

atp=

ALM i praksis - Dag 2

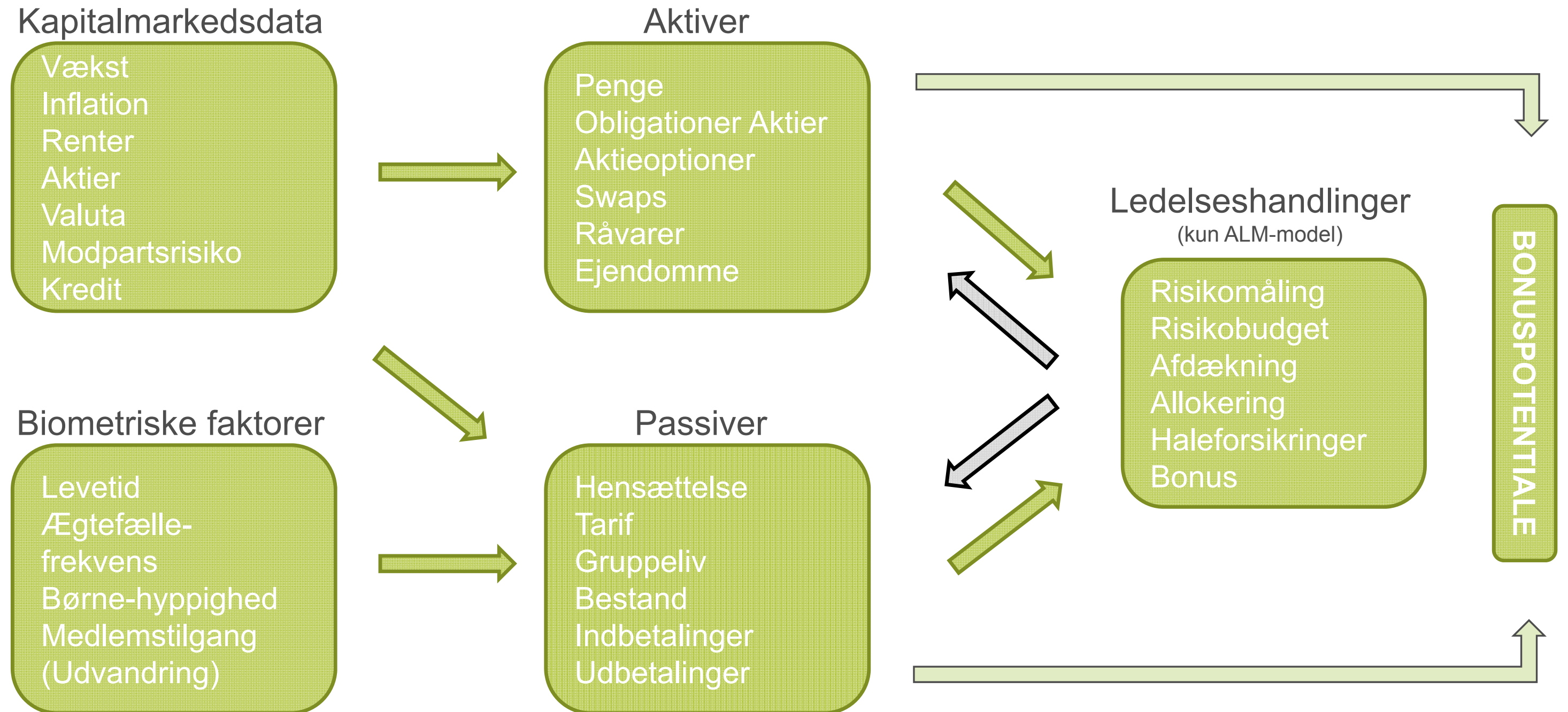
1. og 2. november 2016

Den Danske Aktuarforening

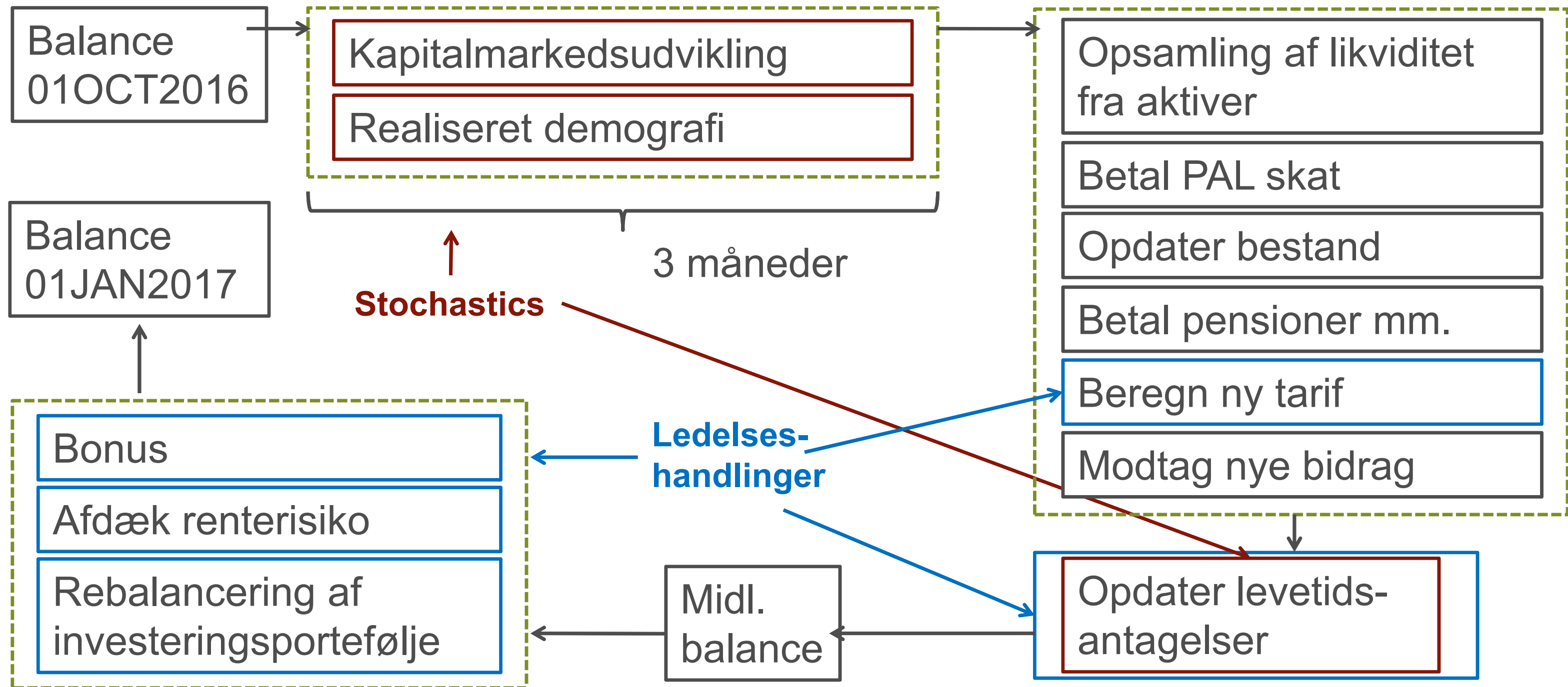
Indhold – Blok C

- **Modellering af aktiver**
 - Aktier – og aktielignende investeringer
 - Obligationsporteføljer. Omlægning.
- **Modellering af passiver**
 - Repræsentation og aggregering af passiver
- **Ledelseshandlinger**
 - Afdækningsstrategi,
 - Risikostyring
 - Depotrente/bonus

Overordnet modelstruktur



Overordnet beregningsflow



atp=

Modellering af aktiver

Modellering af aktiver

- **Aktiver modelleres som *porteføljer***
 - Hvis vi investerede direkte i f.eks. obligationer, så *udløber* de undervejs i simulationen
 - Nogle aktiver udløber ikke
 - F.eks. Aktier og valuta
