

# 賽局理論單元

## Ch1 Introduction 概論

本章分成兩節，第一節何謂賽局，介紹什麼是賽局理論，以及在策略上的應用與特性；第二節賽局的架構，則是利用介紹賽局的基本要素與概念。

### 第一節 何謂賽局

#### 1. 賽局的定義

**Def: Game theory is the study of how interdependent decision maker make choice.** 賽局理論研究人們在策略性互動下的選擇。

(1) 互動性 (Interdependence)：人們的行為彼此相互影響。

Example: 「別吵，我帶你去吃冰淇淋」；「再吵，我打你」  
「你好好唸，考上研究所送你一部車」

(2) 策略性思考 (strategic thinking)：瞭解策略性互動本質，可改變結果達成目的。

Example: 空城計

謀略乃以伐謀、誤敵，與奪心、奪氣為目的的鬥智功夫，是不戰而屈人之兵的最高藝術。

#### 2. 賽局在經濟學中的角色

(1) 經濟學是研究人如何選擇的一門科學。

經濟分析假設人是理性與自利的。

每個人都有自己的目標，在資源條件的限制下，做對自己最有利的選擇。

在自願性交易的市場機能下運作，可以達到互利雙贏的結果。

在個體經濟學中，我們瞭解了市場的運作（供需模型），然後以買賣雙方為對象，分別瞭解消費者的消費行為，以及廠商的生產與定價行為，甚至於知道市場失靈的情況。但是廠商與廠商之間，消費者與消費者之間，廠商與消費者之間，以及政府與廠商和消費者之間的互動呢？

(2) 賽局理論是分析個體如何在互動的情況下做理性選擇。

賽局理論強調在人際間的「互動」中，人們的行為相互影響，該如何選擇最佳的「策略」，尋求最大的利益或勝算，從而在競爭中求生存。

(3) 賽局理論 vs. 決策理論

決策理論是研究一個人面對各種不同方案如何做決策（獨立決策）。

賽局理論是研究相互影響的決策者如何做選擇（互動選擇）。

亦即如果決策的選擇是彼此相互影響(interdependence)，那麼在做決策時，就必視考量他人的反應。

Example：唸自然組，唸社會組？唸企研所還是經研所？

同樣都是學商，MBA 薪水高、企研所又比較好唸，所以考企管研究所。

雖然企研所各方面都很好，但報考人數多，考上機率不大，所以報考經研所。

(4) 課程強調建立正確清楚的賽局觀念，然後在日常生活中做應用，以真正瞭解人與人之間策略性互動的本質，從而學習自己該如何處理問題，做出適當選擇，達到自利利人的結果。

Example：生活的選擇

父母望子成龍望女成鳳，送小孩念明星小學，補習英文有用嗎？

為人父母時，你會不會送小孩去補習？小孩有不同意見時，你怎麼辦？

Example：孫子兵法

「欲擒故縱，窮寇莫追」；「斬草除根，永絕後患」

那到底該追還是不追？

在人與人的互動中，該如何出招並沒有標準答案，需要判斷方法與經驗累積。本課程所能教的是分析與判斷方法：如何分析客觀情勢，研判對手可能策略，並依此做出最有利的選擇。也就是說，課堂上可以教同學的是釣魚的方法，不是給同學魚吃；即使給了釣魚的方法，實際釣不釣的到魚，還要看基本功與臨場應變與創新本事。不過，若能從每次出招的後果學得教訓，就愈能縮小付出的代價。

（上大學之後，許多有價值的東西都只是內功心法，而非明確的外功招式，需要靠自己不斷練習與摸索，才會對自己真的有用產生幫助。PAPI 與 QAA（SQ3R）都是這種。）

## 第二節 賽局的架構

課程將賽局分成三部分：**賽局的描述**、**賽局的表示與策略的制定**。

首先，利用 PAPI 的架構介紹賽局的基本元素，並以此來說故事描述賽局。  
然後，說明兩種賽局的表示方法，並利用生活實例、新聞時事與影片內容為例子，強調策略概念的日常應用技巧。  
最後是策略的制定，利用各種均衡解的概念找出適當的策略，強調賽局理論的求算與推導。

### 一. 賽局的元素 The elements of a formal game Representation

#### 1. 何謂 PAPI？

描述一個賽局包含四個部分：**參賽者(player)**、**行動(action)**、**報酬(payoffs)**和**訊息(information)**，簡稱為 PAPI。

##### (1)參賽者(player)：決策制定者

The players are decision makers.

##### (2)行動(action)：參賽者可以選擇的所有決策可能。

The action includes all of the possible choices that a player can make.

##### (3)報酬(payoffs)：賽局結束時，依照每人選擇的策略組合，參賽者所得的報酬。

Payoffs consist of utility or expected utility the player receives after all players have picked strategic and the game has been played out.

##### (4)資訊(information)：每一位參賽者在做決策時所知道的訊息

Information is how much each player knows at each point in the game

#### 2. Example：黔驢技窮 - 招術用盡、沒本事

P (layers) - 老虎、驢子（好事者）

A (ctions) - 吃、不吃；叫、不叫

P (ayoffs) - 大飽口福與否；成為腹中肉與否

I (nforamtion) - 驢子有沒有本事

散文參考：黔驢技窮-摸不清底

今天上課時，提到資訊(information)在決策過程的重要性時，舉了『黔驢技窮』的例子。問學生什麼叫『黔驢技窮』，有沒有人能說說這個成語的由來，同學竟然回答不出來。後來還得說說這個強調『資訊』的故事，才能作進一步的解釋。下課後，想一想這個故事在日常生活中的應用，覺得很有意思。

### 成語來源

『黔無驢，有好事者，船載以入；至則無可用，放之山下。虎見之，龐然大物也，以為神。蔽林間窺之，稍出近之，慙慙然莫相知。他日，驢一鳴，虎大駭，遠遁，以為且噬己也，甚恐。然往來視之，覺無異能者，益習其聲，又近出前後，終不敢搏。稍近，益狎，蕩倚衝冒，驢不勝怒，蹄之。虎因喜，計之曰：「技止此耳！」因跳踉大啖，斷其喉，盡其肉，乃去。噫！形之龐也類有德；聲之宏也類有能。向不出其技，虎雖猛，疑畏，卒不敢取。今若是焉，悲夫！』

～ 柳宗元《黔之驢》

中國的貴州省境內沒有驢子，所以當地的人不認識驢子，更不知道驢子是怎樣的動物。後來，有人從外地運來了一頭驢子，把牠放在山下。當地的老虎看到了，覺得很好奇。老虎因為從未見過這種動物，怕自己不是驢子的敵手，所以不敢走近驢子的身邊。驢子偶爾鳴叫幾聲，就會把老虎嚇得半死，慌忙地逃跑。日子一久，老虎看慣了驢子的模樣，也聽慣了驢子的叫聲，不再感到害怕；於是，走到驢子的身邊，故意碰碰牠，試探牠有什麼本領。驢子被激怒了，便舉起腳來，朝老虎踢去。「原來牠的本領不過如此！」老虎看了，大為歡喜；知道驢子雖是龐然大物，但實際上沒什麼本領，便大膽地走近驢子，把驢子一口吃掉了。

### 資訊的重要性

老虎摸不著驢子的底細時所做的決策，和牠摸清楚之後所做的決策是不同的。在資訊不確定的情況下，除非必要，老虎不會貿然行動。

驢子在洩底前後所過的日子和面對的命運結果是不同的。在不確定老虎的用意前，若要保護自己，就不要貿然表態現底，以免『人人儘懷刀斧意，不見山花映水紅』。

### 生活感想

以前常覺得世上有許多現象都是『人善被人欺，馬善被人騎。』，『欺善怕惡』是不對的。因此，如果覺得某人是這種類型時，潛意識中不由自主的會去找對方的

麻煩；或者是在某件事情上，表現的很有正義感去糾正對方的錯誤。有時，別人覺得你做的很對、很勇敢；但又有時，會覺得你不對而指責你。每個人的標準不同，就這樣給自己添了不少不必要的麻煩。

如果說修行是修正自己的言行，不要把焦點放在外面、放在別人身上，那麼要做的事便不是要求別人不要欺善怕惡，反而是如何保護自己不被人欺、自己對別人不要欺善怕惡。也就是說：要學會保護自己，但不傷害他人。

小的時候，常常覺得人與人之間的互動競爭，是由本領高強者獲勝，像驢子一樣沒本事的才會被欺負。長大後才發現，即使是能力好，也不可能在各方面都勝過別人；更何況有利害衝突時，不見得會是君子之爭，實在是『名槍易躲、暗箭難防』，完全沒有必要讓自己成為箭靶。與其強調像老虎一樣有本事，還不如先學會保護自己，即使自己真的有能耐。

以前完全不明白，為什麼問別人問題，人家常常話說三分，不願意說清楚講明白。甚至於覺得對方和自己的個性與處世方式不同而不能接受。

其實，『說話到嘴留三分，對人不可全拋一片心。』。

**隨堂練習：請利用 PAPI 的架構，分析「油價，球丟回政府、中油的抉擇」**

各界原以為台塑石化在調高油品批售價後，將會在加油站出走的龐大壓力下，沒面子地調回原價。但顯然台塑石化不打算收回漲價成命，把球丟給政府、中油與加油站業者抉擇。

台塑石化漲價立場堅定，應該是看準國際油價回跌的機率不高，在需求持續成長下，往後原油只會更貴不會更便宜。

若台塑石化判斷無誤，再撐一段時間，中油就得在成本壓力下調高油價。即使誤判形勢，原油大跌，最多就是降回來，而且降得比漲幅更多，那不只討回顏面，還會讓這次沒有調高油價的中油只能跟著降價，讓中油又被剝一次皮。

台塑石化油價喊漲後，參加這場油品梭哈賽局的另三位玩家：政府、中油及加盟台塑石化的加油站業者面臨抉擇。中油若跟進漲價，可解決台塑石化加盟站出走的問題，唯一的輸家將是政府，因為得面臨物價上揚的壓力。

若中油不跟進漲價，中油與台塑石化加盟站受傷最重，台塑石化可減少虧損，但會付出內銷市場占有率下滑的風險。至於政府，雖得付出中油可能無法達成法定盈餘目標的代價，但可減少今年底的縣市長三合一選舉的選票流失。

以政治優於一切的角度推測，政府可能會要求中油繼續忍下去不要調漲油價，如此一來，政府將是這場賽局的大贏家，中油則要賠上今年前八月所賺的錢，全年還得虧損 88 億元。

另一個輸家是台塑石化的加盟站，必須轉向中油購油，卻得面臨中油不想接受的問題，因為中油擔心賣愈多、虧愈多，無意供油給「倒戈」的加油站業者。

加油站業者若無法和中油達成協議，還是得回過頭來和台塑石化合作，雙方協商各退一步，漲價的成本，大家分攤吸收。

## Ch2 擴展式賽局與策略

教學目標：同學能正確的利用擴展式來表示賽局

### 1. Extensive Form Game 擴展式賽局的表示法

問題：Players 參賽者、Actions 行動、Payoffs 報酬、Information 資訊四要素在擴展式中要如何表示？

(1) 概念：「擴展式賽局呈樹枝狀。」

P10. The Extensive form game can be represented by game tree.

(2) 擴展式的組成—NALV(PAP)

- a. Node 結點：Nodes represent places where something happens in the game.
- b. Arrow 箭頭：Branches indicate the various actions that players can choose.  
Each branch is an arrow, pointing from one node to another
- c. Label 標記：
- d. Vector 數字向量：Payoffs

A properly constructed tree is called an extensive form representation.

Game tree can be defined by nodes and branches.

例：你怎麼辦？ 語音檔案：Elephant?

