Multiplikation af parenteser
Opgaver

Ask Madsen

June 30, 2024

Multiplikation af parenteser

Når vi ganger 2 parenteser sammen skal vi altid gange alle ledene i den ene parentes med alle ledene i den anden parentes. Et led er typisk adskilt af enten et + eller et -. Vi ganger 2 parenteser sammen som nedenfor

Theorem 1 *Multiplikation af parenteser*

$$(a+b)\cdot(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

Eksempel 1: Gange 2 parenteser sammen

Beregn følgende udtryk: $(a+3)\cdot(b-4)$.

Vi ganger det første led i den første parenten, a, ind på ledene i den anden parentes, b og -4, derefter ganger vi det andet led, 3, ind på alle ledene i den anden parentes og får

$$(a+3)\cdot(b-4) = a\cdot b + a\cdot(-4) + 3\cdot b + 3\cdot(-4) = ab - 4a + 3b - 12$$

I nogle tilfælde kan vi gange 2 parenteser sammen på en smartere måde. Her kan vi benytte os af de 3 kvadratsætninger som er givet ved

Theorem 2 *Første kvadratsætning*

Lad a og b være 1 tal og 1 bogstav eller 2 forskellige bogstaver så gælder det at

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

Theorem 3 *Anden kvadratsætning*

Lad a og b være 1 tal og 1 bogstav eller 2 forskellige bogstaver så gælder det at

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

Theorem 4 *Tredje kvadratsætning*

Lad a og b være 1 tal og 1 bogstav eller 2 forskellige bogstaver så gælder det at

$$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$$

Kvadratsætningerne kan kun bruges på parenteser som indeholder de samme led. Ledene må dog godt være adskilt af både + og -.

For at snakke om i hvilke tilfælde vi benytter os af kvadratsætningerne er det lettest at snakke ud fra en række eksempler.

Eksempel 2: Brug af første kvadratsætning

Hvis vi i en opgave støder på følgende parentes $(x+3)^2$ eller $(x+3)\cdot(x+3)$ kan vi her benytte os af første kvadratsætning til at ophæve parentesen. Vi kan bruge første kvadratsætning så længe parentesen indeholder

2 led adsklit af et plus hvor de 2 led enten består at 1 tal og 1 bogstav eller 2 forskellige bogstaver. I vores tilfælde består de 2 led af 1 bogstav x og et tal 3. Bruger vi første kvadratsætning får vi

$$(x+3)^2 = x^2 + 3^2 + 2 \cdot x \cdot 3 = x^2 + 9 + 6x$$

Hvis vi ikke havde brugt første kvadratsætning kunne vi ophæve parentesen på følgende måde

$$(x+3)^2 = (x+3) \cdot (x+3) = x^2 + 3x + 3x + 3^2 = x^2 + 6x + 9$$

Da dette både er mere besværgeligt og tager længere tid benytter man i stedet for kvadratsætningerne.

Eksempel 3: Brug af anden kvadratsætning

Hvis vi i en opgave støder på følgende parentes $(x-3)^2$ kan vi her benytte os af anden kvadratsætning da de 2 led i parentesen er adskilt af et minus. Vi får

$$(x-3)^2 = x^2 + 3^2 - 2 \cdot x \cdot 3 = x^2 + 9 - 6x$$

Eksempel 4: Brug af tredje kvadratsætning

Hvis vi i en opgave støder på følgende parentes $(x+3)\cdot(x-3)$ kan vi her benytte os af den tredje kvadratsætning da de 2 parenteser indeholder de samme led, men i den ene parentes er de adskilt af plus og i den anden af minus. Vi får

$$(x+3) \cdot (x-3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$$

I vil nu blive testet i at benytte jer af de rigtige kvadratsætninger, og om en af de 3 kvadratsætninger overhovedet kan bruges i de følgende opgaver.

Opgaver

Opgave 1:

Beregn $(3+a) \cdot (5-a)$

Opgave 2:

Beregn $(4+a) \cdot (4+a)$

Opgave 3:

Beregn $(5-a) \cdot (5+a)$

Opgave 4:

Beregn $(3-a) \cdot (3-a)$

Opgave 5:

Beregn $(a+2) \cdot (a+2)$

Opgave 6:

Beregn $(a-3)\cdot(a+3)$

Opgave 7:

Beregn $(a-5)\cdot(a-5)$

Opgave 8:

Beregn $(a+2)\cdot(a+4)$

Facit

Opgave 1: I denne opgave kan ingen af de 3 kvadratsætninger bruges.

$-a^2 + 2a - 15$

Opgave 2: I denne opgave kan 1. kvadratsæting bruges.

$a^2 + 8a + 16$

Opgave 3: I denne opgave kan 3. kvadratsætning bruges.

$-a^2 + 25$

Opgave 4: I denne opgave kan 2. kvadratsætning bruges.

$a^2 - 6a + 9$

Opgave 5: I denne opgave kan 1. kvadratsætning bruges.

$a^2 + 4a + 4$

Opgave 6: I denne opgave kan 3. kvadratsætning bruges.

$a^2 - 9$

Opgave 7: I denne opgave kan 2. kvadratsætning bruges.

$a^2 - 10a + 25$

Opgave 8: I denne opgave kan ingen af de 3 kvadratsætninger bruges.

$a^2 + 6a + 8$