 - For aktiver som udløber, skal der specificeres en omlægningsregel
- **Aktiver producerer likviditet**
 - Aktier betaler udbytte (dividende) til ejerne
 - Obligationer giver løbende kuponbetalinger
- **Værdien af en investering *ultimo* perioden er summen af markedsværdi og likviditet**

Aktier – og aktielignende - investeringer

- **Aktieafkast følger afkastet på ét af aktieindeksene, S , i kapitalmarkedsmodellen**
 - Vi modellerer udbytte, som en fast procentdel af markedsværiden

$$V_{i+1} = V_i(S_{i+1}/S_i - D)$$

$$L_{i+1} = V_i \cdot D$$

- hvor V er kursen hhv. primo og ultimo perioden
- D er en fast, løbende dividende
- S værdien af det underliggende aktieindeks

Bemærk:

$$\frac{(V_{i+1} + L_{i+1})}{V_i} = \frac{S_{i+1}}{S_i}$$

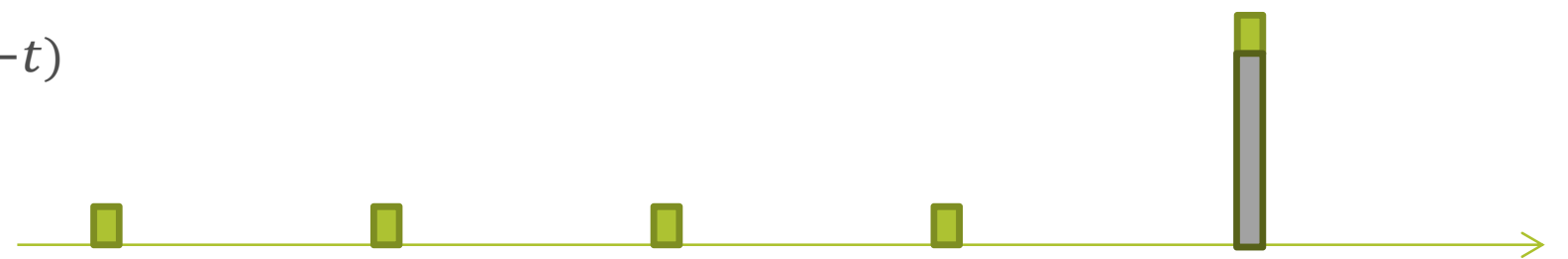
Obligationer (1)

