

---

Série 7 de TD (ordonnancement)

---

### Exercice 1 : Méthode Potentiels-Tâches (MPM)

On doit exécuter sept tâches a, b, c, d, e, f, g soumises aux contraintes de succession rapportées dans le tableau ci-dessous :

Tâches	Durée	Contraintes
a	6	
b	3	
c	6	
d	2	b achevée
e	4	b achevée
f	3	d et a achevées
g	1	F, e, c achevées

1. Dessiner le graphe potentiel-tâches associé.
2. Calculer les dates au plus tôt de début des tâches.
3. Déterminer un chemin critique. Est-il unique ?
4. Calculer les dates au plus tard des tâches.
5. Calculer les marges totales et libres des tâches.
6. Dessiner un diagramme de GANTT de l'ordonnancement au plus tôt.

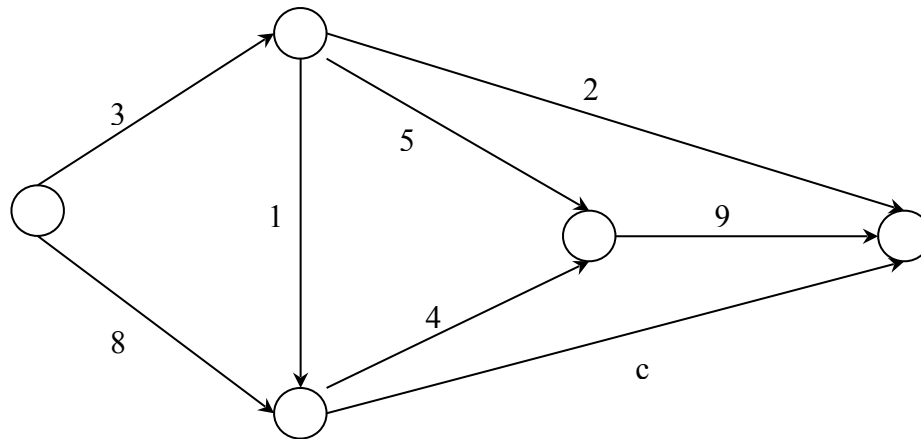
### Exercice 2 : Méthode PERT

Reprendre le même exercice avec la méthode PERT.

### Exercice 3

Soit le graphe ci-dessous, décrivant les précédences d'un projet dans lequel chaque arc représente une tâche.

Les nombres à côté des arcs servent à la fois à identifier et à indiquer la durée des tâches qui leur sont associées. Calculer, en fonction de c, la durée minimale du projet et donner le ou les chemins critiques correspondants.



#### Exercice 4

Une entreprise s'est spécialisée dans la construction de maisons individuelles d'un type donné. Son slogan est : « acheter votre terrain ! Nous vous construisons ensuite votre maison en un minimum de temps ! » Chaque projet se compose d'un certain nombre de travaux décrits dans le tableau suivants :

Tâches	Désignation	Durées	Contraintes
A	Signature du marche	0	Précède toutes les autres
B	Excavation-Fondations	5	-
C	Plomberie extérieure	3	Fondations terminées
D	Construction des murs	8	Fondations terminées
E	charpente	3	Murs achevés
F	Couverture	4	Charpente terminée
G	Maçonnerie intérieure	8	Murs achevés
H	Plomberie intérieure	7	Plomberie extérieure terminée Murs terminés Charpente terminée
I	Electricité	4	Murs terminés Charpente terminée Maçonnerie intérieure terminée
J	Finitions	6	Toutes tâches précédentes terminées
K	Livraison	0	Tout achevé

1. Déterminer la durée minimale du projet
2. A cause d'un retard dans la livraison du matériel électrique, la tâche i ne peut commencer que 28 jours après la signature du marché. La durée minimale du projet est-elle modifiée ?

### Exercice 5: « Savoir prendre son temps quand on est pressé »

En prévision d'une croissance de la demande, une entreprise de construction mécanique décide d'augmenter sa production. Pour ce faire, il faut construire et équiper un nouvel atelier puis embaucher et former du personnel.