請先指出 PAPI 為何？再利用 NALV 畫出擴展式賽局。

### 2. Information and Information Set

(1) 何謂資訊？

在出招時知道什麼不知道什麼，例如對手的行動，或者是特性。

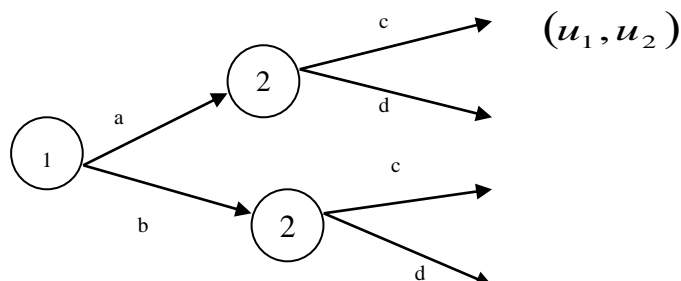
何謂資訊集合(information set)？

資訊集合是節點的集合，表示參賽者在做決策時所有可能的位置集合。

(2) 出招順序：出招順序會影響參賽者的資訊情況（知不知道對手的行動為何），故要以資訊集合來做區分。

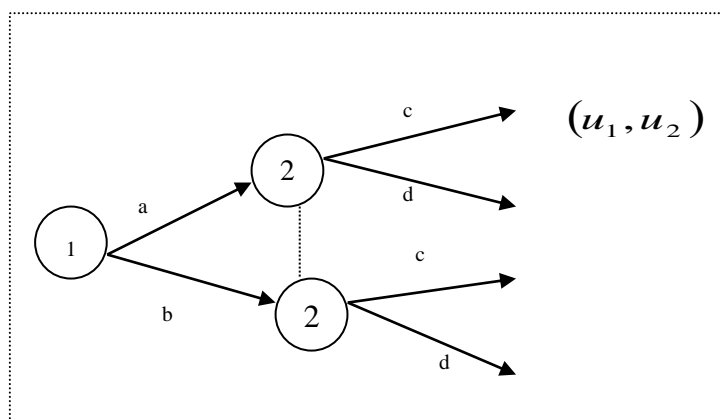
a. 先後出招，動態賽局（不同時點）

若參賽者的行動有先後順序，後出招者可以觀察到先出招者的行動，獲得對手如何出招的資訊。



b. 同時出招，靜態賽局（同一時點）

若參賽者是同時行動，則在出招時無法得知對手的行動，缺乏對手如何出招的資訊。因此，在同時出招的靜態賽局，以虛線連線表示參賽者不確知在哪的情況。

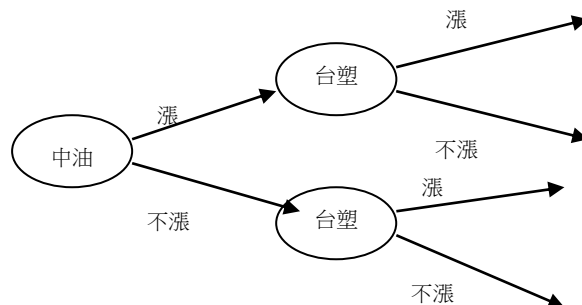


*The key to modeling simultaneous choice in the extensive form is to get the information sets right.*

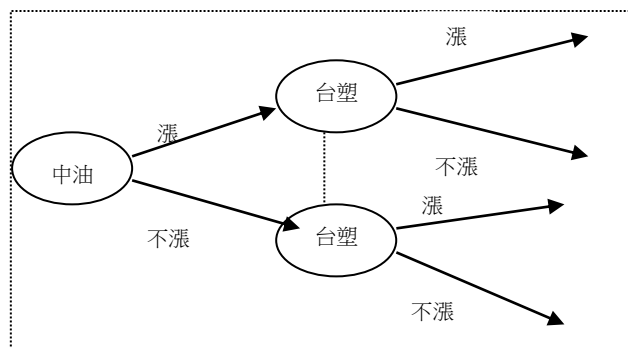


### 隨堂練習：

- a. 中油是產業龍頭，先宣布是否調整油價，然後台塑決定是否跟進。Stackelberg



- b. 同時出招，中油與台塑二公司同時宣布調整油價。Cournot/Bertrand



### 3. 延伸

- (1) 情況一：無限選擇的行動，連續變數

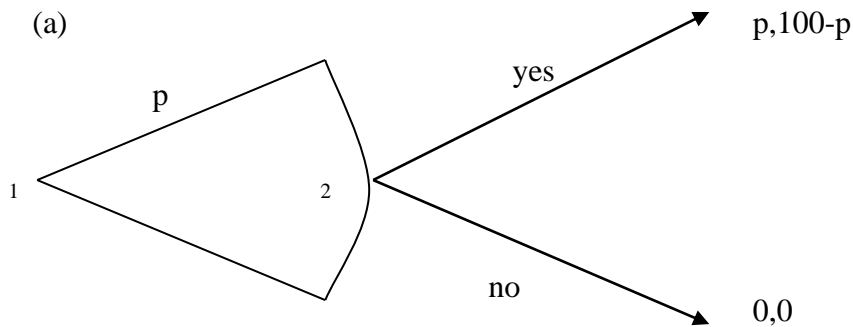
當台塑與中油要選擇的行動是決定油價時，價格是一個連續而非離散變數，那賽局樹的枝幹怎麼畫？

*To draw two branches from the player's decision node. These branches are connected by an arc which shows that a player can select and label this graphical configuration with a variable, which stands for player's action. In the interior of the arc, we draw a generic node that continues the tree.*

例：Ultimatum Bargaining

假設甲(1)想將畫賣給乙(2)。事實上，甲對該畫毫無興趣，所以對他不值一文錢。但是，此畫對乙卻值 100 元。若成交價為  $p$ ，請利用賽局樹來表示此交易。

Figure 2.8



If the painting is not traded, both parties obtain nothing.

If the painting is traded, then the seller obtains the price and the buyer gets the value of the trade to her.

## (2) 情況二：自然 (Nature)

透過自然的選擇可以描述賽局過程中的隨機因素，雖然 **nature** 不會得到報酬，但會影響結果。例如：晴天就一起出去玩，雨天就待在家裡。自然決定晴天還是雨天。

## 應用：人與人之間的互動 - 拋硬幣遊戲

假設有甲乙兩位參賽者和裁判參與遊戲拋硬幣，正面朝上的機率為 80%。

首先，裁判把拋硬幣的結果（事實）告訴甲。

然後，甲再告訴乙，此時甲可說真話，也可說假話。

最後，乙猜測是「正面」（真）還是「反面」（假）

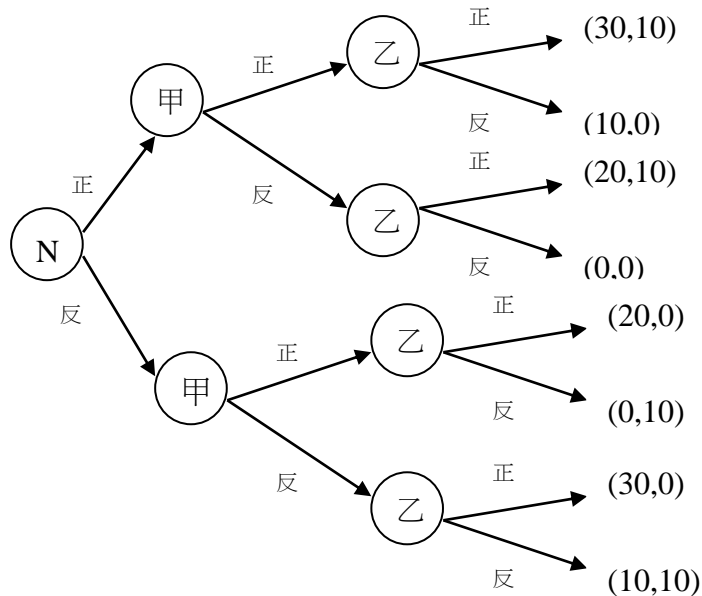
報酬計算方式如下：

乙若猜對了，可得 10 分；否則得 0 分。

乙若答「正面」，甲得 20 分；否則得 0 分。

又，甲若沒欺騙乙，加 10 分。

(1) 請畫出擴展式賽局。



(2) 請問若你是甲，你會不會說真話？一定說真話嗎？

請問若你是乙，你會怎麼猜？甲告訴你什麼你就信（猜）什麼嗎？

(3) 實例：有同學生病請假，請星期三早上上午八點鐘個經的課。一早五點鐘我看到此發信時間為清晨兩點的請假電郵，立刻回信准假。不過，七點半到校後，卻收到該生謝謝准假的電郵。請問，你收到此信件，你會作何反應？

My Grandma is sick. 家暴。

實例：我沒有結婚？

2009 香港娛樂圈最牛新聞 劉德華朱麗倩密婚登榜首

新明日報”評選香港娛樂圈 09 年 10 大頭條新聞，劉德華與朱麗倩密婚猛料，登上榜首。劉德華為了偶像的形象，24 年來不愿對外証實朱麗倩的“劉太”身份。可是，朱父 8 月在馬國逝世，華仔再也瞞不了已是朱家女婿的身份。雖然，出殯當天，朱家出動傘陣、阻擋各地媒体拍到華仔的照片，但朱父頭七，華仔還是露了面。除此，香港媒体更卯足全力收集他的結婚証据，赫然發現，他在去年 6 月 23 日于美國賭城与朱麗倩注册結婚，頓時成了“撒謊天王”。

案例：向親友借的珠寶

總統府七月初曾補申報陳總統夫婦所有十五項珠寶與名錶，後來國親立委列出吳淑珍出席公開場合時被媒體拍到曾佩戴三十一項珠寶的照片清單，監察院要求總統府說明，但府方以涉個人財產隱私為由，未說明珠寶借處。

最近陳總統出訪南太平洋友邦，也利用機會再度澄清表示，沒有哪一條法律規定，向親友借戴珠寶的部分要申報，對於向監察院的財產申報，他認為，該報的就報，不該報的就不必報。



事實：

甲：吳淑珍與陳水扁，親友借的。

乙：選民，真的？假的？

作業：如果你是主管，面對員工可能會拿假發票報帳，該如何管理或處理呢？

**補充參考：電影「羅生門 Rashomon」**

問題：請利用策略式來表示此一賽局？請解釋他們為什麼要這樣說？

編導：黑澤 明（1950） 演員：三船敏郎，京 馬奇子

四個人捲入了一場強暴謀殺案中，在法官面前，他們卻各說各話的，形成四種南轅北轍的論述……。究竟何者為真？

本片是黑澤明第一部揚名全球的作品，改編自芥川龍之介的著作《羅生門》中的短篇故事《竹藪中》，將人性的醜陋面描寫的十分深入！甚至本片的成功，造就片名《羅生門》三字成為『各說各話難解的謎』的代名詞，甚至某些英文字典還可看到 "Rashomon"（羅生門的日文發音），可見本片的文化影響力有多深厚了！ 奧斯卡最佳外語片 威尼斯影展金獅獎

劇情

電影「羅生門」裡主要的人物有武士、武士的妻子、強盜和樵夫等四個人，強盜見到武士的妻子秀色可餐，想佔為己有，於是編了一套說詞騙武士說某地有寶藏，邀武士一起去尋寶。強盜利用機會把武士綁了起來，然後再回到武士的妻子那邊，強暴了武士的妻子；再帶著武士的妻子來到武士的面前，

質問武士的妻子是要從此跟著強盜還是跟著武士？不料武士竟然不要這個老婆了。強盜見武士不要他的老婆，覺得沒有競爭，也不要這個女人了。武士的妻子覺得很沒有面子，所以挑撥武士和強盜打起來；搏鬥間，強盜幸運的殺死武士。這整個過程，都被上山打柴的樵夫看見了，可是他趁大家都離開現場後，偷走了武士身上名貴的短劍。

當這夥人被抓去衙門問話時，每個人都有一套漂亮的說詞。

### **軟弱與謊言黑澤民的電影「羅生門」**

整部電影的鑰句，只出現一次，就是：「那裡有軟弱，那裡就有謊言。」

其實武士、武士妻子和強盜三個人都在說謊，三個人爭相指控自己就是殺人的兇手。為何寧願承認自己是兇手？有什麼比承認自己是兇手更可怖，更讓人不想面對的？

#### **強盜說：人是我殺的！**

從強盜的供詞中，我們聽到他是一位血氣漢子，但可惜因為一時的鬼迷心竅所產生眼目的情慾使他慾火焚身而喪失了理智，犯下了搶奪武士妻子和殺武士之罪，但從他口中似乎肯定自己是一位讓女性徹底降服的強者，是可令女人神魂顛倒、難以抗拒的“真”男子，是武士之妻視為挑起兩個男人的競爭，儘管對手不弱，但他還是最後比武的贏家。陳述中，他不斷狂笑、並持著狂放不羈的態度，以增加自己一世梟雄的風範。

他說謊！但他的軟弱是什麼？？

#### **武士之妻說：人是我殺的！**

武士之妻的證詞充滿溫和、平靜但哀怨的情感，她用了淚水控訴強盜逼姦，和事後丈夫無情的鄙視，她強調寧願死也不願被丈夫如此鄙視，出於羞憤，她殺了丈夫。她陳述出依附男人、對自身命運無法掌控的無奈，也呈現一個標準受害者的形象。

她說謊，而她的軟弱又是什麼？？

#### **死人出來說：是我自殺的！**

武士是藉由女巫的招靈說出自己的證詞的，他這份清高的告白，塑造出出淤泥而不染，頂天立地的剛直形象，他控訴妻子的不貞，終以自殺作為結局，充分表現武士的精神和自重。

連死人作鬼也說謊！武士的軟弱是什麼？？

但這三位當事者，各說各話，各執己意，每一個都擁有不同的說法，似是而非的觀念充塞其中，說謊的有可能是表像是正正當當或瀟灑瀟灑的男子漢，甚至是冰清玉潔的聖女，而三個人的證詞都有許多的出入點，其中最大的爭議點便在於名譽，貞節和強者形象上。到底真實的情況如何？