- **Obligationsporteføljer omlægges automatisk til en fast varighed**
 - hvis det kan lade sig gøre
 - Ved at optimere "carry" – under hensyn til handelsomkostninger ved omlægning
- **Omlægning forudsætter et marked for obligationer**
 - Vi antager typisk, at der udstedes en ny 11-årig obligation hvert år (Danske statsobligationer)
 - Kuponen på den nye obligation fastsættes i skridt af 0,25 pct.-point, så kursen bliver tæt på 100
 - Der vil til enhver tid være 11 forskellige obligationer at investere i
 - (Et andet typisk valg er en ny 30-årig obligation hver 2./5. år (tyske Bunds))

Recap: Bullet bond (stående lån)

- En 'bullet' obligation består af
 - en række faste, årlig kuponbetalinger
 - tilbagebetaling af hovedstol ved udløb

$$PV(t, R_t(\cdot)) = \sum_{i=1}^n cf_{T_i} \cdot (1 + R_t(T_i))^{-(T_i-t)}$$



- (Relativ) varighed er givet ved

$$D = - \left. \frac{\partial PV(t, R_t(\cdot) + k)}{\partial k} \right|_{k=0} / PV(t, R_t(\cdot))$$

- En typisk værdi for varighed er 6 år (=6 pct. af PV)
- Det er ikke givet, at varighedsmålet kan nås for høje renteniveauer

Obligationer (2)

- **Teknisk set, så løser vi**

$$\pi = \max_{\pi} U(M, \pi^0; \pi)$$

Obligationsmarked

Startportefølje

Målportefølje

- **hvor**

$$U(M, \pi^0; \pi) = \sum_{i \in M} [\underbrace{\pi_i C_i}_{\text{carry}} - \underbrace{\gamma |\pi_0 - \pi_i|}_{\text{Handelsomkostning}}]$$

Kupon

Handelsomkostning

- **Under de lineære begrænsninger**

$$\sum_{i \in M} \pi_i \cdot D_i = \tilde{D} (PV_0 + c) \quad (\text{Varighedstarget})$$

