Øvelse 2.1,1

1. Tegn linjen med ligningen 6x - 2y + 2 = 0

Først omskriver vi ligningen til en form så vi kan indtegne den i et koordinatsystem. Der er 3 tilfælde. Er der både x og y med i ligningen vil vi gerne omskrive til følgende form

$$y = ax + b$$

Da dette er tilfældet i denne opgave skal vi altså isolere y

$$6x - 2y + 2 = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$\frac{6x}{2} - \frac{2y}{2} + \frac{2}{2} = 0$$ Dividerer med 2 for at 2y bliver til y

$$\Updownarrow$$

$$3x - y + 1 = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$3x - y + 1 + y = 0 + y$$ Lægger y til på begge sider

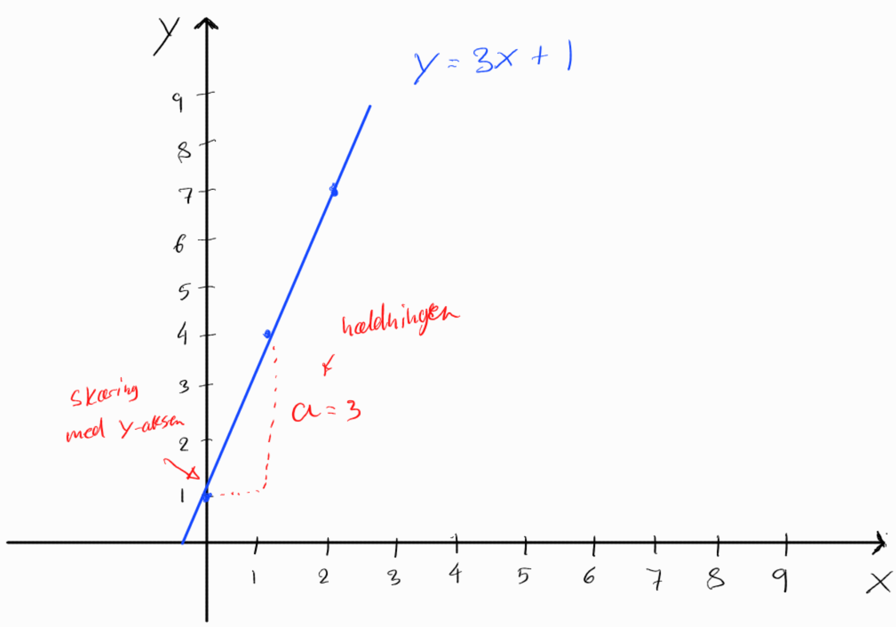
$$\Updownarrow$$

$$3x + 1 = y$$

$$\Updownarrow$$

$$y = 3x + 1$$

Nu har vi isoleret y i ligningen så vi har den på formen $y = ax + b$
For at indtegne den i koordinatsystemet skal vi huske at b er skæringen med y - aksen og a er hældningen dvs når vi går 1 hen ad x aksen går vi a op eller ned af y - aksen.



2. Tegn linjen med ligningen 2x - 4 = 0

Da vi kun har x i ligningen skal vi omskrive den til formen $x = a$
Her er a et vilkårligt tal

$$2x - 4 = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$\frac{2x}{2} - \frac{4}{2} = 0$$ Dividerer med 2 så 2x bliver til x

