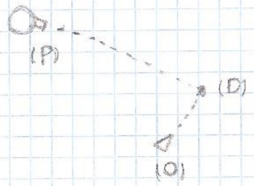
El problema a resolver es el siguiente:

Conociendo el vector velocidad de un objetivo que se mueve linealmente a velocidad constante ¿Cuál es el punto al que tenemos que disparar para que el proyectil, que también sigue un movimiento lineal constante, colisione con el objetivo?



Esquema

- Velocidad constante
- Trayectoria lineal fija
- ¿$\vec{D}$?

Variables conocidas

$\vec{D_p}$ = Vector unitario dirección (p)

$|\vec{V_p}|$ = Velocidad (p)

$\vec{V_p}$ = Vector velocidad (p) = $\vec{D_p} \cdot |\vec{V_p}|$

$\vec{D_o}$ = Vector unitario direccion (o)

$|\vec{V_o}|$ = Velocidad (o)

$\vec{V_o}$ = Vector velocidad (o) = $\vec{D_o} \cdot |\vec{V_o}|$

$\vec{P}$ = Vector posición (p)

$\vec{O}$ = Vector posicion (o)

Planteamiento

$T_P(\vec{D})$ = tiempo proyectil hasta $\vec{D}$ =

$$= \frac{|\vec{D} - \vec{P}|}{|\vec{V_p}|}$$

$T_o(\vec{D})$ = tiempo objetivo hasta $\vec{D}$ =

$$= \frac{|\vec{D} - \vec{O}|}{|\vec{V_o}|}$$

$$\vec{D} = \vec{D_o} \cdot \alpha + \vec{O}$$

Resolución

$$\rightarrow \frac{|\vec{D} - \vec{P}|}{|\vec{V_p}|} = \frac{|\vec{D} - \vec{O}|}{|\vec{V_o}|}$$

$$\rightarrow \frac{|\vec{D_o} \cdot \alpha + \vec{O} - \vec{P}|}{|\vec{V_p}|} = \frac{|\vec{D_o} \cdot \alpha|}{|\vec{V_o}|}$$

$$\boxed{\vec{O} - \vec{P} = \boxed{B} \qquad \vec{D_o} = \boxed{A}}$$ simplificación

$$\rightarrow \frac{|A\alpha + B|}{|\vec{V_p}|} = \frac{|A\alpha|}{|\vec{V_o}|}$$

simplificación

$$\boxed{\frac{|\vec{V_p}|}{|\vec{V_o}|} = \boxed{C}}$$

$$\rightarrow \frac{|A\alpha + B|}{|A\alpha|} = \frac{|\vec{V_p}|}{|\vec{V_o}|}$$

$$\boxed{|\vec{A}| = (A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)^{1/2}}$$ Premisa

$$\rightarrow \frac{(\alpha A_x + B_x)^2 + (\alpha A_y + B_y)^2 + (\alpha A_z + B_z)^2}{\alpha A_x^2 + \alpha A_y^2 + \alpha A_z^2} = C^2$$

$$\rightarrow \frac{\alpha^2(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2) + 2\alpha(A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z) + (B_x^2 + B_y^2 + B_z^2)}{\alpha(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)} = C^2$$

$$\rightarrow \frac{\alpha^2|\vec{A}|^2 + 2\alpha\vec{A}\vec{B} + |\vec{B}|^2}{\alpha \cdot |\vec{A}|^2} = C^2$$

$$\boxed{|\vec{A}|^2 = 1}$$ Premisa

$$\rightarrow \frac{\alpha^2 + 2\alpha\vec{A}\vec{B} + |\vec{B}|^2}{\alpha} = C^2$$

$$\rightarrow \alpha^2 - \alpha \cdot (C^2 - 2\vec{A}\vec{B}) + |\vec{B}|^2 = 0$$

$$\rightarrow \alpha^2 - \alpha \cdot \left(\frac{|\vec{V_p}|^2}{|\vec{V_o}|^2} - 2 \cdot \vec{D_o}(\vec{o} - \vec{p})\right)$$

$$+ |\vec{o} - \vec{p}|^2 = 0$$

$$\left(\frac{|\vec{v_p}|^2}{|\vec{V_o}|^2} - 2 \cdot \vec{D_o} (\vec{O} - \vec{P}) \right) = B$$

$$|\vec{O} - \vec{P}|^2 = C$$

Simplificación

$$1 = A$$

$$\rightarrow \quad \alpha = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

(solución)

Aser López