



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

FACULTAD CIENCIAS MATEMATICAS

E.A.P. DE..INVESTIGACIÓN OPERATIVA

**Conceptos, algoritmo y aplicación al problema de las N –
reinas**

Capítulo3. Búsqueda de tabú

MONOGRAFÍA

Para optar el Título de Licenciada de Investigación operativa

AUTOR

Alicia Cirila Riojas Cañari

**LIMA – PERÚ
2005**

CAPÍTULO 3 BÚSQUEDA TABÚ

La búsqueda Tabú surge, en un intento de dotar de “inteligencia” a los algoritmos de búsqueda local. Según Fred Glover, su primer definidor, “la búsqueda tabú guía un procedimiento de búsqueda local para explorar el espacio de soluciones **más allá del óptimo local**”.

La búsqueda tabú toma de la Inteligencia Artificial el concepto de memoria y lo implementa mediante estructuras simples con el objetivo de dirigir la búsqueda teniendo en cuenta la historia de ésta, es decir, el procedimiento trata de extraer información de lo sucedido y actuar en consecuencia. En este sentido puede decirse que hay un cierto aprendizaje y que la búsqueda es inteligente.

La búsqueda tabú permite moverse a una solución aunque no sea tan buena como la actual, de modo que se pueda escapar de óptimos locales y continuar estratégicamente la búsqueda de soluciones aún mejores^[1].

3.1. Desarrollo histórico

Los orígenes de la Búsqueda Tabú (*Tabú Search*) datan de finales de los 70. Oficialmente el nombre y la metodología fueron introducidos por Fred Glover en dos artículos (1989)^[2].

En palabras del autor

“La búsqueda tabú tiene sus orígenes en procedimientos combinatorios aplicados a problemas de cubrimiento no lineales en los finales de los años 70 y aplicada subsecuentemente a una diversa colección de problemas que van desde secuenciación y balance de canales de computación hasta análisis de clusters y planeamiento de espacio”

^[1] Díaz, A., Glover, F., Ghaziri, H.M., et al, *Optimización Heurística y Redes Neuronales*. Madrid, Paraninfo, (1996).

^[2] Glover, Fred. “Tabu Search – Part I”, *ORSA Journal on computing* ,v. 1, n. 3, pp. 190-206. Summer 1989

Actualmente Fred Glover trabaja en la Universidad de Colorado (USA) y sus trabajos recientes así como sus publicaciones se pueden ver en la página <http://spot.colorado.edu/~glover/>.

El término tabú (*taboo*) procede de la Polinesia^[11], donde es usado por los aborígenes de la isla Tonga para referirse a cosas que no pueden ser tocadas porque son sagradas, una acepción más moderna la define como “Una prohibición impuesta por costumbres sociales como una medida de protección”, también como “marcada como que constituye un riesgo”, esta acepción es la que está más cerca de la esencia del método donde el riesgo a ser evitado es el de seguir un camino no productivo, incluyendo el de ser conducido a una trampa de la que no se puede salir (óptimo local).

Actualmente esta metaheurística tiene un gran campo de aplicación como se puede apreciar en el anexo 3.1.

3.2. Definiciones

Se presentan primero algunos conceptos propios de los métodos de búsqueda y luego los conceptos específicos de la búsqueda tabú

Conceptos de los métodos de búsqueda

- Dado un problema P de optimización combinatoria utilizaremos x para denotar el conjunto de **soluciones posibles** del problema y c para la **función objetivo**.
- Cada solución tiene un conjunto de posibles soluciones asociadas, que se denomina **entorno o vecindario** de x y se denota como $N(x)$.
- Cada solución del entorno puede obtenerse directamente a partir de x mediante una operación llamada **movimiento**.

