

به نام خدا



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)
دانشکده مهندسی مکانیک

عنوان پروژه :

بررسی پارامترهای جریان فراصوت روی گوه (wedge) با استفاده از
حجم محدود و روش تفکیک شار و ن لیر

اسما وزیری نسب

استاد مربوطه : نادران طحان

زمستان ۱۴۰۲

فهرست مطالب

فصل اول.....	۱
تعریف مساله و معادلات حاکم.....	۱
۱.۱ تعریف مسئله:.....	۲
۲.۱ معادلات حاکم:.....	۲
۳.۱ معادلات کمکی:.....	۳
۴.۱ شرایط مرزی:.....	۳
۱.۴.۱ سطح چپ حجم کنترل:.....	۳
۲.۴.۱ سطح راست حجم کنترل:.....	۴
۳.۴.۱ سطح پایین حجم کنترل:.....	۴
فصل دوم.....	۵
شبکه بندی (set mesh).....	۵
۱.۲ تشکیل شبکه.....	۶
۲.۱ استقلال از شبکه محاسباتی.....	۷
۳.۲ آنالیز خطا.....	۱۱
فصل سوم.....	۱۳
روش عددی.....	۱۳
۱.۳ انتخاب روش عددی.....	۱۴
۲.۳ تجزیه معادلات و شرایط مرزی.....	۱۶
۳.۳ پارامترهای حل.....	۱۶

فصل چهارم.....	۱۸
نتایج.....	۱۸
۱.۴ تغییرات زاویه گوه.....	۱۹
۱.۱.۴ نیم زاویه گوه ۱۵ درجه.....	۱۹
۲.۱.۴ نیم زاویه گوه ۳۵ درجه.....	۲۳
۲.۴ تغییرات عدد ماخ جریان آزاد.....	۲۶
۱.۲.۴ ماخ جریان فراصوت روی گوه = ۲.۵.....	۲۶
فصل پنجم.....	۲۹
صحت سنجی.....	۲۹
۱.۵ صحت سنجی فشار.....	۳۰
۲.۵ صحت سنجی سرعت.....	۳۱
نتیجه گیری.....	۳۲
مراجع.....	۳۳

فهرست اشکال

- شکل ۱.۲- شبکه محاسباتی با استفاده از نرم افزار pointwise ۶
- شکل ۲.۲- مقدار سرعت در راستا X با شبکه بندی در سائزهای مختلف ۸
- شکل ۳.۲- مقدار سرعت در راستا Y با شبکه بندی در سائزهای مختلف ۹
- شکل ۴.۲- مقدار سرعت راستا X در نقاط مشترک در شبکه بندی با سائزهای مختلف ۹
- شکل ۵.۲- مقدار سرعت راستا Y در نقاط مشترک در شبکه بندی با سائزهای مختلف ۱۰
- شکل ۶.۲- تغییرات خطا متوالی با تغییر گام زمانی ۱۱
- شکل ۷.۲- مقدار شیب سنجش شده به ازای تغییرات فاصله نودها ۱۲
- شکل ۱.۴- کانتور تغییرات دانسیته روی گوه با زاویه ۱۵ بعد از 300 گام زمانی ۲۰
- شکل ۲.۴- کانتور تغییرات سرعت در راستا X روی گوه با زاویه ۱۵ بعد از ۳۰۰ گام زمانی ۲۱
- شکل ۳.۴- کانتور تغییرات سرعت در راستا Y روی گوه با زاویه ۱۵ بعد از 300 گام زمانی ۲۱
- شکل ۴.۴- کانتور تغییرات فشار روی گوه با زاویه ۱۵ بعد از 300 گام زمانی ۱۸
- شکل ۵.۴- خطوط میدان روی گوه با زاویه ۱۵ بعد از 300 گام زمانی ۱۸
- شکل ۶.۴- کانتور تغییرات دانسیته روی گوه با زاویه ۳۵ بعد از 300 گام زمانی ۲۳
- شکل ۷.۴- کانتور تغییرات سرعت در راستا X روی گوه با زاویه ۳۵ بعد از ۳۰۰ گام زمانی ۲۴
- شکل ۸.۴- کانتور تغییرات سرعت در راستا Y روی گوه با زاویه ۳۵ بعد از 300 گام زمانی ۲۴
- شکل ۹.۴- کانتور تغییرات فشار روی گوه با زاویه ۳۵ بعد از ۳۰۰ گام زمانی ۲۵
- شکل ۱۰.۴- کانتور تغییرات دانسیته روی گوه با عدد ماخ ۲.۵ بعد از ۳۰۰ گام زمانی ۲۶
- شکل ۱۱.۴- کانتور تغییرات سرعت در راستا X روی گوه با عدد ماخ ۲.۵ بعد از ۳۰۰ گام زمانی ۲۷
- شکل ۱۲.۴- کانتور تغییرات سرعت در راستا Y روی گوه با عدد ماخ ۲.۵ بعد از 300 گام زمانی ۲۷
- شکل ۱۳.۴- کانتور تغییرات فشار روی گوه با عدد ماخ ۲.۵ بعد از ۳۰۰ گام زمانی ۲۸
- شکل ۱.۵- مقایسه نتایج فشار جریان روی مرز پایین با داده های John W. Slater [۲] ۳۰
- شکل ۲.۵- مقایسه نتایج عدد ماخ جریان روی مرز پایین با داده های John W. Slater [۲] ۳۱

فهرست جداول

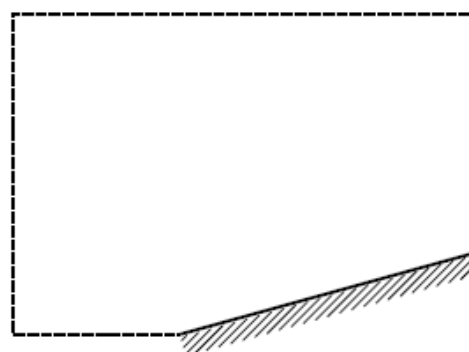
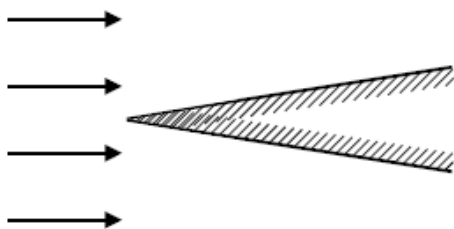
جدول ۱.۲ استقلال از شبکه تغییرات پارامتر سرعت با ریز کردت شبکه محاسباتی ۱۰

فصل اول

تعريف مساله و معادلات حاكم

۱.۱ تعریف مسئله:

جریان سیال تراکم پذیر غیر ویسکوز از روی گوه با زاویه برابر 2θ ، دامنه نشان داده شده در شکل سمت راست در نظر گرفته می شود. شرایط مرزی مناسب تعریف شده و پارامترهای جریان در دو حالت نیم زاویه گوه 15° و 35° درجه بررسی می شوند. همچنین مقایسه جریان برای دو حالت عدد ماخ جریان آزاد 1.2 و 2.5 نیز صورت میگیرد.



۲.۱ معادلات حاکم:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial y} + \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y} + \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u E)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v E)}{\partial y} + \frac{\partial(P u)}{\partial x} + \frac{\partial(P v)}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

۳.۱ معادلات کمکی:

$$e = \frac{p}{(\gamma-1)\rho} \quad (5)$$

$$E = \left(e + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \right) \rho \quad (6)$$

$$p = (\gamma - 1) \left(E - \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2) \right) \quad (7)$$

$$H = \frac{E+p}{\rho} \quad (8)$$

$$e(T) = c_v T \quad (9)$$

۴.۱ شرایط مرزی:

۱.۴.۱ سطح چپ حجم کنترل:

$$\left\{ \begin{array}{l} Ma_u(x=0, y) = 1.2 \\ Ma_v(x=0, y) = 0 \\ T(x=0, y) = 300 \\ \rho(x=0, y) = 1.2 \end{array} \right.$$

۲.۴.۱ سطح راست حجم کنترل:

$$\left\{ \begin{array}{l} Ma_u(x = L, y) = Ma_u(x = L - \varepsilon, y) \\ Ma_v(x = L, y) = Ma_v(x = L - \varepsilon, y) \\ T(x = L, y) = T(x = L - \varepsilon, y) \\ \rho(x = L, y) = \rho(x = L - \varepsilon, y) \end{array} \right.$$

۳.۴.۱ سطح پایین حجم کنترل:

$$\left\{ \begin{array}{l} Ma_u(x \neq w, y = 0) = Ma_u(x \neq w, y = \varepsilon) \\ Ma_v(x \neq w, y = 0) = Ma_v(x \neq w, y = \varepsilon) \\ Ma_u(x = w, y = 0) = 0 \\ Ma_v(x = w, y = 0) = 0 \\ T(x \neq w, y = 0) = T(x \neq w, y = \varepsilon) \\ T(x = w, y = 0) = T_w \end{array} \right.$$

منظور از $x = w$ مختصاتی از محور x می باشد که دیواره یا گوه قرار دارد.