我們似乎得從最後樵夫的說詞中去瞭解事情的原來模樣。

**樵夫說：是強盜殺的，但是強盜不是強者，武士更不是。**

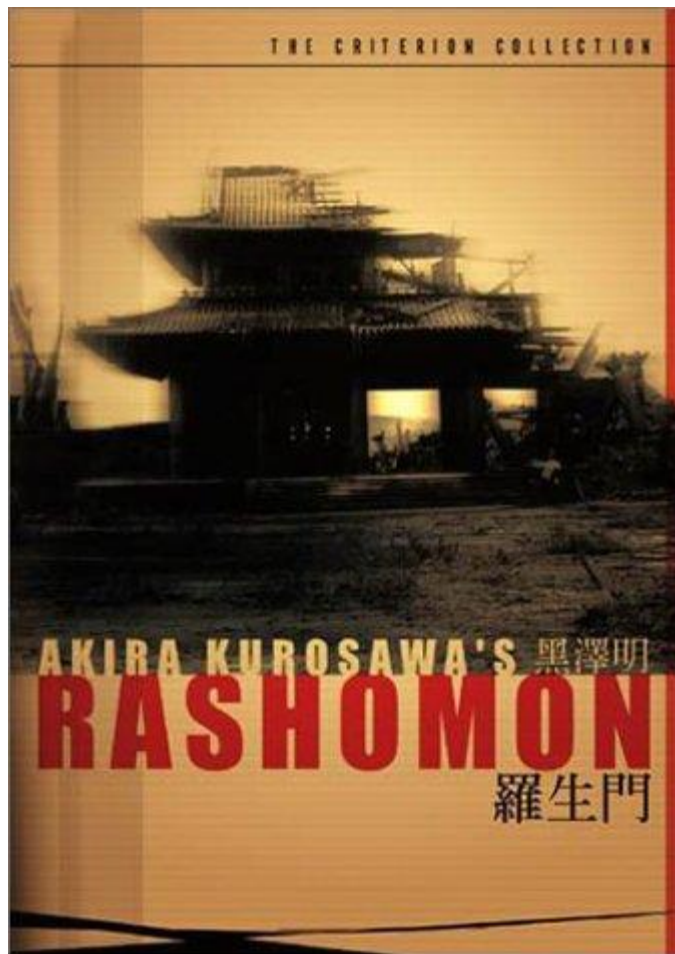
樵夫的供詞中，說出強盜強暴後，的確想擁有女人，未料他發現女人之武士丈夫已經嫌厭這被糟蹋過的女人，強盜竟然也因此丟棄女人。女人羞辱悲憤之餘，說出「誰是強者我跟誰！」導致兩個男人開始競爭。打鬥過程兩人其實都充滿恐慌與懼怕，最後強盜殺了武士。

樵夫按理是過路旁觀者，最應說實話，但他也說謊！他又在隱藏什麼軟弱？？樵夫遊走於黑暗與光明之間。他的確是此案件的最佳目擊證人，身為旁觀者的他，更是能說出整個事情始末的人，但他卻因偷了寶刀，而沒有說出事實真相的勇氣。

最後，是樵夫의良心發現，內心光明面戰勝了邪惡的想法救贖了自己。這時下了許久大雨的羅生門也停雨了，天空也綻放出陽光，似乎也在慶賀著人內心的公義獲得伸張。

電影「羅生門」對強弱之辯不僅有著不同角度的思考，也呈現出善惡是非其實只有一線之隔，而我們的意志與決斷，其實是有足夠的力量來選擇是與非。但若我們不能誠實的面對自己，就會因為企圖隱藏軟弱，而使我們墜入邪惡的不歸路中。

感想：在人的世界裡，除了機械式或技術性的分析外，人文的素養同樣重要，要瞭解人性，才能真正明白為什麼對手會如此出招。



## Chapter 3 策略與策略式賽局

學習目標：瞭解策略的相關概念。學習策略性賽局的表示方法；與擴展式和策略型兩種不同賽局表示方法的轉換。

### 一、何謂策略？

策略是一個完整的行動計畫。

參賽者的決策相互影響，決定該如何出招並不是決定單一行動，而是擬定全盤的行動計畫。亦即參賽者在不同的情況該採取什麼行動。也就是說，參賽者在每一個可以做決策的地方，決定要選擇什麼行動；參賽者在每一個資訊集合上，決定要選擇什麼行動。

例：在同時出招的「黑白猜」賽局中，參賽者的策略為何？

在先後出招的「黑白猜」賽局中，參賽者的策略為何？

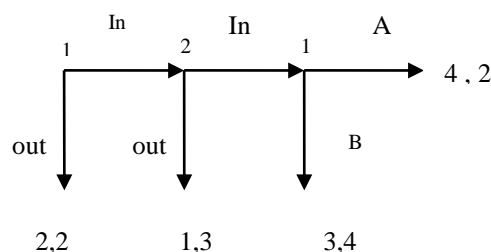
例：同時出招的「剪刀、石頭、布」賽局，參賽者的策略為何？

例：先後出招的「剪刀、石頭、布」賽局，參賽者的策略為何？

先出招者的策略：「剪刀」、「石頭」、「布」

後出招者的策略：「若對手出剪刀，我就出石頭；若對手出石頭，我就出布；若對手出布，我就出剪刀」等等。此時，後出招者的策略可寫成（石布刀）、（石石石）等 27 種可能性。

例 1: Figure 3.1 (b)



Player 1 has two information sets.  $S_1 = \{OA, OB, IA, IB\}$

Player 2 has one information set.  $S_2 = \{O, I\}$



步驟 1: 找出參賽者的資訊集合在哪裡，以及數目。

步驟 2: 在每一個資訊集合上，列出參賽者可以選擇的行動。

步驟 3: 列出所有資訊集合可採用所有行動的所有組合。

問題：請問參賽者 1 的策略集合，為何不是  $\{O, IA, IB\}$ ？

\*  $\{O\}$  可等同於  $\{OA, OB\}$ ，兩種均可表示相同的結果。

換言之，即使 player 1 選 out，使兩人得  $(2, 2)$  報酬，沒有機會再做選擇。

我們可以把它看成 player 1 選 out，再選 A 得  $(2, 2)$  報酬；與 player 1 選 out，再選 B 得  $(2, 2)$  報酬。

\* 但就定義來說，前者的表示更清楚：策略是參賽者完整的計劃。

參賽者 1 在第一個資訊集合可選的  $\{In, out\}$ ，在第二個資訊集合可選的行動是  $\{A, B\}$ ，所以組合起來  $2 \times 2 = 4$ ，為  $\{OA, OB, IA, IB\}$ 。

\* 就出招考量來說：參賽者均需考慮賽局互動的結果。

Player 2 做選擇時，會考慮 player 1 在第二個資訊集合要如何選擇。同理，Player 1 在第一個資訊集合做選擇時，也會考慮後面賽局可能的互動結果。我們得給  $\{A, B\}$  二行動一個機率分配，不管 player 1 在第一個資訊集合到底如何選擇。因此，在事前描述完整行動計畫時，表示方式為  $\{OA, OB, IA, IB\}$

## 2. 策略表示的數學符號

a. 策略  $s_i$

$s_i$  is a strategy for player  $i$  in the game.

b. 策略空間  $S_i$  : strategy space of player  $i$ ,  $s_i \in S_i$

$S_i$  is a set comprising each of the possible strategies of player  $i$  in the game.

c. 策略組合 strategies profile (combination):  $s = (s_1, s_2, \dots, s_n)$

A strategy profile is a vector of strategies, one of each player.

A strategy profile describes strategies for all of the players in the game.

任何一個策略組合可由參賽者  $i$  的策略與其他參賽者的策略組合構成。

d. 策略組合集合  $S$  : the set of strategy profiles  $S = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n$

所有可能策略組合的集合稱之。

例：在同時出招的「黑白猜」賽局中，參賽者的策略、策略空間、策略組合、策略組合空間為何？

在先後出招的「黑白猜」賽局中，參賽者的策略、策略空間、策略組合、策略組合空間為何？

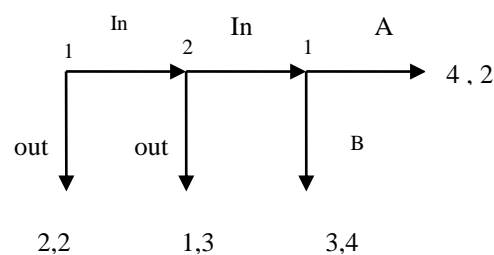
例：在同時出招的「剪刀、石頭、布」賽局中，參賽者的策略、策略空間、策略組合、策略組合空間為何？

在先後出招的「剪刀、石頭、布」賽局中，參賽者的策略、策略空間、策略組合、策略組合空間為何？

## 二、策略型賽局的表示

### 1. 報酬函數：策略組合對應報酬向量

Example :



$$S_1 = \{OA, OB, IA, IB\}$$

$$S_2 = \{O, I\}$$

例如{OA,O}的策略組合對應報酬(2,2)。若參賽者 1 在第一個資訊集合則選 O、若在第二個資訊集合則選 A，參賽者 2 則選 O。

### 2. 策略式賽局: 另外一種表示報酬函數的方法

#### (1) 畫表格：策略（組合）對應報酬（向量）

		2	
		I	O
1	OA	2,2	2,2
	OB	2,2	2,2
	IA	4,2	1,3
	IB	3,4	1,3

- (2) 兩人賽局：可用矩陣表示賽局 PAPI 的關係， $(u_1, u_2)$  為在某一策略組合下兩人之報酬。

		參賽者 2		
		A	B	C
參賽者 1	a	$u_1, u_2$		
	b			

例： 兩人同時出招玩「剪刀，石頭，布」

Player：甲和乙

Action：「剪刀」、「石頭」、「布」。

Payoffs：贏者 1，輸者-1，平者 0。

		乙		
		石	刀	布
甲	石	0,0	1,-1	-1,1
	刀	-1,1	0,0	1,-1
	布	1,-1	-1,1	0,0

兩人先後出招玩「剪刀、石頭、布」賽局，其策略式為何？

例：兩人同時出招的「黑白猜」賽局，策略式為何？

兩人先後出招的「黑白猜」賽局，策略式為何？

- (3) 策略型賽局的表示並不難，通常很快就會了。

有問題的地方有二：表示方法的轉換與案例的應用。

## 2、擴展式與策略式的轉換

(1) 通常同時出招的「one shot」，「static」一次靜態賽局用策略式表示，但先後出招的「Sequential」，「dynamic」動態賽局則用擴展式表示。

### (2) 賽局的轉換

～策略式轉擴展式

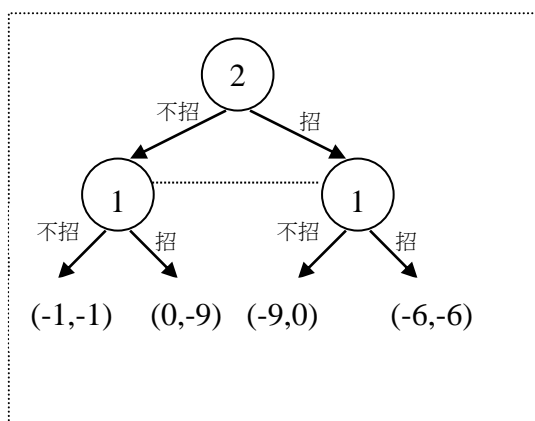
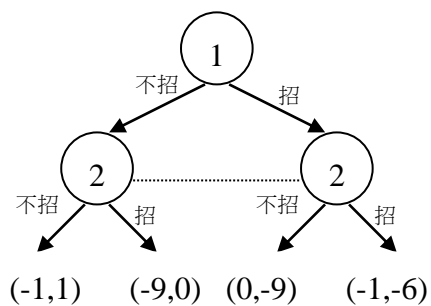
例：囚犯困境（simultaneous）

Players：兩嫌犯

Actions：（招，不招）

Payoffs :

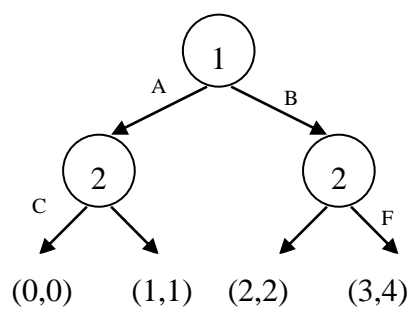
	招	不招
招	-6,-6	0,-9
不招	-9,0	-1,-1



- a 兩位參賽者同時且獨立選擇策略時，不同的擴展式模型在本質上並無差異。
- b 策略型模型至少有一個擴展式模型與之對應。

～ 擴展式轉策略式

策略式模型中，每一位參賽者可以選擇的策略必需與擴展式對應。



Player 1 的可能策略 (action plan)

