



Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

0	.	8																	
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

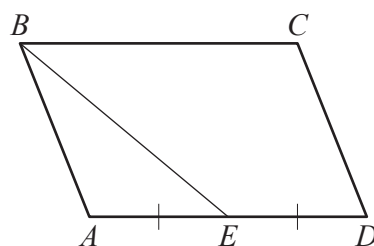
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$



Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 70. Точка E — середина стороны AD . Найдите площадь трапеции $BCDE$.

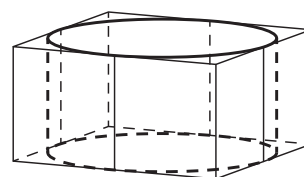


Ответ: _____.

- 2 Даны векторы $\vec{a}(5; 2)$ и $\vec{b}(3; -6)$. Найдите скалярное произведение вектора $\vec{a} - \vec{b}$ и $5\vec{a} - \vec{b}$.

Ответ: _____.

- 3 Цилиндр вписан в правильную четырёхугольную призму. Радиус основания и высота цилиндра равны 2. Найдите площадь боковой поверхности призмы.



Ответ: _____.

- 4 Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Труд» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Труд» начнёт только последнюю игру.

Ответ: _____.

- 5 Помещение освещается фонарём с тремя лампами. Вероятность перегорания каждой отдельной лампы в течение года равна 0,25. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит. Результат округлите до тысячных.

Ответ: _____.

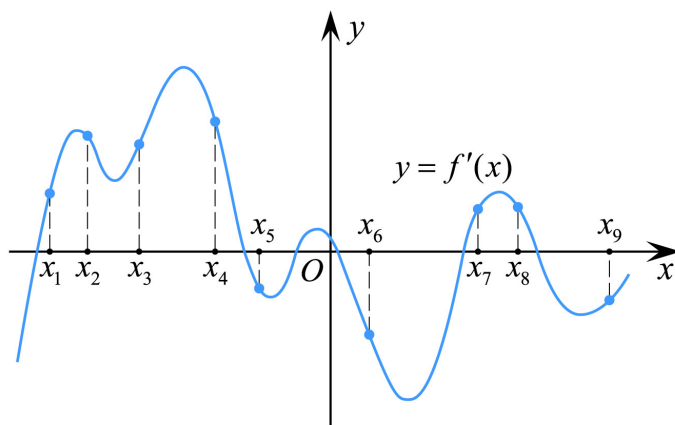
- 6 Решите уравнение $\log_7(4 - x) = 2$

Ответ: _____.

- 7 Найдите $15 \cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = 0,6$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено девять точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам убывания функции $f(x)$?



Ответ: _____.

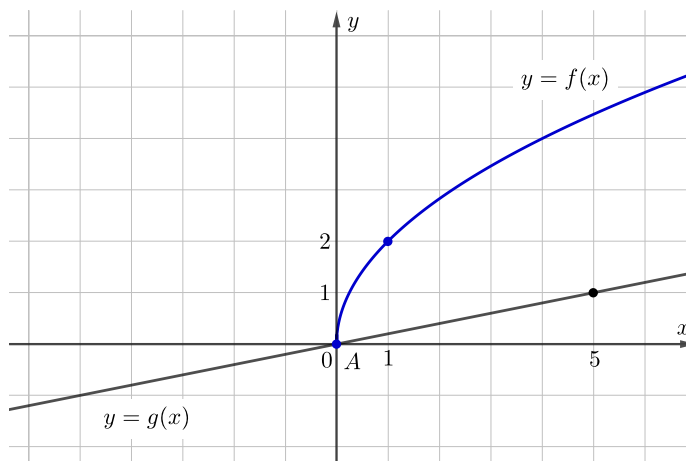
- 9 Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 57$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением км/ч². Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$, где t – время в часах. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 45 км от города. Ответ выразите в минутах.

Ответ: _____.

- 10 Один мастер может выполнить заказ за 15 часов, а другой – за 10 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.

- 12.1 Найдите точку минимума функции $y = (7x^2 - 21x - 21) \cdot e^{x+12}$

Ответ: _____.

12.2

Найдите наименьшее значение функции $y = (3x^2 + 21x - 21) \cdot e^x$ на отрезке $[-5; 3]$

Ответ: _____.



*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работ.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13.1 а) Решите уравнение

$$2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin(2x + \pi) + \sqrt{2} \sin(x + 2\pi) = \sqrt{6} \cos x$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

13.2 а) Решите уравнение

$$2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin(2x + \pi) - \sqrt{3} \sin 2x = \sqrt{6} \cos x$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

13.3 а) Решите уравнение

$$\sqrt{3} \sin 2x + 3 \cos 2x = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

14 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$. Точка M — середина ребра CC_1 . Через точки A_1 , M и B проведена плоскость α .

а) Докажите, что сечением призмы плоскостью α является равнобедренный треугольник.

б) Найдите высоту призмы, если известно, что площадь сечения равна 6 и $AB = 2$.

15.1 Решите неравенство

$$7 \log_3(x^2 - 7x + 12) \leq 8 + \log_3 \frac{(x-3)^7}{x-4}$$

15.2 Решите неравенство

$$7 \log_{12}(x^2 - 13x + 42) \leq 8 + \log_{12} \frac{(x-7)^7}{x-6}$$



16 Строительство нового завода стоит 159 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,5x^2 + 2x + 6$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При этом в первый год $p = 10$, а далее каждый год возрастает на 1. За сколько лет окупится строительство?

17 Сумма оснований трапеции равна 17, а её диагонали равны 8 и 15.
а) Докажите, что диагонали трапеции перпендикулярны.
б) Найдите высоту трапеции, если известно, что $AB = 2$.

18.1 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^{10} + (a - 2|x|)^5 + x^2 + a - 2|x| = 0$$

имеет более трёх различных решений.

18.2 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^4 + 2(a - 3) = |x - a + 3| + |x + a - 3|$$

имеет не более 1 решения.

19 В группе поровну юношей и девушек. Юноши отправляли электронные письма девушкам. Каждый юноша отправил или 4 письма, или 21 письмо, причём и тех и других юношей было не менее двух. Возможно, что какой-то юноша отправил какой-то девушке несколько писем.

- а) Могло ли оказаться так, что каждая девушка получила ровно 7 писем?
б) Какое наименьшее количество девушек могло быть в группе, если известно, что все они получили писем поровну?
в) Пусть все девушки получили различное количество писем (возможно, какая-то девушка не получила писем вообще). Какое наибольшее количество девушек в такой группе?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.