^[11] Glover, Fred & Laguna, Manuel “Tabu search”.
<http://leeds-faculty.colorado.edu/laguna/articles/ts2.pdf>

- **La solución Inicial x_0** dependerá del algoritmo específico que la genera, se puede usar una heurística para proporcionar una buena solución inicial o se puede partir de una solución obtenida aleatoriamente, lo usual es utilizar el conocimiento que se tiene de dónde podría haber una buena solución, pero, si no se tiene ninguna información puede partirse de cualquier valor y mejorarlo en el proceso de solución.
- Un procedimiento de búsqueda local parte de una solución inicial x_0 , calcula su vecindario $N(x_0)$ y escoge una nueva solución x_1 en ese vecindario, de acuerdo a un **criterio de selección** pre establecido. Es decir, realiza un movimiento que aplicado a x_0 da como resultado x_1 , este proceso se realiza reiteradamente.
- Se pueden definir diferentes criterios para seleccionar una nueva solución del entorno. Uno de los criterios más simples consiste en tomar la solución con mejor evaluación de la función objetivo, siempre que la nueva solución sea mejor que la actual. Este criterio, conocido como **greedy** (voraz, goloso), permite ir mejorando la solución actual mientras se pueda.

Como especifica Martí^[8] *“El óptimo local alcanzado no puede mejorarse mediante el movimiento definido. Sin embargo, el método empleado no permite garantizar, de ningún modo, que sea el óptimo global del problema. Más aún, dada la “miopía” de la búsqueda local, es de esperar que en problemas de cierta dificultad, en general no lo sea.”*

El concepto de “mejor” depende del contexto del problema^[4], por ejemplo en un modelo de producción, podrían dar el mismo valor máximo de función objetivo, una combinación de productos en la que sólo se produce un ítem y otra combinación en la que se producen varios, matemáticamente dan el mismo valor para la función objetivo, pero comercialmente puede ser preferible una variedad de ítems.

[8] MARTÍ, RAFAEL. Procedimientos Metaheurísticos en Optimización Combinatoria. <http://www.uv.es/~rmarti/> pp 24

[4] Laguna, Manuel “A Guide to implementing Tabu search”, *Investigación Operativa* v. 4, n. 1, pp. 17 Abril 1994

El algoritmo se detiene cuando la solución no puede ser mejorada o cuando se cumple el criterio de parada. El riesgo que se corre es el de haber encontrado una **solución óptima local**, no la solución **global** del problema dada la “miopía” del método utilizado.

Al aplicar un método de búsqueda cualquiera se pueden presentar dos problemas:

1. El algoritmo puede ciclar, revisitando soluciones ya vistas, por lo que habría que introducir un mecanismo que lo impida.
2. El algoritmo podría iterar indefinidamente, por lo que se establece un criterio de parada.

Esta limitación de los métodos de búsqueda es el punto de inicio de muchas de las técnicas metaheurísticas, entre ellas la Búsqueda Tabú.

Conceptos de la búsqueda tabú^[18]

La búsqueda tabú puede ser aplicada directamente a expresiones verbales o simbólicas, sin necesidad de transformarlas a expresiones matemáticas, el requerimiento $x \in S$ (x es una solución factible) puede, por ejemplo, especificar condiciones lógicas o interconexiones que pueden ser difíciles de expresar matemáticamente por lo tanto será mejor dejarlas como expresiones verbales y codificarlas como reglas^[11]. Una solución pertenece al **conjunto de elite** dependiendo de su puntaje, (*threshold*) el cual está relacionado con la función objetivo de la mejor solución encontrada durante la búsqueda, un óptimo local pertenece al conjunto de elite.

La característica que distingue a la Búsqueda Tabú de las otras metaheurísticas de búsqueda es el uso de la memoria la cual tiene una

^[18] http://www.tabusearch.net/tabu_search/

^[11] Glover, Fred & Laguna, Manuel “Tabu search”. pp 6

estructura basada en una lista tabú y unos mecanismos de selección del siguiente movimiento.

La **lista tabú** es una lista (*linked list*) en el contexto computacional^[24], donde se registran aquellas soluciones o atributos de soluciones que no deben ser elegidas.

Una forma sencilla de construir una lista tabú consiste en que cada vez que se realiza un movimiento, se introduce su inverso (si se pasó de x_0 a x_1 , el inverso es x_1 a x_0) en una lista circular, de forma que los elementos de dicha lista están penalizados durante un cierto tiempo.

