

Práctica 1. Eficencia

Autora: Paula Villanueva Núñez

Doble grado ingeniería informática y matemáticas

Información sobre mi PC:

- Procesador: Intel Core i7-5600U CPU 2.60GHz x 4
- OS: Ubuntu 18.04.2 LTS
- Compilador: g++ 4:7.3.0-3ubuntu1~18.04 amd64 GNU C++ compiler
- Kernel: 4.15.0-46-generic #49-Ubuntu SMP

Algoritmo 1: pivotar

```
int pivotar (int *v, const int ini, const int fin){
    double pivote = v[ini], aux;
    int i = ini + 1, j = fin;

    while (i <= j) {
        while (v[i] < pivote && i <= j)
            i++;

        while (v[j] >= pivote && j >= i)
            j--;

        if (i < j) {
            aux = v[i];
            v[i] = v[j];
            v[j] = aux;
        }
    }

    if (j > ini) {
        v[ini] = v[j];
        v[j] = pivote;
    }

    return j;
}
```

Análisis teórico

En este algoritmo, la mayoría de las operaciones son $O(1)$, solo tenemos que estudiar los bucles `while`. Los bucles `while` que comparan el elemento con el

pivot, hacen en total n iteraciones y como aumentan y disminuyen la i y la j , respectivamente, el primer bucle `while` no tiene que hacer más iteraciones, luego la eficiencia total es $O(n)$.

```

int pivotar (double *v, const int ini, const int fin) {
    double pivot = v[ini], aux;           { O(1)
    int i = ini + 1, j = fin;             { O(1)

    while (i <= j) {
        while (v[i] < pivot && i <= j) { O(n)
            i++;
        while (v[j] >= pivot && j >= i) { O(n)
            j--;
        }

        if (i < j) {
            aux = v[i];                    { O(1)
            v[i] = v[j];
            v[j] = aux;
        }

    }

    if (j > ini) {
        v[ini] = v[j];                    { O(1)
        v[j] = pivot;
    }

    return j; { O(1)
}

```

Algoritmo 2: Búsqueda

```
int Busqueda (int * v, int n, int elem) {
    int inicio = 0, fin = n - 1, centro = (inicio + fin)/2;

    while ((inicio <= fin) && (v[centro] != elem)) {
        if (elem < v[centro])
            fin = centro - 1;
        else
            inicio = centro + 1;

        centro = (inicio + fin)/2;
    }

    if (inicio > fin)
        return -1;

    return centro;
}
```

Análisis teórico

En este algoritmo tenemos un vector v con n componentes y un elemento $elem$ que se quiere encontrar. Tenemos que todas las operaciones son $O(1)$, es decir, son constantes, excepto el bucle `while`. En este algoritmo, tenemos que el peor caso es que no se encuentre el elemento $elem$ o que se encuentre en la última iteración. Vamos a considerar ambos casos el mismo, ya que a la hora de calcular la eficiencia solo se diferencian en una iteración, lo cual no influye. En ambos casos nos quedaría un vector con 1 componente.

```

int Busqueda (int v, int n, int elem) {
    int inicio, fin, centro; {O(1)}
    inicio = 0; {O(1)}
    fin = n-1; {O(1)}
    centro = (inicio+fin)/2; {O(1)}
    while ((inicio <= fin) && (v[centro] != elem)) {
        if (elem < v[centro]) {
            fin = centro-1; {O(1)}
        } else {
            inicio = centro+1; {O(1)}
        }
        centro = (inicio+fin)/2; {O(1)}
    }
    if (inicio > fin) {
        return -1; {O(1)}
    }
    return centro; {O(1)}
}

```

$O(1)$
 $O(\log_2 n)$
 $O(\log_2 n)$

*) El peor caso ocurre cuando se divide el vector por la mitad hasta que no se pueda hacer más. Luego es total, $\log_2 n$ veces.

Algoritmo 3: Elimina repetidos

```
void EliminaRepetidos (int original[], int & nOriginal) {
    int i, j, k;

    for (i = 0; i < nOriginal; i++) {                // Bucle i
        j = i + 1;

        do {                                          // Bucle j
            if (original[j] == original[i]) {
                for (k = j+1; k < nOriginal; k++)    // Bucle k
                    original[k-1] = original[k];

                nOriginal--;
            }
            else
                j++;

        } while (j < nOriginal);
    }
}
```

Análisis teórico

En este algoritmo, tenemos que el peor caso pueda ser que el vector tenga todos los elementos repetidos o que ninguno esté repetido.