۴.۴۱ سطح بالا حجم کنترل:

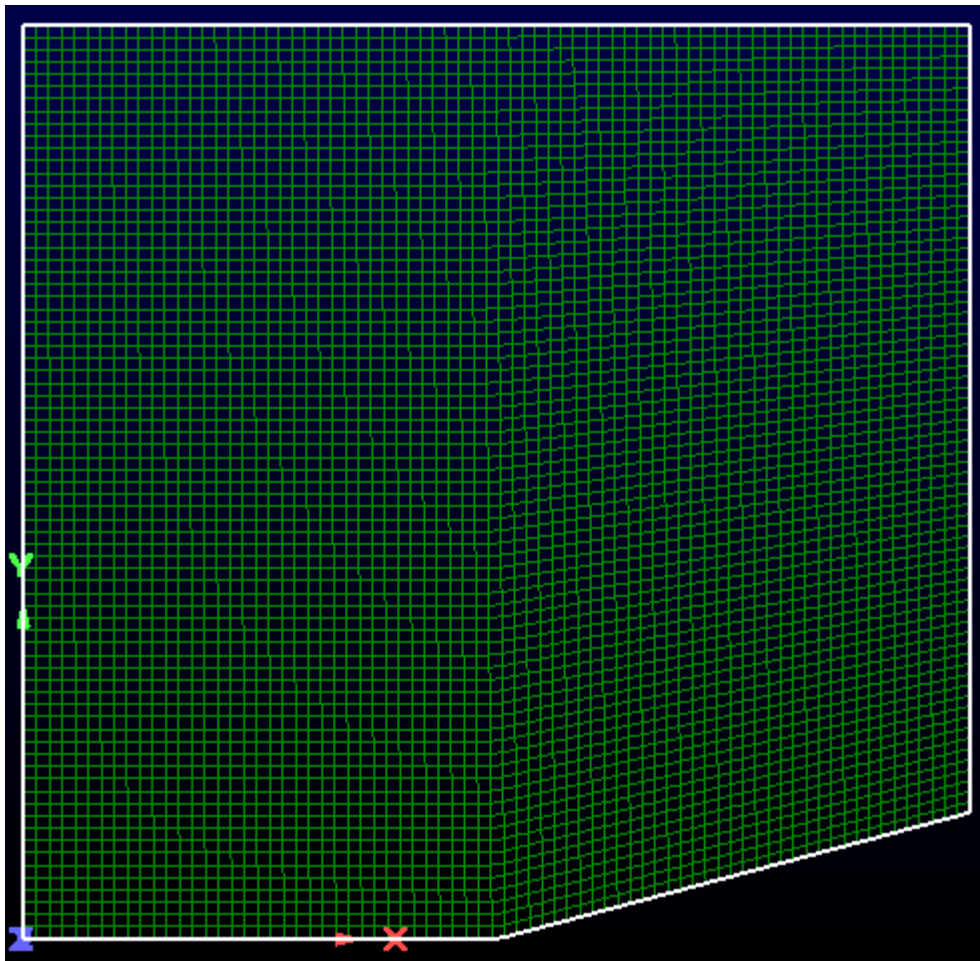
$$\left\{ \begin{array}{l} Ma_u(x, y = h) = Ma_u(x, y = h - \varepsilon) \\ Ma_v(x, y = h) = Ma_v(x, y = h - \varepsilon) \\ T(x, y = h) = T(x, y = h - \varepsilon) \\ \rho(x, y = h) = \rho(x, y = h - \varepsilon) \end{array} \right.$$

فصل دوم

شبکه بندی (set mesh)

۱.۲ تشکیل شبکه

در پروژه مورد نظر تشکیل شبکه به دو صورت انجام گرفته است. در روش اول به کمک نرم افزار `pointwise` مش بندی انجام شده و داده های به صورت فایل حاوی اطلاعات گره از جمله X, Y, Z هر نقطه به نرم افزار برنامه نویس در اینجا متلب داده شده است. در روش دیگر فایل متلبی به صورت تابعی تعریف شده که تعداد نقاط را در راستای X, Y و نیم زاویه گوه می گیرد و شبکه محاسباتی را تشکیل می دهد.



شکل ۱.۲ شبکه محاسباتی با استفاده از نرم افزار `pointwise`

کد متلب نوشته شده برای تولید شبکه محاسباتی:

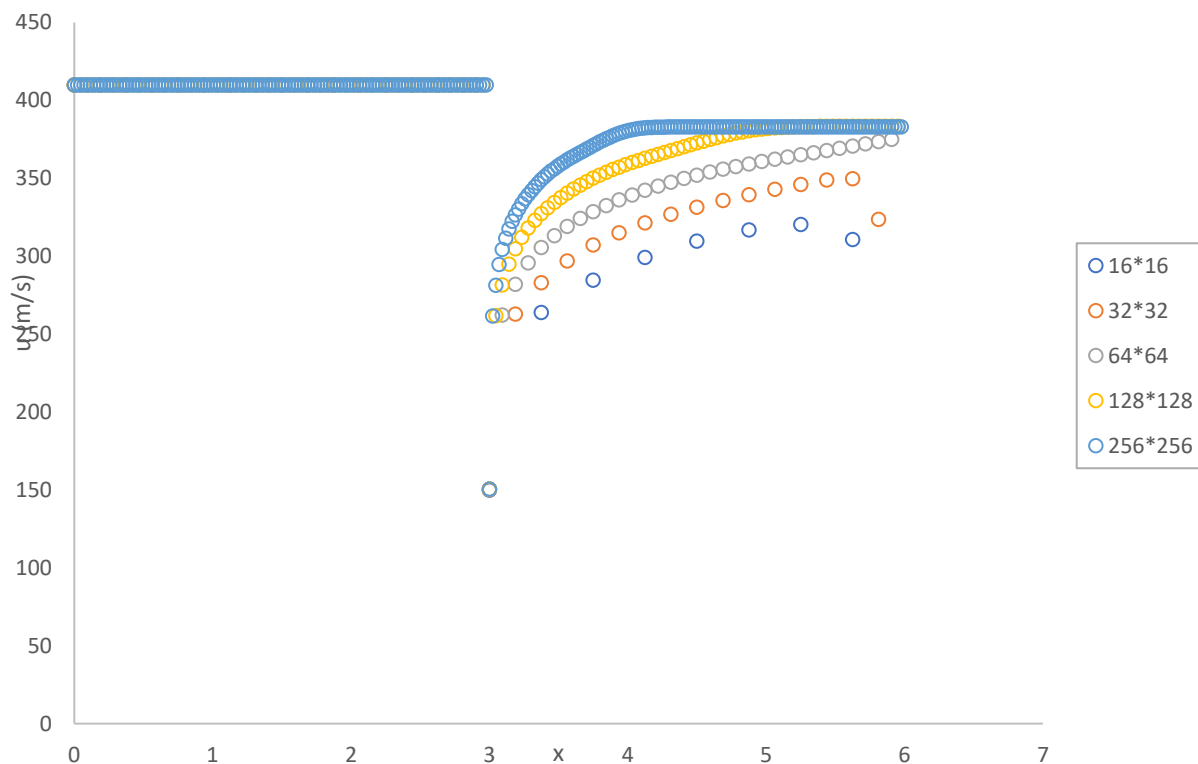
```
function [X ,Y] = gridgen(npi,npj,theta);
meshxxx= linspace(0,6,npi);
meshyyy= linspace(0,(tan(deg2rad(theta))+5),npj);
x = ones(npi,npj) .* meshxxx';
y = ones(npi,npj) .* meshyyy;
theta1 = theta /((npj-1)/2);
theta2 = [0:theta1:theta];
[n,m] = size(theta2);
theta3 = [theta2 ones(1,(npj-m)).* theta];
kk=1;
for o=1:npj
    for p = ((npi-1)/2)+2:npi
        y(p,o) = y(((npi-1)/2)+1,o) + (tan(deg2rad(theta-
theta3(1,o))))*(6/(npi-1))*kk;
        kk=kk+1;
    end
    kk=1;
end
X=x;
Y=y;
```

۲.۱ استقلال از شبکه محاسباتی

برای بررسی استقلال از شبکه، پنج شبکه بندی مختلف استفاده شده است. نتایج به ازای این شبکه بندی های مختلف رسم شده است که در اشکال 2.2 و 3.2 قابل مشاهده می باشد.

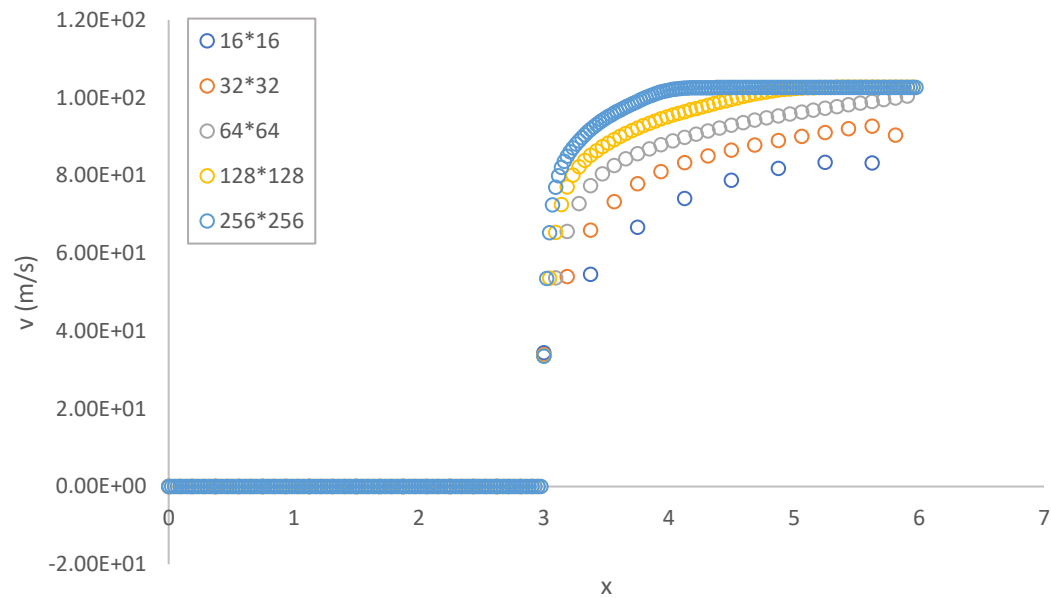
مطالعه اولیه نتایج نشان می دهد دقت کافی برای گسسته سازی به ازای $128 * 128$ شده است و انتخاب شبکه ی ریزتر علاوه بر افزودن خطای قطع، از لحاظ خروجی محاسباتی نیز کمک کننده نیست. حال برای آنکه مطابق روند ارائه شده در کل این قسمت مورد بررسی قرار بگیرد لازم است تا چند مرحله مختلف طی شود.

