Национальный исследовательский университет «ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа

Работа с системой компьютерной вёрстки TEX
Вариант №46

Выполнил:
Касимов Аскар Маратович, P3114
Проверил:
Пушкарев Даниил Александрович

Санкт-Петербург 2024

LIII Международная математическая олимпиада

С 4 по 16 июля 2012 года в Аргентине прошла LIII Международная математическая олимпиада (ММО). Прохладной аргентинской зимой олимпиаду принимал курортный город Мар-дель-Плата, расположенный на берегу Атлантического океана. В этом году в ММО приняли участие 548 человек из 100 стран мира.

Команду России составили ребята из самых разных уголков нашей страны: выпускники школы Михаил Григорьев из Казани (лицей 131) и Александр Калмынин из Иркутска (лицей-интернат 1), десятиклассники Дмитрий Крачун из Санкт-Петербурга (ФМЛ 239), Александр Матушкин из Ижевска (лицей 29), Лев Шабанов из Ангарска Иркутской области (СУНЦ МГУ) и девятиклассник Даниил Клюев из Санкт-Петербурга (ФМЛ 239). Несмотря на то, что сборная России нынешнего года достаточно молодая (большая часть команды имеет шансы и на следующий год принять участие в ММО), каждый из ребят в рамках подготовки сборной к ММО уже участвовал хотя бы в одном из международных соревнований, а Михаил Григорьев и Дмитрий Крачун завоевали медали ММО в прошлом году. Задания нынешней олимпиады оказались весьма сложными (только 32 участника (!) сумели набрать более двух третей от возможного максимального числа баллов), особенно трудными были задачи 3 и 6. Тем не менее, наша сборная выступила успешно. Российские школьники завоевали 4 золотые и 2 серебряные медали, заняв 4 строчку в командном рейтинге.

Последний этап подготовки команды к ММО – летние учебно-тренировочные сборы – проходил, как и в предыдущие годы, в детском лагере «КОМПЬЮТЕРиЯ» (Тверская область). Большой вклад в успешное выступление команды внесли преподаватели сборов: педагог ФМЛ 239 Санкт-Петербурга, к.ф.-м.н. С.Л.Берлов, младший научный сотрудник, преподаватель МГУ и МФТИ, к.ф.-м.н. А.И.Гарбер, педагог дополнительного образования Санкт-Петербурга А.С.Голованов, профессор Ярославского государственного университета, д.ф.-м.н. В.Л.Дольников, аспирант МГУ А.Н.Магазинов, аспирант МГУ И.Митрофанов, аспирант СПбГУ К.А.Сухов, аспирант ЯрГУ Г.Р.Челноков

Слева направо: А.Калмынин, Л.Шабанов, Д.Крачун, А.Матушкин, Д.Клюев, М.Григорьев

Приводим результаты выступления нашей сборной (каждая задача оценивалась из 7 баллов). Полная информация о результатах на международных математических олимпиадах имеется на официальном сайте олимпиады www.imo-official.com

Участник	Баллы по задачам						Сумма	Медаль
	1	2	3	4	5	6		
Григорьев Михаил	7	7	5	7	7	0	33	золотая
Кальмынин Александр	7	7	0	7	7	0	28	золотая
Клоев Даниил	7	7	7	7	7	0	35	золотая
Крачун Дмитрий	7	7	3	7	7	1	32	золотая
Матушкин Александр	7	7	3	7	1	1	26	серебряная
Шабанов Лев	7	0	3	6	0	7	23	серебряная

Руководители команды благодарят Д.Ю.Дойхена, который много лет оказывает поддержку команде России в международных математических соревнованиях.

ЗАДАЧИ ОЛИМПИАДЫ

1. Дан треугольник ABC; точка J является центром вневписанной окружности, соответствующей вершине A. Эта вневписанная окружность касается отрезка BC в точке M, а прямых AB и AC – в точках K и L соответственно. Прямые LM и BJ пересекаются в точке F, а прямые KM и CJ пересекаются в точке G. Пусть S – точка пересечения прямых AF и BC, а T – точка пересечения прямых AG и BC. Докажите, что точка M является серединой отрезка ST.