- Si el vector tiene todos los elementos repetidos, entonces tenemos el siguiente análisis teórico:

```

void EliminaRepetidos (int original[], int nOriginal){
    int i, j, k; {O(1)}

    for (i=0; i<nOriginal; i++){
        j=i+1;

        do{
            if (original[i] == original[j]){
                for (k=j+1; k<nOriginal; k++){ {O(n)}
                    original[k-1] = original[k]; {O(n)}
                    nOriginal--; {O(1)}
                }
                j++; {O(1)}
            } while (j < nOriginal); {O(n)}
        }
    }
}

```

donde el bucle k haría n iteraciones y el bucle j haría n iteraciones también, luego en total tendríamos n^2 iteraciones. Como la variable $nOriginal$ disminuye en una unidad n veces, tenemos que cuando se sale del bucle j , el bucle i no haría más iteraciones. Luego la eficiencia total de este algoritmo es $O(n^2)$.

- Si el vector no tiene ningún elemento repetido, entonces tenemos el siguiente análisis teórico:

```
void EliminaRepetidos (int original[], int nOriginal){
    int i, j, k; {O(1)}

    for (i=0; i<nOriginal; i++){
        j=i+1;

        do{
            if (original[i] == original[i+j]) {
                for (k=j+1; k<nOriginal; k++){
                    original[k-1] = original[k]; {O(1)}
                }
                nOriginal--; {O(1)}
            }
            else
                j++; {O(1)}
        } while (j < nOriginal); {O(n)}
    }
}
```

donde el bucle j haría n iteraciones, ya que no entra al bucle k y aumenta en una unidad la variable j n veces. Además, como la variable `nOriginal` no varía en este caso, tenemos que el bucle i realiza otras n iteraciones, luego la eficiencia total de este algoritmo es $O(n^2)$.

Algoritmo burbuja

Teóricamente, se ha obtenido que este algoritmo es de orden $O(n^2)$.

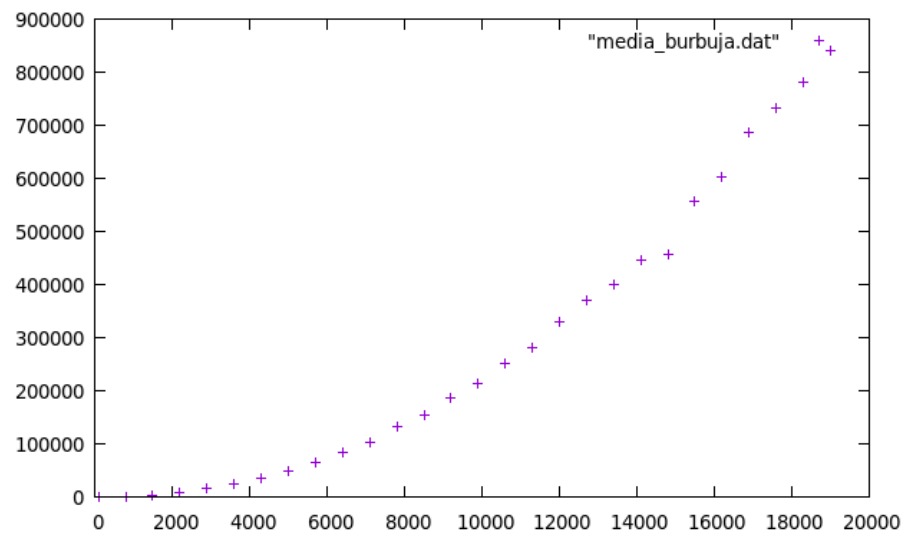
Eficiencia empírica

Para calcular la eficiencia empírica, he calculado el tiempo de ejecución del programa `burbuja.cpp` con distintos tamaños de entrada. He calculado 15 tiempos para cada entrada y he hecho su correspondiente media. En la siguiente tabla se recoge la información obtenida.