$$\sum_{i \in M} \pi_i \cdot P_i = PV_0 + c \quad (\text{Fuldt investeret})$$

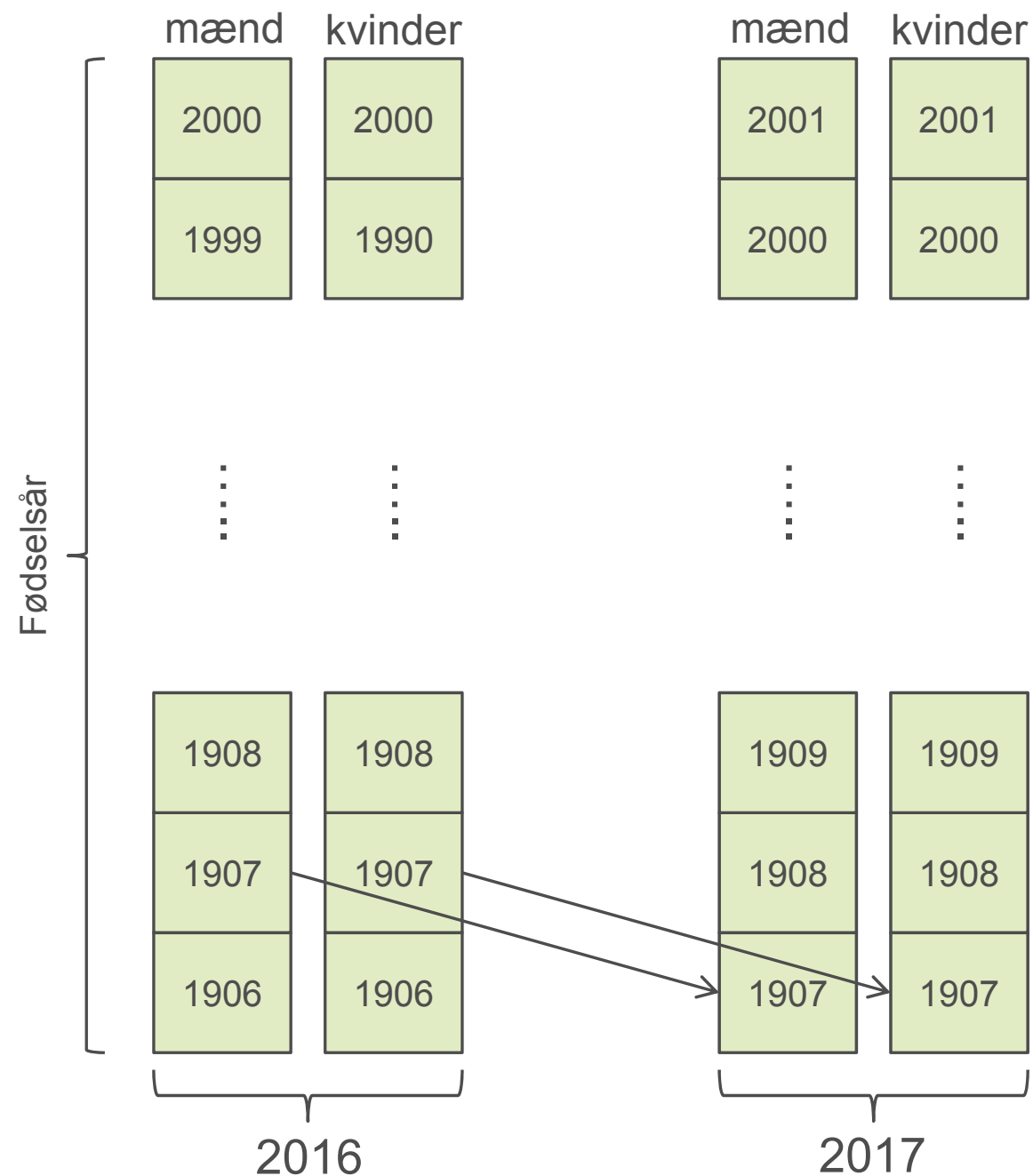
Swaps – til afdækning

- **Vi anvender typisk 3-8 swapporteføljer til afdækning**
 - Hver portefølje handler i én swap med en fast løbetid, f.eks. 10 år
 - Ved start har porteføljen en markedsværdi på nul.
 - I hvert skridt lukkes den gamle swap ...
 - ... – og en ny etableres med target løbetid og samme markedsværdi, som den gamle
 - Hvis markedsværdien overskrider en fastsat grænse, typisk 10 pct., så nulstilles markedsværdien til nul (som ved start).

atp=

Modellering af passiver

Fremskrivning af ATP's medlemsbestand



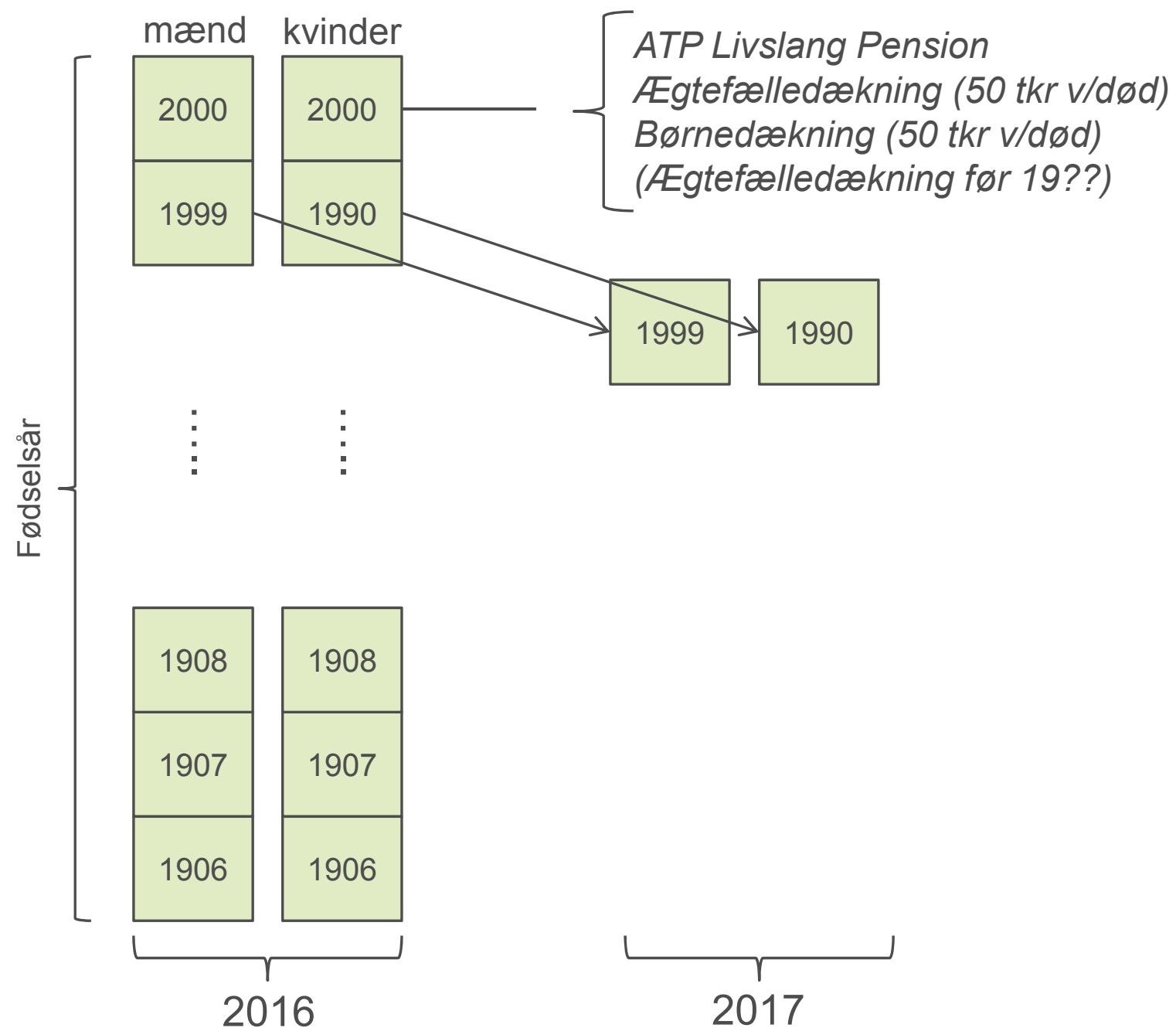
Fertilitet: Der "fødes" ca. 60.000 nye 16-årige medlemmer om året med en pensionsret på nul.

