

消費者行為

1. 已知下表及所給定的效用函數，將表中空白處填滿：

效用函數	$U_A = X^{0.5}Y^2$	$U_B = X^2 + Y^2$	$U_C = \ln X + Y$	$U_D = 2X + Y$	$U_E = XY^4$
MU_x 函數					
MU_y 函數					
MU_x 遞減？					
MU_y 遞減？					
MRS_{xy} 函數					
MRS_{xy} 遞減？					
無異曲線凸向原點？					

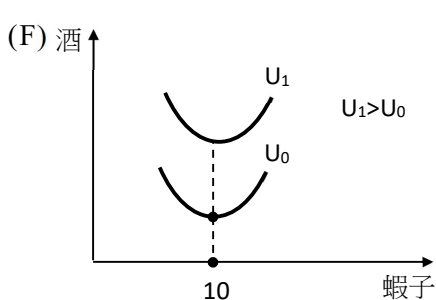
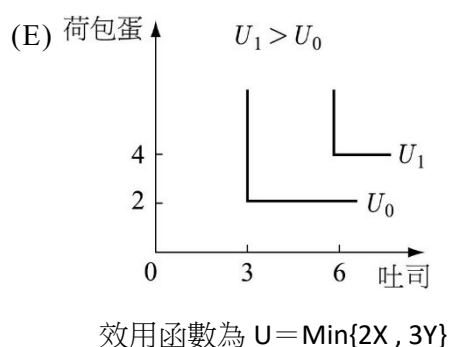
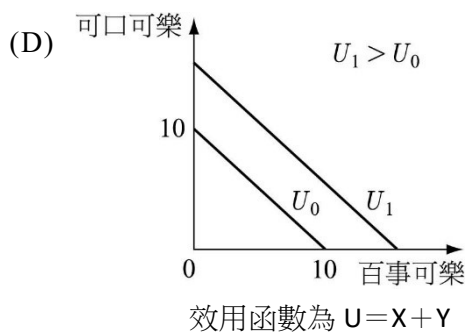
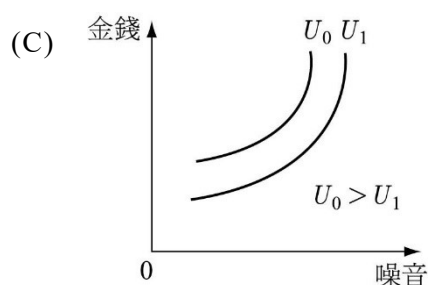
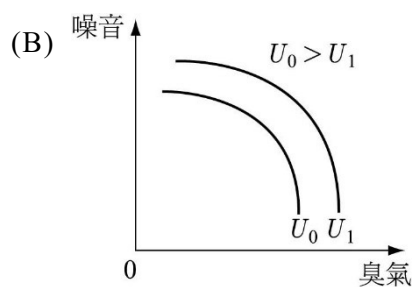
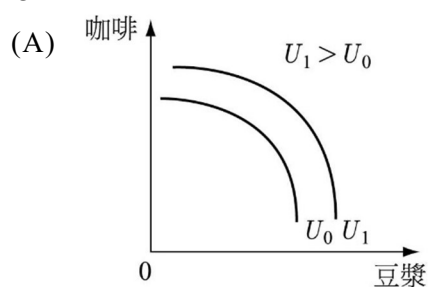
ANS：

效用函數	$U_A = X^{0.5}Y^2$	$U_B = X^2 + Y^2$	$U_C = \ln X + Y$	$U_D = 2X + Y$	$U_E = XY^4$
MU_x 函數	$0.5X^{-0.5}Y^2$	$2X$	$1/X$	2	Y^4
MU_y 函數	$2X^{0.5}Y$	$2Y$	1	1	$4XY^3$
MU_x 遞減？	遞減	遞增	遞減	固定	固定
MU_y 遞減？	遞增	遞增	固定	固定	遞增
MRS_{xy} 函數	$0.25Y/X$	X/Y	$1/X$	2	$0.25Y/X$
MRS_{xy} 遞減？	遞減	遞增	遞減	固定	遞減
無異曲線凸向原點？	凸向原點	凹向原點	凸向原點	不凸不凹	凸向原點