(1) A

(2) B

Player 2 的可能策略 (action plan)

(1) 1 選 A, 2 選 C; 1 選 B, 2 選 E。

(2) 1 選 A, 2 選 C; 1 選 B, 2 選 F。

(3) 1 選 A, 2 選 D; 1 選 B, 2 選 E。

(4) 1 選 A, 2 選 D; 1 選 B, 2 選 F。

	CE	CF	DE	DF
A	0,0	0,0	1,1	1,1
B	2,2	3,4	2,2	3,4

### 三、案例應用 Classic Normal-Form Games：幾個經典賽局

#### 1 囚犯困境 Prisoners' Dilemma

故事：甲乙(AB)兩人一同偷竊，並先後落網成了嫌疑犯。警方以「坦白從寬，抗拒從嚴」原則設定報酬模式，進行隔離審訊。嫌犯都不招認，則羈押一段時間，只得釋放；若一個招認，一個不招認，則招供者成為污點証人，拒絕認罪者將被求處重刑；但若兩者都招供，就無法享受污點證人的優待。



- (1) 為何法律中要有認罪減罰的制度設計？(讓資源使用更有效率)
- (2) 當賽局呈現背叛之獲益 > 合作獲益 > 不合作獲益 > 遭背叛之獲益，且背叛與遭背叛之總獲益不高於合作之總獲益時，這樣的賽局稱為囚犯困境 (prisoner's dilemma)。

### Question:如何出招？

如果警方隔離偵訊，而你是囚犯甲，你會不會招供？

又，如果囚犯可以先進行溝通，那你會不會招供？

- (2) 在兩個人互動的世界，如果雙方能夠合作，對大家都有利。  
不過，若一方合作另一方不合作時，不合作的那一方獲益更大，導致沒有人願意合作。理性自利的行為會使合作很難維持下去。

#### ～ 四種結果

人與人互動的結果有利人利己、利人害己、害人利己、害人害己四種可能性。利人利己是理想，害人害己是白癡，害人利己是自私，害己利人者是鄉愿。在不傷害自己、不傷害他人的前提下，保護自己並追求自己和他人的最大幸福。  
當個有智慧的人！！

～.如果自利利人的情況是理想國，那要如何才能做到？

胡雪巖(高陽小說)－任何人在任何情況下，都可以講利害。

在自己和別人的算盤上撥不通過不去的事，不可能成功。

要知道對方的偏好，給對方所想要的。

～ 要如何避免此一困境？

經濟學不反對自利，認為市場機能正常運作是自利利人，其他三種則是市場失靈，所以會想辦法處理。

a. 可以積極佈局讓結果變成你想要的。

「蓬生麻中，不扶自直。白沙在涅，與之俱黑。」

b. 長期互動：2005諾貝爾經濟學獎得主「無名氏理論」。

如果只做一次生意，兩方一定會互相欺騙。但如果賽局有很多場，兩者間是長期關係，則會促成合作。人類「合作」的先決條件:就算賽局參與者之間在短期內有強烈的利益衝突，但是就長期的重複賽局而言，和平的合作往往才是均衡狀態。

c. 不要急著出招，事緩則圓。

所謂隨緣，可以解釋成機緣不湊巧，要付的代價太大，所以等待時機再說，避免傷害自己、傷害別人。

總之，賽局千變萬化，即使相同的情況，不同的對手，都可能產生不同的結果。

每個人的 vision 不同，偏好與報酬結構不一樣，導致出招策略有所差異。

了解賽局，不一定是為了成為謀略家，或者是機巧面對各種人際關係，招招推演制敵機先。不過，了解賽局確可以加強了解人性與現實。理解週遭的人碰到不同處境時，為什麼會有這樣的反應和策略選擇。「謀略」像一面刀，可以殺人也可以救人，保護自己，但不傷害別人。記著別人不是傻瓜，但自己也要變的有智慧。

影片: Attack is the best policy.

2. 報酬結果不同，賽局的故事就改變了。

例: Chicken 懦夫， Matching Pennies，Coordination 黑白猜, Battle of Sex

兩人騎車對開或往有稜線的山邊衝，可選「Hawk」或「Dave」

	H	D
H	0,0	3,1
D	1,3	2,2

兩性戰爭：約會，看電影或看棒球。

	B	M
B	2,1	0,0
M	0,0	1,2

兩人同時選擇「heads」或「tails」，若相同則乙給甲 1 元，否則甲給乙 1 元。

	H	T
H	1,-1	-1,1
T	-1,1	1,-1

## Chapter 4 Dominance and Best Response

在學習完如何表示賽局之後，本章開始進入如何出招的部分。通常在求均衡解的時，首先會依照賽局資訊的情況分成完全資訊與不完全資訊兩種，然後再依照賽局的行動分成靜態與動態賽局兩種。就完全資訊下靜態賽局下的均衡解，我們將介紹優勢策略（優勢策略均衡）、劣勢策略（反覆刪去劣勢策略均衡）、最佳反應（納許均衡）與混合策略納許均衡，以及相關的應用。

遊戲：

	L	M	R
U	1, 3	1, 1	8, 0
C	4, 3	1, 4	3, 2
D	3, 0	2, 1	5, 0

請問如果你是 player 1，你要出那一招？

如果你是 player 2，你要出那一招？

請寫下你的大名和招數在一紙條上繳回。

- 隨意抽任兩位學生，看可能結果。
- 計算全班招數的分配情況。
- 你怎麼思考要如何出招的規則或概念呢？

### I、 Dominance

例：

	L	R
U	2, 3	5, 0
D	1, 2	4, 1

請問如果你是 player 1，你要出那一招？會出 D 嗎？會出 U 嗎？

如果你是 player 2，你要出那一招？會出 L 嗎？會出 R 嗎？

### 1. 優勢策略(Dominant Strategies)

(1) Def：不管對手採取何種策略，自己採取此種策略的報酬均大於其他策略所

得的報酬，即  $\pi_i(s_i^*, s_{-i}) \geq \pi_i(s_i, s_{-i}) \quad \forall s_i' \neq s_i^*$ 。



例：在棒球比賽中已有兩人出局，打者又面臨兩好三壞滿球數。此時，你站在三壘上，當打者一揮棒，你會發現對你最好的選擇只有一種：立刻向本壘跑。此時，「立刻向本壘跑」就是你的優勢策略。因為無論是保送、接殺，或者是界外高飛球得重來，你跑無傷，一旦是安打你當然得跑好得分。

(2)通常，優勢策略依等號存在與否，分成強弱兩種（strictly or weakly），強優勢較無爭議。一位理性參賽者的最佳反應就是使用優勢策略。

## 2. Solution concept：優勢策略均衡（dominant strategy equilibrium）

(1) Def: 每位參賽者的優勢策略只有一個，而每位參賽者優勢策略所構成策略組合，其報酬高於其他策略組合的報酬，此策略組合稱之為優勢策略均衡。任何賽局若存在優勢策略均衡將是唯一的。

(2) 優勢策略均衡的概念很簡單，通常在教科書上三言兩語就帶過。其實，人生有很多情況是自己得想辦法創造出「優勢策略」，而不是在既有的答案上找出優勢策略。

例：制度設計與道德勸說 - 為什麼沒有成為逃兵？

古羅馬軍隊曾有這樣的規定，軍隊排成直線向前推進的時候，任何士兵只要發現自己身邊的士兵開始落後，就要立即處死這個臨陣脫逃者。為使這個規定顯得可信，未能處死臨陣脫逃者的士兵同樣會被判處死刑。這麼一來，一個士兵寧可向前衝鋒陷陣，也不願意回頭捉拿一個臨陣脫逃者，否則就有可能賠上自己的性命。

(3)問題：許多賽局沒有優勢策略均衡

	L	R
U	2, 3	5, 0
D	1, 0	4, 3

請問如果你是 player 1，你要出那一招？會出 D 嗎？會出 U 嗎？

如果你是 player 2，你要出那一招？會出 L 嗎？會出 R 嗎？

此賽局無優勢策略均衡。

例：掌握自己的優勢，避免以劣勢面對競爭者。

美國兩大雜誌《時代》和《新聞周刊》為爭奪市場的決策優勢策略的過程。每個星期，《時代》和《新聞周刊》都會各出奇招，要做出最引人注目的封面故事。一個富有戲劇性或者饒有趣味的封面，可以吸引站在報攤前的潛在買主的目光。因此，每個星期，兩家雜誌的編輯們一定會舉行閉門會議，選擇下一個封面的故事。而他們彼此也都知道對方正在做同樣的事情，這兩家新聞雜誌便投入了一場策略的博弈。換言之，《時代》與《新聞周刊》的行動是同時進行的，雙方在毫不知曉對手決定的情況下採取行動。

(1)假定本週有兩個大新聞：一個是國會審核預算問題；二是發佈了一種據說對愛滋病有特效的新藥。編輯們選擇封面故事的時候，首要考慮的是哪一條新聞更能吸引報攤前的買主。

在報攤前的買主當中，假設三十%的人對預算問題感興趣，七十%的人對愛滋病新藥感興趣。這些人只會在自己感興趣的新聞變成封面故事的時候掏錢買雜誌。假如兩本雜誌用了同一條新聞做封面故事，那麼感興趣的買主就會平分兩組，一組買《時代》，另一組買《新聞周刊》。

現在，《時代》的編輯可以進行如下的推理：

假如《新聞周刊》採用愛滋病新藥做為封面故事，那麼，假如《時代》採用「國會預算問題」就會得到全部對國會問題感興趣的讀者，即三十%；假如《時代》採用「愛滋病新藥」，那麼兩家就會平分這部分讀者，即三十五%。由此可見，「愛滋病新藥」為《時代》帶來的收入就會超過「國會預算」問題。

假如《新聞周刊》採用「國會預算」問題，那麼，假如《時代》採用同樣的故事，會得到一半的讀者，即十五%；假如《時代》採用「愛滋病新藥」，就會得到全部關注愛滋病的讀者，即七十%。這一次，第二方案同樣會為《時代》帶來更大的收入。

因此，《時代》雜誌就會有一個優勢策略，就是採用愛滋病新藥做封面。無論我的對手選擇採用上述兩個新聞當中的哪一個，這一策略都會比其他策略更勝一籌。同樣，《新聞周刊》也會有同樣的思考，在這個博弈裏，雙方都具有有一個優勢策略。

(2)有時候，某個參與者有一優勢策略，其他參與者則沒有。我們只要略微修改一下《時代》與《新聞周刊》的封面故事大戰的例子，就可以描述這種情形。

假設全體讀者略偏向於選擇《時代》。假如兩個雜誌同樣的新聞做封面故事，喜歡這個新聞的潛在買主當中有六十％的人選擇《時代》，四十％的人選擇《新聞周刊》。對於《時代》，「愛滋病新藥」仍然是優勢策略，但對於《新聞周刊》就不再是了，因為《時代》的優勢策略是選擇「愛滋病新藥」這個主題，如果它也做同樣選擇，那麼只能得到二十八％的讀者，小於選擇預算問題的三十％。

換言之，《新聞周刊》的最佳選擇不再與《時代》的策略無關。假如《時代》選擇「愛滋病新藥」，《新聞周刊》選擇「國會預算問題」就能得到更好的銷量，對於《新聞週刊》，「國會預算問題」市場總比「愛滋病新藥」市場要大。

《新聞周刊》的編輯們不會知道《時代》的編輯們將會選擇什麼，不過他們可以分析出來。因為《時代》有一個優勢策略，那一定就是他們的選擇。因此，《新聞周刊》的編輯們可以很有把握地假定《時代》已經選了愛滋病新藥，並據此選擇自己的最佳策略，即「國會預算問題」。

(3)現在再讓我們假設一下《時代》和《新聞周刊》之間爆發了一場價格戰。

假設每本雜誌的製作成本是一美元，且售價只有兩個價位可以選擇，分別是三美元（意味著每本利潤為二美元）和二美元（意味著每本利潤為一美元）。

假設顧客永遠傾向於選擇價格較低的雜誌，且在雜誌價格相同的時候兩種雜誌各得一半讀者。雜誌定價三美元時，讀者總數是五百萬；雜誌價格降到二美元，讀者總數將升到八百萬。這時，你可以輕易算出《時代》在四種可能出現的價格組合裏將會獲得多少利潤，即如果你們都是三美元，利潤都是五百萬；一方降價至二美元，獨得八百萬，另一方分文不得；如果雙方都降，每一方利潤都是四百萬。

有點像「囚犯困境」是不是？的確，在「囚犯困境」中，雙方的優勢策略都是招供，在這裏都是降價。

《時代》的優勢策略是定價二美元（《新聞周刊》亦如此）。《時代》採用這個優勢策略可能得到的最壞結果是盈利四百萬美元。但是，採用另外一個策略可能得到的最佳結果將超過這一數字，達到五百萬美元。問題是比較這兩個數字毫無意義。五百萬美元的數字是在兩本雜誌同時定價三美元的時候出現的；不過，假如這時《時代》把價格降到二美元，利潤還會更高，達到八百萬美元。

Summary: 假如你有一個優勢策略，請照辦。不要擔心你的對手會怎麼做。假如你沒有優勢策略，但你的對手有，那麼當他會採用優勢策略，選擇你自己最好的相應做法。

## II. 劣勢策略 Dominated Strategy

### 1. 劣勢策略

(1) 不管對手採取何種策略，自己採用此種策略的報酬小於其他策略所得的報酬。

Def: A pure strategy  $s_i$  of player  $i$  is dominated if there is a strategy  $\sigma_i \in \Delta S_i$  such that  $u_i(\sigma_i, s_{-i}) > u_i(s_i, s_{-i})$ , for all strategy profiles  $s_{-i} \in \Delta S_{-i}$  of the other players.