On cherche à définir un planning des opérations composantes du projet et à estimer la date au plus tôt de démarrage de cette nouvelle production. La liste des tâches à effectuer, leurs durées et les contraintes d'antériorité à respecter sont rapportées dans le tableau ci-dessous :

Tâches	Désignation	Durées	C o n t r a i n t e s précédentes
1	Construction de l'atelier	10	-
2	Achat et réception des machines	8	-
3	Réglage définitif des machines	4	1, 2
4	Définition des modalités d organisation du travail	5	-
5	Définition des types et nombre de postes	2	4, 3
-	Recrutement du personnel	4	5
7	Conception des gammes de production	8	4, 2
8	Essais et tests de production	2	3, 6, 7

1. Modéliser le contexte (tâches et contraintes) sous forme d'un graphe potentiels-tâches..
2. (a) Quel délai minimum doit on prévoir entre la décision d'investissement et le lancement de la production industrielle ?  
(b) Quelle est la date au plus tard de début de chaque tâche si l'on souhaite respecter le délai minimum calculé précédemment ?
3. Le calendrier au plus tôt est adopté. Classer les tâches en trois catégories :
  - i. tâches pour lesquelles le moindre retard de démarrage allonge le délai de réalisation du projet,
  - ii. tâches pour lesquelles le moindre retard de démarrage perturbe le calendrier,
  - iii. tâches pour lesquelles un léger retard ne modifie pas le planning.
4. Après une analyse plus fine, on constate qu'il convient d'ajouter deux contraintes supplémentaires (a) et (b) :

1. pour simplifier la réalisation du projet, la fin de la construction de l'atelier doit être terminée avant la réception des machines (programmé en fin de tâche 2). Représenter cette nouvelle contrainte sur le graphe. Quel impact cela a-t-il sur le calendrier au plus tôt prévu ?
  2. La conception des gammes doit se faire avec une partie du personnel, en conséquence le recrutement doit débiter, au plus tard 3 semaines après le début de la conception des gammes. Représenter cette nouvelle contrainte sur le graphe. Quel est l'impact de cette nouvelle contrainte ?
  3. Indiquer le nouveau « chemin critique ».
5. Le recrutement est réalisé par une société de service extérieur qui propose quatre types de contrat en fonction de la durée de ce recrutement :
- Recrutement « express » de durée 4 semaines et de coût 60 k€.
  - Recrutement « rapide » de durée 5 semaines et de coût 50 k€,
  - Recrutement « standard » de durée 6 semaines et de coût 30 k€,
  - Assistance au recrutement de durée 7 semaines et de coût 15 k€.

Le service commercial s'est déjà engagé à livrer les commandes sur la base du planning initial fondé sur un recrutement de 4 semaines (après la prise en compte des contraintes de 4). Tout retard des livraisons d'une semaine engendre une perte de marge de 15 k€. Quel contrat signer ?

### Exercice 6

Un projet informatique a été découpé en 10 sous-programmes A, B, C, D, E, F, G, H, I et J. Les contraintes de précédence et les durées de développement de ces sous-programmes sont données dans le tableau suivant :

Sous-programme	Durée	Sous-programmes précédents
A	8	C
B	7	D
C	7	
D	8	
E	7	A, B, C
F	5	D, C
G	8	E, D
H	2	D, A
I	5	G, E
J	4	F, G

1. Modélisez ce projet par un graphe. Déterminez la durée minimale du projet, les dates au plus tôt, dates au plus tard des différents sous-programmes.
2. Déterminez les marges totales et les marges libres ? Quels sont les "sous-programmes" critiques ?
3. On se rend finalement compte que le sous-programme H nécessite les résultats du sous-programme J. Quelle sera alors la durée minimale du projet ?

### Exercice 7 :

Chaque année, l'association des étudiants d'une école d'ingénieurs organise une semaine dans une station de leur choix. Cette année, la semaine est planifiée pendant la semaine 14, toute l'organisation doit être achevée pour le départ des étudiants en car en fin de semaine 13. L'association cherche à définir son planning pour répartir les tâches. Dix tâches principales sont à effectuer, l'estimation de leur durée, les contraintes d'antériorité et le nombre de personnes nécessaires à leur réalisation sont donnés dans le tableau suivant :

Tâches	Durée	Contraintes d'antériorité	Effectif
A : Recherche de la station	3		3
B : Campagne d'information	2	A, D avancée à 50%	3
C : Recherche des enseignants volontaires	6		1
D : Conception des activités et contact sponsor	4	A	2
E : Location du matériel d'animation	1	A, D	2
F : Commercialisation	4	B	3
G : Négociation de location de studios	2	F avancée à 75%	2
H : Appel d'offre transporteurs	3	A	2
I : Signature contrat transport	0,5	F, H	1
J : Finalisation du contrat studio	1	F, G	1

1. Modéliser ce problème par un graphe.
2. Calculer (sur le graphe) les calendriers au plus tôt et au plus tard, en déduire la date au plus tard de début de projet.
3. Donner le diagramme de Gantt correspondant.
4. Enumérer les tâches critiques. Donner pour les autres tâches les marges totales et libres.
5. Pour des raisons évidentes de suivi, ce sont les deux mêmes personnes qui doivent réaliser les tâches G, H, I et J. Trouver un ordre de réalisation des tâches G, H, I et J qui modifie le moins possible la durée de réalisation du projet..