2. 試根據下列敘述或效用函數繪出所對應之無異曲線：

- (A) 對王二而言，「豆漿」與「咖啡」均為提供滿足感的財貨，且王二之消費習慣為：豆漿不喝則已，愈喝愈想喝。請繪出王二「豆漿—咖啡」的無異曲線群。
- (B) 對楊六而言，「臭氣」與「噪音」均會使他難過，且臭氣愈多，愈加深他的難過程度。請繪出楊六之「臭氣—噪音」的無異曲線群。
- (C) 對李四而言，噪音使其難過，金錢則帶給他快樂，且噪音愈大，難過程度愈大。請繪出李四之「噪音—金錢」的無異曲線群。
- (D) 林七不在乎喝可口可樂或百事可樂，只在乎有多少可樂可以喝。試繪出林七之「百事可樂—可口可樂」的無異曲線群，並請寫出效用函數。
- (E) 李大堅持三片吐司要夾二個荷包蛋才吃。試繪出李大之「吐司—荷包蛋」的無異曲線群，並請寫出效用函數。
- (F) 大強喜歡喝酒及吃蝦子，但他吃了 10 尾蝦子之後便會過敏，但酒則是千杯不醉。請繪出大強「蝦子—酒」的無異曲線群。

ANS :



3. 設 $P_x = P_y = 10$ ，且約翰的每天所得為 500 元。
- (A) 寫出預算線方程式。
 - (B) 預算線斜率為多少？
 - (C) 政府對 X 財課徵 10% 從價稅，則預算線方程式為何？
 - (D) 政府對 X 財的消費每單位補貼 2 元，則預算線方程式為何？
 - (E) 政府對約翰課徵 100 元所得稅，則預算線方程式為何？
 - (F) 瑪莉送給約翰 10 個 X，且言明不得再轉售給他人，則約翰的預算線方程式為何？
 - (G) 政府宣布 X 財的消費量超過 30 單位的部分，每單位繳 2 元的消費稅，則約翰的預算線方程式為何？
 - (H) 若政府為了鼓勵人們消費 X 財，對於消費量超過 30 單位的部分，每單位補貼 5 元，則約翰的預算線方程式為何？

ANS :

- (A) $10X + 10Y = 500$
- (B) -1
- (C) $11X + 10Y = 500$
- (D) $8X + 10Y = 500$
- (E) $10X + 10Y = 400$
- (F) $\begin{cases} 10(X - 10) + 10Y = 500, & X \geq 10 \\ 10Y = 500, & X < 10 \end{cases}$
- (G) $\begin{cases} 10X + 10Y = 500, & X \leq 30 \\ 10 \times 30 + 12(X - 30) + 10Y = 500, & X > 30 \end{cases}$
- (H) $\begin{cases} 10X + 10Y = 500, & X \leq 30 \\ 10 \times 30 + 5(X - 30) + 10Y = 500, & X > 30 \end{cases}$

4. 博涵每年有 6,400 元預算用來租影片(X)看或購買書籍(Y)。假設書籍每本 200 元，每部片子 80 元。現影片出租店為了促銷，提出下列三種方案供消費者選擇：

(A) 方案一：年費 200 元，每部片子優惠價 60 元；

(B) 方案二：年費 200 元，免費看 5 片，每部片子仍定價 80 元；

(C) 方案三：免收年費，每部片子仍收 80 元，每年消費超過 50 片，贈送 5 片。

試根據上述三種方案，寫出預算線方程式。

ANS：

(A) 方案一： $60X + 100Y = 6400 - 200 = 6200$

(B) 方案二：
$$\begin{cases} 80(X - 5) + 100Y = 6400 - 200 = 6200, & X > 5 \\ 100Y = 6200, & X \leq 5 \end{cases}$$

(C) 方案三：
$$\begin{cases} 80X + 100Y = 6400, & X \leq 50 \\ 100Y = 2400, & 50 < X \leq 55 \\ 80X + 100Y = 6800, & 55 < X \end{cases}$$

讀者請自行約分，並建議將圖形繪出。

5. 不同效用函數的消費者選擇 I

李先生每週有 300 元預算在早餐的消費上，根據他的消費習慣，其消費的商品不外乎單價 10 元的奶茶(X)與 20 元的漢堡(Y)，因此其預算限制式可寫成：

$$300 = 10X + 20Y$$

如果李先生的偏好為：

$$U = f(X, Y) = X^{\frac{2}{3}} Y^{\frac{1}{3}}$$

則李先生早餐消費決策為：

$$\begin{array}{ll} \text{Max} & U = f(X, Y) = X^{\frac{2}{3}} Y^{\frac{1}{3}} \\ \text{subject to} & 300 = 10X + 20Y \end{array}$$

