

Задание №2

Интерполяция функций полиномами

Постановка задачи:

Функция $y = f(x)$ задана таблично на некоторой сетке (т.е. имеется таблица пар величин (x_k, y_k)). Требуется написать программу, вычисляющую значения интерполяционного полинома для функции в произвольных промежуточных точках. Интерполяционный базис может быть записан в виде

$$\varphi_k(x) = \prod_{i \neq k} \frac{x - x_i}{x_k - x_i},$$

тогда интерполяционный полином представим в виде (т.н. «форме Лагранжа»)

$$L(x) = \sum_{k=0}^N y_k \varphi_k(x).$$

Мы рассмотрим два наиболее часто встречающихся в общем случае варианта сеток (для интервала $x \in [-1; 1]$):

1. равномерная сетка

$$x_k = \frac{2k}{N} - 1, \quad k = 0, \dots, N$$

2. чебышевская сетка

$$x_k = \cos \frac{2k+1}{2N+2} \pi, \quad k = 0, \dots, N$$

Требуется вычислить значения интерполяционных полиномов, полученных для двух видов сеток, на равномерной сетке с числом интервалов $N' = q \cdot N$, и вывести результаты в файл (число q — константа, см. ниже). Функции заданы для произвольного интервала $x \in [a; b]$, поэтому сетки необходимо соответствующим образом масштабировать.

Представление данных и результатов:

Данные содержатся в текстовых файлах одинакового формата: в первой строке — после символа $\#$ и пробела число интервалов интерполирования N , вторая строка — нижняя и верхняя границы интервала интерполирования a и b , разделенные одним или несколькими пробелами, далее в каждой строке по одному числу — значению функции y_k (предполагается, что $x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_N$). Все числа, кроме N , вещественные. Файл с данными для равномерной сетки называется *uniform.dat*, файл с данными для чебышевской сетки — *chebyshev.dat*. Примерный вид файла:

```
# 2
1.000 3.000
4.500
5.500
6.500
```

Формат выводимых данных: в каждой строке два числа, разделенных одним или несколькими пробелами — аргумент и значение интерполяционного полинома на равномерной сетке с числом интервалов $N' = q \cdot N$ (т.е. в файлах вывода должно быть по $q \cdot N + 1$ строке). q должно быть достаточно большим (например, $q = 100$). Файлы должны называться *res_uniform.dat* и *res_chebyshev.dat* соответственно.

Решение должно быть реализовано в виде одной программы (возможно, с дополнительными процедурами или функциями), выбор вида сетки задается аргументом командной строки при вызове программы. В Фортране аргументы командной строки можно получить, воспользовавшись стандартной процедурой

call get_command_argument($\langle \text{номер аргумента} \rangle$, $\langle \text{строка, содержащая аргумент} \rangle$)

Исследование:

Используйте полученную программу для исследования:

- интерполяции функции $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ на интервале $x \in [-6, 6]$;
- интерполяции почти всюду константной функции, которая в одном узле интерполяции имеет отличное от остальных значение.

Выясните, что будет происходить при росте числа интервалов интерполяции N в случае использования равномерных и чебышевских сеток. Результаты оформите в виде отчета на Т_ЕX(соответствующие графики постройте в нем же).