

Øving 5

February 23, 2024

Aslak Øvereng Iveland, Sevat Lappegard Skurtveit, Olav A. Samuelsen Telneset

0.1 Oppgave 1

Et gevær med masse $M = 2,0$ kg ligger på et horisontalt underlag idet en kule med masse $m = 10$ g skytes ut av løpet med en fart på $v_0 = 700$ m/s. Se figuren under.

- a) Hvor stor fart får geværet i motsatt retning (“rekylfarten”) i det kula har forlatt løpet?
- b) Like etter at kula har forlatt løpet, treffer den en betongvegg og spretter tilbake i motsatt retning (“rikosjett”) med uendret fart. Hva er krafta fra veggen på kula, dersom krafta antas konstant, og kontakttiden mellom kula og veggen er $\tau = 10$ ms?
- c) En mer realistisk modell for en slik “kortvarig” kraft fra veggen på kula med “varighet” τ gitt slik:

$$F(t) = F_{\max} \cdot e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2},$$

der F_{\max} er maksimalverdien av krafta fra veggen.

Beregn maksimalverdien F_{\max} av krafta dersom $\tau = 10$ ms og kula spretter rett tilbake med uendret fart, slik som i oppgave b). [Hint: Impulsloven gir at $\int_{-\infty}^{\infty} F(t)dt = \Delta p$. Du kan få bruk for standardintegralet $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$.]

0.1.1 oppgave a)

$$P_f = Mv_1 + mv_1$$

$$P_e = Mv_2 + mv_0$$

$$P_f = P_e$$

$$Mv_1 + mv_1 = Mv_2 + mv_0$$

$$v_1 = 0$$

$$v_2 = -\frac{m}{M}v_0$$

$$v_2 = -3.5$$

0.1.2 Oppgave b)

$$\begin{aligned}F \cdot \Delta t &= \Delta P \\F &= \frac{\Delta P}{\Delta t} \\ \Delta P &= m \cdot (v_1 - v_0) \\ \Delta t &= 0.01 \text{ s} \\ v_1 &= 700 \text{ m/s} \\ v_0 &= -700 \text{ m/s} \\ m &= 0.01 \text{ kg} \\ F &= 1400 \text{ N}\end{aligned}$$

0.1.3 oppgave c)

$$\begin{aligned}F(t) &= F_{\max} \cdot e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2} \\ \int_a^b F(t) dt &= \Delta P \\ \int_a^b e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2} dt &= \tau \cdot \sqrt{\pi} \\ \Delta P &= m \cdot (v_1 - v_0) \\ F_{\max} &= \frac{\Delta P}{\tau \cdot \sqrt{\pi}} \\ F_{\max} &= \frac{0.01 \cdot 1400}{0.01 \cdot \sqrt{\pi}} = 789.9 \text{ N}\end{aligned}$$

0.2 Oppgave 2

En bil med masse m og fart v kolliderer med en annen bil med masse $2m$ som i utgangspunktet er i ro, i et rett, sentralt støt. Bilene blir hengende sammen og beveger seg som ett legeme etter støtet.

Hvor stor prosentandel av bilenes kinetiske energi går tapt i støtet?

0.2.1 2

støtet er fullstendig uelastisk, bevegelsesmengde er bevart, men ikke energi

$$P_f = P_e \rightarrow mv + 2m \cdot 0 = 3mu \rightarrow u = \frac{v}{3} \text{ (u er farten til det samlede legemet etter støtet)}$$