(2) 通常，劣勢策略依等號存在與否，也分成強(strictly)、弱(weakly)兩種，強劣勢策略較無爭議。

(3) 在任何情況下，理性與賽者都不會使用劣勢策略。

(4) 優勢策略是純粹策略。但是優勢策略不一定存在，如果有也只有一個。

劣勢策略可能是純粹策略，也可能是混合策略，處理時比較麻煩。雖然劣勢策略不一定存在，如果有也不見得只有一個，不同情況下找出來的劣勢策略也不相同。

### 3. 如何找出劣勢策略？

(1) 先利用純粹策略找出劣勢策略，沒有時再利用混合策略找出劣勢策略。

例：

	L	R
U	4, 1	0, 2
M	0, 0	4, 0
D	1, 3	1, 2

此賽局沒有純粹策略的劣勢策略，僅可利用混合策略找出劣勢策略。

若 player 1 以(0.5, 0.5, 0)的機率出招，無論 Player 2 如何出招，則此混合策略的期望報酬為 2。換言之，對於 player 1 而言，此混合策略的期望報酬大於純粹策略 D 的報酬。所以，D 為劣勢策略，player 1 不會出 D。

(2) 問題：怎知道是哪兩個行動與機率分配來構成混合策略，以找出劣勢策略呢？  
適合的混合策略有很多個。可以注意不同行動的報酬大小，以報酬差異大者組成混合策略，以找出劣勢策略。

### 3. 求算均衡解的關鍵 – 共同知識

(1) 例：

		2		
		X	Y	Z
1	A	4, 3	2, 7	0, 4
	B	5, 5	5, -1	-4, -2

對 player 1 而言，找不到劣勢策略。

對 player 2 而言，Z 為劣勢策略，所以不會出此招。

此時，player1 存在劣勢策略，不會出 A 策略。

問題是 player1 如何確知 player2 是理性的，所以不會出劣勢策略 Z 呢？

又，player2 怎知 player1 是理性的，且 player1 知道「player2 是理性的，不會出劣勢策略 Z」，所以理性的 player 1 不會出劣勢策略 A 呢？

換言之，你是否是一個理性的參賽者？你的對手呢？你們在出招時擁有什麼樣的信念呢？若是無法處理這個「信念」的部分，就無法具體推算出要如何出招。

### (2) Common Knowledge 共同知識

a. 共同知識是與信息有關的一種重要概念。**它是指[所有與賽者知道，所有與賽者知道「所有與賽者知道」，所有與賽者知道「所有與賽者知道『所有與賽者知道』」，...』的知識。**

b. 共同知識是賽局理論中一個很強的假定。在現實世界的許多賽局中，即使所有參與者「共同」享有某些知識，每位與賽者也許不知道其他參與者知道這些知識，或者並不知道其他人知道自己擁有這些知識。

例如，以前買房子時，政府網站上有部分房子實際成交的價格，信義房屋的宣傳單也會寫本週成交房子的價格。但在看房子的過程，營業員常亂說抬高房價，因為他不知道你是否知道這些資訊。

### c. 共同知識的作用

既然[與賽者是理性]是共同知識，那你「知道對方是理性」，對方知道「你知道對方是理性」，你知道「對方知道你知道對方是理性」，.....

此時，player1 就可以想，如果他是 player2，他會如何理性出招？

首先，理性的 player2 不會出劣勢策略 Z。

理性的 player1 知道理性的 player2 不會出劣勢策略 Z，在篩去劣勢策略 Z 之後，理性的 player1 不會出劣勢策略 A。

其次，理性的 player2 知道 player1 知道理性的 player2 不會出劣勢策略 Z；理性的 player1 也不會出劣勢策略 A。在理性的 player1 篩去劣勢策略 A 之後，理性的 player2 也不會出另一個劣勢策略 Y。

理性的 player1 知道「player2 知道 player1 知道 player2 不會出劣勢策略 Z 而不會出劣勢策略 A，因此不會出策略 Y，可篩去劣勢策略 Y。

最後，理性的 player1 出 B，理性的 player2 出 X。

同理，那 player2 就可以想，如果他是 player1，他會如何理性出招？

首先，理性的 player1 並無劣勢策略，所以會先猜測 player2 會如何出招，而理性的 player2 不會出劣勢策略 Z。

其次，player1 知道理性的 player2 不會出劣勢策略 Z 後，所以理性的 player1 不會出 A。理性的 player2 知道 player1 知道理性的 player2 不會出劣勢策略 Z，而理性的 player1 出 A，所以理性的 player2 就不會出另一個劣勢策略 Y，可篩去劣勢策略 Y。

最後，理性的 player1 出 B，理性的 player2 出 X。

### (3) 優勢可解 Dominance Solvable

= 反覆優勢均衡 Iterated Dominance Equilibrium

(1) Def：逐次刪掉劣勢策略直到剩下單一策略組合（Iterated Deletion of Dominated Strategies），此時稱賽局優勢可解。

(2) 步驟：Iterative Removal of Strictly Dominated Strategies

例：

		2		
		X	Y	Z
1	A	4, 3	2, 7	0, 4
	B	5, 5	5, -1	-4, -2



對 2 而言，Z 永遠比 Y 差

	X	Y
A	4, 3	2, 7
B	5, 5	5, -1

對 1 而言，A 永遠比 B 差

	X	Y
B	5, 5	5, -1

對 2 而言，Y 比 X 差

	X
B	5, 5

(3) 若強反覆劣勢均衡存在，則其為唯一。

若弱反覆劣勢均衡存在，則不一定，策略被刪的順序可能影響最後的答案。

(4) To Sum

一個優勢策略比其他任何策略好，同樣，一個劣勢策略則比其他任何策略差。

假如你有一個優勢策略，你可以選擇採用，掌握自己的優勢；如你有一個劣勢策略，你可以選擇不採用，避免以劣勢面對競爭者。

利用優勢策略方法與劣勢策略方法進行簡化之後，整個博弈的複雜度已經降到最低限度，不能再繼續簡化，而我們也不得不面對循環推理的問題。你的最佳策略要以對手的最佳策略為參考，反過來從你的對手的角度分析也是一樣。

練習：

	L	C	R
U	8, 3	0, 4	4, 4
M	4, 2	1, 5	5, 3
D	3, 7	0, 1	2, 0

請問如果你是 player 1，你要出那一招？

如果你是 player 2，你要出那一招？

(D 為劣勢策略，L 為劣勢策略，U 為劣勢策略，R 為劣勢策略。)

### III. 最佳反應 Best Response / Reply +Nash Equilibrium

#### 1. 何謂最佳反應？

- (1) 在其他參賽者的策略  $s_{-i}$  給定下，參賽者  $i$  能選擇使其報酬最大的反應策  $s_i^*$

稱之。即  $\pi_i(s_i^*, s_{-i}) \geq \pi_i(s_i, s_{-i}) \quad \forall s_i' \neq s_i^*$

通常，我們會在最大化期望報酬的前提下，選擇自己的策略（理性選擇）。因此，在決定你的策略前，應該要先想想看對手的行為，此稱信念(beliefs)。

- (2) 參賽者在某一信念下，最佳反應策略所形成的集合。

	L	C	R
U	2, 6	0, 4	4, 4
M	3, 3	0, 0	1, 5
D	1, 1	3, 5	2, 3

若 player 1 對 player 2 出招的信念為(1/3, 1/2, 1/6)，則 player 1 分別計算自己各種出招的結果，發現 D 策略的報酬最高，為最佳反應。即  $BR_1(1/3, 1/2, 1/6) = \{D\}$ 。

$$\text{出 U} = 1/3 * 2 + 1/2 * 0 + 1/6 * 4 = 4/3$$

$$\text{出 M} = 1/3 * 3 + 1/2 * 0 + 1/6 * 1 = 7/6$$

$$\text{出 D} = 1/3 * 1 + 1/2 * 3 + 1/6 * 2 = 13/6$$

若 player 2 對 player 1 出招的信念為(1/2, 1/4, 1/4)，則 player 2 計算自己出招的各種可能結果，發現 L 與 R 策略的報酬一樣高，同為最佳反應。即  $BR_2(1/2, 1/4, 1/4) = \{L, R\}$ 。

- (3) 信念的重要性

理性的參賽者會根據自己的信念選擇最佳的反應策略。

參賽者對對手的瞭解構成一個信念，然後依此信念做理性的推算，決定該如何出招。因此，賽局結果的好壞關鍵在於信念是否正確，而該怎麼出招對自己有利則是理性的計算。前者很難教導，要靠自己觀察靠學習；後者則是可以教的，即均衡的觀念。



例子：給同學人生路上的建議 - Have confidence with yourself. 信念的重要性

想必你聽過龜兔賽跑的故事。

你的資質很好，在你爸媽的心中，你是一隻聰明能力強的兔子。當你跑輸時，你父母會很心疼，打心裡就覺得是因為你像那隻兔子一樣，偷懶睡著了才會跑輸。如果你自己願意努力，在終點跑第一名的一定是你。

我不知道在高中這三年，會不會讓你覺得自己不像是兔子，而像那隻烏龜。正因為是那隻烏龜，所以也不用功努力了。反正永遠跑不贏別人，也不用和他人競爭搶第一。

還是你覺得自己的聰明才智是介於烏龜和兔子之間，雖說不是頂用功，但也沒有放棄，分寸掌握的很好呢？

～年紀漸長後，才發覺對於許多人而言，人生困難的地方是：無論在任何環境下，始終能認為自己是那隻兔子，而不是烏龜。因為對大部分的人而言，認為自己是兔子的人，跑輸了會認為是自己不小心或偷懶，再跑一次結果一定不一樣；認為自己是烏龜的人，很少有人能像故事中的烏龜，仍能拼命向前努力最後終於獲勝！

事實上，無論是烏龜還是兔子，人生獲得多少同樣都是靠努力。是烏龜還是兔子不是你能掌握的，但努力全靠自己，掌握在自己手裡。

從前，有一隻烏龜和一隻兔子在互相爭辯誰跑得快。他們決定來一場比賽分高下，選定了路線，就此起跑。兔子帶頭衝出，奔馳了一陣子，眼看它已遙遙領先烏龜，心想，它可以在樹下坐一會兒，放鬆一下，然後再繼續比賽。兔子很快地在樹下就睡著了，而一路上笨手笨腳走來的烏龜則超越過它，不一會兒完成比賽，成為最後的冠軍。等兔子一覺醒來，才發覺它輸了。

這個故事給我們的啟示是：緩慢且持續的人會贏得比賽。這是從小伴隨我們長大的龜兔賽跑故事的版本。但最近有人告訴了我一個更有趣的版本。故事這麼連續下去。

兔子當然因輸了比賽而倍感失望，為此他做了些缺失預防工作（根本原因解析）。它很清楚，失敗是因它太有信心，大意以及散漫。如果它不要自認一切都是理所當然的，烏龜是不可能打敗它的。因此，它單挑烏龜再來另一場比賽，而烏龜也同意。這次，兔子全力以赴，從頭到尾，一口氣跑完，領先烏龜好幾公里。

這故事的有什麼啟示？動作快且前後一致的人將可勝過緩慢且持續的人。如果你的工作單位有兩個人，一個緩慢，按部就班，且可靠，另一個則是動作快，且辦事還算牢靠，那麼動作快且牢靠的人會在組織中一直往上爬，陞遷的速度比那緩慢且按部就班辦事的人快。緩慢且持續固然很好，但動作快且牢靠則更勝一籌。