Por tanto, si un movimiento está en la lista tabú no será aceptado, aunque aparentemente sea mejor solución que la solución actual.

La lista tabú puede contener :

- Soluciones visitadas recientemente
- Movimientos realizados recientemente o
- Atributos o características que tenían las soluciones visitadas.

El tamaño de la lista tabú (***tabu tenure***) es el tiempo o número de iteraciones que un elemento (movimiento o atributo) permanece en la lista tabú. Si todos los elementos tienen la misma *tenure*, ésta estará identificada por la longitud de la lista tabú, si es variable, es decir, todos los elementos de la lista tabú no tienen la misma *tenure*, un elemento que entró a la lista tabú antes que otro puede salir mucho después. Esto es, si un movimiento tipo 1 tiene asociada una *tenure* de 5 y entra a la lista tabú en la iteración 30, (saldrá en la iteración 35) y si un movimiento tipo 2 tiene asociada una *tenure* de 2 y entra a la lista tabú en la iteración 31, saldrá de la misma en la iteración 33, entró después, pero sale antes.

Por ejemplo si se está construyendo un árbol en un grafo, se parte de un nodo y se van agregando nodos (con su consiguiente arista), luego de algunas iteraciones puede necesitarse retirar una arista (con su correspondiente nodo), se tienen pues dos tipos de movimientos: agregar una arista (tipo 1) y retirar una arista (tipo 2), cuando un par de nodos (x,y) se agrega al árbol se hace una

^[24] Cormen Thomas H., et al *Introduction to Algorithms*. Massachusetts, Mc Graw Hill Book Company, (1999) página 204

entrada a la lista tabú que penaliza su salida durante k_1 iteraciones, análogamente cuando sale (u,v) se hace una entrada en la lista tabú que penaliza su entrada durante k_2 iteraciones, como hay más aristas fuera del árbol que en él, se ve razonable implementar una estructura tabú que mantenga a una arista recientemente retirada con la condición tabú más tiempo (para dar oportunidad a otras aristas) que a una arista recientemente agregada.^[11]

Al igual que las costumbres sociales pueden cambiar con el tiempo las soluciones tabú pueden dejar de serlo sobre la base de una memoria cambiante, debe haber una forma de “olvido estratégico”, es decir que una solución o atributo pueda salir de la lista tabú antes de que se cumpla su plazo. Esto se implementa a través del **Criterio de aspiración**, el cual permite que un movimiento sea admisible aunque esté clasificado como tabú.

Las aspiraciones son de dos clases:

- aspiraciones de movimiento y
- aspiraciones de atributo.

Una aspiración de movimiento, cuando se satisface, revoca la condición tabú del movimiento. Una aspiración de atributo, cuando se satisface revoca el status tabú del atributo. En éste último caso el movimiento puede o no cambiar su condición de tabú, dependiendo de sí la restricción tabú puede activarse por más de un atributo.

Se pueden tener los siguientes criterios de aspiración:^[19]

- Aspiración por Default: Si todos los movimientos posibles son clasificados como tabú, entonces se selecciona el movimiento “menos tabú”, es decir, si el movimiento m_1 está penalizado en la lista tabú

^[11] Glover, Fred & Laguna, Manuel “Tabu search”. pp 10
<http://leeds-faculty.colorado.edu/laguna/articles/ts2.pdf>

^[19] <http://www.azc.uam.mx/publicaciones/enlinea2/1-3cri.htm>

durante 2 iteraciones más y m_2 está penalizado durante 1, m_2 es menos tabú que m_1 .

- Aspiración por Objetivo: Una aspiración de movimiento se satisface, permitiendo que un movimiento x sea un candidato para seleccionarse si, por ejemplo, $F(x) < \text{mejor costo}$. (en un problema de minimización)
- Aspiración por Dirección de Búsqueda: Un atributo de aspiración para la solución “s” se satisface si la dirección en “s” proporciona un mejoramiento y el actual movimiento es un movimiento de mejora. Entonces “s” se considera un candidato

Se define el concepto de movimiento por ser esencial para comprender el método de Búsqueda Tabú.^[2]

En el capítulo 1 se caracterizó el problema de optimización combinatoria como:

(P) : Minimizar $c(x) : x \in X$ en R^n

Donde X es el conjunto de soluciones factibles (discreto)

Para resolver P se puede establecer convenientemente una secuencia de movimientos que llevan de una solución tentativa a otra.

