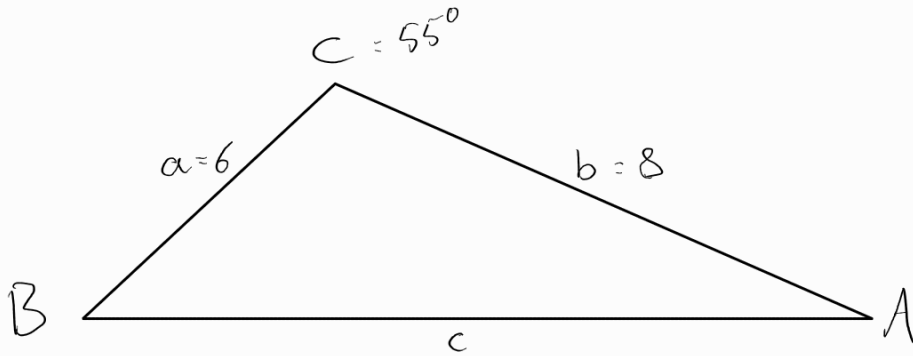


Opgaver til sinusrelationen

- a) Lad ABC være en trekant, hvor $C = 55^\circ$, $a = 6$ og $b = 8$. Tegn en skitse af trekanten og bestem trekantens areal.



En skitse af en vilkårlig trekant med en vinkel C på 55° og sidelængderne $a = 6$ og $b = 8$. En vilkårlig trekants areal kan beregnes ved en af følgende formler

$$T = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(A)$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin(B)$$

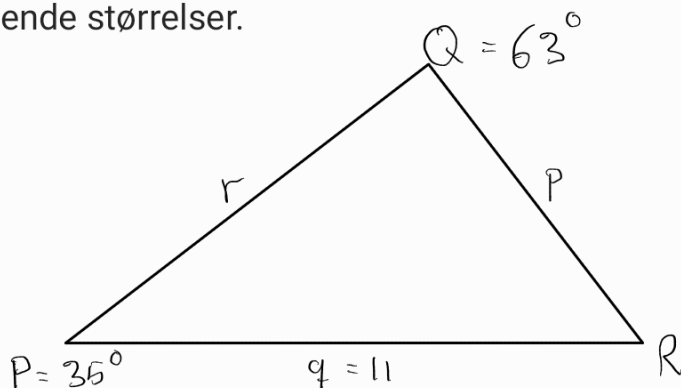
$$T = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(C)$$

Da vi her kender vinklen C og længderne på siderne a og b bruger vi den arealformel der netop indeholder disse. Vi får arealet til

$$T = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(C) = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot \sin(55^\circ) = 19,66$$

Arealet af trekanten er dermed 19,66

- b) På skitsen nedenfor er nogle af trekantens sider og vinkler oplyst. Bestem de resterende størrelser.



Vi benytter os her af sinusrelationen $\frac{\sin(A)}{a} = \frac{\sin(B)}{b} = \frac{\sin(C)}{c}$

Da skitsen har vinklerne P, R og Q og ikke vinklerne A, B og C, Indsætter vi nu vinklerne P, Q og R samt siderne p, q og r ind i sinusrelationen således

$$\frac{\sin(P)}{p} = \frac{\sin(Q)}{q} = \frac{\sin(R)}{r}$$

Vi Indsætter nu de værdier Vi kender fra skitsen af den vilkårlige trekant

$$\frac{\sin(35^\circ)}{p} = \frac{\sin(63^\circ)}{11} = \frac{\sin(R)}{r}$$

Vi starter med at beregne længden af side p. Vi kigger på følgende del af sinusrelationen

$$\frac{\sin(35^\circ)}{p} = \frac{\sin(63^\circ)}{11}$$

Først beregner vi højresiden da vi både har sidelængden og vinklen

$$\frac{\sin(63^\circ)}{11} = 0,08$$

Nu isolerer vi siden p og Indsætter værdien for højresiden

$$\frac{\sin(35^\circ)}{p} = \frac{\sin(63^\circ)}{11}$$

⇕

$$\frac{\sin(35^\circ)}{p} = 0,08 \quad \text{Indsætter værdien for } \frac{\sin(63^\circ)}{11}$$