這故事還沒完沒了。這下輪到烏龜要好好檢討，它很清楚，照目前的比賽方法，它不可能擊敗兔子。它想了一會兒，然後單挑兔子再來另一場比賽，但是是在另一條稍許不同的路線上。兔子同意，然後兩者同時出發。為了確保自己立下的承諾—從頭到尾要一直快速前進，兔子飛馳而出，極速奔跑，直到碰到一條寬闊的河流，而比賽的終點就在幾公里外的河對面。兔子呆坐在那裡，一時不知怎麼辦。這時候，烏龜卻一路跚跚而來，撩入河裡，游到對岸，繼續爬行，完成比賽。

這故事的有什麼啟示？首先，辨識出你的核心競爭力，然後改變遊戲場所以適應（發揮）你的核心競爭力。在你的工作單位，如果你是一個能言善道的人，一定要想法創造機會，好好表現自己，以便讓層峰注意到你。如果你的優勢是從事分析工作，那麼你一定要做一些研究，寫一個報告，然後呈送上樓。依著自己的優勢(專長)來工作，不僅會讓上頭的人注意到你，也會創造成長和進步的機會。

故事還沒結束。這下子，兔子和烏龜成了惺惺相惜的好朋友。它們一起檢討，兩個都很清楚，在上一次的比賽中，它們可以表現得更好。所以，他們決定再賽一場，但這次是同隊合作。它們一起出發，這次可是兔子扛著烏龜，直到河邊。在

那裡，烏龜接手，背著兔子過河。到了河對岸，兔子再次扛著烏龜，兩個一起抵達終點。比起前次，它們都感受到一種更大的成就感。

這故事的有什麼啟示？個人表現優異與擁有堅強的核心競爭力固然不錯，但除非你能在一個團隊內（與別人）同心協力，並掌控彼此間的核心競爭力，否則你的表現將永遠在標準之下，因為總有一些狀況下，你是技不如人，而別人卻幹得蠻好的。團隊合作主要就是有關情境（權變）領導這檔事，讓具備處理某一情境能力（核心競爭力）的人當家做主。

從這故事，我們可以學到更多。我們了解，在遭逢失敗後，兔子和烏龜都沒有就此放棄。兔子決定更拼，並且投入更多的努力。在盡了全力之後，烏龜則選擇改變策略。在人的一生中，當失敗臨頭時，有時我們需更加努力。有時則需改變策略，嘗試不同的抉擇。有時候，兩者都要一起來。兔子和烏龜也學到了最關鍵的一課。當我們不再與競爭對手較力，而開始逐鹿某一情境時，我們會表現得更好。

1980 年代，當古茲維塔接掌可口可樂執行長時，他面對的是百事可樂的激烈競爭，可口可樂的市場成長正被它蠶食掉。古茲維塔手下的那些管理者，把焦點全灌注在百事可樂身上，一心一意只想著一次增長百分之零點一的市場佔有率。古茲維塔決定停止與百事可樂的競爭，而改與百分之零點一的成長此一情境角逐。

他問起美國人一天的平均液態食品消耗量為多少？答案是十四盎司。可口可樂在其中有多少？答案是兩盎司。古茲維塔說，可口可樂需要在那塊市場做大佔有率。我們的競爭對象不是百事可樂，要是佔掉市場剩餘十二盎司的水、茶、咖啡、牛奶及果汁。當大家想要喝一點什麼時，應該是去找可口可樂。為達此目的，可口可樂在每一街頭擺上販賣機，銷售量因此節節上升，百事可樂從此再也追趕不上。

結論：龜兔賽跑的故事啟發我們良多。動作快且前後一致的人總是勝過緩慢且持續的人；依著自己的優勢(專長)來工作；結合所有的資源且團隊合作的人，總是打敗單打獨鬥者；面對失敗時，絕不輕言放棄；最後，與某一情境競爭，而不是限定某對手。

## 2. 觀念：優勢策略、最佳反應、納許均衡

(1)過馬路時，你（行人）會選擇「走」還是會選擇「停」？  
有優勢策略嗎？不管有無來車，均選擇「走」，或均選擇「停」？  
有最佳反應嗎？過馬路時，如果有來車，要選擇「停」以免被車撞。  
如果無來車或對方會停下來，自己就要選擇「走」以免浪費時間。

過馬路時，你（行人）要選擇「走」還是選擇「停」，要看對手（車子）選擇「走」，還是「停」而定，所以沒有優勢策略，只有最佳反應。  
又，你過馬路時，怎知道來車會「走」還是會「停」？  
事實上你只能根據猜測（你的信念），然後依據猜測做出最佳反應。

納許均衡是根據雙方的信念，求得參賽者的最佳反應；若此策略組合為彼此最佳反應，則為納許均衡。

(2)不同的信念，可能得到不同的納許均衡。  
納許均衡會有多重解。例如，（走，停）『停，走』，二者均為納許均衡。

如何才能克服多重解的問題呢？  
制度設計。例如「紅綠燈」：紅燈一亮我就停；綠燈一亮可通行。  
那沒有紅綠燈的地方了呢？  
風俗習慣。例如，美國行人優先過馬路，台灣讓車子先過比較安全。

問題：為何美國和台灣的解決方式不同？  
是民族性所致，所謂醜陋的中國人嗎？

例：在一本期刊上曾刊登過這樣一則故事

一個剛到美國的中國人去一家中國餐館進餐，不巧遇上了劫匪。劫匪拿著一把刀子指向掌櫃，掌櫃把錢櫃裏僅有的兩百多美元現鈔全給了他。劫匪走後，中國顧客問老闆為何不報警，老闆說報警沒有用，警察至少要半個小時才到，那時劫匪已逃得無影無蹤了。中國顧客不相信老闆的話，他聽說美國警察工作效率很高，案發三、五分鐘即可趕赴現場，為了證實老闆的話是否可信，便做一次好人按響了報警鈴。

果然如老闆所言，等了半個小時才來了兩個警察，若無其事地做了一個筆錄就走人。中國顧客義憤填膺，大罵美國警察瀆職。想不到中國老闆依然幫美國警察說話。

「這也不能全怪美國警察，怪只怪我們自己當初不爭氣。說句憑良心的話，美國警察還是很不錯的，既稱職又不受賄。別的地方發生搶劫案，警察總是在三五分鐘內趕赴現場，就我們中國餐館例外。

「那是為什麼，美國人真的歧視中國人嗎？」

「那倒不是，造成目前現狀的還是中國人自己。早期的情況不是這樣，中國餐館遭受搶劫時，美國警察也是在三五分鐘內趕赴現場，當場把劫匪抓住，但受害人害怕報復，居然不敢站出來指證劫匪，警察只好把抓到手的強盜當場放掉。於是美國警察對來自中國餐館的報警不再熱心了，久而久之就成了今天的現狀。」

別的商店在光天化日之下卻很少遭搶，因為搶別的商店風險太大，他們不但當場報警，還和劫匪搏鬥，劫匪在得手之後很難安全逃脫。尤其是猶太人開設的店鋪，劫匪更是不敢輕舉妄動。猶太人在遇劫之後不但即該報警，還督促警察辦案，如果認為警察辦案不力還會合夥出資懸賞緝拿劫匪。碰上這樣的對手，劫匪只好自認倒楣，唯一的方法就是不搶猶太人。這條街上只有一家猶太商店，中國餐館則有十多家，但劫匪只選擇人多勢眾的中國餐館動手，猶太商店從未遭搶。

如何從這種困境中擺脫出來？

### 3. 納許均衡 (Nash Equilibrium)

- (1) 納許均衡是一策略組合，沒有任何參賽者有誘因去背離(deviate)此策略組合時，即達成納許均衡。

Def: A Nash Equilibrium of a Game in strategic form is defined as any outcome

$(a_1^*, \dots, a_n^*)$  such that  $u_i(a_i^*, a_{-i}^*) \geq u_i(a_i, a_{-i}^*)$  for all  $a_i \in A_i$  holds for each player  $i$ .

- (2) 求算方法：提議一個策略組合，測試是否每位參賽者所選擇的策略，都是對其他參賽者策略的最佳反應。

A Nash equilibrium for this game is a strategy profile  $(x^*, y^*)$  with the property that  $x^* \in BR_1(y^*)$  and  $y^* \in BR_2(x^*)$ . That is, the point  $(x^*, y^*)$  should lie on the best-response functions of both players. There is one such point and it is obviously located where the two best response functions cross.

例：性別戰爭

	球賽	音樂會
球賽	4, 3*	1, 1
音樂會	0, 0	3, 4*

- 利用前面兩種求解的概念（優勢、劣勢均衡）都無法得到答案
- 找一組互為最佳反應（mutual best reply）的策略組合，參賽者不會想去悖離（deviate）此一策略組合。
- （球賽，球賽）與（音樂會，音樂會）都是 NE。

練習：請找出下面賽局的納許均衡

	X	Y	Z
J	5, 6	3, 7	0, 4
K	8, 3	3, 1	5, 2
L	7, 5	4, 4	5, 6
M	3, 5	7, 5	3, 3

### 3. 多重納許均衡（Multiple Nash Equilibrium）

(1) 問題：當存在兩個納許均衡時如何去預測？

要加入精鍊條件(refinement)。不過，沒有定法，也存在許多問題。

例如，在兩性戰爭賽局中，誰先行動很重要，首先行動的與賽者有先動優勢（first move advantage）。

(2) 協調能解決多重納許均衡的問題嗎？

例：協調賽局（Coordinate Game）

	A	B
A	2, 2*	0, 0
B	0, 0	1, 1*

(A,A) 與 (B,B) 均為納許均衡，但(A,A)為 Pareto Efficient，很可能是最後的答案。

## IV Mixed Strategies Nash Equilibrium 混和策略納許均衡

在納許均衡中，你不一定滿意其他人的策略，但你所選的策略是對應對手招數的最佳策略。博弈的均衡是穩定的，因而是可以預測的。不過，純粹策略的納許均衡一定存在嗎？

### 1. 觀念

在西部片裏，我們常能看到這樣的故事：某個小鎮上只有一名警察，他要負責整個鎮的治安。現在我們假定，小鎮一頭有一家酒館，另一頭有一家銀行。再假定該地有一個小偷，要進行偷盜。因為分身乏術，警察一次只能在一個地方巡邏；而小偷也只能去一個地方作案。假定銀行需要保護的財產價格為二萬元，酒館的財產價格為一萬元。若警察在某地進行巡邏，而小偷也選擇了去該地，就會被警察抓住；若警察沒有巡邏的地方而小偷去了，則小偷偷盜成功。警察怎麼巡邏才能使效果最好？

一個明顯的作法是，警察對銀行進行巡邏，這樣，警察可以保住二萬元的財產不被偷竊。可是如此，假如小偷去了酒館，偷竊一定成功。這種作法是警察的最好作法嗎？有沒有對這種策略改進的措施？

這個博弈沒有純策略納許均衡點，而有混合策略均衡點。這個混合策略均衡點下的策略選擇是每個參與者的最佳(混合)策略選擇。

對於這個例子，對於警察的一個最佳的做法是，警察抽籤決定去銀行還是酒館。因為銀行的價值是酒館的兩倍，所以用兩個籤代表銀行，比如抽到 1、2 號籤去銀行，抽到 3 號籤去酒館。這樣警察有  $\frac{2}{3}$  的機會去銀行進後巡邏， $\frac{1}{3}$  的機會去酒館。而小偷的最佳選擇是：以同樣抽籤的辦法決定去銀行還是去酒館偷盜，只是抽到 1、2 號籤去酒館，抽到 3 號籤去銀行，那麼，小偷有  $\frac{1}{3}$  的機會去銀行， $\frac{2}{3}$  的機會去酒館。

### 2. 純粹策略的納許均衡不一定存在

#### (1) 何謂純粹策略 Pure Strategy？

參賽者的非隨機行動，每一次的行動都是確定的。

#### 何謂混合策略 Mixed Strategy？

以特定比例隨機選取某個純粹策略。

某賽局，甲可以選擇「U」策略與「D」策略。

我們可以猜測甲會以什麼機率分配選擇「U」或「D」策略（信念）。

事實上，甲本身也會思考以什麼機率分配選擇「U」或「D」策略。

這種包含機率概念的出招策略就是混合策略。

許多運動都有隨機策略的概念，例如投手頭各種不同的球路與好壞球，網球選手的正反拍與上不上網等等。

(3) 有些賽局並不具有純粹策略均衡，允許混合策略後才有均衡解。

由於混合策略不如純粹策略直觀，有些人會必免採用混合策略均衡解。

可是，任何賽局均保證混合策略納許均衡一定存在，因此仍有一定重要性。

例：Matching Penn's

	H	T
H	1, -1	-1, 1
T	-1, 1	1, -1

Player 1：相同就贏

Player 2：不同就贏

有無 Nash Equilibrium？

四種可能的策略組合均非 Nash 均衡，最佳反應順時鐘移動。

### 3. 混合策略的納許均衡

(1) Def: A mixed strategy  $\sigma_i$  for player  $i$ , is a probability distribution over his set of available actions  $A_i$ . In other words, if player  $i$  has  $m$  actions

available, a mixed strategy is an  $m$  dimensional vector  $(\sigma_i^1, \dots, \sigma_i^m)$  such

that  $\sigma_i^k \geq 0$  for all  $k = 1, 2, \dots, m$  and  $\sum_{k=1}^m \sigma_i^k = 1$

