5. ①

預算限制式：$300=10X+20Y$

偏好：$U=f(X,Y)=X^{\frac{2}{3}}Y^{\frac{1}{3}}$

消費決策：$\text{Max } U=f(X,Y)=X^{\frac{2}{3}}Y^{\frac{1}{3}}$

sub to $300=10X+20Y$

最適消費條件：

$$MRS_{XY}=\frac{\frac{2}{3}X^{\frac{2}{3}}Y^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}X^{\frac{2}{3}}Y^{\frac{2}{3}}}=\frac{P_X}{P_Y}=\frac{10}{20}$$

$\rightarrow Y=\frac{1}{4}X$ 代回 $300=10X+20Y$ $\rightarrow X=20,\ Y=5$

②

$U=f(X,Y)=X+3Y$

$\text{Max } U=f(X,Y)=X+3Y$ sub. to $300=10X+20Y$

$MRS_{XY}=\frac{1}{3}<\frac{P_X}{P_Y}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$

李先生願以奶茶換取漢堡的消費，直到所有預算都購買漢堡為止

$\rightarrow X=0,\ Y=15$，李先生購買 0 杯奶茶，15 個漢堡

6. ①

$\underset{X,Y}{\text{Max}}\ U=X^{\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}$ st. $12000=400X+600Y$ $\rightarrow$ 內部解

$$\begin{cases}12000=400X+600Y \quad -①\\ \dfrac{\frac{1}{2}X^{-\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}X^{\frac{1}{2}}Y^{-\frac{1}{2}}}=\dfrac{400}{600} \quad -②\end{cases}$$

$\rightarrow$ 化簡得出 $Y=\frac{2}{3}X$ —③

③代入① $\rightarrow X=15,\ Y=10$ ⇒ 上 15 小時英文，10 小時電腦 ✱

②

$\text{Max } U=X^{\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}$ st $12000=400X+600Y$ —① $23=X+Y$ —②

$$\begin{cases}\text{永不滿足(時間)}\ 23=X+Y\\ \text{邊際效用均等}\ \dfrac{MU_X}{P_X}=\dfrac{MU_Y}{P_Y}\end{cases}$$

$\rightarrow X=13.8,\ Y=9.2$

$400X+600Y=11040<12000$ 為一可行解

⇒ 最適課程進修時數會改變，英文 = 13.8 小時，電腦 = 9.2 小時