



Licence d'Informatique 3, AD Programmeur (C5-160512-INFO) TD 1 – Tableaux et Espaces

Carl FRÉLICOT – Dpt Info / Lab MIA

1. Des Données

Soit le tableau de données X ci-contre.

1-1) Que valent le nombre n d'individus et le nombre p de variables ?

1-2) Dessinez le nuage de points correspondant.

$$X = \begin{array}{cc} & \begin{matrix} X_1 & X_2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} t x_1 \\ t x_2 \\ t x_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \end{array}$$

2. Espace des Individus

2-1) À quel produit scalaire correspond la dernière valeur 2 du tableau ?

2-2) Calculez la norme du 3ème individu.

2-3) Comment généraliser à tous les individus par produit matriciel ?

2-4) Calculez le vecteur u unitaire colinéaire au 3ème individu.

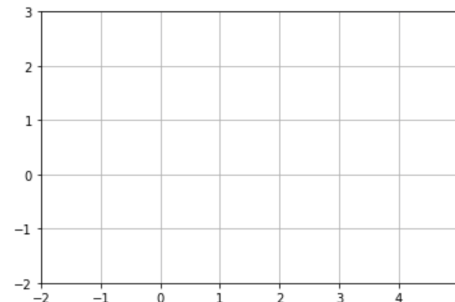
2-5) Projetez le 2ème individu sur l'axe défini par u .

2-6) Déduisez la valeur de l'angle entre le 2ème et le 3ème individu ?

2-7) Quelle métrique M a-t-on implicitement utilisée ?

2-8) Calculez la distance euclidienne entre le 1er et le 2ème individu.

2-9) Calculez le centre du nuage \bar{x} .



3. Espace des Variables

3-1) Quel tableau faut-il soustraire à X pour le centrer ?

3-2) Déduisez le tableau centré X' .

3-3) Soit $D = \frac{1}{n}I_n$ la matrice de poids des individus. Calculez la D -norme de la 2ème variable.

3-4) Calculez le D -produit scalaire entre les deux variables.

3-5) Généralisez à toutes les variables par produit matriciel. Qu'obtient-on ?

3-6) Par quel tableau faut-il diviser X' (élément par élément) pour le réduire ?

3-7) Déduisez le tableau centré-réduit X'' .

3-8) Calculez ${}^tX''DX''$. Qu'obtient-on ?

1-1) $n = 3$ et $p = 2$

2-1) $\langle x_3, e_2 \rangle$

2-2) $\|x_3\| = 2\sqrt{5}$

2-3) racine carrée de la diagonale de X^tX
 $[\sqrt{10}, \sqrt{5}, \sqrt{20}]$

2-4) $u = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} / \sqrt{5} = {}^t(0.8944, 0.4472)$

2-5) $\langle x_2, x_3 \rangle = 0$

2-6) $\cos(x_2, x_3) = 0, x_2 \perp x_3$

2-7) $M = I_p$

2-8) $\|x_2 - x_1\| = 5$

2-9) $\bar{x} = {}^t(2, 1)$

3-1)
$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

3-2) $X' = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

3-3) $\|X'_2\|_D = \sqrt{2}$

3-4) $\langle X'_1, X'_2 \rangle_D = -1$

3-5)
$$\begin{bmatrix} 14/3 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = V$$

3-6)
$$\begin{bmatrix} \sqrt{14/3} & \sqrt{2} \\ \sqrt{14/3} & \sqrt{2} \\ \sqrt{14/3} & \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

3-7) $X'' = \begin{bmatrix} \sqrt{3/14} & -\sqrt{2} \\ -3\sqrt{3/14} & \sqrt{2}/2 \\ 2\sqrt{3/14} & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4629 & -1.4142 \\ -1.3887 & 0.7071 \\ 0.9258 & 0.7071 \end{bmatrix}$

3-8)
$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -0.3273 \\ -0.3273 & 1 \end{bmatrix} = R$$