⇕

$$\frac{\sin(35^\circ)}{\cancel{p}} \cdot \cancel{p} = 0,08 \cdot p \quad \text{Ganger med } p \text{ på begge sider}$$

⇕

$$\frac{\sin(35^\circ)}{0,08} = \frac{\cancel{0,08} \cdot p}{\cancel{0,08}} \quad \text{Dividerer med } 0,08 \text{ på begge sider}$$

⇕

$$p = \frac{\sin(35^\circ)}{0,08} = 7,17 \quad \text{Bytter om på højre og venstre side}$$

Længden af side p er dermed 7,17. Vi mangler nu at beregne længden af side r og vinklen R. Vi beregner først vinklen R. Da vi allerede kender vinklen P og vinklen Q kan vi udnytte at vinkelsummen i en trekant altid er 180° . Vi har at

$$P + Q + R = 180^\circ$$

$$\Downarrow \quad 35^\circ + 63^\circ + R = 180^\circ \quad \text{Indsætter vinklene for P og Q}$$

$$\Downarrow \quad 35^\circ + 63^\circ + R - 35^\circ - 63^\circ = 180^\circ - 35^\circ - 63^\circ \quad \text{Trækker vinklerne } 35^\circ \text{ og } 63^\circ \text{ fra på begge sider}$$

$$\Downarrow \quad R = 180^\circ - 35^\circ - 63^\circ = 82^\circ$$

Vinklen R er dermed 82° . Nu mangler vi bare at finde længden af siden r. Vi bruger nu følgende del af sinusrelationen og isolerer siden r.

$$\frac{\sin(63^\circ)}{11} = \frac{\sin(R)}{r}$$

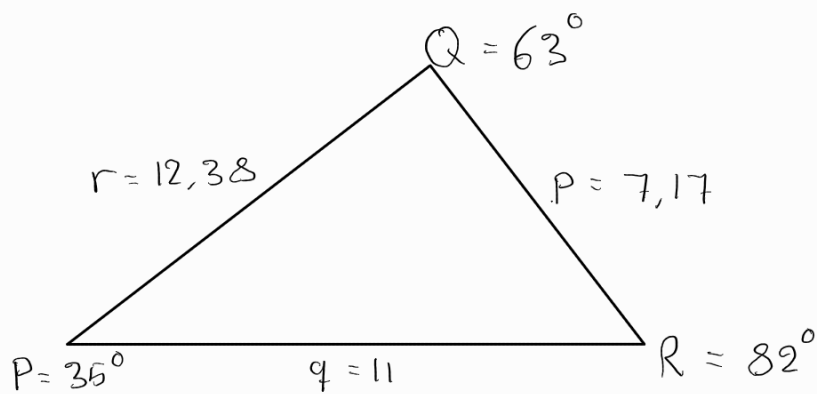
$$\Downarrow \quad 0,08 = \frac{\sin(82^\circ)}{r} \quad \text{Indsætter værdien for } \frac{\sin(63^\circ)}{11} \text{ og } R = 82^\circ$$

$$\Downarrow \quad 0,08 \cdot r = \frac{\sin(82^\circ)}{r} \cdot r \quad \text{Ganger med r på begge sider}$$

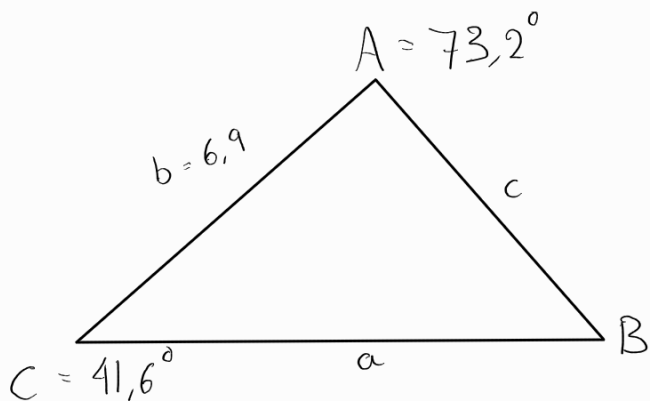
$$\Downarrow \quad \frac{0,08 \cdot r}{0,08} = \frac{\sin(82^\circ)}{0,08} \quad \text{Dividerer med 0,08 på begge sider}$$

$$\Downarrow \quad r = \frac{\sin(82^\circ)}{0,08} = 12,38$$

Længden af side r er dermed 12,38. Vi indtegner nu sidelængderne og vinklerne i den vilkårlige trekant