Se define un **movimiento** s como el mapeo definido en un subconjunto $X(s)$ de X : $s: X(s) \rightarrow X$

Por ejemplo en el siguiente grafo, si el algoritmo está en el nodo i , (la solución factible i) los movimientos posibles son aquellos arcos que unen el nodo i con alguno de sus nodos adyacentes. (otras posibles soluciones que se derivan de la solución i)

^[2] Glover, Fred. “Tabu Search – Part I”, *ORSA Journal on computing*, v. 1, n. 3, pp. 190-206. Summer 1989

A $x \in X$ está asociado el conjunto $N(x)$ (vecindario o entorno) el cual contiene los movimientos $s \in S$ que pueden ser aplicados a x , es decir

$$N(x) = \{ s \in S : x \in X(s) \}$$

En la i -ésima iteración, para evolucionar hacia otras soluciones, se selecciona éstas en un entorno $N(x_i)$, pero que no estén en la lista Tabú: $(N(X_i) - \{ \text{Lista Tabú} \})$, evaluando cada una de las soluciones y quedándose con la mejor (que obviamente no es tabú).

Para realizar una búsqueda completa, es deseable que el tamaño del entorno no sea elevado. Si se considera un entorno de tamaño grande, con objeto de reducir el tiempo de computación, se puede realizar la búsqueda en un subconjunto tomado aleatoriamente.

Supongamos que el vecindario que se debe evaluar para determinar el siguiente movimiento es “grande” y es muy costoso en términos de tiempo de computación evaluar todos y cada uno de los vecinos, se pueden usar algunos procedimientos aleatorios tales como los métodos de Monte Carlo que muestrean el espacio de búsqueda hasta terminar finalmente mediante alguna forma de limitación de iteración. En todo caso se debe determinar el número de muestras y el tamaño de las mismas de tal modo que no ocasione más tiempo de procesamiento que una revisión exhaustiva del vecindario.

3.3. Características de la búsqueda tabú (Uso de la memoria)

La búsqueda tabú se caracteriza porque utiliza una estrategia basada en el uso de estructuras de memoria para escapar de los óptimos locales, en los que se puede caer al “moverse” de una solución a otra por el espacio de soluciones.

Las estructuras de memoria usadas son de dos tipos:

Explícita.- Cuando la solución se almacena de manera completa, se registran soluciones de elite visitadas durante la búsqueda. por ejemplo $\{x_1, x_5, x_7\}$ donde las x_i son soluciones ocurridas en iteraciones anteriores.

Una extensión de esta memoria explícita registra vecindarios altamente atractivos pero inexplorados de las soluciones de elite.

De atributos.- Se guarda información acerca de ciertos atributos de las soluciones pasadas, para propósitos de orientación de la búsqueda.

Este tipo de memoria registra información acerca de los atributos o características que cambian al moverse de una solución a otra. Por ejemplo en un grafo los atributos pueden consistir en nodos o arcos que son aumentados, eliminados o reposicionados por el mecanismo de movimientos.

La memoria, por lo tanto puede ser explícita o de atributos o ambas.

En síntesis, la estructura de memoria explícita almacena soluciones de elite (que dan un óptimo local) y la memoria de atributos tiene como propósito guiar la búsqueda.

Es importante considerar que los métodos basados en búsqueda local requieren de la exploración de un gran número de soluciones en poco tiempo, por ello es crítico el reducir al mínimo el esfuerzo computacional de las operaciones que se realizan a menudo, lo que se puede conseguir registrando los atributos de las soluciones en vez de éstas para orientar la búsqueda más rápidamente.

