

2. 假设我们有一个[0,1]上的均匀分布随机数发生器 $U(0,1)$, 请基于它构造指数分布的随机数发生器, 推导出随机数生成方程。若我们有一个标准正态分布的随机数发生器 $N(0,1)$, 请推导出对数正态分布的随机数生成方程。

• 答:

1. 指数分布的累积分布函数:

$$F_Z(z) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda z} & , x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases}$$

令 w 是服从区间 $(0, 1)$ 的均匀分布,

当 $z \geq 0$ 时:

$$1 - e^{-\lambda z} = w$$

解得:

$$z = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - w)$$

当 $z < 0$ 时: $w=0$ 无解.

因此随机数生成方程为 $z = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - w)$

2. 当随机变量 r 服从对数正态分布, 有: $\ln(r) \sim N(a, b^2)$

随机变量 x 服从标准正态分布, 有: $x \sim N(0, 1)$

通过变换得: $bx + a \sim N(a, b^2) \ln(r)$

令 $\ln(r) = bx + a$, 解得 $r = e^{bx+a}$

则随机数生成方程为 $r = e^{bN(0,1)+a}$