- c) I trekanten ABC er $A = 73,2^\circ$, $C = 41,6^\circ$ og $b = 6,9$. Lav en skitse af trekanten og find de resterende størrelser.



Vi benytter sinusrelationen til at bestemme de manglende størrelser

$$\frac{\sin(A)}{a} = \frac{\sin(B)}{b} = \frac{\sin(C)}{c}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\sin(73,2^\circ)}{a} = \frac{\sin(B)}{6,9} = \frac{\sin(41,6^\circ)}{c}$$

Først bestemmer vi den manglende vinkel B ved at udnytte at vinkelsummen i en trekant er 180° . Vi får dermed vinklen B til

$$A + B + C = 180^\circ$$

$$\Downarrow$$

$$73,2^\circ + B + 41,6^\circ = 180^\circ \quad \text{Indsætter værdierne for vinkel A og C}$$

$$\Downarrow$$

$$73,2^\circ + B + 41,6^\circ - 73,2^\circ - 41,6^\circ = 180^\circ - 73,2^\circ - 41,6^\circ$$

⇕

$$B = 180^\circ - 73,2^\circ - 41,6^\circ = 65,2^\circ$$

Vi har nu værdierne på alle vinklerne. Vi starter med at finde længden af siden a ud fra følgende del af sinusrelationen

$$\frac{\sin(73,2^\circ)}{a} = \frac{\sin(B)}{6,9}$$

⇕

$$\frac{\sin(73,2^\circ)}{a} = \frac{\sin(65,2^\circ)}{6,9} \quad \text{Indsætter værdien for vinkel B}$$

⇕

$$\frac{\sin(73,2^\circ)}{a} = 0,13 \quad \text{Indsætter værdien for } \frac{\sin(65,2^\circ)}{6,9}$$

⇕

$$\frac{\sin(73,2^\circ)}{a} \cdot a = 0,13 \cdot a \quad \text{Ganger med a på begge sider}$$

⇕

$$\frac{\sin(73,2^\circ)}{0,13} = \frac{0,13 \cdot a}{0,13} \quad \text{Dividerer med 0,13}$$

⇕

$$a = \frac{\sin(73,2^\circ)}{0,13} = 7,36 \quad \text{Bytter om på højre og venstre siden}$$

Længden af side a er dermed 7,36. Vi bestemmer nu længden af den sidste side som er siden c. Vi benytter os af følgende del af sinusrelationen

$$\frac{\sin(B)}{6,9} = \frac{\sin(41,6^\circ)}{c}$$

⇕

$$\frac{\sin(65,2^\circ)}{6,9} = \frac{\sin(41,6^\circ)}{c} \quad \text{Indsætter værdien for vinkel B}$$

⇕

$$0,13 = \frac{\sin(41,6^\circ)}{c} \quad \text{Indsætter værdien for } \frac{\sin(65,2^\circ)}{6,9}$$

⇕

$$0,13 \cdot c = \frac{\sin(41,6^\circ)}{e} \cdot c \quad \text{Ganger med } c \text{ på begge sider}$$

⇕

$$\frac{\cancel{0,13} \cdot c}{\cancel{0,13}} = \frac{\sin(41,6^\circ)}{0,13} \quad \text{Dividerer med } 0,13 \text{ på begge sider}$$

⇕

$$c = \frac{\sin(41,6^\circ)}{0,13} = 5,11$$

Længden af side c er dermed 5,11. Indtegner nu alle sidelængderne og vinklerne på skitsen af den vilkårlige trekant