ابتدا باید در نظر داشت که مقایسه حتما در نقاط مشابه انجام شود. بدین منظور برای ریز کردن شبکه باید اعدادی را در نظر گرفت که بگونه ای این مطلوب را برآورده کنند. مثلا اگر یک قسمت پس از ریز شدن به گونه ای باشد که نودهای جدید منطبق بر نودهای مرحله قبل نباشند خطای میانمایی نیز وارد کار می شود و صحیح نیست. در نتیجه اعداد به صورت 16، 32، 64، 128 و 256 در نظر گرفته شده اند.

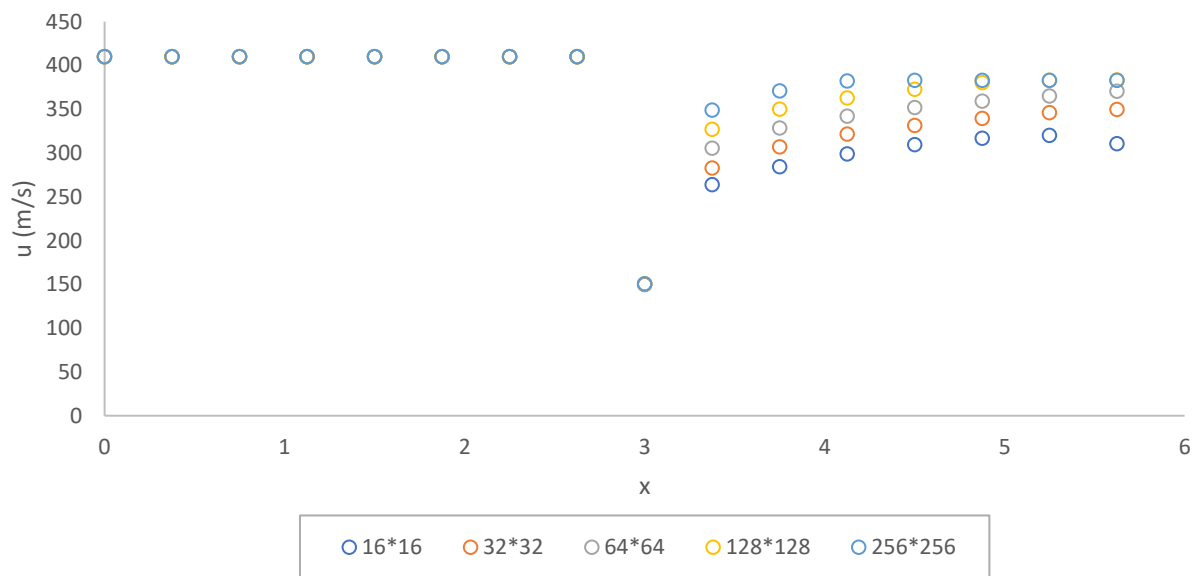


شکل ۲.۲ مقدار سرعت در راستا x با شبکه بندی در سایزهای مختلف

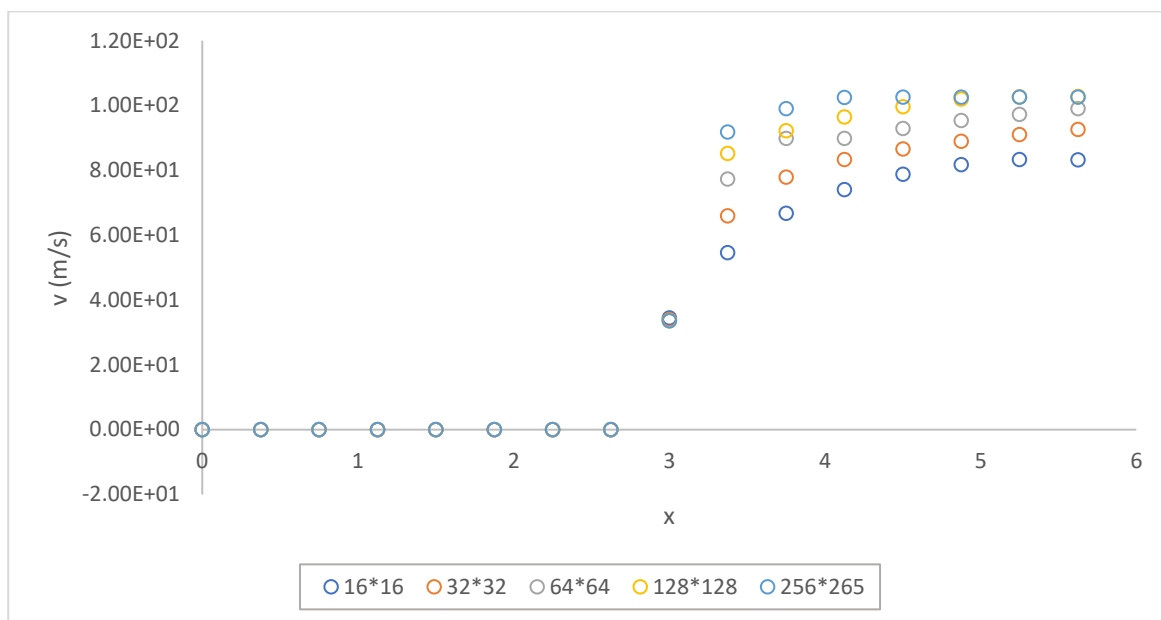
در این نمودار سرعت روی مرز پایین حجم کنترل ترسیم شده که در $x=3$ به دلیل وجود دیواره دچار ناپیوستگی و شوک می شود و نمودار از لحاظ فیزیکی منطقی به نظر می رسد.



شکل ۳.۲ مقدار سرعت در راستا y با شبکه بندی در سایزهای مختلف



شکل ۴.۲ مقدار سرعت راستا x در نقاط مشترک در شبکه بندی با سایزهای مختلف



شکل ۵.۲ مقدار سرعت راستا v در نقاط مشترک در شبکه بندی با سایزهای مختلف

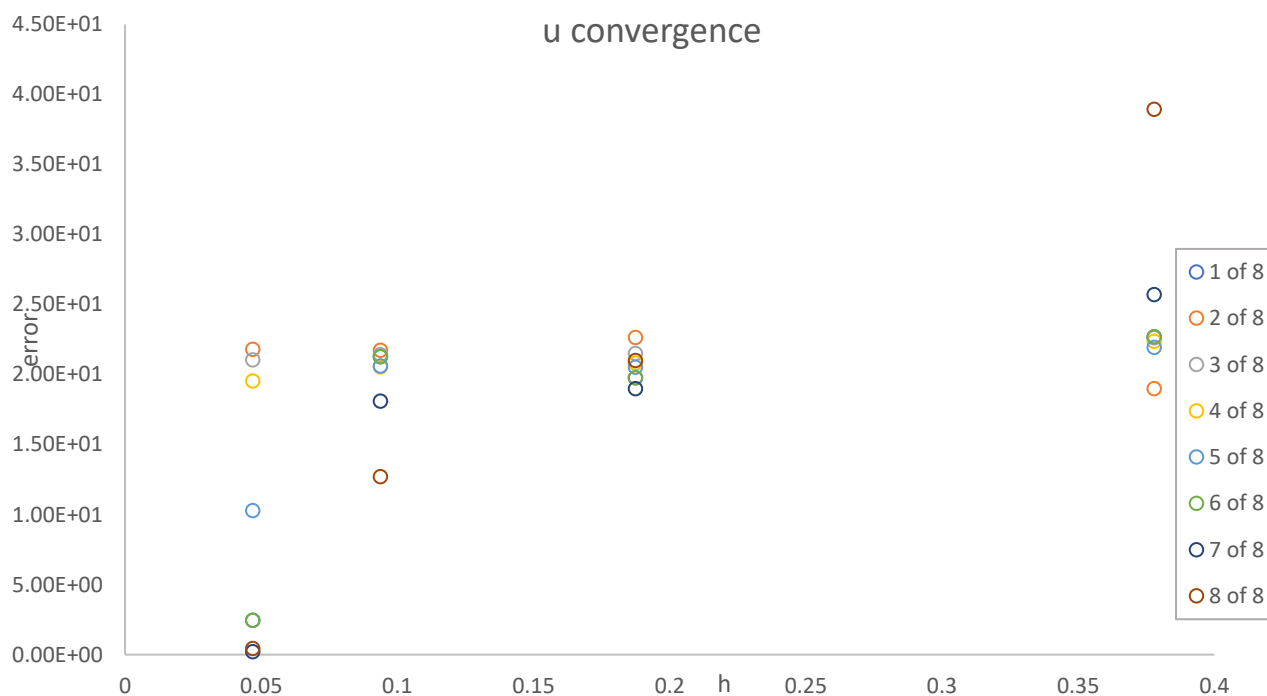
تعداد نقاط	u (m/s)	v (m/s)	تغییرات u %	تغییرات v %
256	309.564	7.88E+01	---	---
1024	331.4801	8.65E+01	6.611605	8.97E+00
4096	351.9981	92.90994	5.829007	6.87E+00
16384	372.6031	99.57467	5.529995	6.69E+00
65536	382.8826	102.5907	2.684773	2.94E+00

جدول ۱.۲ استقلال از شبکه تغییرات پارامتر سرعت با ریز کردت شبکه محاسباتی

با افزایش تعداد نقاط از ۱۶۳۸۴ به ۶۵۵۳۶ تنها دقت دو درصد افزایش یافته و نه تنها زمان محاسبات به صورت چشم گیری افزایش یافت بلکه باعث افزایش خطا رند کردن نیز می شود پس تعداد نقاط ۱۶۳۸۴ مناسب به نظر می رسد.

