

3、若 $G_1(z) = -z^{-2K+1}G_0(-z^{-1})$ 成立, 请证明 $g_1(n) = (-1)^n g_0(2K-1-n)$

解:

已知以下z变换:

$$\begin{aligned}x(-n) &\Leftrightarrow X(z^{-1}), \\x(n-k) &\Leftrightarrow z^{-k}X(z), \\(-1)^n x(n) &\Leftrightarrow X(-z), \\g_1(n) &\Leftrightarrow G_1(z), g_0(n) \Leftrightarrow G_0(z)\end{aligned}$$

证明过程:

$$\begin{aligned}g_0(2K-1+n) &\Leftrightarrow z^{2K-1}G_0(z) \\g_0(2K-1-n) &\Leftrightarrow z^{-(2K-1)}G_0(z^{-1}) \\(-1)^n g_0(2K-1-n) &\Leftrightarrow (-z)^{-(2K-1)}G_0((-z)^{-1}) \\(-1)^n g_0(2K-1-n) &\Leftrightarrow (-z)^{-2K+1}G_0(-z^{-1}) = G_1(z)\end{aligned}$$

所以,

$$(-1)^n g_0(2K-1-n) = g_1(n)$$