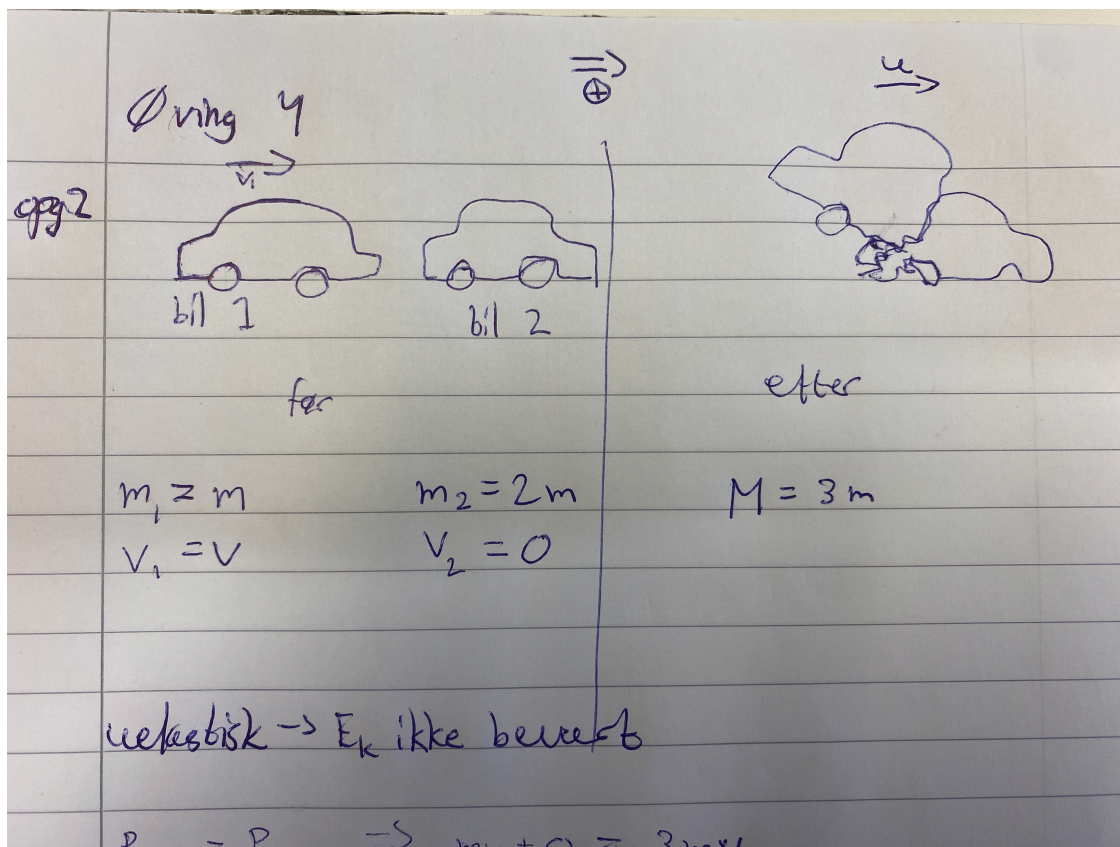
$$E_k \text{ før: } \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_k \text{ etter: } \frac{1}{2}Mu^2 \rightarrow \frac{1}{2}3m\left(\frac{v}{3}\right)^2 = \frac{1}{6}mv^2$$

vi ser at den kinetiske energien etter støtet er en tredjedel av energien før støtet, som 66,66prosent av den kinetiske energien gikk tapt i støtet

```
[ ]: %matplotlib inline
from IPython.display import Image
Image('oppgave2.jpg')
```

```
[ ]:
```



0.3 Oppgave 3

To skøyteløpere med identisk masse M står i ro ovenfor hverandre, og kan gli helt friksjonsfritt på isen. Løper A kaster en kasse med masse m med en horisontal utgangsfart v_0 , som løper B tar imot og holder fast i. Se figuren under.

- Hva blir farten u_1 til skøyteløper A etter å ha kastet fra seg kassen?
- Hvor stor er farten u_2 til skøyteløper B etter å ha tatt imot kassa? All bevegelse kan antas å foregå langs en rett linje.

0.3.1 Svar:

a)

Fullstendig uelastisk støt:

(+) \rightarrow

$$P_e = P_f \rightarrow Mu_1 + mv_0 = 0$$

$$u_1 = -\frac{mv_1}{M}$$

b)

$$P_f = P_e \rightarrow mv_0 + 0 = (M + m)u_2$$
$$u_2 = \frac{mv_0}{\underline{\underline{m + M}}}$$

0.4 Oppgave 4

I en partikkelakselerator kolliderer et proton med masse m_1 og fart $1,0 \cdot 10^6$ m/s med et positron med masse m_2 som i utgangspunktet ligger i ro, i et rett, elastisk støt. Masseforholdet mellom protonet og positronet er $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{2000}$.

Hva blir protonets og positronets fart etter kollisjonen?

0.4.1 4

Gitt at et proton med masse m_1 og hastighet $1,0 \times 10^6$ m/s kolliderer elastisk med et i ro værende positron med masse m_2 der masseforholdet er $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{2000}$ ønsker vi å finne de endelige hastighetene v_{1f} og v_{2f} etter kollisjonen.

Vi bruker bevaring av bevegelsesmengde og kinetisk energi:

1. Bevegelsesmengdens bevaring: $m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} = m_1 v_{1e} + m_2 v_{2e}$
2. Kinetisk energis bevaring: $\frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1e}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2e}^2$

Med $v_{2e} = 0$ (positronet er i ro), blir likningene:

$$m_1 \cdot 1,0 \times 10^6 + m_2 \cdot 0 = m_1 v_{1e} + m_2 v_{2e} \quad \frac{1}{2} m_1 \cdot (1,0 \times 10^6)^2 + 0 = \frac{1}{2} m_1 v_{1e}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2e}^2$$

Ved å løse disse likningene, får vi at:

Protonets endelige hastighet v_{1f} er ca. 999,000.5 m/s. Positronets endelige hastighet v_{2f} er ca. 1,999,000.5 m/s.