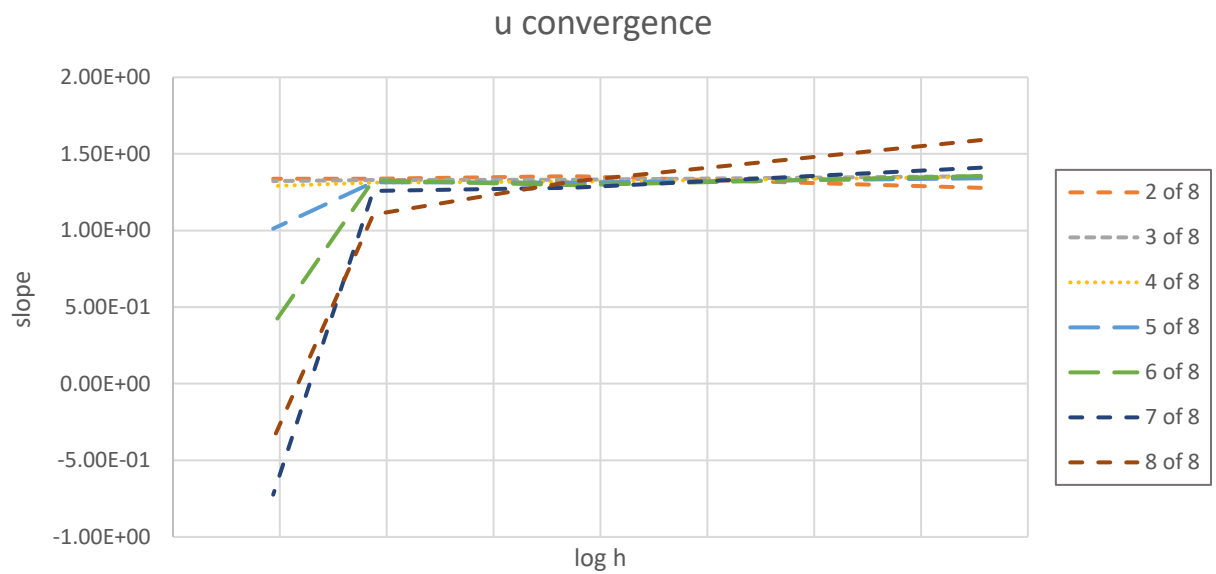
۳.۲ آنالیز خطا

در این مرحله با ریز کردن شبکه مقدار خطای متوالی ترسیم شده است در حالیکه محور افقی تغییرات گام مکانی و ریز شدن فاصله نودها را نمایان می کند محور عمودی نشان دهنده ی تغییرات خطا در گام مکانی می باشد. در این نمودار بین نقاط یکسان مقایسه انجام شده است و فقط شبکه ریزتر شده تا گره های بیشتری در کل دامنه موجود باشد. هر چند در شکل، شیب کاهش خطا با کاهش گام زمانی قابل مشاهده در گام بعدی شیب ترسیم شده است.



شکل ۶.۲ تغییرات خطا متوالی با تغییر گام زمانی

همانطور در شکل ۶.۲ نشان داده شده است با کاهش گام زمانی خطا نیز کاهش یافته است برای مثال خطا متوالی در بعضی از نقاط با کاهش گام زمانی به صفر رسیده است که نشان دهنده همگرایی در آن گام زمانی می باشد.



شکل ۷.۲ مقدار شیب سنجش شده به ازای تغییرات فاصله نودها

در رسم نمودار بعضی قسمت ها مقدار خطا مثبت بود و در بعضی دیگر این مقدار منفی بود. قدر مطلق خطا با ریز شدن شبکه رو به کاهش است. همچنین انتظار می رفت دقیقا شیب این نمودار برابر مرتبه تجزیه بر اساس نوع تجزیه انتخابی باشد. اما به علت مرتبه متفاوت تجزیه در مرزها بنظر می رسد این مقدار متفاوت است! در هر صورت مفهوم موردنظر از کنار هم گذاشتن همه نمودارها حاصل می شود.

فصل سوم

روش عددی

۱.۳ انتخاب روش عددی

معادلات اویلر سرعت، چگالی و فشار سیال متحرک را به هم مرتبط می کند. برخلاف معادلات ناویر-استوکس، این معادلات اثرات ویسکوزیته را نادیده می گیرند. بنابراین، حل معادلات اویلر تقریبی از مسئله سیالات واقعی را نشان می دهد. معادلات بقای جرم، تکانه و انرژی مجموعه معادلاتی هستند که باید حل شوند. بنابراین، معادلات اویلر تراکم پذیر، در دو بعد، به شکل حفاظتی ترکیبی آن ارائه شده است:

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ \rho uH \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + P \\ \rho vH \end{bmatrix} \quad (10)$$

اگرچه معادلات اویلر را می توان به صورت تحلیلی حل کرد، اما ترجیح داده می شود که آنها را به صورت محاسباتی با روش های تکراری حل کنیم. یک الگوریتم متداول گام گذاری زمانی، گام اویلر رو به جلو است، اما برای حفظ ثبات، محدودیت های مرحله زمانی دارد. در طول هر تکرار، شارها محاسبه شده و به بردار حالت اضافه می شوند. راه حل زمانی همگرا می شود که تغییر در شار (باقی مانده نرمال شده) به صفر نزدیک شود. روش های مختلف محاسبه شار و الگوریتم های گام به گام می توانند ثبات و دقت را افزایش دهند. در این پروژه از طرح تقسیم شار و ن لیر استفاده شده است.

الگوریتم های تقسیم شار برای جریان های گاز واقعی ابتدا برای معادلات اویلر I-D توسعه خواهند یافت [۱]. سپس الگوریتم ها به مختصات منحنی در ابعاد فضایی چندگانه گسترش خواهند یافت. معادلات در فرم بقای برداری عبارتند از:

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ E \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uH \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$A = \frac{\partial F}{\partial Q} = \bar{A} + \rho e \bar{\gamma} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ u & 0 & 0 \end{bmatrix} - e \bar{\gamma} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ E - u^2 & u & -1 \\ u(E - u^2) & u^2 & -u \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ (\bar{\gamma} - 3)u^2/2 & (3 - \bar{\gamma})u & \bar{\gamma} - 1 \\ -\bar{\gamma}uE + (\bar{\gamma} - 1)u^3 & \bar{\gamma}E - 3(\bar{\gamma} - 1)u^2/2 & \bar{\gamma}u \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$F = F^+ + F^- \quad (14)$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ u & u + a & u - a \\ u^2/2 & H + ua & H - ua \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\bar{F}^\pm = \frac{\rho}{2\gamma} \left\{ 2(\bar{\gamma} - 1) \begin{bmatrix} 1 \\ u \\ u^2/2 \end{bmatrix} \lambda_1^\pm + \begin{bmatrix} 1 \\ u + a \\ H + ua \end{bmatrix} \lambda_2^\pm + \begin{bmatrix} 1 \\ u - a \\ H - ua \end{bmatrix} \lambda_3^\pm \right\} \quad (16)$$

$$F^\pm = \begin{bmatrix} f_1^\pm \\ f_2^\pm \\ f_3^\pm \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pm \rho a (\bar{M} \pm 1)^2 / 4 \\ f_1^\pm [(\bar{\gamma} - 1)u \pm 2a] / \bar{\gamma} \\ f_1^\pm [(\bar{\gamma} - 1)u \pm 2a]^2 / 2(\bar{\gamma}^2 - 1) \end{bmatrix} \quad (17)$$

می توان با تعمیم روابط بالا به دو بعد برای معادله ۱۰ به شار در دو بعد رسید.

۲.۳ تجزیه معادلات و شرایط مرزی

تجزیه معادلات با روش حجم محدود به برای معادلات اولیر با روش تفکیک شار ون لیر به صورت زیر می باشند.

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial F^+}{\partial x} + \frac{\partial F^-}{\partial x} + \frac{\partial G^+}{\partial y} + \frac{\partial G^-}{\partial y}$$

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n - \frac{\tau}{h} \left(F_{i+\frac{1}{2},j} - F_{i-\frac{1}{2},j} \right) - \frac{\tau}{w} \left(G_{i+\frac{1}{2},j} - G_{i-\frac{1}{2},j} \right)$$

شرایط مرزی از نوع ۱ می باشند.

۳.۳ پارامترهای حل

شار عددی نشان دهنده جریان کمیت های بقایی در بین سلولی در یک حوزه گسسته است. در روش های تقسیم شار، شار به اجزای متعدد تجزیه می شود تا ویژگی های مختلف مسئله را بهتر نشان دهد. روش های تفکیک شار دارای پارامترهای مختلف می باشند. برای مثال روش تفکیک شار ون لیر می توان موارد زیر را نام برد.

- نشانگر قدرت موج (WSI): این پارامتر نزدیک به مناطق صاف در مناطقی که مسئله صاف است و هیچ ناپیوستگی وجود ندارد، WSI ممکن است نسبتاً پایین بماند. نواحی هموار نیاز به تقسیم کمتری از شار دارند و ممکن است نیازی به تنظیمات قابل توجهی در ضرایب تقسیم نداشته باشند. در نزدیکی امواج ضربه ای یا ناپیوستگی های دیگر در مسئله، WSI معمولاً برای نشان دادن وجود گرادیان ها یا ناپیوستگی های قوی افزایش می یابد. مقادیر بالاتر تنظیمات WSI در ضرایب تقسیم برای ثبت دقیق رفتار راه حل در این مناطق مورد نیاز باشد. منطقه صاف: $WSI \approx 0.1$ و منطقه ناپیوسته (نزدیک شوک): $WSI \approx 0.8$ می باشد.