$$\Updownarrow$$

$$x - 2 = 0$$

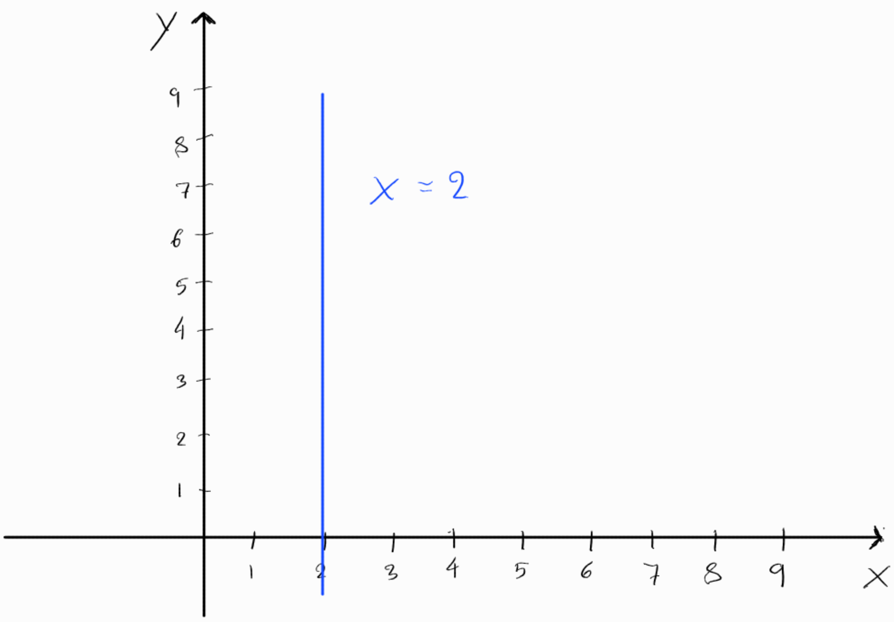
$$\Updownarrow$$

$$x - 2 + 2 = 0 + 2$$ Lægger 2 til på begge sider

$$\Updownarrow$$

$$x = 2$$

Når vi har noget på formen $x = a$ tegner man en lodret linje i koordinatsystemet der går gennem x = a



3. Tegn linjen med ligningen 0 = 4y - 2

Da ligningen kun indeholder y skal vi omskrive den til formen $y = a$
Hvor a er et vilkårligt tal.