根據最適消費條件：

$$MRS_{XY} = \frac{\frac{2}{3} X^{-\frac{1}{3}} Y^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3} X^{\frac{2}{3}} Y^{-\frac{2}{3}}} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{10}{20}$$

可得： $Y = \frac{1}{4} X$ 。將 $Y = \frac{1}{4} X$ 代回預算限制式，可得： $X = 20$ ， $Y = 5$ 。因此，李先生每週會購買 20 杯奶茶與 5 個漢堡。

不同效用函數的消費者選擇 II

如果李先生覺得吃早餐只為了追求飽足感，而且他覺得一個漢堡的份量足以抵銷三杯奶茶，則他的偏好寫成：

$$U = f(X, Y) = X + 3Y$$

則李先生早餐消費決策為：

$$\begin{array}{ll} \text{Max} & U = f(X, Y) = X + 3Y \\ \text{subject to} & 300 = 10X + 20Y \end{array}$$

根據最適消費條件：

$$MRS_{XY} = \frac{1}{3} < \frac{P_X}{P_Y} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

因此李先生願意以奶茶換取漢堡的消費，直到將所有預算都購買漢堡為止，所以，李先生的早餐消費決策為：

$$X = 0, Y = 15$$

因此，李先生每週會購買 0 杯奶茶與 15 個漢堡。

不同效用函數的消費者選擇 III

如果李先生覺得吃早餐是一天最大的享受，如果漢堡太多會覺得太乾難以下嚥，但奶茶太多又會覺得太甜太膩，因此他認為一個漢堡一定要搭配一杯奶茶才符合他對早餐的要求，則他的偏好寫成：

$$U = f(X, Y) = \min(X, Y)$$

則李先生早餐消費決策為：

$$\begin{array}{ll} \text{Max} & U = f(X, Y) = \min(X, Y) \\ \text{subject to} & 300 = 10X + 20Y \end{array}$$

最適消費條件：

$$Y = X$$

將 $Y = X$ 代回預算限制式，可得： $X = Y = 10$ 。因此，李先生每週會購買 10 杯奶茶與 10 個漢堡。

6. 隨著高學歷時代的來臨，學歷只是必備工具之一，想在競爭激烈的職場中立於不敗之地，隨時充實自己有其必要性。小翔是一個對未來充滿抱負的青年，在工作之餘仍不忘利用下班時間充實自己所學，他審視大環境的趨勢、工作的性質與自己的專長，決定利用下班補習英文(X)與電腦(Y)，假設英文課程每小時 400 元，電腦課程每小時 600 元，假設其一個月的進修預算為 12,000 元，其效用函數為 $U = X^{\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}$ ，試問：

①小翔的最適課程進修時數為何？

Ans. 小翔的課程進修決策為：

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & U = X^{\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}} \\ \text{subject to} \quad & 12000 = 400X + 600Y \end{aligned}$$

根據最適消費條件：

$$MRS_{XY} = \frac{\frac{1}{2}X^{-\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}X^{\frac{1}{2}}Y^{-\frac{1}{2}}} = \frac{Y}{X} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{400}{600}$$

$$\Rightarrow Y = \frac{2}{3}X$$

代回預算限制式可求得最適課程進修選擇為：

$$X = 15$$

$$Y = 10$$

因此小翔會上 15 小時的英文課程與 10 小時的電腦課程。

②如果小翔一個月最多只能撥出的進修時間只有 23 小時，請問其最適課程進修時數

是否會改變？其時數為何？

Ans. 因為小翔最多只能撥出 23 小時，因此 $(X,Y)=(15,10)$ 超過預定的時數，並非一可行解。

因此，考慮時間限制下小翔的課程進修決策為：

$$\text{Max} \quad U = X^{\frac{1}{2}} Y^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{subject to} \quad 12000 = 400X + 600Y \quad \text{-(1)}$$

$$23 = X + Y \quad \text{-(2)}$$

將 $Y = \frac{2}{3}X$ 代入(2)中可得：

$$X = 13.8$$

$$Y = 9.2$$

將 $(X, Y) = (13.8, 9.2)$ 代回(1)中：

$$400X + 600Y = 11040 < 12000 \text{ 為一可行解}$$

因此，在考慮時間限制下小翔會上 13.8 小時的英文課程與 9.2 小時的電腦課程。

附錄 4A

不同無異曲線型態的消費者均衡與其特性

設消費者的消費決策為：

$$\begin{aligned} & \text{Max} \quad U = f(X, Y) \\ & \text{subject to} \quad M = P_X X + P_Y Y \end{aligned}$$