Греция

2. Дано целое число $n \geq 3$ и действительные положительные числа $a_2, a_3, \ldots, a_n$ такие, что $a_2a_3\ldots a_n = 1$. Докажите, что
$$(1+a_2)^2(1+a_3)^3\ldots(1+a_n)^n > n^n$$

Австралия

3. Два игрока A и B играют в игру «Угадай-ка». Правила этой игры зависят от двух положительных целых чисел k и n, и эти числа известны обоим игрокам.
В начале игры A выбирает целые числа x и N такие, что $1 \leq x \leq N$. Игрок A держит число x в секрете, а число N честно сообщает игроку B. После этого игрок B пытается получить информацию о числе x, задавая игроку A вопросы следующего типа: за один вопрос B указывает по своему усмотрению множество S, состоящее из целых положительных чисел (возможно, это множество уже было указано в одном из предыдущих вопросов), и спрашивает игрока A, принадлежит ли число x множеству S. Игрок B может задать столько вопросов, сколько он хочет. На каждый вопрос игрока B игрок A должен сразу ответить «да» или «нет», при этом ему разрешается соврать столько раз, сколько он хочет; единственное ограничение состоит в том, что из любых $k+1$ подряд идущих ответов хотя бы один ответ должен быть правдивым.
После того как B задаст столько вопросов, сколько он сочтет нужным, он должен указать множество X, содержащее не более n целых положительных чисел. Если x принадлежит множеству X, то игрок B выиграл; иначе B проиграл. Докажите, что:
   (a) Если $n \geq 2^k$, то B может гарантировать себе выигрыш.
   (b) Для всякого достаточно большого k найдется целое число $n \geq 1,99^k$, при котором игрок B не сможет гарантировать себе выигрыш.

Канада

4. Найдите все функции $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ такие, что для любых целых чисел a, b, c, удовлетворяющих условию $a+b+c=0$, выполняется равенство
$$f(a)^2 + f(b)^2 + f(c)^2 = 2f(a)f(b) + 2f(b)f(c) + 2f(c)f(a)$$

Южная Африка

5. Пусть ABC – треугольник, в котором $\angle BCA = 90^\circ$, и пусть D – основание высоты, проведенной из вершины C. Внутри отрезка CD взята точка X. Пусть K – точка, лежащая на отрезке AX такая, что $BK = BC$. Аналогично, пусть L – точка, лежащая на отрезке BX такая, что $AL = AC$. Пусть M – точка пересечения отрезков AL и BK. Докажите, что $MK = ML$.

Чехия

6. Найдите все целые положительные числа n, для которых существуют целые неотрицательные числа $a_1, a_2, ..., a_n$ такие, что
$$\frac{1}{2^{a_1}} + \frac{1}{2^{a_2}} + ... + \frac{1}{2^{a_n}} = \frac{1}{3^{a_1}} + \frac{1}{3^{a_2}} + ... + \frac{n}{2^{a_n}} = 1$$

Сербия

Публикацию подготовили Н.Агаханов, И.Богданов, П.Кожевников, М.Пратусевич, Д.Терёшин

XLIII Международная физическая олимпиада

В 2012 году Международная олимпиада школьников по физике (IPhO) проходила в Эстонии с 15 по 23 июля. В олимпиаде приняли участие школьники из 81 страны.

Россию на олимпиаде представляли *Никита Сопенко (Тамбовская область), Лев Гинзбург (Хабаровск), Иван Ивашковский (Москва), Александра Васильева (Москва) и Давид Френклах (Долгопрудный Московской обл.).*

Эти ребята прошли долгий путь отбора и подготовки к Международной олимпиаде. В апреле 2011 года по результатам заключительного этапа Всероссийской олимпиады по физике 2011 года были отобраны 24 десятиклассника, которые стали кандидатами в Национальную сборную России.

Для них были проведены три двухнедельных сбора, во время которых с ребятами занимались ведущие преподаватели физики МФТИ, научные сотрудники ИТЭФ, ЦАГИ. По результатам сборов, а также с учетом результатов заключительного этапа Всероссийской олимпиады школьников по физике 2012 года были отобраны пятеро ребят, которые и поехали на олимпиаду.

Важным элементами подготовки сборной стало участие наших кандидатов в Европейской олимпиаде по физике в Румынии (Бухарест, март 2012 г.) и в Азиатской олимпиаде школьников по физике (Нью-Дели, май 2012 г.). На обеих олимпиадах наши ребята выступили достаточно успешно. В