- ضرایب تقسیم (Splitting Coefficients): این ضرایب تعیین می کنند که چگونه شار عددی به اجزای مختلف آن تقسیم می شود. انتخاب ضرایب تقسیم بر دقت، پایداری و خواص عددی روش تأثیر می گذارد. روش های تقسیم شار اغلب از ساختار مشخصه معادلات حاکم استفاده می کنند. مشخصه ها نشان دهنده امواج یا حالت های انتشار اطلاعات در داخل سیستم هستند. با تجزیه شار به اجزای مرتبط با ویژگی ها، روش های تقسیم شار می توانند رفتار مسئله، به ویژه ناپیوستگی های نزدیک را بهتر نشان دهند.

- مقادیر ویژه و بردارهای ویژه: در سراسر دامنه: مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس ژاکوبین در سراسر دامنه ثابت می مانند، زیرا آنها ویژگی های ذاتی معادلات حاکم هستند. با این حال، تأثیر آنها بر ضرایب تقسیم و تجزیه شار ممکن است بسته به رفتار محلی مسئله متفاوت باشد. برای مثال در حدود

$$\lambda_1 = 0.8, \lambda_2 = 0.5$$

- تابع شار: تابع شار به اجزای مربوط به متغیرهای مشخصه در هر دو منطقه صاف و ناپیوسته تجزیه می شود. با این حال، سهم نسبی هر جزء در شار کل ممکن است بسته به رفتار محلی مسئله متفاوت باشد. منطقه هموار: سهم متعادل از همه اجزا، $\phi_1 = 0.5, \phi_2 = 0.5$ و منطقه ناپیوسته (نزدیک شوک): $\phi_1 = 0.7, \phi_2 = 0.3$ می باشد.

- پارامترهای ویسکوزیته مصنوعی: شوک های نزدیک: در مناطقی با تکان های قوی یا ناپیوستگی، ممکن است پارامترهای ویسکوزیته مصنوعی بالاتر برای تثبیت مسئله و جلوگیری از نوسانات مورد نیاز باشد. این پارامترها معمولاً در مناطق با گرادیان بالا یا تغییر سریع افزایش می یابند تا خطاهای عددی را به طور مؤثری از بین ببرند. ناحیه صاف: ویسکوزیته کم، $\varepsilon = 0.01$ و ناحیه ناپیوسته (نزدیک شوک): ویسکوزیته بالاتر $\varepsilon = 0.1$

انتخاب روش تقسیم شار و پارامترهای آن به عواملی مانند مسئله خاص در حال حل، سطح مورد نظر از دقت، بازده محاسباتی و ویژگی های راه حل، از جمله وجود شوک و سایر ناپیوستگی ها بستگی دارد. روش های متداول تقسیم شار شامل روش رو، روش هارتن-لاکس-وان لیر (HLL) و روش تقسیم بردار شار ون لیر است که هر کدام دارای مجموعه ای از پارامترها و ویژگی های خاص خود هستند که متناسب با انواع مختلف مسائل و الزامات عددی هستند.

فصل چهارم

نتایج

در این فصل به بررسی پارامترهای جریان مانند چگالی، سرعت در دو راستا و فشار میپردازیم نتایج به دو بخش تقسیم می شوند تا مقایسه بین دو حالت انجام شود در بخش اول فصل مقایسه ای بین دو دو حالت که در یکی از آن ها نیم زاویه گوه ۱۵ درجه می باشد و حالت دیگر نیم زاویه ۳۵ می باشد پرداخته می شود و در ادامه ی فصل دو مقایسه دیگر بین سرعت فراصوت جریان آزاد ۱.۲ و ۲.۵ انجام گرفته است.

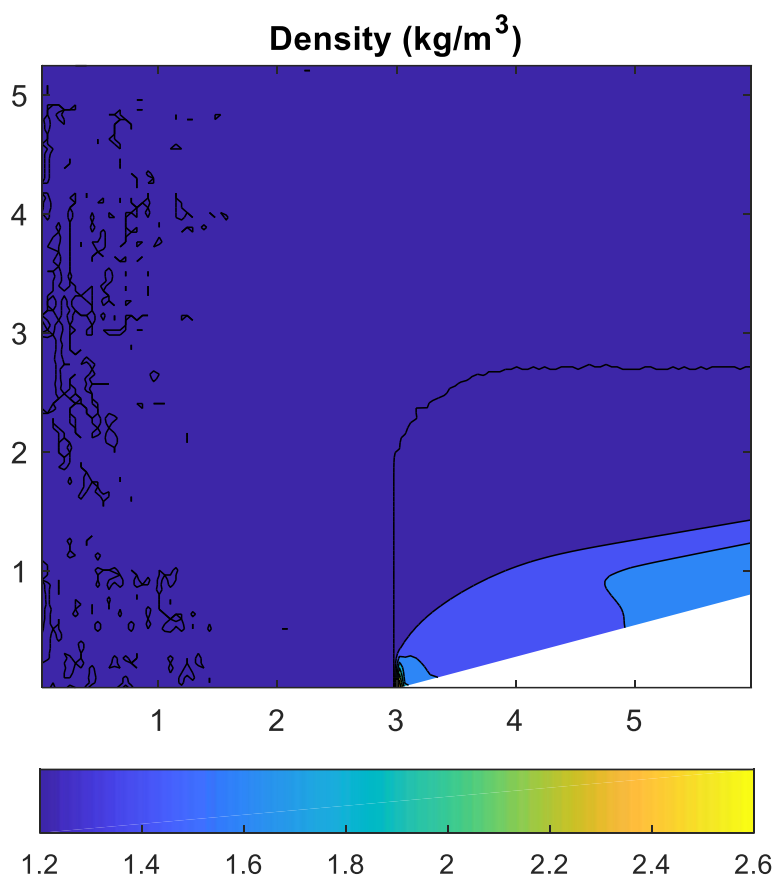
۱.۴ تغییرات زاویه گوه

۱.۱.۴ نیم زاویه گوه ۱۵ درجه

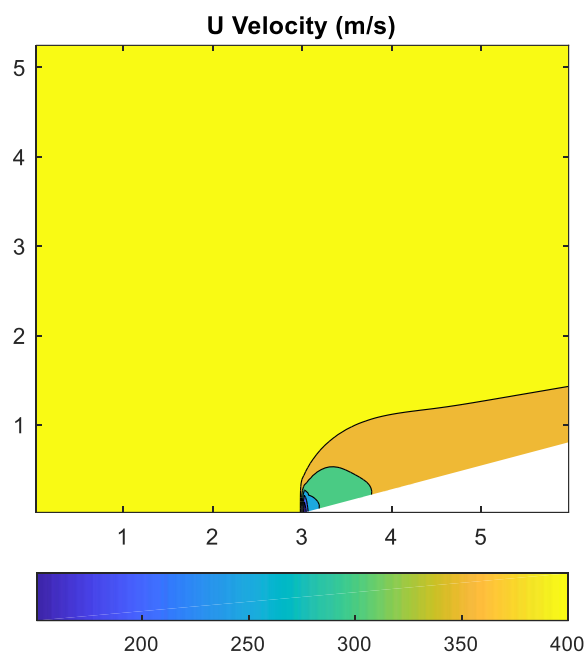
نتایج در تعداد مش بهینه که در فصل گذشته انجام گرفت صورت گرفته و شرایط جریان آزاد به صورت زیر است.

Freestream Conditions:

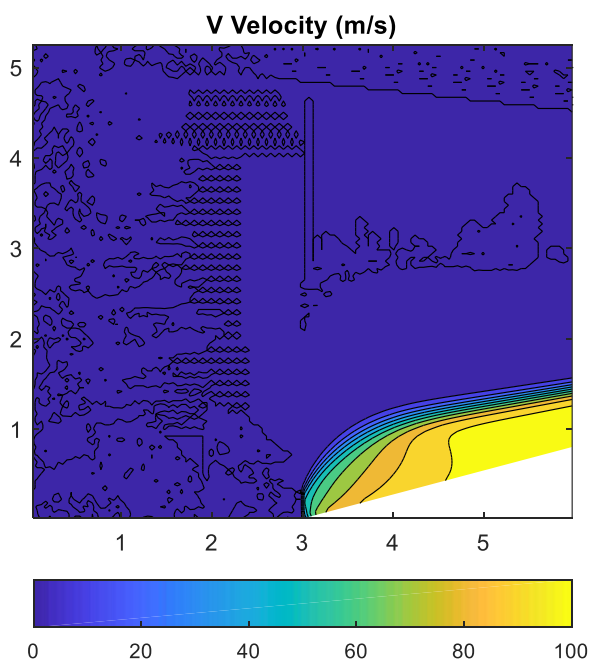
Mach:	1.20
u Velocity:	409.88 m/s
v Velocity:	0.00 m/s
Pressure:	1.00e+05 Pa
Temperature:	300.00 K
Density:	1.20 kg/m ³



