

Andengradslininger Opgaver

Ask Madsen

July 2, 2024

Andengradsligninger

For at løse andengradsligninger skal vi bruge følgende formler

Theorem 1 *Løsning af andengradsligning*

Hvis vi har en andengradsligning på følgende form

$$ax^2 + bx + c$$

Hvor diskriminanten D beregnes ved

$$D = b^2 - 4ac$$

Har andengradsligningen følgende løsninger

Hvis $D < 0$ findes der ingen løsninger

Hvis $D = 0$ findes der en løsning

$$x = \frac{-b}{2a}$$

Hvis $D > 0$ findes der 2 løsninger

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Vi vil nu vise 3 eksempler hvor vi løser 3 andengradsligninger der har 0, 1 og 2 løsninger.

Eksempel 1: 0 løsninger

Vi er givet andengradsligningen $x^2 + 1 = 0$.

Vi aflæser først a , b og c værdien ud fra den generelle andengradsligning $ax^2 + bx + c = 0$.

a værdien er den værdi der står foran x^2 , b værdien er den værdi der står foran x og c værdien er den værdi der står for sig selv. Vi har

$$a = 1$$

$$b = 0$$

$$c = 1$$

Når vi har aflæst værdierne kan vi beregne diskriminanten D . Diskriminanten viser os hvor mange løsninger vores andengradsligning har.

$$D = b^2 - 4ac = 0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -4$$

Da $D < 0$ har vores andengradsligning ingen løsninger.

Eksempel 2: 1 løsning

Vi er givet andengradsligningen $x^2 - 4x + 4 = 0$.

Vi aflæser først a , b og c værdien ud fra den generelle andengradsligning $ax^2 + bx + c = 0$.

a værdien er den værdi der står foran x^2 , b værdien er den værdi der står foran x og c værdien er den værdi der står for sig selv. Vi har

$$a = 1$$

$$b = -4$$

$$c = 4$$

Når vi har aflæst værdierne kan vi beregne diskriminanten D . Diskriminanten viser os hvor mange løsninger vores andengradsligning har.

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 16 - 16 = 0$$

Da $D = 0$ har vores andengradsligning 1 løsning givet ved $x = \frac{-b}{2a}$. Løsningen bliver

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{- - 4}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2$$

Eksempel 3: 2 løsninger

Vi er givet andengradsligningen $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Vi aflæser først a , b og c værdien ud fra den generelle andengradsligning $ax^2 + bx + c = 0$.

a værdien er den værdi der står foran x^2 , b værdien er den værdi der står foran x og c værdien er den værdi der står for sig selv. Vi har

$$\begin{aligned}a &= 1 \\b &= -5 \\c &= 6\end{aligned}$$

Når vi har aflæst værdierne kan vi beregne diskriminanten D . Diskriminanten viser os hvor mange løsninger vores andengradsligning har.

$$D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$$

Da $D > 0$ har vores andengradsligning 2 løsninger givet ved $x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$ og $x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$. Løsningerne bliver

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{- - 5 + \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5+1}{2} = 3 \\x_2 &= \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{- - 5 - \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5-1}{2} = 2\end{aligned}$$

Opgaver

1. $4x^2 - 2x + 5 = 0$
2. $x^2 - 1 = 0$
3. $x^2 - 9 = 0$
4. $x^2 - 3x - 10 = 0$
5. $x^2 - 10x + 21 = 0$
6. $x^2 - 25 = 0$
7. $x^2 - 3x - 28 = 0$

8. $x^2 - 9 = 0$

9. $x^2 + x - 72 = 0$

10. $x^2 - 16x + 55 = 0$

Facit

1. Ingen løsning
2. $x = 1 \vee x = -1$
3. $x = 3 \vee x = -3$
4. $x = 5 \vee x = -2$
5. $x = 7 \vee x = 3$
6. $x = -5 \vee x = 5$
7. $x = -4 \vee x = 7$
8. $x = -3 \vee x = 3$
9. $x = 8 \vee x = -9$
10. $x = 11 \vee x = 5$