**Exercice 8 :**

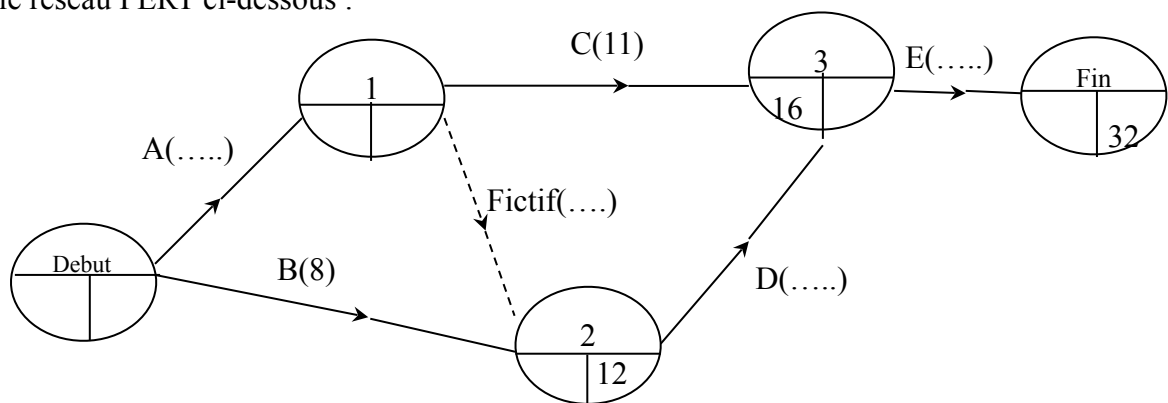
Soit le problème d'ordonnancement suivant :

Tâches	Durée	Contraintes d'antériorité	Effectif
A	4		3
B	7	A finie depuis au moins un jour	3
C	5	A finie	1
D	4	B et C finies	2
E	4	B finie depuis au moins un jour	2
F	6	B finie et C finie depuis u moins 4 jours	3
G	7	D et E finies	2
H	9	D et F finies	2

1. Modéliser ce problème par un graphe.
2. Calculer (sur le graphe) les calendriers au plus tôt et au plus tard, en déduire la date au plus tard de début de projet.
3. Donner le diagramme de Gantt correspondant.
4. Enumérer les tâches critiques. Donner pour les autres tâches les marges totales et libres.
5. E plus, on souhaite maintenant que la fin de la tache E ne dépasse pas le début de la tache D de plus de 3 jours. Expliquer comment prendre en compte cette nouvelle contrainte. Que change -t-elle dans l'ordonnancement déjà calculé ?

**Exercice 9 :**

Soit le réseau PERT ci-dessous :