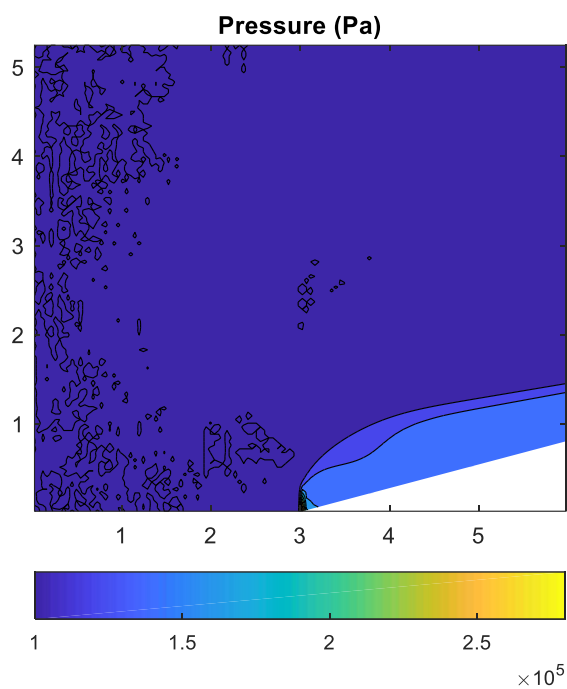
شکل ۱.۴ کانتور تغییرات دانسیته روی گوه با زاویه ۱۵° بعد از 300 گام زمانی



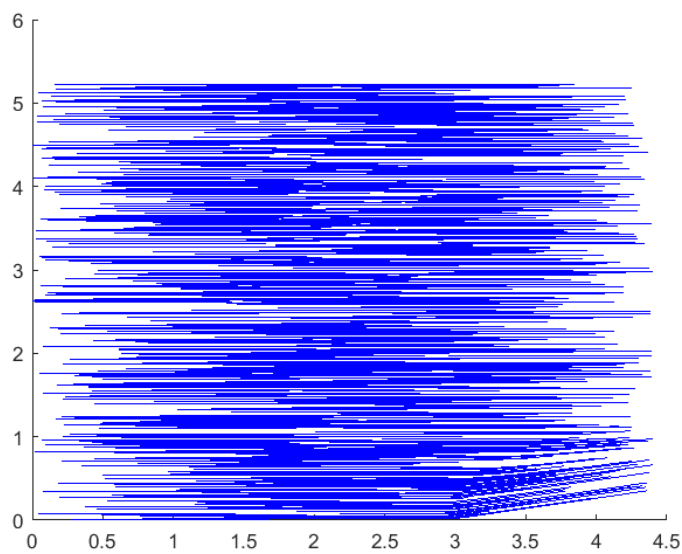
شکل ۲.۴ کانتور تغییرات سرعت در راستا X روی گوه با زاویه ۱۵ بعد از 300 گام زمانی



شکل ۳.۴ کانتور تغییرات سرعت در راستا Y روی گوه با زاویه ۱۵ بعد از 300 گام زمانی



شکل ۴.۴ کانتور تغییرات فشار روی گوه با زاویه ۱۵ بعد از ۳۰۰ گام زمانی

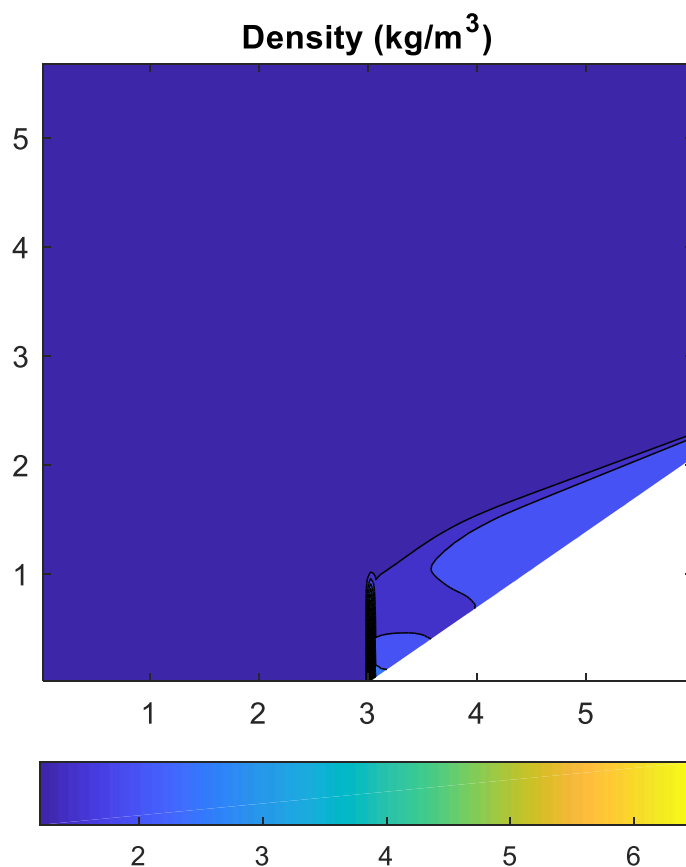


شکل ۵.۴ خطوط میدان روی گوه با زاویه ۱۵ بعد از ۳۰۰ گام زمانی

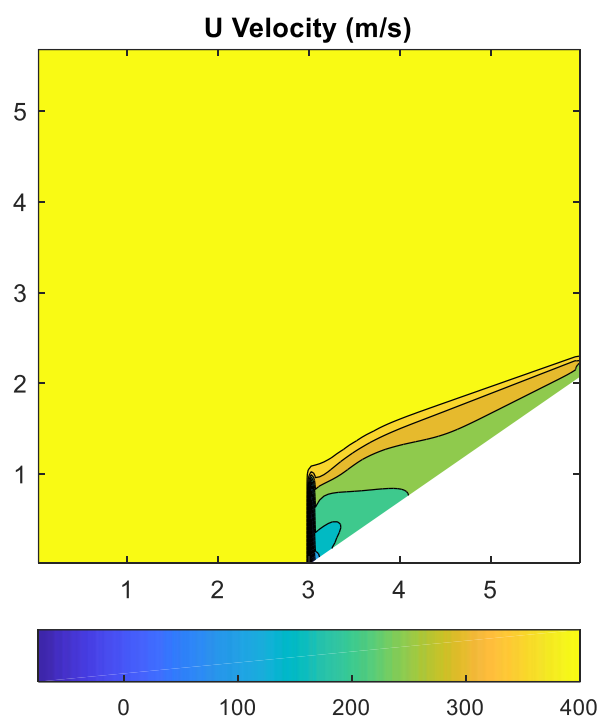
۲.۱.۴ نیم زاویه گوه ۳۵ درجه

Freestream Conditions:

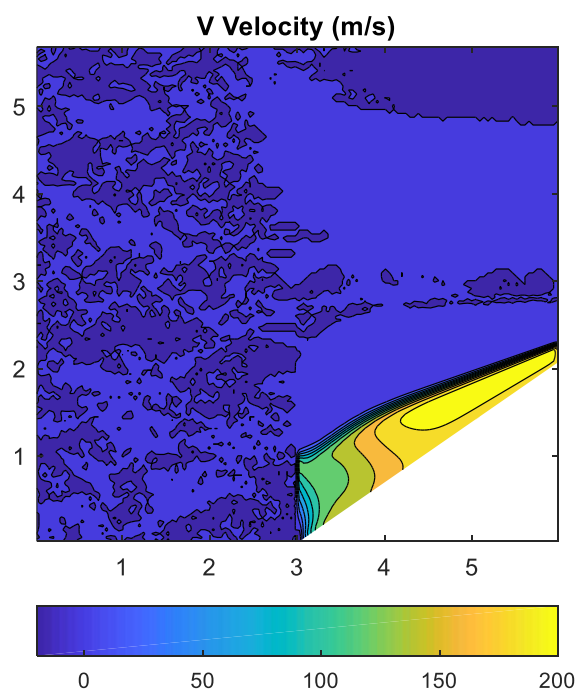
Mach: 1.20
 u Velocity: 409.88 m/s
 v Velocity: 0.00 m/s
 Pressure: 1.00e+05 Pa
 Temperature: 300.00 K
 Density: 1.20 kg/m³



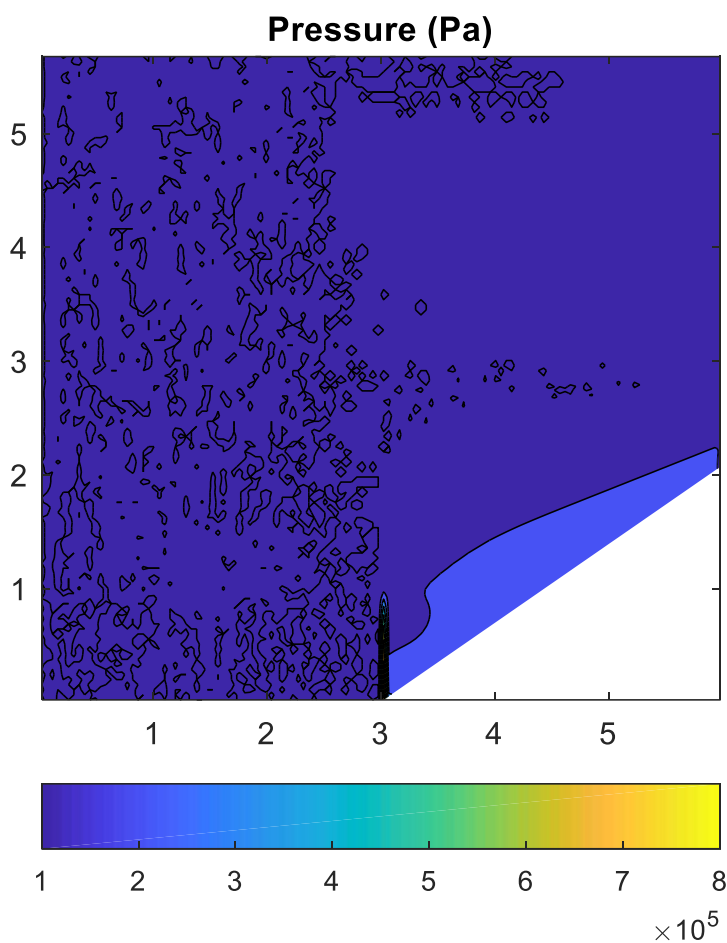
شکل ۶.۴ کانتور تغییرات دانسیته روی گوه با زاویه ۳۵ بعد از 300 گام زمانی