La estructura de la memoria en la metaheurística de búsqueda tabú opera en relación a cuatro dimensiones principales^[11]:

- calidad
- influencia
- corto plazo (lo reciente),
- largo plazo (lo frecuente),

^[11] Glover, Fred & Laguna, Manuel "Tabu search".
<http://leeds-faculty.colorado.edu/laguna/articles/ts2.pdf>

La **calidad** se refiere a la habilidad para diferenciar el mérito de las soluciones, identifica qué las hace tan buenas e incentiva la búsqueda para reforzar las acciones que conducen a una buena solución y desalienta aquellas que conducen a soluciones pobres.

La flexibilidad de la estructura de memoria permite que la búsqueda sea guiada en un contexto multiobjetivo, donde la bondad de una dirección de búsqueda particular puede estar determinada por más de una función, el concepto de calidad en la búsqueda tabú es más amplio que el usado implícitamente en los métodos de optimización, en los cuales se considera que un movimiento es de mejor calidad que otro porque produce una mejor “mejora” (tal es el caso del descenso más rápido), bajo el enfoque de búsqueda tabú un movimiento puede ser de mejor calidad si, por ejemplo, su frecuencia de ocurrencia en el pasado es baja o no ha ocurrido antes y nos permite explorar nuevas regiones. La definición de calidad de una solución es flexible y puede ser adaptado a la naturaleza del problema.

La dimensión **influencia**, considera el impacto de las elecciones hechas durante la búsqueda, mide el grado de cambio inducido en la estructura de la solución o factibilidad, no sólo en calidad sino también en estructura, en un sentido la calidad puede entenderse como una forma de influencia.

Registrar información acerca de las elecciones de un elemento de una solución particular incorpora un nivel adicional de aprendizaje, registra qué elementos o atributos generan ese impacto.

Esta noción puede ser ilustrada para el problema de distribuir objetos desigualmente pesados entre cajas, donde el objetivo es dar a cada caja, tan aproximadamente como sea posible, el mismo peso. Un movimiento que transfiere un objeto muy pesado de una es un movimiento de alta influencia, cambia significativamente la estructura de la solución actual, otro que intercambia objetos de pesos similares entre dos cajas no introduce mayor influencia. Tal movimiento puede no mejorar la solución actual, la solución actual es relativamente buena.

Se privilegian los movimientos etiquetados como influyentes, pero esto no quiere decir que no se opte en alguna iteración por uno poco influyente, pues éstos pueden ser tolerados si proporcionan mejores valores hasta que las mejoras a partir de ellos parezcan ser insignificantes. En tal punto, y en ausencia de movimientos de mejora, los criterios de aspiración cambian para dar a los movimientos influyentes un rango mayor y éstos puedan salir de la lista tabú antes del plazo establecido en su tabú *tenure*.

En el problema de distribuir objetos desigualmente pesados entre cajas, donde el objetivo es dar a cada caja, tan aproximadamente como sea posible, el mismo peso, una solución de calidad puede ser aquella que hace que la diferencia de pesos de las cajas sea pequeña, es decir las cajas están aproximadamente balanceadas.

Estas dos dimensiones de la memoria: calidad e influencia, pueden estar consideradas de manera explícita en el algoritmo tabú, es decir, incluir una estructura de datos que registre la etiqueta de un movimiento o solución como de calidad y/o influyente paralela al registro de su condición tabú o no tabú; o puede estar dada de manera implícita, como considerar que es de calidad si es un óptimo local y/o considerar que es influyente si permite diversificar la búsqueda. Sin embargo las otras dos dimensiones: memoria de corto plazo y la de largo plazo, siempre van expresadas de manera explícita por medio de la lista tabú y de la tabla de frecuencias.

Una distinción importante en la búsqueda tabú es la de diferenciar la memoria de corto plazo y la de largo plazo, cada tipo de memoria tiene sus propias estrategias, sin embargo, el efecto de la utilización de ambos tipos de memoria es el mismo: modificar el vecindario $N(x)$ de la solución actual x (convertirlo en un nuevo vecindario $N'(x)$)

En la memoria de corto plazo, el vecindario es generalmente:

$$N'(x) = \{N(x) - \text{Lista tabú}\}, N'(x) \subset N(x)$$

En las estrategias que usan la memoria de largo plazo $N'(x)$ puede ser expandido para incluir otras soluciones que no están en $N(x)$.

