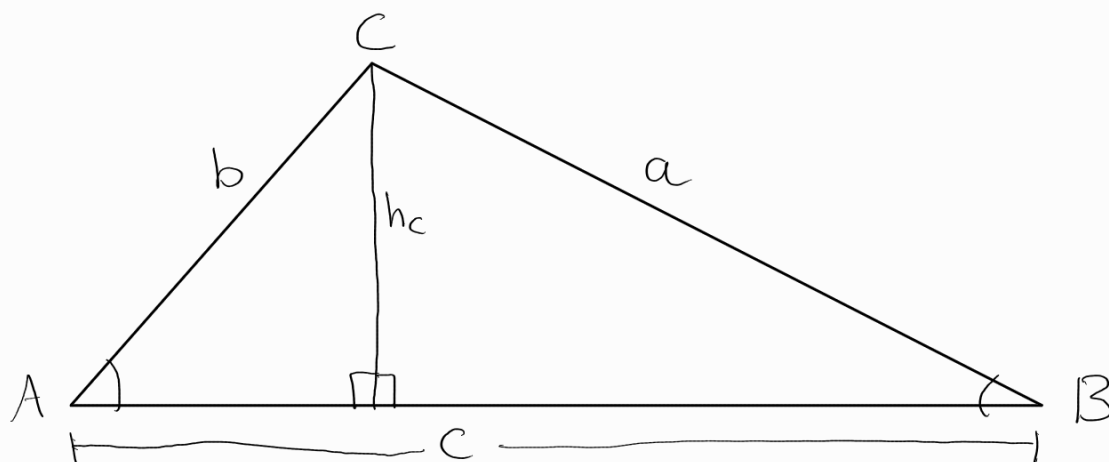


Sinusrelationerne i en vilkårlig trekant

$$\frac{\sin(A)}{a} = \frac{\sin(B)}{b} = \frac{\sin(C)}{c}$$

Bevis for sinusrelationerne i en vilkårlig trekant



Vi vil ud fra den ovenstående vilkårlige trekant bevise følgende del af sinus relationen

$$\frac{\sin(A)}{a} = \frac{\sin(B)}{b}$$

Som vi kan se er trekanten delt op i 2 retvinklede trekanter af siden som vi har kaldt h_c .
I retvinklede trekanter gælder det at

$$\sin(V) = \frac{\text{modstående katete}}{\text{hypotenusen}}$$

Bruger vi denne viden på den venstre retvinklede trekant hvor vi betragter vinklen A har vi følgende

$$\sin(A) = \frac{\text{modstående katete}}{\text{hypotenusen}}$$

I den venstre retvinklede trekant er hypotenusen kaldt for b , og den modstående katete er siden overfor vinkel A som vi har kaldt h_c . Vi har nu følgende

$$\sin(A) = \frac{h_c}{b}$$

Vi kigger nu på den højre trekant og bruger igen at $\sin(V) = \frac{\text{modstående katete}}{\text{hypotenusen}}$

Betrager vi nu vinkel B, at hypotenusen i den højre retvinklede trekant er a og at den modstående katete er h_c får vi følgende

$$\sin(B) = \frac{h_c}{a}$$

Vi har nu følgende udtryk om den venstre og højre retvinklede trekant

$$\sin(A) = \frac{h_c}{b} \quad \sin(B) = \frac{h_c}{a}$$

Vi er nu interesserede i at isolere h_c i begge udtryk

$$\begin{aligned} \sin(A) &= \frac{h_c}{b} \\ \Downarrow \\ \sin(A) \cdot b &= \frac{h_c}{\cancel{b}} \cdot \cancel{b} \\ \Downarrow \\ \sin(A) \cdot b &= h_c \end{aligned} \quad \begin{aligned} \sin(B) &= \frac{h_c}{a} \\ \Downarrow \\ \sin(B) \cdot a &= \frac{h_c}{\cancel{a}} \cdot \cancel{a} \\ \Downarrow \\ \sin(B) \cdot a &= h_c \end{aligned}$$

Vi har nu at h_c både er lig med $\sin(A) \cdot b$ og $\sin(B) \cdot a$

Vi kan derfor sætte de 2 udtryk lig med hinanden da de begge er lig med h_c

$$\sin(A) \cdot b = \sin(B) \cdot a$$

Nu er vi rigtig tæt på det vi skulle vise som var $\frac{\sin(A)}{a} = \frac{\sin(B)}{b}$
For at nå frem til dette gør vi følgende

$$\begin{aligned} \sin(A) \cdot b &= \sin(B) \cdot a \\ \Downarrow \\ \frac{\sin(A) \cdot \cancel{b}}{\cancel{b}} &= \frac{\sin(B) \cdot a}{b} && \text{Dividerer med } b \text{ på begge sider} \\ \Downarrow \\ \frac{\sin(A)}{a} &= \frac{\sin(B) \cdot \cancel{a}}{b \cdot \cancel{a}} && \text{Dividerer med } a \text{ på begge sider} \\ \Downarrow \\ \frac{\sin(A)}{a} &= \frac{\sin(B)}{b} \end{aligned}$$

Vi har nu vist det vi skulle vise nemlig at

$$\boxed{\frac{\sin(A)}{a} = \frac{\sin(B)}{b}}$$