Indvandring: Der kommer nye medlemmer i alle aldersceller med en pensionsret på nul. Disse medlemmer udvander den gennemsnitlige pensionsret i cellen. Indvandring er aftagende med alder og ophører ved pensionsalderen.

Udvandring: Dvs. tilbagekøb. Ikke muligt i ATP.

Død: Medlemmer dør efter kohorte-specifik levetidsmodel. Maksimal alder er 110 år. Den anvendte dødelighed specificeres uafhængigt af f.eks. hensættelsesgrundlag. Kan være stokastisk.

Fremskrivning af ATP's ind- og udbetalinger



Policer: Hver alderscelle repræsenterer en gennemsnitlig forsikringsret i ATP indenfor fire policer.

Bidrag: Alle medlemmer under pensionsalderen indbetaler et aldersafhængigt bidrag til ATP. Bidraget anvendes til successivt først til risikodækningerne – derefter ATP Livslang Pension. Der beregnes ny, aldersafhængig tarif for hvert skridt i simulationen. Der er en karenperiode svarende til to årsbidrag for risikodækningerne.

Udbetalinger: Alle medlemmer over pensionsalderen modtager pension. Der udbetales hhv. ægtefælle- og børnedækning til (unge) afdøde efter kohortespecifik model for hhv. ægtefælle og børnefrekvens.

atp=

Ledelseshandler

Ledelseshandlinger

- **Der anvendes tre ledelseshandlinger i hvert tidsskridt**
 1. Renteafdækning af passiverne
 2. Køb/salg af aktiver indenfor det fastsatte risikobudget
 3. Tilskrivning af depotrente/bonus

Renteafdækning

- **I modellen afdækkes passiverne alene med renteswaps**
 - I praksis består ATP's afdækningsportefølje af 50/50 af obligationer og swaps
- **Der er én swapportefølje per nøglerente i modellen**
- **Afdækningsalgoritme**
 1. Beregn rentefølsomheden af passiverne for n nøglerenter, $\{L_1, \dots, L_n\}$
 2. Beregn rentefølsomheden af *hver* swapportefølje for n nøglerenter, $\{D^m_1, \dots, D^m_n\}$
 3. Beregn vægtene for hver af swapporteføljerne, så nøglerenteprofilen for passiverne bliver lig nøglerenteprofilen af passiverne *efter skat*.

Renteafdækning

- **Hedging er nu et simpelt lineært problem**

- Fastsat antallet af nøglerenter, f.eks. 10, 20 og 30 år
- Løs 'hedge-ligningen'

$$(1 - PAL) \begin{Bmatrix} D^1_{10Y} & D^2_{10Y} & D^3_{10Y} \\ D^1_{20Y} & D^2_{20Y} & D^3_{20Y} \\ D^1_{30Y} & D^2_{30Y} & D^3_{30Y} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L_{10Y} \\ L_{20Y} \\ L_{30Y} \end{Bmatrix}$$

- hvor D^i_T er den T-årige nøglevarighed af den i 'te swap
- L_T er den T-årige nøglevarighed af passiverne

- ***Hedget er 'gratis' at etablere, da nutidsværdien af swaps er nul ved indgåelse***
 - *men ikke risikofrit!*

Opdeling i investerings- og afdækningsaktiviteter

- Det er muligt at lave en (næsten) eksakt opdeling af investerings- og afdækningsaktiviteterne
- ATP aflægger separat (del-)regnskab for hver af disse aktiviteter
- Investeringsvirksomheden har meget mere likviditet til rådighed end bonuspotentiallet

Investment Activities	Hedging Activities
<div>Investment portfolio</div>	<div>Reserve</div> <div>Funding Account</div>
<div>Swap/Repo</div> <div>Long Leg</div>	<div>Swap/Repo</div> <div>Short Leg</div>

Investeringsstrategi

- **Investeringsstrategien har to komponenter**

1. Risikomåling

- En beslutning om hvordan man *måler* risiko
- Måling af markedsmæssige, forsikringsmæssige og øvrige risici

2. Risikobudget

- En beslutning om hvor *stor* risikoen må være
- Tilpasset til selskabets økonomiske situation
- Langsigtsdynamik og bonusevne kan tilsige begrænsninger i risikobudgettet

Risikomåling

- **Risikomål**

- **Bør omfatte hele balancen. For eksempel**
 - $\text{VaR}_{99,5\%,1Y}$ på bonuspotentiallet, egenkapital, ...
 - Sandsynligheden for tab af bonuspotentiale, egenkapital, ... på given horisont
- **Kvantificerer risikoen med den nuværende balancesammensætning**