En ambos casos el vecindario de x , $N(x)$ no es un conjunto estático sino un conjunto que varía dinámicamente de acuerdo a la historia de la solución x .

En esencia la memoria de corto plazo utiliza la estructura tabú para penalizar la búsqueda y la memoria de largo plazo utiliza las frecuencias para determinar si un movimiento no tabú puede ser elegido o no.

Memoria basada en lo reciente (corto plazo)

Es una “memoria” donde se almacenan los últimos movimientos realizados, y que puede ser utilizada para “recordar” aquellos movimientos que hacen caer de nuevo en soluciones ya exploradas^[20]. Su objetivo es penalizar la búsqueda para evitar el ciclado.

Es una manera de definir el entorno o vecindario reducido de una solución, consiste en etiquetar como tabú las soluciones previamente visitadas en un pasado cercano (**recency**), ciertos movimientos se consideran prohibidos (tabú), de forma que no serán aceptados durante un cierto tiempo o un cierto número de iteraciones, se considera que tras un cierto número de iteraciones la búsqueda está en una región distinta y puede liberarse del status tabú.

Memoria Basada en Frecuencia (largo plazo)

La memoria basada en frecuencia proporciona un tipo de información que complementa la información proporcionada por la memoria basada en lo reciente, ampliando la base para seleccionar movimientos preferidos. Como lo reciente, la frecuencia a menudo toma en cuenta las dimensiones de calidad de la solución e influencia del movimiento. En esta estructura de memoria se registra la frecuencia de ocurrencias de los movimientos, las soluciones o sus atributos y puede ser:

^[20] <http://www.esi2.us.es/~dco/busqueda.htm>

- Frecuencia de transiciones .- Cantidad de veces que una solución es la mejor o cantidad de veces que un atributo pertenece a una solución generada
- Frecuencia de residencia.- Cantidad de iteraciones durante la cual un atributo pertenece a la solución generada

Una alta frecuencia de residencia, por ejemplo, puede indicar que un atributo es altamente atractivo si S es una secuencia de soluciones de alta calidad, o puede indicar lo contrario si S es una secuencia de soluciones de baja calidad. Por otro lado, una frecuencia de residencia que es alta (baja) cuando S contiene tanto soluciones de alta como de baja calidad puede apuntar a atributo fortalecido (o excluido) que restringe al espacio de búsqueda, y que necesita ser desechado (o incorporado) para permitir diversidad.

La memoria a largo plazo tiene dos estrategias asociadas:

- Intensificar y
- Diversificar la búsqueda.

La **intensificación** consiste en regresar a regiones ya exploradas para estudiarlas más a fondo. Para ello se favorece la aparición de aquellos atributos asociados a buenas soluciones encontradas.

Para evitar regresar a óptimos locales cada cierto número de iteraciones, la búsqueda tabú utiliza además otra estrategia, como es la diversificación.

La **Diversificación** consiste en visitar nuevas áreas no exploradas del espacio de soluciones. Para ello se modifican las reglas de elección para incorporar a las soluciones atributos que no han sido usados frecuentemente.

Una forma clásica de diversificación consiste en reiniciar periódicamente la búsqueda desde puntos elegidos aleatoriamente, si se tiene alguna información acerca de la región factible se puede hacer un “muestreo” para cubrir la región en lo posible, si no, cada vez se escoge aleatoriamente un punto de partida (método multi arranque).

Otro método para diversificar propone registrar los atributos de los movimientos más utilizados en los anteriores movimientos, penalizándolos a través de una lista tabú a largo plazo y así explorar otros entornos.

El uso racional de estas dos estrategias da lugar a dos características de la búsqueda tabú, el reencadenamiento de trayectorias y la oscilación estratégica.