$$0 = 4y - 2$$

$$\Updownarrow$$

$$0 = \frac{4y}{4} - \frac{2}{4}$$ Divider med 4 så 4y bliver til y

$$\Updownarrow$$

$$0 = y - \frac{1}{2}$$

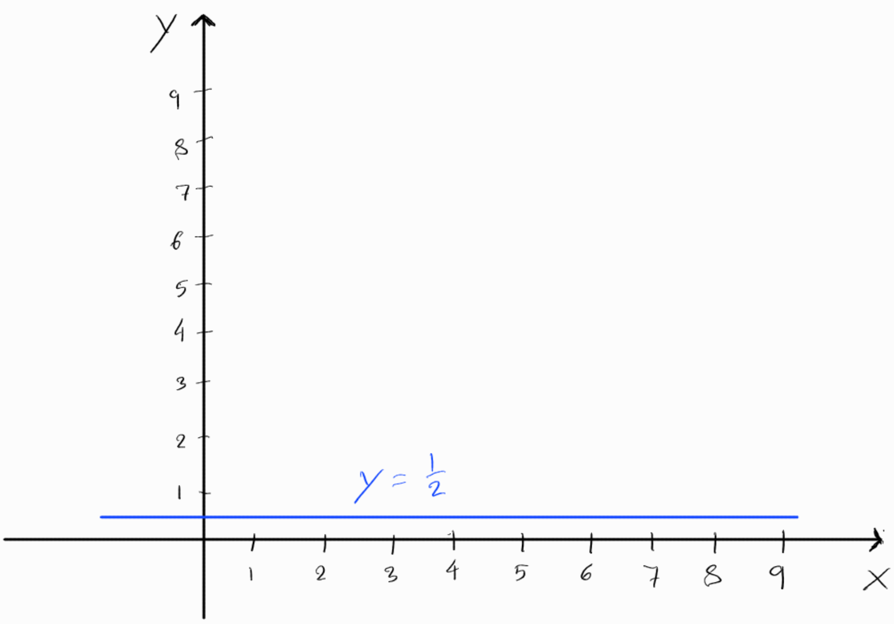
$$\Updownarrow$$

$$0 + \frac{1}{2} = y - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

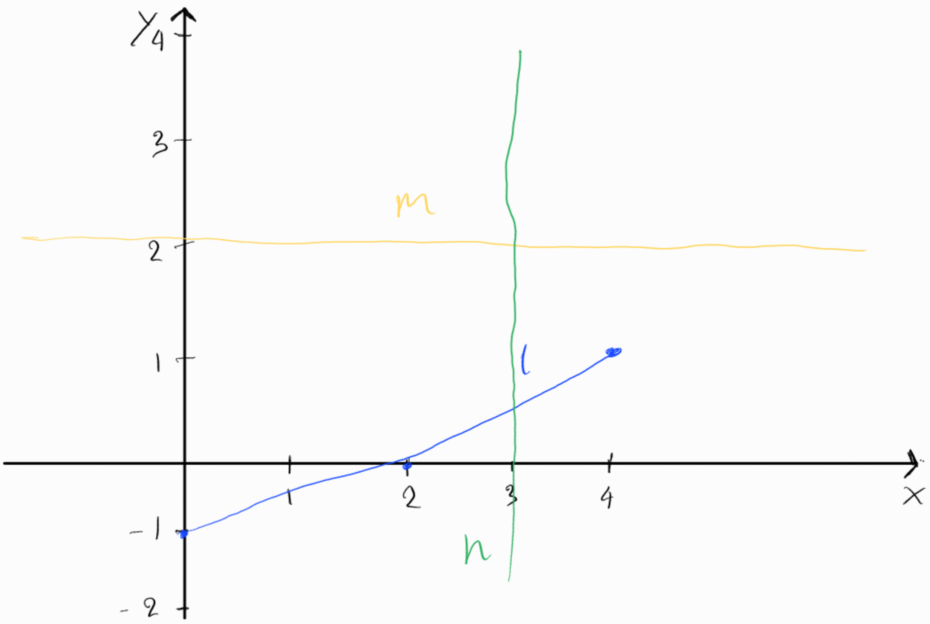
$$\Updownarrow$$

$$y = \frac{1}{2}$$

En linje på denne form tegnes som en vandret linje der går igennem $y = \frac{1}{2}$



4. På figuren nedenfor ses linjerne l, m og n. Angiv for hver linje en ligning for linjen på formen ax + by + c = 0.



Først bestemmer vi linjernes forskrift. Starter vi med linjen m så har vandrette linjer en forskrift på formen $y = a$
Her er a det tal som linjen skærer ved y aksen. Vi har dermed følgende forskrift

$$m: \quad y = 2$$

For at omskrive til formen $ax + by + c = 0$
Flytter vi alt over på venstre siden

$$y = 2$$
$$\Updownarrow$$
$$y - 2 = 2 - 2 \qquad \text{Trækker 2 fra på begge sider}$$
$$\Updownarrow$$
$$y - 2 = 0$$

Linje m skrevet på formen $ax + by + c = 0$
Er dermed $y - 2 = 0$

Den lodrette linje har en forskrift på formen $x = a$
Her er a det tal hvor linjen skærer x aksen. Vi har dermed

$$n: \quad x = 3$$

Omskriver vi til formen $ax + by + c = 0$
Ved at rykke alt over på venstre siden får vi

$$x = 3$$
$$\Updownarrow$$
$$x - 3 = 3 - 3$$ Trækker 3 fra på begge side
$$\Updownarrow$$
$$x - 3 = 0$$

Linjen n skrevet på formen $ax + by + c = 0$
Er dermed $x - 3 = 0$

Den sidste linje er en ret linje som har en forskrift på formen $y = ax + b$
Her er a hældningen og b er skæringen med y aksen. Vi aflæser b til -1 og hver gang vi går en hen ad x aksen går vi en halv op ad y aksen. Hældningen er dermed en halv og vi har forskriften

$$y = \frac{1}{2}x - 1$$

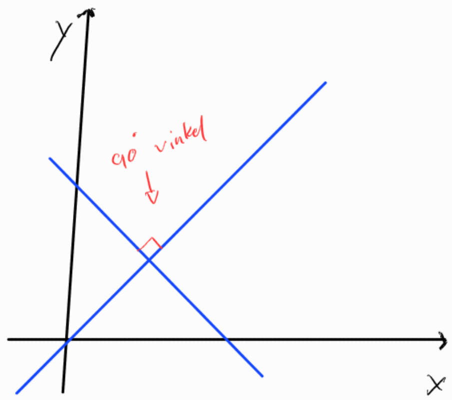
For at omskrive til formen $ax + by + c = 0$
Flytter vi alt over på venstre side

$$y = \frac{1}{2}x - 1$$
$$\Updownarrow$$
$$y - \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x - 1 - \frac{1}{2}x$$ Trækker $\frac{1}{2}x$ fra på begge sider
$$\Updownarrow$$
$$y - \frac{1}{2}x + 1 = -1 + 1$$ Lægger 1 til på begge sider
$$\Updownarrow$$
$$y - \frac{1}{2}x + 1 = 0$$