شکل ۷.۴ کانتور تغییرات سرعت در راستا X روی گوه با زاویه ۳۵ بعد از ۳۰۰ گام زمانی



شکل ۸.۴ کانتور تغییرات سرعت در راستا γ روی گوه با زاویه ۳۵ بعد از ۳۰۰ گام زمانی



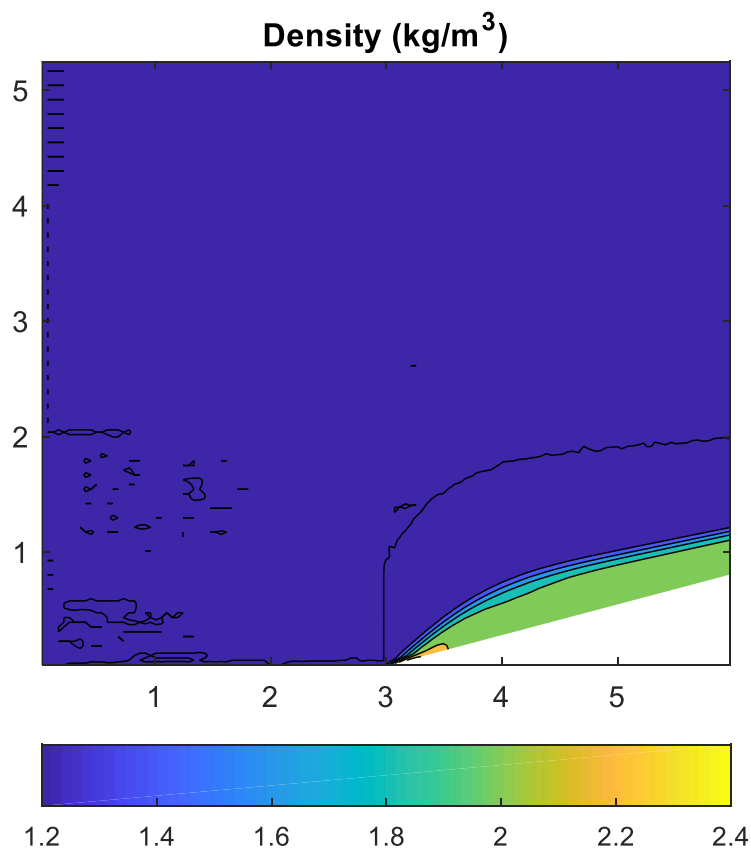
شکل ۹.۴ کانتور تغییرات فشار روی گوه با زاویه ۳۵ بعد از ۳۰۰ گام زمانی

۲.۴ تغییرات عدد ماخ جریان آزاد

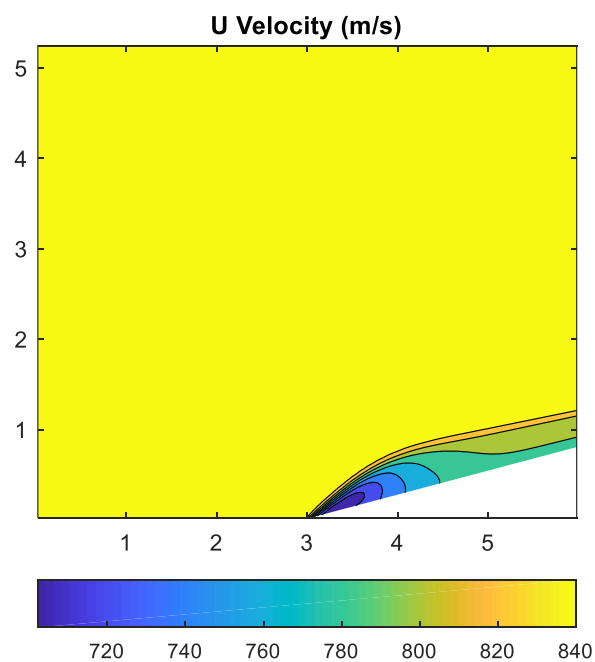
۱.۲.۴ ماخ جریان فراصوت روی گوه = ۲.۵

Freestream Conditions:

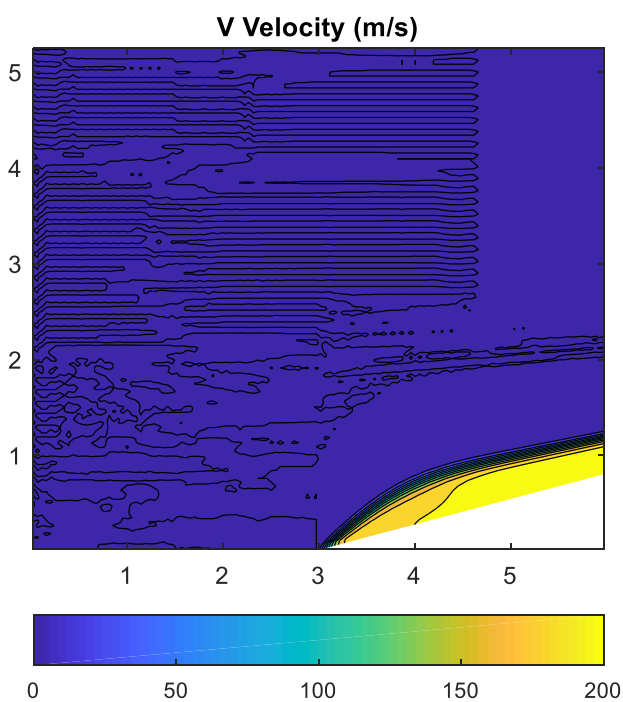
Mach: 2.50
 u Velocity: 853.91 m/s
 v Velocity: 0.00 m/s
 Pressure: 1.00e+05 Pa
 Temperature: 300.00 K
 Density: 1.20 kg/m³



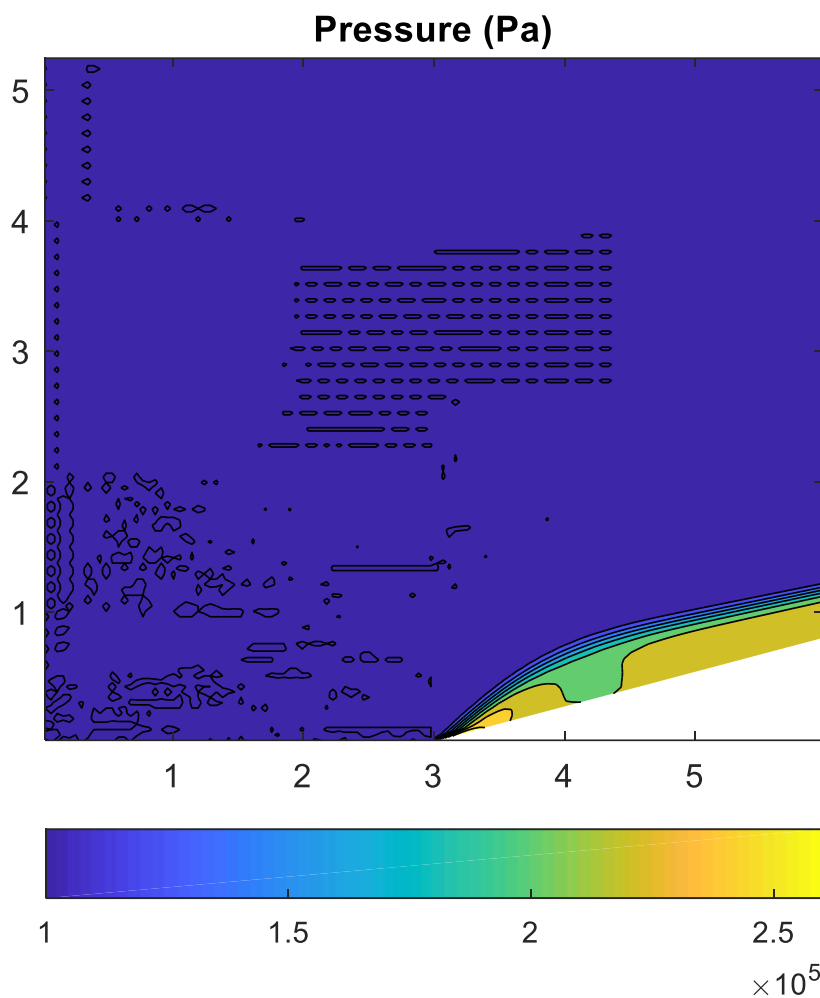
شکل ۱۰.۴ کانتور تغییرات دانسیته روی گوه با عدد ماخ ۲.۵ بعد از ۳۰۰ گام زمانی



شکل ۱۱.۴ کانتور تغییرات سرعت در راستا X روی گوه با عدد ماخ ۲.۵ بعد از ۳۰۰ گام زمانی



شکل ۱۲.۴ کانتور تغییرات سرعت در راستا y روی گوه با عدد ماخ ۲.۵ بعد از ۳۰۰ گام زمانی



