Reporte sobre la Actividad 9

García Parra Pedro

Mayo 2019

En esta actividad se nos pide dar solución a un sistema físico resolviendo una eciación diferencial de segundo orden. El sistema a resolver (*figura 1*) está compuesto como: dos masas sostenidas por tres resortes, el primer resorte, de constante elástica k_1 y longitud L_1 se sostiene de la pared y de una de las masas, el segundo resorte, de constante elástica k_2 y longitud L_2 sostiene a ambas masas de su extremo, el tercer resorte, de constante elástica k_3 y longitud L_3 sostiene a la segunda masa y a la pared.

Antes de resolver este sistema observamos otro sistema un poco más sencillo ya resuelto. Este sistema (*figura 2*) se compone de dos masas, m_1 y m_2, sostenidas por dos resortes; el primer resorte, con constante elastica k_1 y longitud L_1 esta agarrado de una pared y sostiene a una de las masas por su extremo, el segundo resorte, de constante elastica k_2 y longitud L_2, sostiene a ambas masas . Las ecuaciones diferenciales del sistema son:

$$m_1x_1'' + b_1x_1' + k_1(x_1 - L_1) - k_2(x_2 - x_1 - L_2) = 0$$

$$m_2x_2'' + b_2x_2' + k_2(x_2 - x_1 - L_2) = 0$$

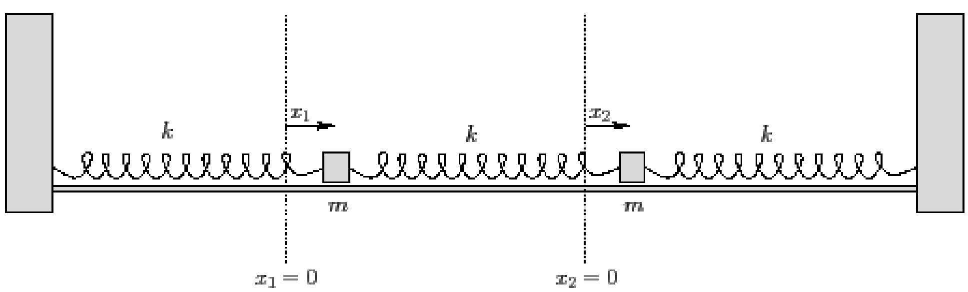

Figura 1: Imagen del sistema físico a resolver. Dos masas sostenidas por tres resortes.

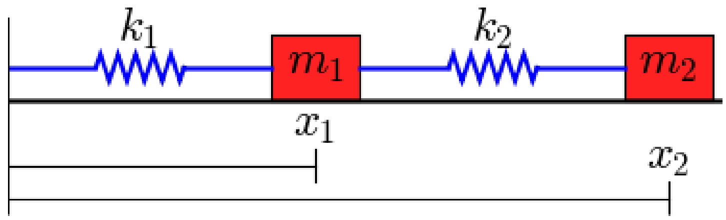

Figura 2: Segundo sistema físico. Dos masas sostenidas por dos resortes.

Este problema está resuelto utilizando la funcion `odeint` de la libreria de *scipy*. Como las ecuaciones son de segundo orden primero debemos hacer algo para que el resolvedor ODE de python pueda solucionarlas. Se definiran dos variables:

$$y_1 = x_1'$$
$$y_2 = x_2'$$

Así podemos escribir las ecuaciones anteriores como:

$$\begin{aligned}
&x_1' = y_1 \\
&y_1' = (-b_1 y_1 - k_1(x_1 - L_1) + k_2(x_2 - x_1 - L_2))/m_1 \\
&x_2' = y_2 \\
&y_2' = (-b_2 y_2 - k_2(x_2 - x_1 - L_2))/m_2
\end{aligned}$$

Estas ecuaciones ahora pueden ser resuelatas por *scipy*.

Ahora para resolver el sistema de tres resortes añadiremos un tercer resorte a las ecuaciones planteadas anteriormente. Este termino deberá contener la constante de elastisidad k_3 del resorte de longitud L_3. Este termino será $-k_3(-x_2 + (L_1 + L_2))$, este término mide la fuerza con la cual el resorte 3 *jala* a la masa 3. Tras agregar este término las ecuaciones quedan como:

$$\begin{aligned}
&x_1' = y_1 \\
&y_1' = (-b_1 y_1 - k_1(x_1 - L_1) + k_2(x_2 - x_1 - L_2))/m_1 \\
&x_2' = y_2 \\
&y_2' = (-b_2 y_2 - k_2(x_2 - x_1 - L_2) - k_3(-x_2 + (L_1 + L_2)))/m_2
\end{aligned}$$

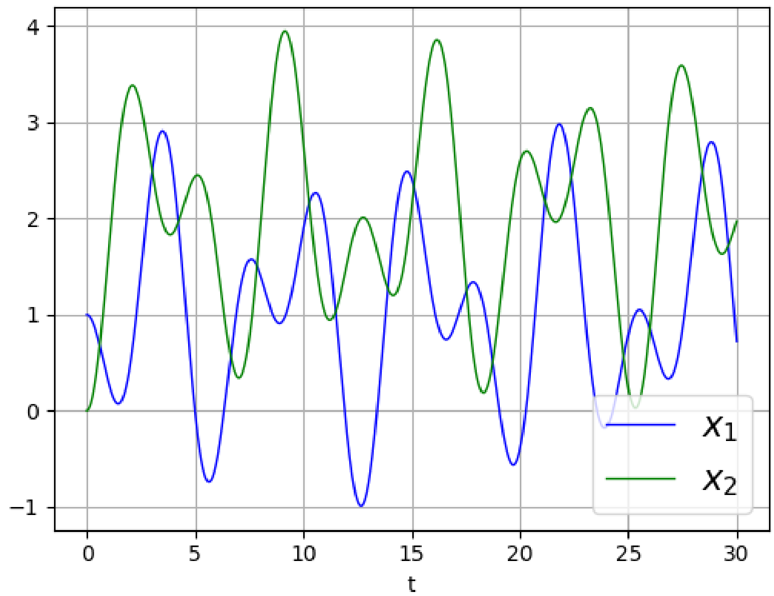

Figura 3: Grafica del desplazamiento de ambas masas. Solución a las ecuaciones diferenciales del sistema de tres resortes.

De igual manera seutiliza la funcion `odeint` de la librería *scipy* para resolver estas ecuaciones diferenciales. La *figura 3* muestra una gráfica realizada con las soluciones para la posición de las masas.