

需求曲線

1. 假設消費者對商品 X 與 Y 的消費決策如下所示：

$$\text{Max} \quad U = f(X, Y) = X^2 Y$$

$$\text{subject to} \quad 300 = 10X + 20Y$$

試求：① X 商品的所得消費線為何？

Ans. 根據最適消費條件可求所得消費線：

$$MRS_{XY} = \frac{2XY}{X^2} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{10}{20} \Rightarrow X = 4Y$$

② X 商品的恩格爾曲線為何？

Ans. X 財貨的恩格爾曲線為不同所得下 X 的消費決策，因此將 $Y = \frac{1}{4}X$ 代入

$10X + 20Y = M$ 預算限制中，便可得到 X 財貨的恩格爾曲線： $X = \frac{M}{15}$

③ X 商品的需求曲線為何？

Ans. X 財貨的需求線為不同價格下 X 的消費選擇，因此消費決策改寫為：

$$\text{Max} \quad U = f(X, Y) = X^2 Y$$

$$\text{subject to} \quad 300 = P_X X + 20Y$$

現在因為要推導需求線，所以把 P_X 設為一個變數，根據最適消費條件，我們可

$$\text{以得到：} MRS_{XY} = \frac{2Y}{X} = \frac{P_X}{20} \Rightarrow Y = \frac{P_X}{40} X$$

將 $Y = \frac{P_X}{40} X$ 帶回預算限制式便可得到 X 財貨的需求線：

$$300 = P_X X + 20 \left(\frac{P_X}{40} X \right) \Rightarrow X = \frac{200}{P_X}$$

④請根據上述求解的所得消費線、恩格爾曲線與需求曲線判斷 X 商品的特性。

Ans. 由所得消費線與恩格爾曲線可知 X 財貨為正常品，由需求線可知 X 財貨符合需求法則。

2. 價格變動的所得與替代效果

李先生的消費決策：

$$\begin{array}{ll} \text{Max} & U = f(X, Y) = X^{\frac{2}{3}} Y^{\frac{1}{3}} \\ \text{subject to} & 300 = 10X + 20Y \end{array}$$

可得到**最適消費量**為：

$$X = 20, Y = 5$$

今天如果奶茶因為夏天到來而供不應求，老闆打算將奶茶價格提高為 20 元，於是李先生的消費決策變為：

$$\begin{array}{ll} \text{Max} & U = f(X, Y) = X^{\frac{2}{3}} Y^{\frac{1}{3}} \\ \text{subject to} & 300 = 20X + 20Y \end{array}$$

根據最適消費條件：

$$MRS_{XY} = \frac{2Y}{X} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{20}{20} = 1$$

可得 $Y = \frac{1}{2} X$ 。

可得到**最適消費量**為：

$$X = 10, Y = 5$$

可知奶茶價格上升對奶茶消費量影響的總效果為 -10 個單位。

接下來，我們將價格上升的**總效果**分為**替代效果**與**所得效果**。

在原來的消費組合下，李先生的總效用為：

$$U = X^{\frac{2}{3}} Y^{\frac{1}{3}} = (20)^{\frac{2}{3}} (5)^{\frac{1}{3}} = (2000)^{\frac{1}{3}}$$

在價格變動後，為達到原有的效用，將價格變動後的所得消費線 $Y = \frac{1}{2} X$ 代入

$U = (2000)^{\frac{1}{3}}$ ：

$$U = X^{\frac{2}{3}} Y^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{2} X^3 \right)^{\frac{1}{3}} = (2000)^{\frac{1}{3}}$$

可得 $X = (4000)^{\frac{1}{3}} \approx 15.87401$ ， $Y = (500)^{\frac{1}{3}}$ 。

①**替代效果**：由 $(X, Y) = (20, 5)$ 到 $\left((4000)^{\frac{1}{3}}, (500)^{\frac{1}{3}} \right)$

X 的替代效果 $= (4000)^{\frac{1}{3}} - 20 < 0$

②**所得效果**：由 $(X, Y) = \left((4000)^{\frac{1}{3}}, (500)^{\frac{1}{3}} \right)$ 到 $(10, 5)$

3. 已知小李對烈酒(X)與麵包(Y)的效用函數為 $U = XY$ ，且 $P_x = 10$ 、 $P_y = 20$ 、 $M = 1000$ 。

- (A) 求小李的消費者均衡(X_0, Y_0)及效用水準(U_0)。
- (B) 若政府為了全民健康，對烈酒課徵每瓶 10 元的消費稅。請問小李對烈酒及書籍的需求會做何變化(X_1, Y_1)？效用又會做何變化(U_1)？
- (C) 上題中，政府的稅收有多少？
- (D) 若政府不課徵消費稅，而直接根據(C)題中的金額以定額稅的方式對小李課稅，請問小李對烈酒及書籍的需求會做何變化(X_2, Y_2)？效用又會做何變化(U_2)？
- (E) 以抑制消費烈酒的角度來看，政府應採取何種稅制？
- (F) 小李較偏好哪一種稅制？
- (G) 延續(C)題，若政府將消費稅的稅收完全退還給小李，請問小李的效用會做何變化？

ANS :

$$(A) \begin{cases} MRS_{xy} = P_x/P_y \\ P_x X + P_y Y = M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y/X = 1/2 \\ 10X + 20Y = 1000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_0 = 50, Y_0 = 25 \\ U_0 = 1250 \end{cases}$$

$$(B) \begin{cases} MRS_{xy} = (P_x + t)/P_y \\ (P_x + t)X + P_y Y = M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y/X = 1 \\ 20X + 20Y = 1000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = Y_1 = 25 \\ U_1 = 625 < U_0 \end{cases}$$

(C) 政府稅收 $T = 10 \times 25 = 250$

$$(D) \begin{cases} MRS_{xy} = P_x/P_y \\ P_x X + P_y Y = M - T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y/X = 1/2 \\ 10X + 20Y = 750 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_2 = 37.5, Y_2 = 18.75 \\ U_2 = 703.125 < U_0 \end{cases}$$

(E) 因為 $X_1 < X_2$ ，所以消費稅較能抑制消費。

(F) 但 $U_2 > U_1$ ，故小李寧可接受定額稅。

$$(G) \begin{cases} MRS_{xy} = (P_x + t)/P_y \\ (P_x + t)X + P_y Y = M + T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y/X = 1 \\ 20X + 20Y = 1250 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X^* = 31.25, Y^* = 31.25 \\ U_1 = 976.5625 < U_0 \end{cases}$$

故知小李的效用會下降。