- **Risikomodel**

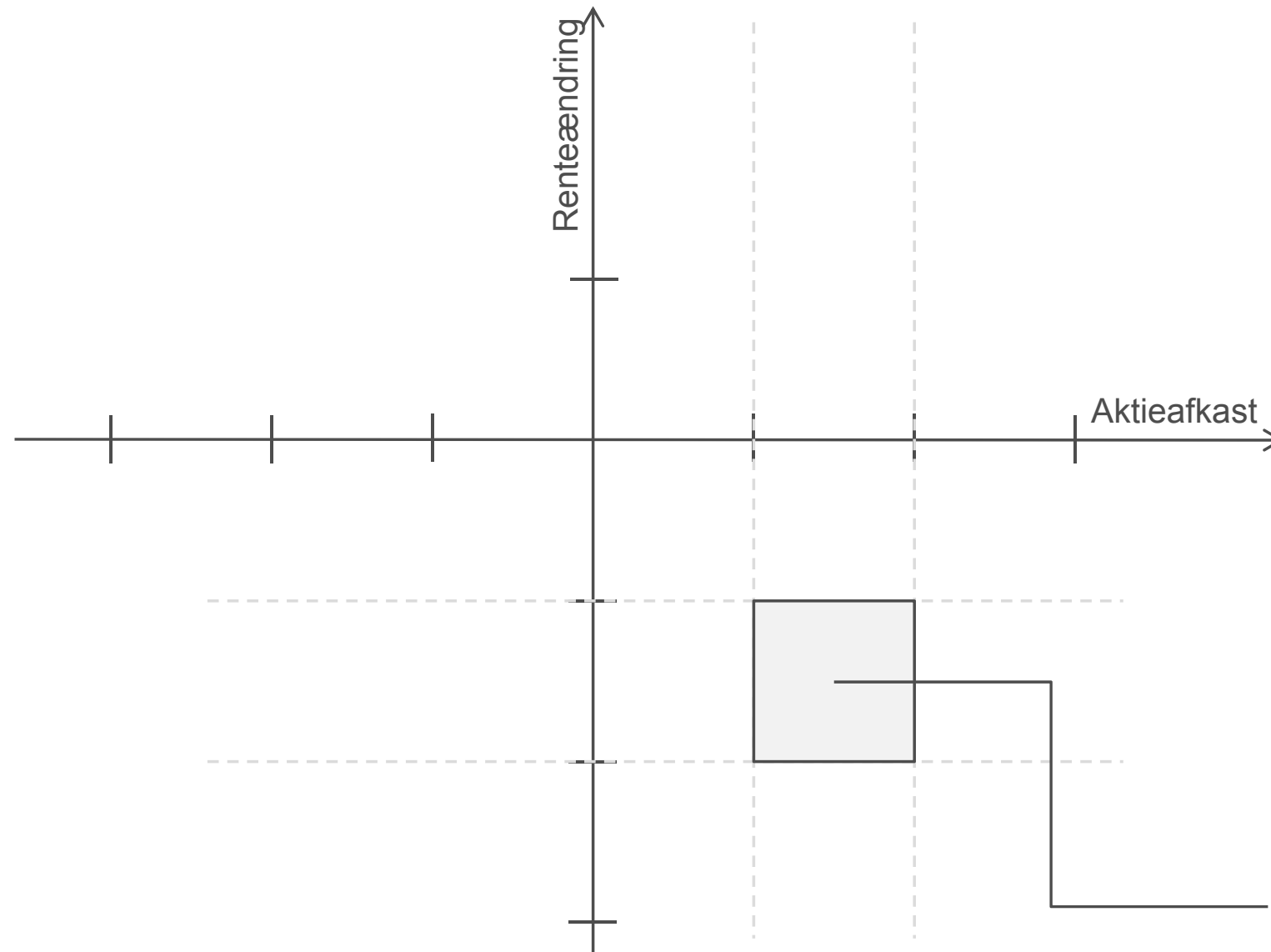
- **Stokastisk eller baseret på stress tests**
- **I kurset anvender vi en simpel model for aktier og obligationer**
 - Sandsynlighedsfordelingen beregnes på et 61 x 61 gitter af hhv. aktie- og renteudfald

Risiko model (Intern Model)

$$\Delta BP = (1 - PAL)(E\Delta e - D_B\Delta r + 0.5 \cdot (0.06 \cdot D_B)\Delta r^2) + (1 - PAL)(-D_H\Delta r + 0.5 \cdot (0.18 \cdot D_H)\Delta r^2) - (-D_L\Delta r + 0.5 \cdot (0.2 \cdot D_L)\Delta r^2)$$

Kvadratisk
approximation
af renteændring

Approximation
af konveksitet



$$P = \frac{\Delta e}{\sqrt{2\pi\sigma_e^2}} e^{-\frac{(e-\mu_e)^2}{2\sigma_e^2}} \cdot \frac{\Delta r}{\sqrt{2\pi\sigma_r^2}} e^{-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}}$$

$$\begin{aligned} n &= 61 \\ \mu_e &= 5\% \\ \sigma_e &= 20\% \\ e &\in (-0.6, 0.6) \\ \sigma_r &= 1.2\% \\ r &\in (-0.025, 0.025) \end{aligned}$$

Risikobudget

- **Styring: Risiko \leq Risikobudget**

- Risikoen og risikobudgettet opgøres dagligt (hyppigt)

- **Fastsættelse af risikobudgettet**

- I forhold til at forhindre insolvens er selve størrelsen af risikobudgettet af mindre betydning, det vigtige er at det reduceres i takt med størrelsen af selskabets frie midler ("bonuspotentiale"). Dette sikrer den rigtige risikoreducerende adfærd.

- Vi har god erfaring med affine risikobudgetter, dvs.

- $RB = \max(0, \beta \cdot (BP - \alpha))$

- **Begrænsning af risikobudgettet**

- Af hensyn til langsigtdynamikken kan det være nødvendigt at have et loft, L , på risikoen/risikobudgettet for at undgå for stor volatilitet på balancen.