شکل ۱۳.۴ کانتور تغییرات فشار روی گوه با عدد ماخ ۲.۵ بعد از ۳۰۰ گام زمانی

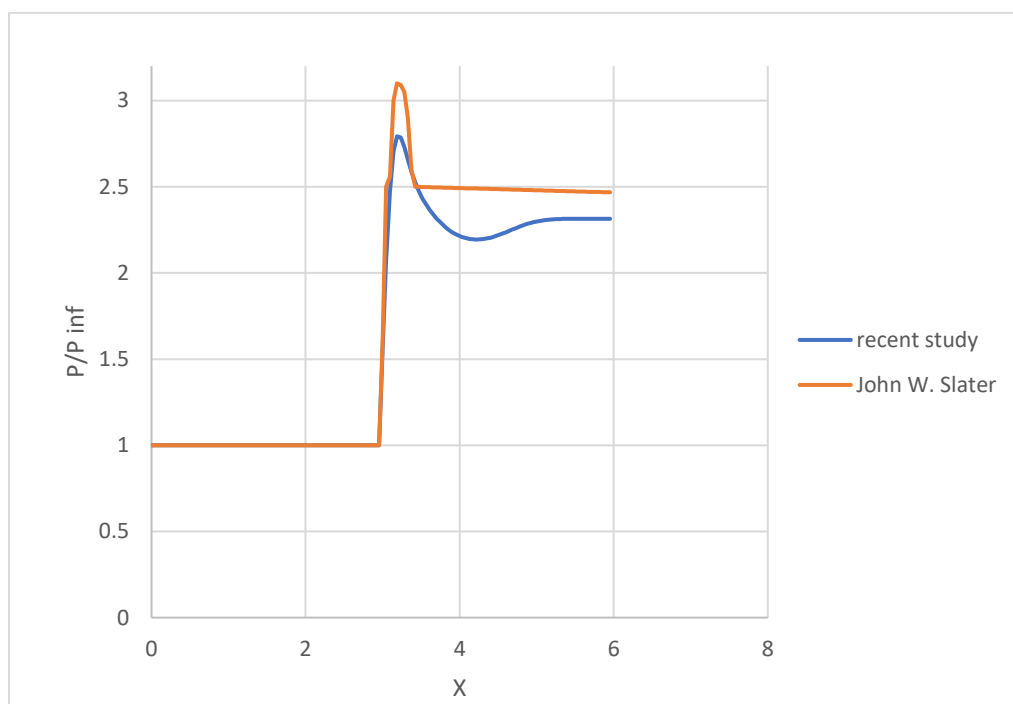
با توجه به نتایج با افزایش زاویه گوه ناپیوستگی شدید تری به وجود می آید که به وضوح در شکل نشان داده شده است. با افزایش زاویه گوه ناحیه گسترده تری تغییرات فشار و سرعت را حس می کنند و دامنه شک افزایش می یابد. همچنین با افزایش عدد ماخ ناحیه تغییرات سرعت و فشار کاهش یافته اما اختلاف فشار و سرعت بین نواحی متاثر از گوه و نواحی که گوه توسط سیال دیده نشده افزایش یافته است.

فصل پنجم

صحت سنجی

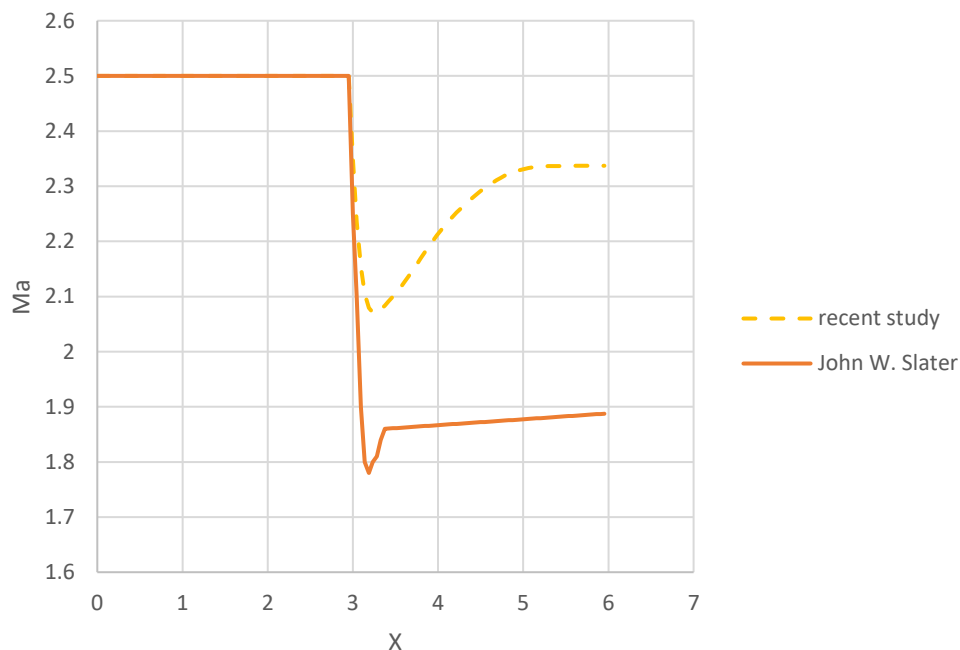
۱.۵ صحت سنجی فشار

در این قسمت داده های فشار موجود در مطالعه اخیر با داده های موجود در مقالات معتبر بررسی شده. به این منظور داده های ورودی به کد نوشته شده با توجه به داده های مقاله مقایسه شده تنظیم می شود تا مقایسه در شرایط یکسان انجام شود. تغییرات فشار روی مرز پایین به صورت زیر می باشد.



شکل ۱.۵ مقایسه نتایج فشار جریان روی مرز پایین با داده های John W. Slater [۲]

۲.۵ صحت سنجی سرعت



شکل ۲.۵ مقایسه نتایج عدد ماخ جریان روی مرز پایین با داده های John W. Slater [۲]

همانطور که در شکل نشان داده شده است نتایج زمانی که به پایداری می رسد با یکدیگر متفاوت اند که می توان ناشی از متفاوت بودن شرایط ورودی مسئله و پارامترهای هندسی باشد اما می توان گفت که دو حالت ابتدا ناپیوستگی ایجاد شده و بعد از یک نوسان به حالت پایدار رسیده است. این نوسانات در مطالعه اخیر بیشتر از مقاله مرجع می باشد این ممکن است بخاطر ویسکوزیته مصنوعی ورودی در راه حل مسئله باشد که در این مطالعه به آن پرداخته نشده است. همچنین زمان رسیدن به پایداری بعد از ناپیوستگی برای این مطالعه بیشتر می باشد.

نتیجه گیری

در این مطالعه، پدیده شوک بر روی یک گوه دو بعدی به صورت عددی بررسی شده است. طرح‌های عددی متعددی می‌توانند نیازهای ضروری این مطالعه را فراهم کنند. بررسی کامل این طرح‌ها برای درک بهتر دقت، روش‌های برنامه‌نویسی و پایداری مورد نیاز برای اجرای این مطالعه انجام شد. در این مطالعه یک الگوریتم عددی توسعه یافته و با نرم افزار متلب به کمک روش تفکیک شار و ن لیر اجرا شد. یک جریان آزاد عدد ماخ ۱.۲ و ۲.۵ و زاویه گوه ۱۵ و ۳۵ برای شرایط اولیه تنظیم شده است. شرایط اولیه بر اساس پارامترهای استاندارد تنظیم شده است. مشاهده می شود که سرعت جریان بدون کران افزایش یافته است. مشابه نتایج نرم افزار تجاری، خروجی پایدار به دست آمد و شوک مشاهده شد. همچنین مشاهده شده است که جریان برای تمام پارامترها تا رسیدن به نوک گوه یکنواخت است. افزایش قابل توجه فشار ناشی از شوک از جایی که گوه شروع می شود مشاهده شد. همانطور که انتظار می رود.

- [1] Toro, Eleuterio F., Cristóbal E. Castro, and Bok Jik Lee. "A novel numerical flux for the 3D Euler equations with general equation of state." *Journal of Computational Physics* 303 (2015): 80-94.
- [2] John W. Slater NASA Glenn Research Center, MS 86-7
- [3] Bai, Bofeng, and Xing Li. "Deposition of particles in the supersonic flow past a wedge." *Powder Technology* 304 (2016): 268-273.
- [4] KUMAR, PIDATALA KIRAN, and Smt T. SUSEELA. "CFD ANALYSIS FOR SUPERSONIC FLOW OVER A WEDGE
- [5] Elling, Volker, and Tai-Ping Liu. "Supersonic flow onto a solid wedge." *Communications on Pure and Applied Mathematics: A Journal Issued by the Courant Institute of Mathematical Sciences* 61, no. 10 (2008): 1347-1448.
- [6] Elling, Volker, and T-P. Liu. "Exact solutions to supersonic flow onto a solid wedge." In *Hyperbolic Problems: Theory, Numerics, Applications*, pp. 101-112. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008.
- [7] Chen, Gui-Qiang. "Supersonic flow onto solid wedges, multidimensional shock waves and free boundary problems." *Science China Mathematics* 60 (2017): 1353-1370.
- [8] Experimental Investigation of Supersonic Flow Past Double-Wedge Configurations
- [9] BAKIRCI, Murat. "A Numerical Algorithm to Solve Supersonic Flow over a Wedge Shaped Airfoil." *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi* 18 (2020): 934-942.
- [10] Ramji, Amit. "Experimental, Numerical and Theoretical Analysis of Supersonic Flow Over A Solid Diamond Wedge." (2014).

- [11] Sun, M., and K. Takayama. "An artificially upstream flux vector splitting scheme for the Euler equations." *Journal of Computational Physics* 189, no. 1 (2003): 305-329.
- [12] Grossman, B., and R. W. Walters. "Flux-split algorithms for the multi-dimensional Euler equations with real gases." *Computers & fluids* 17, no. 1 (1989): 99-112.
- [13] Zha, G-C., and E. Bilgen. "Numerical solutions of Euler equations by using a new flux vector splitting scheme." *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 17, no. 2 (1993): 115-144.
- [14] Grossman, B., and R. W. Walters. "Analysis of flux-split algorithms for Euler's equations with real gases." *AIAA journal* 27, no. 5 (1989): 524-531.
- [15] <https://github.com/Asmavaziri>