Una integración de las estrategias de intensificación y diversificación consiste en el **re-encadenamiento de trayectorias** (*path relinking*)^[3]

Este acercamiento genera soluciones nuevas explorando trayectorias que “conectan” soluciones de élite, (óptimos locales) comenzando desde una de esas soluciones, llamada solución inicial, y generando un camino en el vecindario que conduce a otras soluciones, llamadas soluciones que sirven de guía. En una colección dada de soluciones de élite, el papel de la solución inicial y una solución guía se pueden alternar. Esto es, se puede generar simultáneamente un conjunto de soluciones actuales, extendiendo caminos diferentes, y permitiendo que una solución inicial sea reemplazada (como una solución orientadora para las otras) por otra, si ésta satisface un criterio de aspiración suficientemente fuerte. Debido a que sus papeles son intercambiables, la solución inicial y la guía son llamadas soluciones de referencia.

El proceso de generar caminos entre soluciones de referencia está acompañado por movimientos de selección que introducen atributos contenidos en las soluciones que operan como soluciones guías.

El proceso también puede continuar más allá de una solución de referencia cambiando el criterio de selección de movimiento que estratégicamente introducen atributos que no están en las soluciones guías.

^[3] Glover y Kochenberger (editores), *Handbook of Metaheuristics*. Boston, Kluwer Academic Publishers, (2003).

En ambos casos, estos atributos están ponderados para determinar a cuáles movimientos se les da una prioridad superior. La generación de tales caminos dentro de un vecindario “reasocia” puntos previos en formas diferentes a las registradas en la historia previa de búsqueda.

Por ejemplo al hacer una trayectoria alternativa entre la solución *A* y la solución *B* se puede llegar a una solución mejor, en la figura 3.3 se presentan dos trayectorias, la representada por una línea continua es la trayectoria por medio de la cual al salir de la solución *A* se llegó a la solución *B* usando un camino *greedy* en relación a la función objetivo (observar que hay una tendencia a disminuir la función objetivo), la línea punteada representa la trayectoria de re-encadenamiento (*path relinking*) la cual puede no estar gobernada tan fuertemente por seleccionar la mejor solución del vecindario- que es lo que caracteriza a la solución *greedy*- sino por algún atributo que tiene la solución guía *B*.

La **oscilación estratégica** guía los movimientos hasta que se llega a un límite que por lo general representaría un punto donde el método debe parar. En lugar de parar, se le permite al procedimiento cruzar ese límite modificando la definición de entorno y el criterio de evaluación, La repetición de este proceso oscilatorio de cruce de límite proporciona un marco adecuado para combinar estrategias de intensificación y diversificación.

Una ventaja de esta estrategia es que al moverse fuera de la frontera y retornar desde una diferente dirección se descubren oportunidades para mejoramiento

que no son alcanzables cuando la búsqueda está confinada de una manera estrecha.^[2]

En la figura 3.4 se representa gráficamente esta estrategia

Sea S el espacio de búsqueda (el espacio de todas las soluciones posibles)

3.4. Metodología de la búsqueda tabú

La búsqueda tabú procede como cualquier algoritmo de búsqueda: Dada una solución x se define un entorno o vecindario $N(x)$, se evalúa y se “mueve” a una mejor solución pero, en lugar de considerar todo el entorno o vecindario la búsqueda tabú define el entorno reducido $N^*(x)$ como aquellas soluciones disponibles (no tabú) del entorno de x .

^[2] Glover, Fred. “Tabu Search – Part I”, *ORSA Journal on computing*, v. 1, n. 3, pp. 198. Summer 1989

Algoritmo de la BÚSQUEDA TABÚ SIMPLE

Generar solución inicial x_0

$k := 1$.

$x = x_0$.

(x es la solución actual)

MIENTRAS la condición de finalización no se encuentre

HACER:

Identificar $N(x)$.

(Vecindario de x)

Identificar $T(x,k)$.

(Lista Tabú)

Identificar $A(s,k)$.

(Conjunto de Aspirantes)

Determinar $N^*(x,k) = \{N(x) - T(x,k)\} \cup A(x,k)$. (Vecindario reducido)

Escoger la mejor $x \in N^*(x,k)$

“Guardar” x si mejora la mejor solución conocida $x_k := x$.

Actualizar la lista tabú

$k := k+1$.