Linjen l på formen $ax + by + c = 0$
Er dermed $y - \frac{1}{2}x + 1 = 0$

Øvelse i orthogonale linjer

I den følgende øvelse skal vi svare på om 2 linjer er orthogonale. At 2 linjer er orthogonale betyder at de danner en vinkel på 90° hvor de skærer hinanden som ilustrerret nedenfor



Hvis 2 linjer har forskrifterne $y = ax + b$ og $y = cx + d$

Hvor a og c er hældningen for de 2 linjer, så gælder det at de er orthogonale hvis produktet af deres hældninger giver -1. Altså

$$a \cdot c = -1$$

1. $y = -\frac{1}{2}x + 2$ og $y = 2x - 4$

Aflæser de 2 hældninger
Og tager produktet af dem

$$-\frac{1}{2} \cdot 2 = -1$$

Da produktet giver -1 er de orthogonale.

2. $y = \frac{1}{2}x - 2$ og $y = 2x$

Aflæser de 2 hældninger og beregner produktet af dem

$$\frac{1}{2} \cdot 2 = 1$$

Da dette ikke giver -1 er disse linjer ikke orthogonale.

3. $y = x$ og $y = -x - 4$

Aflæser hældningen og tager deres produkt

$$1 \cdot (-1) = -1$$

Da produktet giver -1 er disse linjer orthogonale.

4. $y = -1 + 8x$ og $y = -\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}x + 8\right)$

Først ophæver vi parentesen i den anden linjes forskrift

$$y = -\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}x + 8\right) = -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \cdot 8 = -\frac{1}{8}x - 4$$

De 2 hældninger er 8 og $-\frac{1}{8}$ og deres produkt giver

$$8 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) = -1$$

Da produktet giver -1 er de 2 linjer orthogonale.

5. $0 = 2x + 4y + 2$ og $y = 2x - 6$

Da den venstre linje ikke kan sammenlignes med den højre omskriver vi den venstre til formen $y = ax + b$

$$0 = 2x + 4y + 2$$

$$\Updownarrow$$

$$0 - 2x = 2x + 4y + 2 - 2x$$ Trækker 2x fra på begge sider

$$\Updownarrow$$

$$-2x - 2 = 4y + 2 - 2$$ Trækker 2 fra på begge sider

$$\Updownarrow$$

$$\frac{-2x}{4} - \frac{2}{4} = \frac{4y}{4}$$ Dividerer med 4 så 4y bliver til y

$$\Updownarrow$$

$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = y$$

$$\Updownarrow$$

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$ Bytter om på højre og venstre siden

De 2 hældninger er dermed $-\frac{1}{2}$ og 2

Tager produktet og får

$$-\frac{1}{2} \cdot 2 = -1$$

Da produktet er -1 er de 2 linjer orthogonale.

6. $3x - 9y - 12 = 0$ og $y = 3x - 4$

Da venstre siden ikke kan sammenlignes med højre siden omskriver vinkelstue siden tilmformen $y = ax + b$

$$3x - 9y - 12 = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$3x - 9y - 12 + 9y = 0 + 9y$$ Lægger 9y til på begge sider

$$\Updownarrow$$

$$\frac{3x}{9} - \frac{12}{9} = \frac{9y}{9}$$ Dividerer med 9 så 9y bliver til y

$$\Updownarrow$$

$$\frac{1}{3}x - \frac{4}{3} = y$$

$$\Updownarrow$$

$$y = \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$$ Bytter om på højre og venstre siden

De 2 hældninger er dermed $\frac{1}{3}$ og 3
Produktet bliver

$$\frac{1}{3} \cdot 3 = 1$$

Da produktet ikke er -1 er de 2 linjer ikke orthogonale