當消費者的無異曲線的型態不同時，則消費者的均衡及不相同。可分 Cobb-Douglas 效用函數、線性效用函數、固定比例的效用函數等。

(1) Cobb-Douglas 效用函數（部分替代品）

$$U = f(X, Y) = X^\alpha Y^\beta, \quad \alpha, \beta > 0$$

可得 $Y = U_0^{\frac{1}{\beta}} X^{-\frac{\alpha}{\beta}}$ ， U_0 為某一特定無異曲線

① 消費者最適均衡解：

$$MRS_{XY} = -\frac{dY}{dX} \Big|_{U=U_0} = \frac{\alpha}{\beta} U_0^{\frac{1}{\beta}} X^{-\frac{\alpha+\beta}{\beta}} = \frac{P_X}{P_Y} \quad (1)$$

又 $U_0 = X^\alpha Y^\beta$ 代入 (1) 可得：

$$\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{Y}{X} = \frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow Y = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{P_X}{P_Y} \right) X$$

將 $Y = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{P_X}{P_Y} \right) X$ 代入預算限制式：

$$\text{可得：} X = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \left(\frac{M}{P_X} \right), \quad Y = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \left(\frac{M}{P_Y} \right)。$$

② 邊際效用值及其變化

$$U_X = \frac{\partial U}{\partial X} = \alpha X^{\alpha-1} Y^\beta > 0$$

$$U_Y = \frac{\partial U}{\partial Y} = \beta X^\alpha Y^{\beta-1} > 0$$

$$U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = \alpha(\alpha-1) X^{\alpha-2} Y^\beta$$

$$\text{① } U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = \alpha(\alpha-1) X^{\alpha-2} Y^\beta$$

$$\text{若 } \alpha > 1, \text{ 則 } U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = \alpha(\alpha-1) X^{\alpha-2} Y^\beta > 0$$

$$\text{若 } \alpha < 1, \text{ 則 } U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = \alpha(\alpha-1) X^{\alpha-2} Y^\beta < 0$$

$$\text{若 } \alpha = 1, \text{ 則 } U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = \alpha(\alpha-1) X^{\alpha-2} Y^\beta = 0$$

$$\text{② } U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \beta(\beta-1) X^\alpha Y^{\beta-2}$$

$$\text{若 } \beta > 1, \text{ 則 } U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \beta(\beta-1)X^\alpha Y^{\beta-2} > 0$$

$$\text{若 } \beta < 1, \text{ 則 } U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \beta(\beta-1)X^\alpha Y^{\beta-2} < 0$$

$$\text{若 } \beta = 1, \text{ 則 } U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \beta(\beta-1)X^\alpha Y^{\beta-2} = 0$$

$$\textcircled{3} U_{XY} = \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} = \alpha\beta X^{\alpha-1} Y^{\beta-1} > 0$$

可知：邊際效用均大於零，而邊際效用遞減與否全賴 α 與 β 是否小於 1。

③ 邊際替代率及其變化：

$$MRS_{XY} = -\frac{dY}{dX} \Big|_{U=U_0} = \frac{\alpha}{\beta} U_0^{\frac{1}{\beta}} X^{-\frac{\alpha+\beta}{\beta}} > 0$$

$$\frac{MRS_{XY}}{dX} = \left(-\frac{\alpha+\beta}{\beta} \right) \left(\frac{\alpha}{\beta} \right) U_0^{\frac{1}{\beta}} X^{-\frac{\alpha+2\beta}{\beta}} < 0$$

可知邊際替代率隨 X 購買數量增加而下降，具有邊際替代率遞減的特性。

(2) 線性效用函數（完全替代品）

$$U = f(X, Y) = aX + bY, \quad a, b > 0$$

可得： $Y = \frac{U_0}{b} - \frac{a}{b}X$ ， U_0 為某一特定無異曲線

① 消費者最適均衡解：

$$MRS_{XY} = -\frac{dY}{dX} \Big|_{U=U_0} = \frac{a}{b}$$

若 $\frac{a}{b} > \frac{P_X}{P_Y}$ ，表示因為增加一單位 X 消費所願意犧牲的 Y 財貨，會比實際支付的 Y 財貨數量來得多，消費者會將所有預算都用於 X 消費，所以均衡解為： $X = \frac{M}{P_X}$ ， $Y = 0$ 。