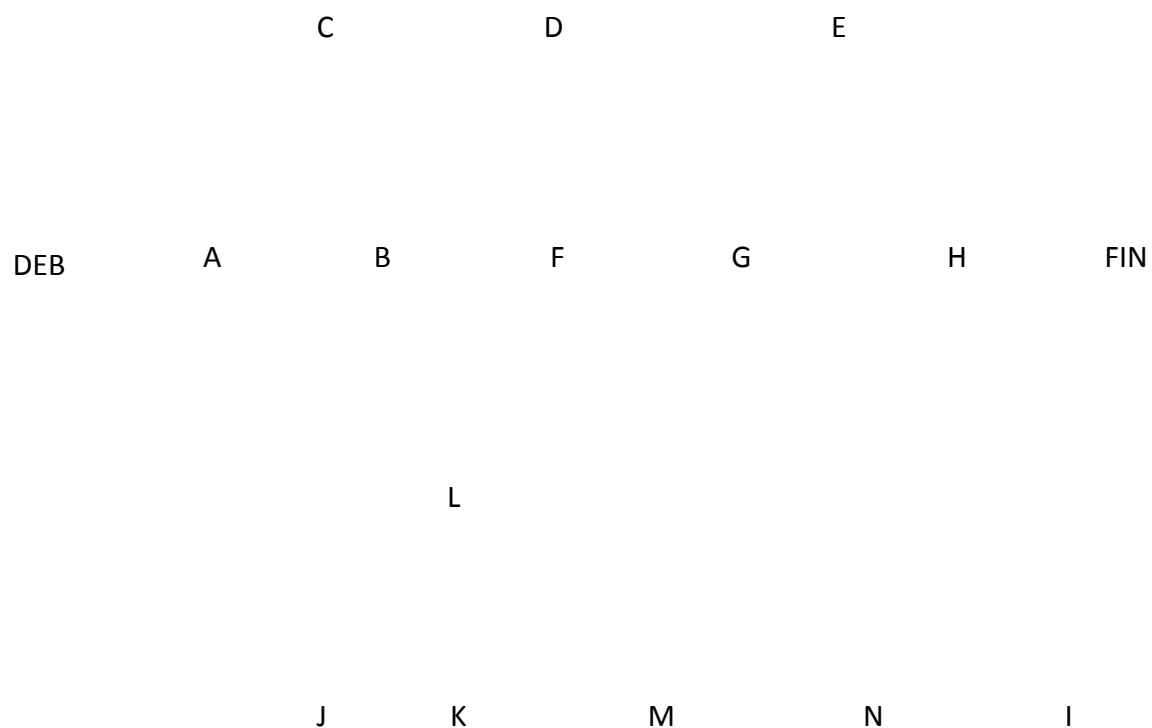
1. Compléter les pointillés et les cases vides (sur le graphe)
2. Indiquer le chemin critique et sa durée.
3. Supposons que la tache C dure plutôt 13 semaines, qu'est-ce que cela change dans l'ordonnancement obtenu ?

**Exercice 10 :**

La réalisation d'un projet peut être décomposée en 14 tâches. Le tableau suivant indique la durée de chacune de ces tâches ainsi que les tâches qui doivent les précéder.

TACHES	DUREE	TACHES ANTECEDENTES
A	6	-
B	4	A
C	5	A
D	4	C
E	9	D
F	7	B
G	8	D,F,K,L
H	2	G
I	5	G,N
J	2	A
K	7	J
L	6	B
M	5	K,L
N	7	M

1. Représenter le graphe potentiel-tâche.



2. Calculer les dates de début au plus tôt et au plus tard des tâches de ce projet.
3. Quelle est la durée minimale de l'ensemble du projet ?
4. Quelles sont les tâches critiques ?
5. Calculer les marges libres des différentes tâches.

TACHES	DUREE	t*	T*	Marge totale	Marge libre
A	6				
B	4				
C	5				
D	4				
E	9				
F	7				
G	8				
H	2				
I	5				
J	2				
K	7				
L	6				
M	5				
N	7				

t\* : début au plus tôt

T\* : début au plus tard

6. On considère la contrainte complémentaire suivante : les tâches B et D doivent commencer simultanément
  - a. Représenter la contrainte par une (ou plusieurs) inégalité(s), du type  $t_j - t_i \geq l_{ij}$ , portant sur les dates de début d'exécution des tâches.
  - b. Décrire la modification du graphe potentiel-tâche correspondante (sans le porter sur le graphe)
  - c. Examiner (brièvement) les conséquences sur le calendrier du projet de la contrainte supplémentaire imposée



## Exercice 11

On considère le problème d'ordonnancement suivant où on suppose que le nombre d'employés est limité à 5.

tâche	durée	tâches précédentes	nombre d'employés
A	6	-	3
B	3	-	2
C	6	-	1
D	2	B	1
E	4	B	3
F	3	D A	3
G	1	F E C	2

1. Représenter le graphe potentiel-tâche.
2. Calculer les dates de début au plus tôt et au plus tard des tâches de ce projet (sur le graphe).
3. Quelle est la durée minimale de l'ensemble du projet ?
4. Quelles sont les tâches critiques ?
5. Calculer les marges libres des différentes tâches.

TACHES	DUREE	t*	T*	Marge totale	Marge libre
A	10				
B	4				
C	2				
D	8				
E	6				
F	5				
G	9				

t\* : début au plus tôt

T\* : début au plus tard

6. La tâche B ne peut démarrer que deux jours après le début du projet.
  - d. Décrire la modification du graphe potentiel-tâche correspondante (sans le porter sur le graphe)
  - e. Examiner (brièvement) les conséquences sur le calendrier du projet.
7. Dresser la courbe de charge de la ressource «nombre d'employés ». Cet ordonnancement est-il réalisable ?