Tamaño	Tiempo
100	34.46666666666667
800	1193.466666666667
1500	4178.933333333333
2200	8984
2900	15610.53333333333

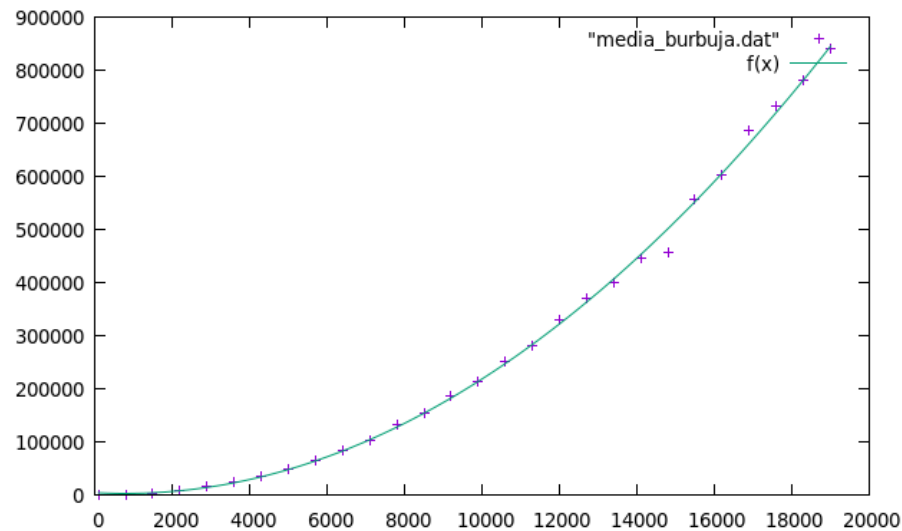
Tamaño	Tiempo
3600	24181.1333333333
4300	34982.8
5000	49021.4666666667
5700	64747.9333333333
6400	84615.1333333333
7100	104305.266666667
7800	131525.266666667
8500	154291.533333333
9200	187051.8
9900	213417.6
10600	251316.533333333
11300	280959.133333333
12000	329192.8
12700	371335
13400	399470.733333333
14100	446832.6
14800	457446
15500	556346.8
16200	603275.733333333
16900	687471.4
17600	731310
18300	780320.2
19000	840700.866666667

Usando **gnuplot**, he representado estos datos y he obtenido la siguiente gráfica.



Eficiencia híbrida

He calculado la recta de regresión que mejor se ajusta a los datos obtenidos basándome en el cálculo de la eficiencia teórica, y he obtenido la siguiente gráfica.



donde la función $f(x)$ que mejor se ajusta es

$$f(x) = 0.00253781x^2 - 3.99236x + 4607.59$$

Para ello, `gnuplot` ha proporcionado la siguiente información:

```
*****
Sat Mar  9 15:52:30 2019

FIT:   data read from "media_burbuja.dat"
       format = z
       #datapoints = 28
       residuals are weighted equally (unit weight)

function used for fitting: f(x)
      f(x)=a*x**2+b*x+c
fitted parameters initialized with current variable values

iter    chisq      delta/lim  lambda  a          b          c
  0 7.7075963057e+17  0.00e+00  9.60e+07  1.000000e+00  1.000000e+00  1.000000e+00
```

```
11 3.0306188076e+09 -7.18e-04 9.60e-04 2.537813e-03 -3.992360e+00 4.607594e+03
```

After 11 iterations the fit converged.

final sum of squares of residuals : 3.03062e+09

rel. change during last iteration : -7.17696e-09

```
degrees of freedom (FIT_NDF) : 25
rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 11010.2
variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 1.21225e+08
```

```
Final set of parameters      Asymptotic Standard Error
=====
a = 0.00253781              +/- 7.29e-05 (2.873%)
b = -3.99236                +/- 1.44 (36.07%)
c = 4607.59                 +/- 5943 (129%)
```

correlation matrix of the fit parameters:

```
      a      b      c
a      1.000
b     -0.967  1.000
c      0.727 -0.853  1.000
```

Algoritmo hanoi

Teóricamente, se ha obtenido que este algoritmo es de orden $O(2^n)$.

Eficiencia empírica

Para calcular la eficiencia empírica, he calculado el tiempo de ejecución del programa `hanoi.cpp` con distintos tamaños de entrada. He calculado 25 tiempos para cada entrada y he hecho su correspondiente media. En la siguiente tabla se recoge la información obtenida.

Tamaño	Tiempo
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	1
8	2
9	3.08
10	6.36
11	12.96

Tamaño	Tiempo
12	26.96
13	55.88
14	102.52
15	205.6
16	502.96
17	896.2
18	1683.8
19	3430.68
20	7031.08
21	13284.68
22	26517.32
23	52092.68
24	102868.92
25	204968.96
26	412233.36
27	813599.28
28	1624506.24
29	3238043.88

Usando **gnuplot**, he representado estos datos y he obtenido la siguiente gráfica.