- L angiver, hvor mange gange balancen må være gearet: $\text{Markedsværdi af investeringsporteføljen} \leq L \cdot (GY + BP)$

Omlægning af investeringsporteføljen

- **Investeringsporteføljen deles i delporteføljer**

- En delportefølje består typisk af 1-3 basisporteføljer (obligationer, aktier, mv)

1. **Hver delportefølje omlægges, så hver basisportefølje bidrager med 1/n af den samlede risiko**

$$Risk(pf_i) / \sum Risk(pf_j) = 1/n$$

2. **Delporteføljerne omlægges, så hver delportefølje bidrager med en fastsat andel af den samlede risiko**

- **Eksempel: Aktierisiko 30 pct. Renterisiko 60 pct. Råvarer 10 pct.**

$$Risk(factor_{eq}) / \sum Risk(factor_j) = 0.30$$

3. **Investeringsporteføljen skaleres, den samlede balancerisiko svarer til risikobudgettet**

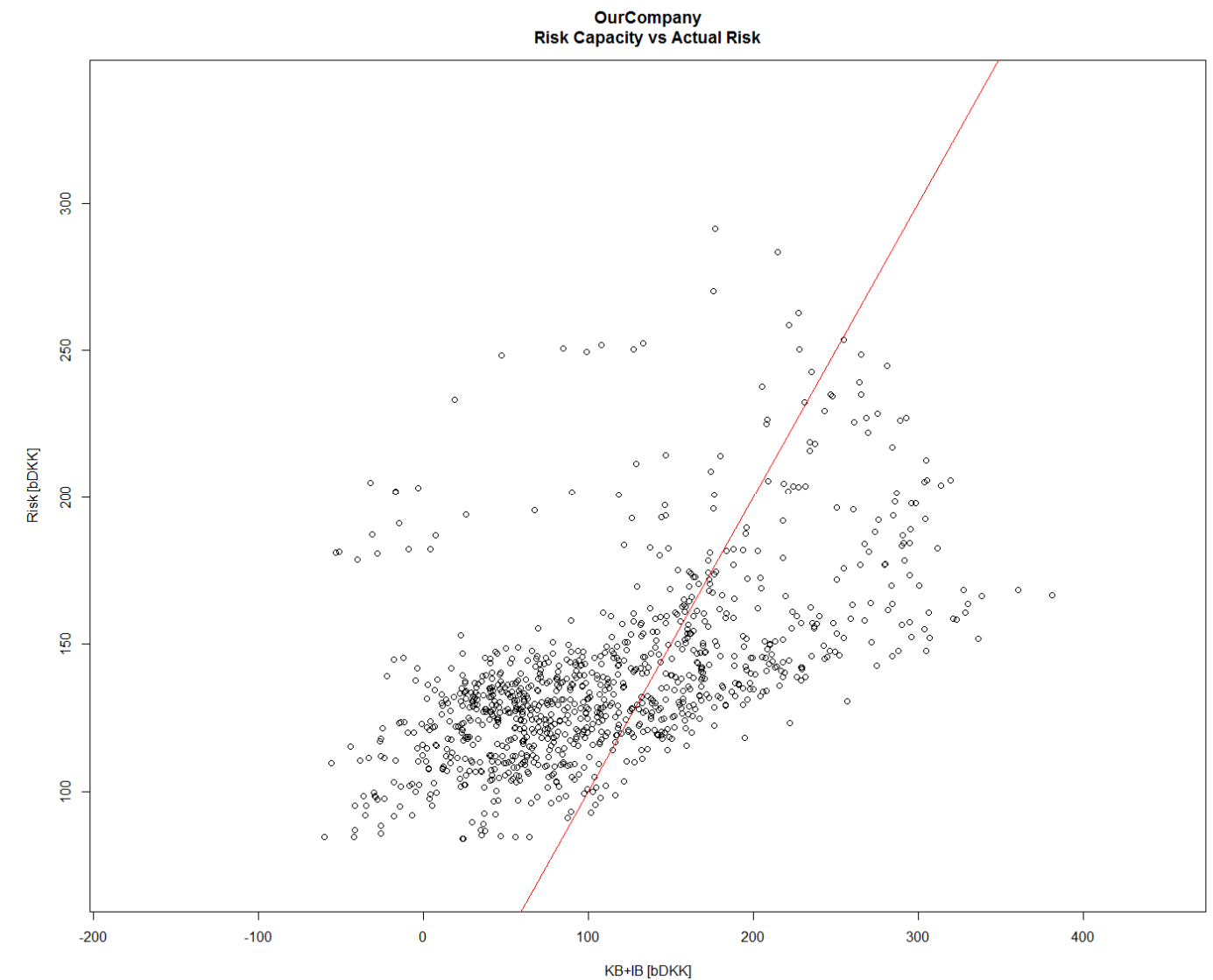
$$Risk(balance) \leq RB \quad \wedge \quad \sum MV(pf_i) \leq L$$

