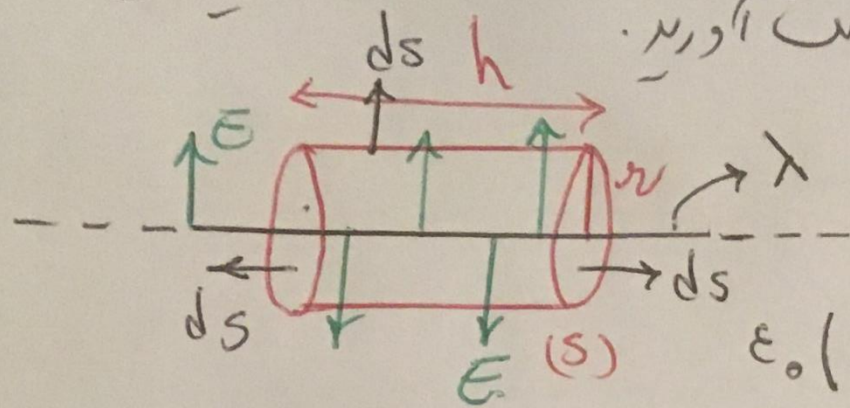
$$\epsilon_0 \cdot E \cdot 4\pi r^2 = 0 \Rightarrow E = 0 \quad (r < R)$$

برای نقاط خارج: $\epsilon_0 \oint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q_{en} \Rightarrow \epsilon_0 \oint_{S_2} E \cdot dS = Q \Rightarrow$

$$\epsilon_0 \cdot E \cdot 4\pi r^2 = Q \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

که در آن Q بار روی سطح کره به شعاع R است. $(r > R)$

مسئله 4: یک سیم الکتریکی خطی با چگالی ثابت λ روی یک میله نازک و طولی توزیع شده است. میدان الکتریکی را در هر نقطه از فضا بدست آورید.



$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q_{en} \Rightarrow$$

$$\epsilon_0 \left(\int_{\text{پایه}} + \int_{\text{پایه}} + \int_{\text{سطح جانبی}} \right) = \lambda \cdot h$$

(توجه کنید که λ تغییر می‌کند است.)

انتگرال سطح روی قاعده‌های راست و چپ برابر می‌شود، زیرا $\vec{E} \perp d\vec{s}$ داریم:

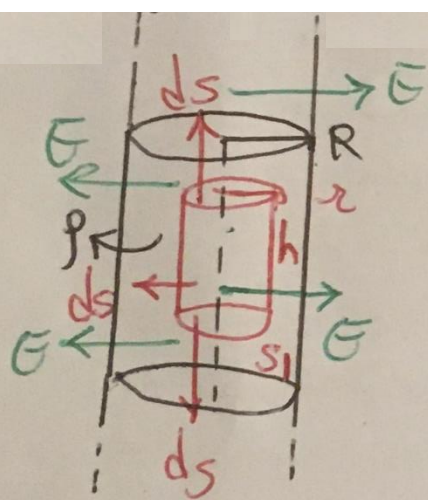
$$\epsilon_0 \int_{\text{سطح جانبی}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \Rightarrow \epsilon_0 \int_{\text{سطح جانبی}} E \cdot ds = \lambda \cdot h \Rightarrow \epsilon_0 E \cdot 2\pi r h = \lambda \cdot h$$

نکته: λ ثابت است

$$\Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

مسئله 5: یک سیم الکتریکی حجمی در ناحیه استوانه‌ای طولی به شعاع R به صورت یکنواخت توزیع شده است. (چگالی حجمی ثابت ρ). میدان الکتریکی را برای نقاط داخل و خارج این ناحیه استوانه‌ای بدست آورید.

برای نقاط داخل البوانه کویل: $(R < r)$



$$\oint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q_{en} \Rightarrow \underbrace{\oint_0 \vec{E} \cdot d\vec{S}}_{\text{سطحی}} + \underbrace{\oint_1 \vec{E} \cdot d\vec{S}}_{\text{قاعده}} + \underbrace{\oint_2 \vec{E} \cdot d\vec{S}}_{\text{قاعده بالا}} =$$

$$= \int_0^R \rho \cdot 2\pi r \cdot h \cdot dr \Rightarrow \epsilon \cdot \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = \rho \cdot \pi R^2 \cdot h$$

سطح جانبی $\Rightarrow \epsilon_0 E \cdot 2\pi r h = \rho \cdot \pi r^2 h \Rightarrow E = \frac{\rho \cdot r}{2\epsilon_0} \quad (r < R)$

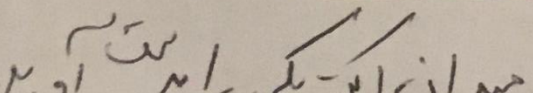
$$S_2 \text{ (سطح التواء) (سطح التواء)} \Rightarrow \oint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q_{en} \Rightarrow \epsilon_0 E \cdot 2\pi r L = \rho \cdot \pi R^2 L \Rightarrow$$

$$E = \frac{\rho \cdot R^2}{2 \epsilon_0 r} \quad (27R)$$

مثال کا: ایک کمر سطحی روی یک سطحی نامتناهی توزیع شدہ است. میدان الکتریکی را به دست آورید.

تشریح: عبوری از سطح جانبی صفر است. $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q_{en}$

پس داریم: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} + \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \sigma \cdot \pi R^2 \Rightarrow$



The diagram shows a horizontal line representing an infinite charged plane. A green cylinder (Gaussian surface) is drawn perpendicular to the plane, intersecting it at its center. Red arrows labeled 'E' point upwards from the plane, representing the electric field. On the top circular face of the cylinder, a small area element 'ds' is indicated with a red arrow pointing up. On the side of the cylinder, another area element 'ds' is indicated with a red arrow pointing horizontally to the right. The bottom circular face of the cylinder is labeled '(b)' in green.

$$\epsilon_0 \int_{\text{قاعه } A} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \epsilon_0 \int_{\text{قاعه } B} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \nabla \cdot \Delta A \Rightarrow$$

$$\epsilon_r E \cdot \Delta A + \epsilon_0 E \cdot \Delta A = \sigma \cdot \Delta A \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$