2、 $W_{\varphi}\left(j_0, k\right)=\frac{1}{\sqrt{M}} \sum_x f(x) \varphi_{i 0, k}(x)$ 和 $W_{\psi}\left(j_0, k\right)=\frac{1}{\sqrt{M}} \sum_x f(x) \psi_{i 0, k}(x)$ 中的DWT是 j_0 的函数。

（a）令 $j_0=1$(而不是0)重新计算例7.8中函数 $f(n)=|1,4,-3,0|$ 在区间 $0 \leq n \leq 3$ 内的一维DWT。

（b）使用（a）的结果根据变换值计算 $f(1)$.

解：

(a)因为本题为单尺度变换，开始尺度 $j_0=1$,所以j只能是1，相应的k=0或1，

$$
\begin{aligned}
&\varphi(\mathrm{n})=\{1,1,1,1\} \\
&\varphi_{1,0}(\mathrm{n})=\sqrt{2} \varphi(2 \mathrm{n}-0)=\sqrt{2}\{1,1,0,0\} \\
&\varphi_{1,1}(\mathrm{n})=\sqrt{2} \varphi(2 \mathrm{n}-1)=\sqrt{2}\{0,0,1,1\} \\
&\psi_{1,0}(\mathrm{n})=\sqrt{2} \psi(2 \mathrm{n}-0)=\sqrt{2}\{1,-1,0,0\} \\
&\psi_{1,1}(\mathrm{n})=\sqrt{2} \psi(2 \mathrm{n}-1)=\sqrt{2}\{0,0,1,-1\}
\end{aligned}
$$

根据公式计算M=4的一维DWT系数：

$$
\begin{aligned}
&W_{\varphi}(1,0)=\frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{n=0}^3 f(n) \varphi_{1,0}(n)=\frac{1}{2} \times(1 \times \sqrt{2}+4 \times \sqrt{2}-3 \times 0+0 \times 0)=\frac{5 \sqrt{2}}{2} \\
&W_{\varphi}(1,1)=\frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{n=0}^3 f(n) \varphi_{1,1}(n)=\frac{1}{2} \times(1 \times 0+4 \times 0-3 \times \sqrt{2}+0 \times \sqrt{2})=-\frac{3 \sqrt{2}}{2} \\
&W_{\psi}(1,0)=\frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{n=0}^3 f(n) \psi_{1,0}(n)=\frac{1}{2} \times(1 \times \sqrt{2}+4 \times-\sqrt{2}-3 \times 0+0 \times 0)=-\frac{3 \sqrt{2}}{2} \\
&W_{\psi}(1,1)=\frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{n=0}^3 f(n) \psi_{1,1}(n)=\frac{1}{2} \times(1 \times 0+4 \times 0-3 \times \sqrt{2}+0 \times-\sqrt{2})=-\frac{3 \sqrt{2}}{2}
\end{aligned}
$$

$f(n)=|1,4,-3,0|$ 在区间 $0 \leq n \leq 3$ 内的一维DWT展开形式为

$$
f(n)=\frac{\sqrt{2}}{4}\left[5 \varphi_{1,0}(n)-3 \varphi_{1,1}(n)-3 \psi_{1,0}(n)-3 \psi_{1,1}(n)\right]
$$

(b)根据上式：

$$
f(1)=\frac{\sqrt{2}}{4}[5 \times \sqrt{2}-3 \times 0-3 \times(-\sqrt{2})-3 \times 0]=4
$$