Investeringsporteføljen – De enkelte porteføljer

PFTAG	PFGROUP	PFNAME	META1	RISIKOFAKTOR
BondDNK	BETA	Inspection15 DKK GovtBond	BB RATE	Dansk statskurve / 6 år varighed
BondHY	BETA	Inspection15 EUR HighYieldBond	BB ARP	High-Yield kurve / 6 år varighed
BondINFL	BETA	Inspection15 EUR InflLinkedBond	BB ARP	HICP Break-Even Inflation / 6 år varighed
BondUS	BETA	Inspection15 EUR GovtBond	BB RATE	Tysk statskurve / 6 år varighed
ComGOLD	BETA	GOLD USD	BB INFL	Guld
ComOIL	BETA	OIL USD	BB INFL	Olie
EqDNKC20	BETA	DNKC20	BB EQEU	OMX C20
EqEUSTOXX	BETA	EUROSTOXX	BB EQEU	EuroStoxx50
EqPRIV	BETA	private equity	BB ARP	Bloomberg PRIVEX
EqSP500	BETA	SP500 USD	BB EQUUS	SP500

"Vores" selskab

- **Selskabet har hidtil ført en langsigtet investeringsstrategi**
 - andelen af aktier og obligationer udgør en fast andel af balancen
- **Der er ikke nogen sammenhæng mellem selskabets investeringspolitik og risikoen for at blive insolvent**
 - Det har heller ikke været klart, hvordan fordelingen mellem risiko fra hhv. afdækning og investering skulle fordeles



Øvelse: Risikostyring

● Opgave

- **Diskutér hvordan selskabets risikokapacitet (IB+KB) bør fordeles mellem afdækning og investering mhp. at minimere selskabets risiko for at blive insolvent**
- **Fastsæt derfor (igen) jeres afdækningsstrategi**
 - Vælg hvilke løbetider, jeres selskab afdækker
 - vælg 2-5 løbetider
 - Hvilken afdækningsgrad, jeres selskab skal anvende
- **Fastsæt jeres investeringsstrategi**
 - Hvor stor en del af investeringsrisikoen skal være aktier (i pct.)
 - Hvad er jeres risikobudget: $RB = \max(0, \beta \cdot (BP - \alpha))$.
 - Angiv jeres α i mia. kr. og et $\beta \in (0,5)$.
 - Hvad er den maksimale gearing: $L \in (0,3)$

Bonus i ATP

- **Udgangspunktet er, at ATP giver bonus, når bonusgraden overstiger 20 pct**
 - Bonusgrad = Bonuspotentiale / Garanterede Ydelser
 - Målsætningen er, at give inflationen i bonus
- **Der kan ikke gives mere i bonus, end at bonusgraden *efter bonus* er mindst 20 pct.**

Bonusgrænse

Bonusprocent

$$\frac{BP - GY \cdot b}{GY \cdot (1 + b)} \geq g$$

$$\Rightarrow b \leq b_{max} = \max \left(0, \frac{\frac{BP}{GY} - g}{1 + g} \right)$$

Aktuel bonusgrad

$$\frac{BP}{GY}$$

ATP's bonuspolitik (i ALM-modellen)

1. Inflationsbonus

- ATP's vejledende bonuspolitik
- $b_{infl} = \min(b_{max}, infl)$

2. "Speed-bonus"

- Der vil være scenarier, hvor afkastet overstiger inflationen
- $b_{speed} = 0.5 \cdot \max(0, b_{max} - b_{infl})$

3. Samlet bonus

- $b = b_{infl} + b_{speed}$
- **Bonus gives ved at forhøje de optjente pensionsrettigheder med den samlede bonusprocent**

Kontorente i øvelserne (bonus)

- I øvelserne vil vi anvende én regel for bonus

- **"Speed-kontorente"**

- $b_{speed} = s \cdot \max(0, b_{max})$
- Hvor "bonusgraden" måles som KB/RH – dvs. KB som andel af den retrospektive reserve.

$$b_{max} = \max\left(0, \frac{\frac{KB}{RH} - g}{1 + g}\right)$$

- **Bonus gives ved at forhøje depoterne med kontorenten**

- Pensionsret opskrives automatisk, når RH overstiger værdien af pensionsretten på 1. ordens grundlaget

Øvelse: Direktørprøven

● Opgave

● Fastsæt jeres afdækningsstrategi

- Vælg hvilke løbetider, jeres selskab afdækker
 - vælg 2-5 løbetider
- Hvilken afdækningsgrad, jeres selskab skal anvende

● Fastsæt jeres investeringsstrategi

- Hvor stor en del af investeringsrisikoen skal være aktier (i pct.)
- Hvad er jeres risikobudget: $RB = \max(0, \beta \cdot (BP - \alpha))$.
 - Angiv et jeres α i mia. kr. og et $\beta \in (0,5)$.
- Angiv jeres maksimale gearing $L \in (0,3)$

● Fastsæt jeres strategi for at give depotrente

- Fastsæt grænsen, g , for, hvornår der tilskrives kontorente
- Fastsæt, hastigheden, s , for, hvor hurtigt, der tilskrives kontorente

● Nye udfordringer

● Lavrente scenario

- Aktieafkast: 3.5 pct. i gns, 18.4 pct. std.afv.
- Obligationsafkast: 0.6 pct. i gns, 2.4 pct. std.afv.
- Korrelation: - 7 pct.

● Grundlagsrente: 0,5 pct

● Solvens (KB/RH): 10 pct.