Øving 5

February 23, 2024

Aslak Øvereng Iveland, Sevat Lappegard Skurtveit, Olav A. Samuelsen Telneset

0.1 Oppgave 1

Et gevær med masse $M = 2,0$ kg ligger på et horisontalt underlag idet en kule med masse $m = 10$ g skytes ut av løpet med en fart på $v_0 = 700$ m/s. Se figuren under.

a) Hvor stor fart får geværet i motsatt retning ("rekylfarten") i det kula har forlatt løpet?

b) Like etter at kula har forlatt løpet, treffer den en betongvegg og spretter tilbake i motsatt retning ("rikosjett) med uendret fart. Hva er krafta fra veggen på kula, dersom krafta antas konstant, og kontakttiden mellom kula og veggen er $\tau = 10$ ms?

c) En mer realistisk modell for en slik "kortvarig" kraft fra veggen på kula med "varighet" τ gitt slik:

$$F(t) = F_{\max} \cdot e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2},$$

der $F_{\max}$ er maksimalverdien av krafta fra veggen.

Beregn maksimalverdien $F_{\max}$ av krafta dersom $\tau = 10$ ms og kula spretter rett tilbake med uendret fart, slik som i oppgave b). [Hint: Impulsloven gir at $\int_{-\infty}^{\infty} F(t)dt = \Delta p$. Du kan få bruk for standardintegralet $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$.]

0.1.1 oppgave a)

$$\begin{aligned}
P_f &= Mv_1 + mv_1 \\
P_e &= Mv_2 + mv_0 \\
P_f &= P_e \\
Mv_1 + mv_1 &= Mv_2 + mv_0 \\
v_1 &= 0 \\
v_2 &= -\frac{m}{M}v_0 \\
v_2 &= -3.5
\end{aligned}$$

0.1.2 Oppgave b)

$$F \cdot \Delta t = \Delta P$$
$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$
$$\Delta P = m \cdot (v_1 - v_0)$$
$$\Delta t = 0.01\,\mathrm{s}$$
$$v_1 = 700\,\mathrm{m/s}$$
$$v_0 = -700\,\mathrm{m/s}$$
$$m = 0.01\,\mathrm{kg}$$
$$F = 1400\,\mathrm{N}$$

0.1.3 oppgave c)

$$F(t) = F_{\max} \cdot e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2}$$
$$\int_a^b F(t)\,dt = \Delta P$$
$$\int_a^b e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2} dt = \tau \cdot \sqrt{\pi}$$
$$\Delta P = m \cdot (v_1 - v_0)$$
$$F_{\max} = \frac{\Delta P}{\tau \cdot \sqrt{\pi}}$$
$$F_{\max} = \frac{0.01 \cdot 1400}{0.01 \cdot \sqrt{\pi}} = 789.9\,\mathrm{N}$$

0.2 Oppgave 2

En bil med masse m og fart v kolliderer med en annen bil med masse $2m$ som i utgangspunktet er i ro, i et rett, sentralt støt. Bilene blir hengende sammen og beveger seg som ett legeme etter støtet.

Hvor stor prosentandel av bilenes kinetiske energi går tapt i støtet?

0.2.1 2

støtet er fullstendig uelastisk, bevegelsesmengde er bevart, men ikke energi

$P_f = P_e \rightarrow mv + 2m * 0 = 3mu \rightarrow u = \frac{v}{3}$ (u er farten til det samlede legemet etter støtet)

E_k før: $\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}mv^2$

E_k etter: $\frac{1}{2}Mu^2 \rightarrow \frac{1}{2}3m(\frac{v}{3}^2) = \frac{1}{6}mv^2$

vi ser at den kinetiske energien etter støret er en tredjedel av energien før støtet, som $66,66 prosent$ av den kinetiske energien gikk tapt i støtet

0.3 Oppgave 3

To skøyteløpere med identisk masse M står i ro ovenfor hverandre, og kan gli helt friksjonsfritt på isen. Løper A kaster en kasse med masse m med en horisontal utgangsfart v_0, som løper B tar imot og holder fast i. Se figuren under.

a) Hva blir farten u_1 til skøyteløper A etter å ha kastet fra seg kassen?

b) Hvor stor er farten u_2 til skøyteløper B etter å ha tatt imot kassa? All bevegelse kan antas å foregå langs en rett linje.

0.3.1 Svar:

a)

Fullstendig uelastisk støt:

$(+) \rightarrow$

$$P_e = P_f \rightarrow Mu_1 + mv_0 = 0$$
$$u_1 = \underline{\underline{-\frac{mv_1}{M}}}$$

b)

$$P_f = P_e \rightarrow mv_0 + 0 = (M+m)u_2$$
$$u_2 = \underline{\underline{\frac{mv_0}{m+M}}}$$

0.4 Oppgave 4

I en partikkelakselerator kolliderer et proton med masse m_1 og fart $1,0 \cdot 10^6$ m/s med et positron med masse m_2 som i utgangspunktet ligger i ro, i et rett, elastisk støt. Masseforholdet mellom protonet og positronet er $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{2000}$.

Hva blir protonets og positronets fart etter kollisjonen?

0.4.1 4

Gitt at et proton med masse m_1 og hastighet $1,0 \times 10^6$ m/s kolliderer elastisk med et i ro værende positron med masse m_2 der masseforholdet er $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{2000}$ ønsker vi å finne de endelige hastighetene v_{1f} og v_{2f} etter kollisjonen.

Vi bruker bevaring av bevegelsesmengde og kinetisk energi:

1. Bevegelsesmengdens bevaring: $m_1v_{1f} + m_2v_{2f} = m_1v_{1e} + m_2v_{2e}$
2. Kinetisk energis bevaring: $\frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1e}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2e}^2$

Med $v_{2i} = 0$ (positronet er i ro), blir likningene:

$m_1 \cdot 1,0 \times 10^6 + m_2 \cdot 0 = m_1v_{1e} + m_2v_{2e}$ $\frac{1}{2}m_1 \cdot (1,0 \times 10^6)^2 + 0 = \frac{1}{2}m_1v_{1e}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2e}^2$

Ved å løse disse likningene, får vi at:

Protonets endelige hastighet v_{1f} er ca. 999,000.5 m/s. Positronets endelige hastighet v_{2f} er ca. 1,999,000.5 m/s.