(2) 求解方法

**方法一：最大化期望值求出招機率**

例：行銷上的競爭

	低價 q	廣告 1-q
低價 p	60, 35	55, 45
廣告 1-p	55, 50	60, 40



$$E(\pi_1) = p[60q + 55(1-q)] + (1-p)[55q + 60(1-q)]$$

$$\frac{\partial E(\pi_1)}{\partial p} = 0, \quad q = \frac{1}{2}$$

$$E(\pi_2) = q[35p + 50(1-p)] + (1-q)[45p + 40(1-p)]$$

$$\frac{\partial E(\pi_2)}{\partial q} = 0, \quad p = \frac{1}{2}$$

方法二：報酬相等法：無論採用何種純粹策略，其報酬均相等（payoff-equal）

例：性別戰爭

		男	
		球賽 P	音樂會 1-P
女	球賽 q	1, 2	0, 0
	音樂會 1-q	0, 0	2, 1

I. 男  $2q = (1-q), q = \frac{1}{3}$

若  $q < \frac{1}{3}, p^* = 0$  音樂會

$$q = \frac{1}{3}, 0 < p^* < 1$$

$$q > \frac{1}{3}, p^* = 1 \quad \text{球賽}$$

II. 女  $p = 2(1-p), p = \frac{2}{3}$

若  $p < \frac{2}{3}, q^* = 0$

$$p = \frac{2}{3}, 0 < q^* < 1$$

$$p > \frac{2}{3}, q^* = 1$$

$$(p^*, q^*) = (1, 1)(0, 0) \left( \frac{2}{3}, \frac{2}{3} \right)$$

例：打網球

	底線 y	上網 1-y
底線 x	50 , 50	80 , 20
上網 1-x	90 , 10	20 , 80

投球：快速直球  
變化球

I. When B choose probability  $y$  , the expected payoff for A are

底線：  $50y + 80(1 - y)$

上網：  $90y + 20(1 - y)$

$x = 1$  底線抽球 if  $50y + 80(1 - y) > 90y + 20(1 - y) \Leftrightarrow y < 0.6$

$x = 0$  上網殺球 if  $50y + 80(1 - y) < 90y + 20(1 - y) \Leftrightarrow y > 0.6$

$0 < x < 1$  Indifference if  $50y + 80(1 - y) = 90y + 20(1 - y) \Leftrightarrow y = 0.6$

II. When player A choose probability  $x$  , the expected payoff for a are

底線：  $50x + 10(1 - x)$

上網：  $20x + 80(1 - x)$

$y = 1$  底線抽球 if  $50x + 10(1 - x) > 20x + 80(1 - x) \Leftrightarrow x > 0.7$

$y = 0$  上網殺球 if  $50x + 10(1 - x) < 20x + 80(1 - x) \Leftrightarrow x < 0.7$

$0 < y < 1$  Indifference if  $50x + 10(1 - x) = 20x + 80(1 - x) \Leftrightarrow x = 0.7$

練習：懦夫賽局

請用上述二種方法解出此賽局的混合策略納許均衡。

	繼續	轉向
繼續	-3 , -3	2 , 0
轉向	0 , 2	1 , 1

$$g_A = \frac{1}{4} , g_B = \frac{1}{4}$$

總結：完全資訊靜態賽局的均衡解

### Thinking Strategically

Rule 1 : If you have a dominant strategy , use it . If your rival has a dominant strategy , then count on his using it , and choose your best response accordingly .

Rule 2 : If neither side has a dominant strategy , see if either has a dominated strategy . If so , eliminate dominated strategies from consideration .

Rule 3 : If there are neither dominant nor dominated strategies , look for an equilibrium , a pair of strategies in which player action in the best response to the other's ( NE ) .

If there is a unique equilibrium , there are good arguments why all players should choose it . If there are many such equilibrium , one needs a commonly understood rule or convention for choosing one or the others . If there is no such equilibrium , that indicates the need for mixing one's players .

Rule 4 : Look forward and reason backward ( for sequential games ) .

## V. Complete Information of Dynamic Game

### 1. 賽局的分類架構

賽局理論的架構可依照「出招順序」與「資訊情況」劃分

出招順序—同時出招 （靜態賽局）  
 —先後出招  
 重複出招 （動態賽局）

資訊情況—完全訊息（Complete Information）  
 不完全訊息（Incomplete Information）

Note：完整資訊：先後出招—perfect information  
 不完整資訊：同時出招—imperfect information

	完全資訊	不完全資訊
靜態	NASH NE	Haranyi BNE
動態	Selton SPNE	PBNE

1994：Nobel—Nash+Selton+Harsanyi

2001：Nobel—Spence+Stiglitz+Akerlof （PBE：動態、不完全資訊賽局）

2005：Nobel—Aumann and Schelling （Repeated：動態、重複賽局）

### 3. 靜態與動態賽局的差異

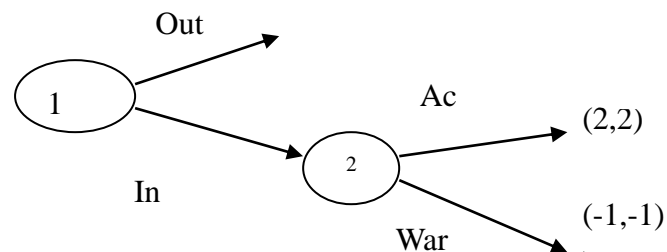
(1) 靜態賽局合宜嗎？

例：參進與阻卻

		Player 2	
Player 1		Accomodate	Price War
	In	2 , 2*	-1 , -1
	Out	0 , 4	0 , 4*

此靜態賽局的納許均衡有：(In, Accommodate) 與 (Out, Price War)。  
請問 OP 的策略組合合理嗎？

比較合宜的分析應是參賽者先後移動的動態賽局。



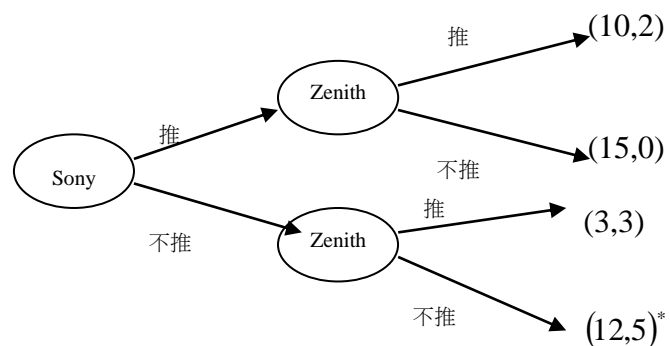
(2) 靜態與動態賽局皆適用，但結論不同。

例：

	Zenith	
	推	不推
推	10 , 2*	15 , 0
不推	3 , 3	12 , 5

如果 Sony 與 Zenith 同時出招，均衡為何？

如果 Sony 是產業領導者，可以先宣佈它是否推出新產品，均衡是否會改變？



在同時出招的靜態賽局，(推，推) 是均衡策略；

在先後出招的動態賽局，(不推，不推) 是均衡策略；

二者的結論完全相反。

#### 4. 動態賽局的出招選擇

##### (1) Sequential Rationality 逐次理性

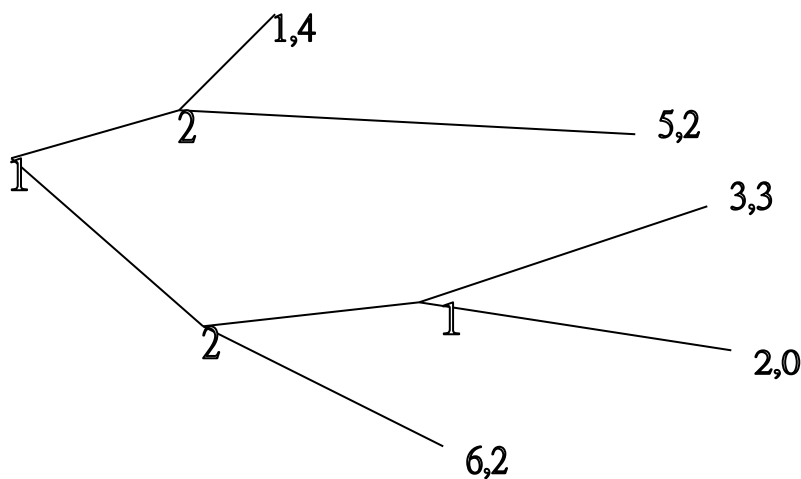
參賽者在每一次做決策的資訊集合時，均選擇最大化期望報酬的策略。

##### (2) Backward Induction 逆向歸納法

由最後的子賽局往前倒推求解。

既然最後的答案需要在每一個資訊集合上選擇最佳行動，那麼最簡單的方法就是從最簡單的資訊集合開始，找出該資訊集合上的最佳行動。最簡單的資訊集合是賽局結尾的那一個。所以，找答案由最後的子賽局往前倒推求解。

##### (2) 例：



Player 1's best strategy at different information set is d and e (down, up)

Player 2's best strategy at different information set is a and c (up, up)

SPNE: Down-Up-Up

##### (3) 概念

五年後你在幹嘛～李恕權的故事

讓我與你分享一段小故事，或許在這個階段，可以很實際地幫助你我走出目前的困境。

1976 年的冬天，當時我十九歲，在休士頓太空總署的大空梭實驗室裡工作，同時也在總署旁邊的休士頓大學主修電腦。縱然忙於學校、睡眠與工作之間，這幾乎佔據了我一天二十四小時的全部時間，但只要有多餘的一分鐘，我總是會把所有的精力放在我的音樂創作上。

我知道寫歌詞不是我的專長，所以在這段日子裡，我處處尋找一位善寫歌詞的搭檔，與我一起合作創作。我認識了一位朋友，她的名字叫凡內芮（Valerie Johnson）。自從二十多年前離開德州後，就再也沒聽過她的消息，但是她卻在我事業的起步時，給了我最大的鼓勵。年僅十九歲的凡內芮在德州的詩詞比賽中，不知得過多少獎牌。她的寫作總是讓我愛不釋手，當時我們的確合寫了許多很好的作品，一直到今天，我仍然認為這些作品充滿了特色與創意。

一個星期六的週末，凡內芮又熱情地邀請我至她家的牧場烤肉。她的家族是德州有名的石油大亨，擁有龐大的牧場。她的家庭雖然極為富有，但她的穿著、所開的車，與她謙卑誠懇待人的態度，更讓我加倍地打從心底佩服她。

凡內芮知道我對音樂的執著。然而，面對那遙遠的音樂界及整個美國陌生的唱片市場，我們一點管道都沒有。此時，我們兩個人坐在德州的鄉下，我們哪知道下一步該加何走。突然間，她冒出了一句話：Visualize What you are doing in 5 years？（想像你五年後在做什麼？）

我愣了一下。她轉過身來，手指著我說：「嘿！告訴我，你心目中『最希望』五年後的你在做什麼，你那個時候的生活是一個什麼樣子？」我還來不及回答，她又搶著說：「別急，你先仔細想想，完全想好，確定後再說出來。」

我沉思了幾分鐘，開始告訴她：

第一：五年後我希望能有一張很受歡迎的唱片在市場上發行，可以得到許多人的肯定。第二：我要住在一個有很多很多音樂的地方，能天天與一些世界一流的樂師一起工作。

凡內芮說：「你確定了嗎？」。我慢慢穩穩地回答，而且拉了一個很長的 Yessssss！凡內芮接著說：「好，既然你確定了，我們就把這個目標倒算回來。

「如果第五年，你要有一張唱片在市場上發行，那麼你的第四年一定是要跟一家唱片公司簽上合約。」「那麼你的第三年一定是要有一個完整的作品，可以拿給很多很多的唱片公司聽對不對？」「那麼你的第二年，一定要有很棒的作品開始錄音了。」「那麼你的第一年，就一定要把你所有要準備錄音的作品全部編曲，排練就位準備好。」「那麼你的第六個月，就是要把那些沒有完成的作品修飾好，然後讓你自己可以逐一篩選。」「那麼你的第一個月就是要把目前這幾首曲子完工。」「那麼你的第一個禮拜就是要先列出一整個清單，排出哪些曲子需要修改，哪些需要完工。」「好了，我們現在不就已經知道你下個星期一要做什麼了嗎？」凡內芮笑笑地說。

「喔，對了。你還說你五年後，要生活在一個有很多音樂的地方，然後與許多一流樂師一起忙、創作，對嗎？她急忙地補充說。「如果，你的第五年已經在與這些人一起工作，那麼你的第四年照道理應該有你自己的一個工作室或錄音室。那麼你的第三年，可能是先跟這個圈子裡的人在一起工作。那麼你的第二年，應該不是住在德州，而是已經住在紐約或是洛杉磯了。」

