3. 请证明第二版课本习题4.5中提及的频域内高通滤波器与低通滤波器的关系式子。

$$H_{hp}(u,v) = 1 - H_{lp}(u,v)$$

其中 $H_{lp}(u,v)$ 是相应低通滤波器的传递函数。

• 答:原始图像由高频部分和低频部分组成:

$$f(x, y) = f_h(x, y) + f_l(x, y)$$

而高频部分和低频部分可由原图像作卷积得到,即:

$$f(x, y) = f_h(x, y) + f_l(x, y) = f(x, y) * h_{hp}(u, v) + f(x, y) * h_{lp}(u, v)$$

傅立叶变换, 得:

$$F(u,v) = F(u,v) H_{hp}(u,v) + F(u,v) H_{lp}(u,v) = F(u,v) (H_{hp}(u,v) + H_{lp}(u,v))$$

于是:

$$H_{hp}(u,v) = 1 - H_{lp}(u,v)$$