FIN MIENTRAS

Al confeccionar la Lista Tabú se debe considerar:

- Si sus elementos son soluciones completas o atributos.
- Tamaño de la lista tabú (*tabú tenure*).
- Si se usara memoria de atributos, elección de los atributos para almacenar en la lista tabú.
- Establecer un criterio mediante el cual un movimiento tabú pueda ser aceptado (nivel de aspiración).

3.5. ¿Qué se necesita para su implementación?

Algo que es básico e indispensable es que el solucionador del problema, el que usará la metaheurística de búsqueda tabú, esté familiarizado con el problema, conozca su naturaleza, la forma de las soluciones factibles de tal manera que pueda sugerir la configuración de la lista tabú, del vecindario y el criterio de aspiración.

En la tabla 3.1 se presentan los componentes del algoritmo de Búsqueda tabú que deben estar determinados con claridad y precisión.

Tabla 3.1

Componente	Símbolo	Descripción
Función Objetivo	$f(x)$	La función que nos permite identificar la calidad de la solución, generalmente es maximizar o minimizar una expresión lineal o no lineal
Espacio de Soluciones	S	El conjunto de soluciones posibles, puede estar dado explícitamente o estar dada la estructura de la solución, generalmente en R^n
Vecindario	$N(x)$	Las posibles soluciones que pueden seguir a x . En el método simplex serían todos los arreglos tal que una variable actualmente básica pasa a tener un valor cero y una no básica pasa a ser básica $N(x) \subset S$
Lista Tabú	$T(x,k)$	Lista de las posibles soluciones que no pueden ser elegidas en la actual iteración. Pueden ser las “L” soluciones anteriores o los L últimos movimientos
Conjunto de aspirantes o candidatos	$A(x,k)$	Soluciones que tienen algún atributo que las hace elegibles aún si estuvieran en la lista tabú. El conocimiento del “experto” es importante para determinar qué soluciones pueden aspirar a ser solución en la iteración k .
Número máximo de iteraciones	MAXITER	Para evitar que el algoritmo entre en un proceso sin fin, es aconsejable establecer una cota superior de iteraciones posibles.

A continuación se presenta un breve resumen de este capítulo

Luego de especificar las características se procede a aplicar el algoritmo de la búsqueda tabú, el cual se detallará paso a paso en el ejemplo dado en el capítulo 4.

Resumen del capítulo 3

La búsqueda tabú es una metaheurística de búsqueda agresiva, es decir, trata de evitar que la búsqueda quede "atrapada" en un óptimo local.

Tiene las siguientes características:

Memoria	Corto Plazo	Almacena soluciones o atributos de soluciones recientemente visitadas para evitar los ciclos. Las soluciones recientemente visitadas se marcan como tabú para no caer en ellas nuevamente. La memoria puede ser de soluciones o de atributos, esta última tiene como objetivo registrar los atributos más comunes de un subconjunto de soluciones seleccionadas durante un cierto período de búsqueda que con más probabilidad lleven hacia mejores zonas para explorar.
	Largo Plazo	Su objetivo es diversificar la búsqueda sobre regiones poco exploradas y/o intensificar la búsqueda privilegiando los atributos que se presentan en las mejores soluciones.
Atributos	Reciente	Los últimos L movimientos.
	Frecuente	La frecuencia de veces que ha ocurrido una solución en el pasado.
Estrategias	Intensificar	Búsqueda vertical (se explora en el vecindario cercano a una buena solución, o se enfatiza en los atributos comunes a las soluciones de elite).
	Diversificar	Búsqueda horizontal (se buscan otros entornos no explorados, considera atributos poco usados en el pasado).
	Re-encadenamiento (Path relinking)	Integración de las estrategias de intensificación y diversificación, por medio de la generación de nuevas soluciones obtenidas al explorar las trayectorias que conectan las buenas soluciones.
	Oscilación estratégica	No detenerse cuando se llega al "límite", sino cruzarlo modificando la definición del vecindario y/o el criterio de evaluación.

Involucra los siguientes elementos:

- Función Objetivo
- Espacio de Soluciones
- Vecindario
- Lista Tabú
- Criterio de aspiración
- Conjunto de aspirantes o candidatos