次年(1977 年)，我辭掉了令許多人羨慕的太空總署的工作，離開了休士頓，搬到洛杉磯。說也奇怪，不敢說是恰好五年，但大約可說是第六年。1983 年，我的唱片在亞洲開始暢銷起來，我一天二十四小時幾乎全都忙著與一些頂尖的音樂高手，日出日落地一起工作。

每當我在最困惑的時候，我會靜下來問我自己：恕權，五年後你『最希望』看到你自己在做什麼？如果，你自己都不知道這個答案的話，你又知何要求別人或上帝為你做選擇或開路呢？

別忘了！在生命中，上帝已經把所有「選擇」的權力交在我們的手上了。

#### (4) 納許均衡

由於逐次理性的原因，在每個資訊集合上，沒有參賽者願意悖離納許均衡的策略。每一個賽局均利用逆向歸納法求解，而最後的均衡也是一個納許均衡。

完全資訊的有限賽局，利用逆向歸納法求解，會有一個純粹策略的納許均衡。

### 4. 動態賽局的出招選擇：子賽局完美均衡 (SPNE)

#### (1) 何謂子賽局 (Subgame)？

擴展式賽局的一支枝幹，起點只有一個要素的資訊集合稱之。

子賽局本身就是一個擴展示。

若其此開始點非原來賽局的起始點，又名真正子賽局(proper subgame)。

完整資訊賽局的每一個節點均為一個子賽局。

#### (2) Subgame Perfect Nash Equilibrium, SPNE 子賽局完美均衡

Def：一組策略組合，不但是整個賽局的納許均衡，而且也是各個子賽局的納許均衡。同時，可以利用逆向歸納法由後往前解出唯一均衡。

子賽局均衡求解的觀念主要是要求一致性，對賽局中所有的子賽局均適用。



### (3) 例：Entry Deterrence

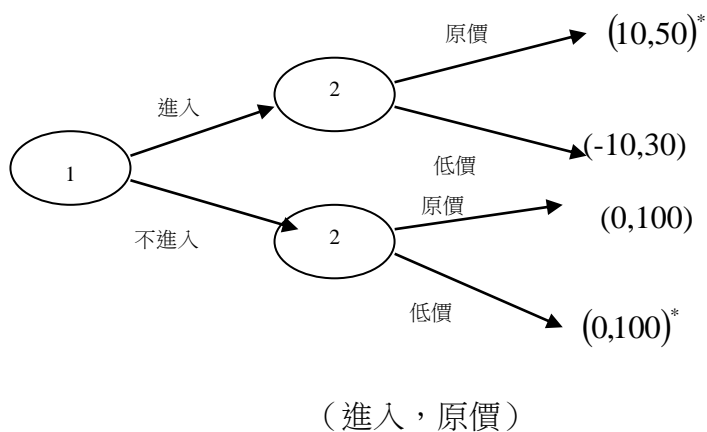
新公司考慮是否進入某地區市場，舊公司考慮要不要率先採取什麼策略嚇阻新公司成立，或者靜觀新公司出招後，再決定自己要採取什麼措施。

如果新舊公司同時出招，均衡為何？

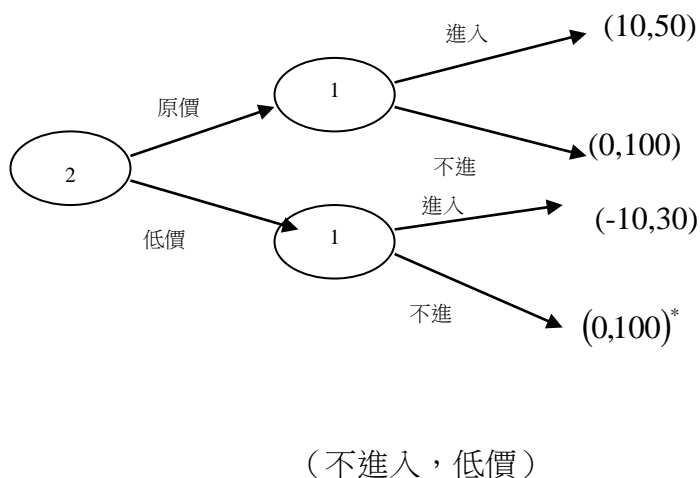
	原價	低價
進入	10, 50*	-10, 30
不進入	0, 100	0, 100*

Two NEs：(進入，原價)；(不進入，低價)

如果新公司先決定進入產業後，舊公司是否會採低價之價格戰策略？



舊公司可不可以嚇阻新公司進入？改變先後移動順序。



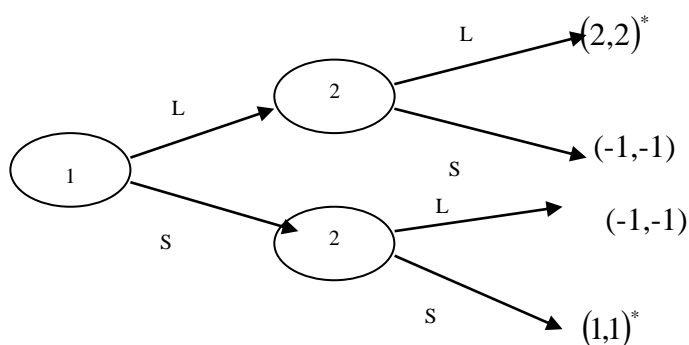
若以 SPNE 的觀念求解，只有一個均衡策略(進入，原價)是原來 NE 的子集合，

亦既存公司的價格戰是不可信的恐嚇（incredible threats），SPNE 的相對應策略才是可信的威脅（credible threat）

類似問題：改變出招順序

Spence 的 Capacity Deterrence 或協調賽局 Game of Coordination

甲		L 規格	S 規格
	L 規格	2,2	-1,-1
	S 規格	-1,-1	1,1



同時出招時，有兩個 NE

若考慮動態調整後，允許一家先動，則可以達成某一特定均衡。亦即透過先後移動的動態精鍊使均衡數目減少

## VI. Repeated Games and Reputation

例：假設產業的需求函數為  $P = 10 - Q$ ，存在兩家對稱的廠商，其邊際成本  $MC = 2$ 。若兩家廠商進行合作，則獨佔價格  $P_M = 6$ 、獨佔產量  $Q_M = 4$ ，獨佔利潤為  $16 = (6 - 2) \times 4$ ，因此每家廠商平分後各得利潤 6。

若其中任一家廠商單獨降價  $P' = 4$ ，則可獲得全部的市場，偏離合作廠商的利潤為  $12 = (4 - 2) \times 6$ ，另一廠商的利潤為 0。

又，若兩家廠商同時降價  $P' = 4$ ，則兩家廠商平分後，每家利潤均為 6。

		乙	
甲		原價	低價
	原價	8,8	0,12
	低價	12,0	6,6*

若廠商交手一次、二次、三次或無窮次，結果有何影響？

**靜態分析：**最好的狀況是兩家都採取原價，利潤為 8；

但 NE 為（低價，低價）。

**動態分析：**重複賽局必須考慮「短期與長期利得」。

任一廠商若單方面降價，對手來不及反應時，當期獲利增加  $4 = (12 - 8)$ 。

對手廠商隨後採取最適反應策略「低價」，導致日後每期利潤減少  $2 = (6 - 8)$ 。

單方面降價選擇必須考慮當期利得與日後損失兩部分做決定。

在某一期降價競爭，只多賺 4 萬元，但受到懲罰時，一期損失 2 萬元。

很可能長期利潤下降大於 4 萬元，短期偏離獲利有限，不如長期合作利益更大。

Q：參賽者間長期互動會改變均衡嗎？

在人們長期的反覆互動中，參賽者會考慮對手過去的行為聲譽來做決策反應。

若能使用妥善的動態策略，將可以得到更好的均衡結果。

## 1. Finite Stage Repeated Games 有限次數的重複賽局

### (1) 例：Two-Stage Repeated Games – Prisoner's Dilemma

In the first stage, the Nash equilibrium is  $(L_1, L_2) = (1, 1)$

	$L_2$	$R_2$
$L_1$	1,1	5,0
$R_1$	0,5	4,4

Add first stage payoff to the second stage.

	$L_2$	$R_2$
$L_1$	2,2	6,1
$R_1$	1,6	5,5

In the second stage, the Nash equilibrium is  $(L_1, L_2) = (2, 2)$

### (2) 基本觀念

無論第一階段如何選，第二階段皆不能改變第一階段的選擇。因此，第二階段的策略選擇通常是第二階段的 **Nash Equilibrium**。

既然第二階段會選擇 **Nash Equilibrium**，那麼第一階段該如何選呢？

第一階的行為又如何影響在第二階段選擇哪一個 **Nash Equilibrium** 呢？

首先，第一階段先找 *Nash Equilibrium*。任何階段賽局的納許均衡組合，均可以構成子賽局均衡的一部份。

其次，若第一階段不是納許均衡，那可不可能成為重複賽局的均衡解？

原則上，不大可能，因為無法緊緊地綁住而影響後面階段的策略，所以變成一階段一階段好像獨立一般的選擇策略。例如，玩十次，第十次是獨立的，變成玩九次，第九次又變成獨立了，以此類推。

## 2. An Infinitely Repeated Game 無限重複的賽局

(1) Def: Infinitely repeated games have the property that  $T = \infty$ ; that is, the stage game is played each period for an infinite number of periods.

(2) 報酬現值：折現因子(discount factor)

假設利率為 10%，則透過折現因子(discount factor)的計算；  
本章最初的例子，因為單方面降價，最後將使利潤的折現值減少

$$\Delta\pi = +4 - \left[ \frac{2}{1.1} + \frac{2}{1.1^2} + \dots \right] = 4 - \frac{2}{0.1} = -16$$

亦即在某一期降價競爭，只多賺 4 萬元，但受到懲罰時，一期損失 2 萬元，長期利潤下降 16 萬元。短期偏離獲利有限，不如長期勾結利益更大。

### (3) 常見的觸發策略

因為我倆永遠有明天，所以可以緊緊地綁住彼此的利益，進而影響後面階段的策略，使得合作變成可能。可以採取的最適反應策略有哪些？

#### 好好先生策略：

永遠與對手誠意合作（始終採取高價）。但這個策略未必是上策，因為對手可能永遠不合作（始終採取低價），欺負好好先生。

#### 觸發的報復策略（grim-trigger strategy）

一開始採取合作，只要對手合作就持續合作；但只要對手不合作，那就彼此不相信對手，永遠不合作。

#### 跟隨策略（tit-for-tat） 以牙還牙，以眼還眼

一開始使合作，以後視對手前一期採取的策略相應、調整，對手前一期不合作，這一期就不合作；對手前一期合作，這期就合作。

tit-for-tat 是所有策略中報酬最高的，trigger strategy 是永遠記仇，容易造成低利潤而被淘汰出局；好好先生無條件信任對手會被利用，很快出局。

### (4) 例：Prisoner's Dilemma

	C	D
C	1,1	5,0
D	0,5	4,4

Prisoner's Dilemma has a dominant strategy equilibrium (D,D) that is Pareto dominated by (C,C).

- a. All D – SPE, the failure of an agreement
- b. All C – both players do better but both have the incentives to deviate
- c. Tit for Tat – Start by cooperating and then do to others what they did to you last period.
- d. Grim Trigger – Start by cooperating. If the others have cooperated in the past, then cooperate. If the other deviates or have deviated in the past, then play your Nash (deviate) strategy.

Cooperation:  $R + \delta R + \delta^2 R + \dots = \frac{R}{1-\delta}$

Punishment Forever:  $T + \delta P + \delta^2 P + \dots = T + \frac{\delta P}{1-\delta}$

If  $\frac{R}{1-\delta} > T + \frac{\delta P}{1-\delta}$ , then that is  $\delta > \frac{T-R}{T-P}$ .

A grim-trigger is a Nash equilibrium if the above is satisfied.

(Punishment Once: Payoffs are  $T + \delta S + \delta^2 R + \dots$ , if  $R + \delta R > T + \delta S$ ,  $\delta > \frac{T-R}{R-S}$ )

#### (5) Comments

- a. Cooperation is more likely to be supported as
  - (i) the value the players place on future payoffs increases
  - (ii) the reward from cheating decreases
  - (iii) the punishment gets more painful
  - (iv) the reward from cooperation increases

#### 無名氏定理(Folk Theorem)

在無窮重複的賽局中，對手有多次互動經驗，有可能尋找出合作的均衡解。  
長期動態互動過程中，任何參賽者只要偏離均衡，其他參賽者可以懲罰，使之只能獲得極小好處，因此脫離囚犯困境，形成隱性勾結。