若 $\frac{a}{b} < \frac{P_X}{P_Y}$ ：因為減少 X 財貨換取 Y 消費能得到較高的效用，消費者會將所有預算都用於 Y 消費，所以均衡解為： $X = 0$ ， $Y = \frac{M}{P_Y}$ 。

若 $\frac{a}{b} = \frac{P_X}{P_Y}$ ，表示因為無論如何在預算線上變動消費組合皆無法使效用再增加，所以均衡解為：預算限制線上的任一消費組合。

② 邊際效用值及其變化

$$U_X = \frac{\partial U}{\partial X} = a > 0, \quad U_Y = \frac{\partial U}{\partial Y} = b > 0$$

$$U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = 0, \quad U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = 0$$

$$U_{XY} = \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} = 0$$

可知：邊際效用為一大於零的常數。

③邊際替代率及其變化

$$MRS_{XY} = -\frac{dY}{dX} \Big|_{U=U_0} = \frac{a}{b}$$

而 $\frac{MRS_{XY}}{dX} = 0$ 。可知：完全替代品的邊際替代率恆為零。

(3) 固定比例的效用函數（完全互補品）

$$U = f(X, Y) = \min(aX, bY), \quad a, b > 0$$

$$\text{可得：} \begin{cases} U_0 = aX & \text{if } aX < bY \\ U_0 = bY & \text{if } aX > bY \\ U_0 = aX = bY & \text{if } aX = bY \end{cases}, \quad U_0 \text{ 為某一特定無異曲線}$$

①消費者最適均衡解

若 $aX < bY$ ，則無異曲線斜率為 ∞ ，表示不願意放棄任何的 X 財貨來增加 Y 的消費。

若 $aX > bY$ ，則無異曲線斜率為 0 ，表示不願意放棄任何的 Y 財貨來增加 X 的消費。

若 $aX = bY$ ，表示無法定義該點的無異曲線斜率。

由上可知：完全互補的情形下，消費者對兩種財貨需搭配一定比例消費，而過多的 X 或 Y 財貨並無法增加消費者的效用，故消費組合應有以下的關係為 $aX = bY$ 。

將 $aX = bY$ 代入預算限制式，可得 $X = \frac{bM}{bP_X + aP_Y}$ ， $Y = \frac{aM}{bP_X + aP_Y}$ 。

②邊際效用值及其變化

若 $aX < bY$ ，則：

$$U_X = \frac{\partial U}{\partial X} = a > 0, \quad U_Y = \frac{\partial U}{\partial Y} = 0, \quad U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = 0, \quad U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = 0,$$

$$U_{XY} = \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} = 0$$

若 $aX > bY$ ，則：

$$U_X = \frac{\partial U}{\partial X} = 0, \quad U_Y = \frac{\partial U}{\partial Y} = b > 0, \quad U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = 0, \quad U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = 0,$$

$$U_{XY} = \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} = 0$$

(4) Quasi-linear 效用函數

$$U = f(X, Y) = g(X) + Y, \quad g'(X) > 0, \quad g''(X) < 0, \quad g(0) = 0$$

可得 $Y = U_0 - g(X)$ ， U_0 為某一特定無異曲線

①消費者最適均衡解

$$MRS_{XY} = -\frac{dY}{dX}\bigg|_{U=U_0} = g'(X) = \frac{P_X}{P_Y}$$

$$\Rightarrow X = g'^{-1}\left(\frac{P_X}{P_Y}\right)$$

將 $X = g'^{-1}\left(\frac{P_X}{P_Y}\right)$ 代入預算限制式：

$$\Rightarrow X = g'^{-1}\left(\frac{P_X}{P_Y}\right), \quad Y = \frac{M - P_X g'^{-1}\left(\frac{P_X}{P_Y}\right)}{P_Y}$$

②邊際效用值及其變化

$$U_X = \frac{\partial U}{\partial X} = g'(X) > 0$$

$$U_Y = \frac{\partial U}{\partial Y} = 1 > 0$$

$$U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = g''(X) < 0$$

$$U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = 0$$

$$U_{XY} = \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} = 0$$

可知： X 與 Y 財貨的邊際效用皆為正數，且邊際效用並不因另一財貨的消費而影響。

③邊際替代率及其變化

$$MRS_{XY} = -\frac{dY}{dX}\bigg|_{U=U_0} = g'(X) > 0, \quad \frac{MRS_{XY}}{dX} = g''(X) < 0$$

可知：在 $g''(X) < 0$ 的假定下，Quasi-linear 效用函數邊際替代率才會遞減。