ساختمان داده:

علیرضا سلطانی نشان

99 / 07 / 8

فصل اول، زير برنامه هاي بازگشتي .

فصل دوم، آرايه و رشته، مرتب سازي.

فصل سوم، پشته و صف.

فصل چهارم، ليست پيوندي .

فصل پنجم، درحت .

فصل ششم، گراف.

طبق امتحان

امتحان از بیست نمرست.

پروژه 3 تا 5 نمرست.

فهرست مطالب

توابع بازگشتی:

توابعی که خودشان را با ورودی متفاوت صدا میکنند.

فاکتوریل یک عدد

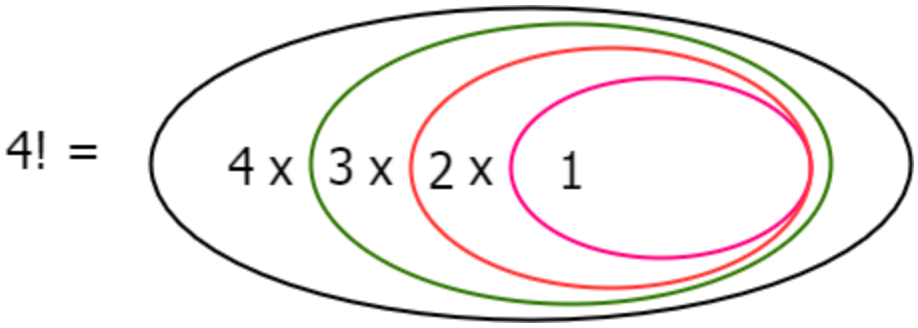
در حالت کلی برای داشتن یک فاکتوریل، به صورت زیر عمل میکنیم.

```
1.  const getFact = (n) => {
2.      var fact = 1
3.      for(let i = 1; i <= n; i++){
4.          fact *= i
5.      }
6.      return fact
7.  }
8.
9.  console.log(getFact(4))
```

همانطور که می دانید، برای داشتن فاکتوریل عدد 4 می بایست این عدد را تا عدد یک باهم ضرب کنیم، که در نهایت مانند کد خط بالا عمل میکنیم و به چنین نتیجه ای خواهیم رسید:

```
1.  24
2.  // In math 4 x 3 x 2 x 1 = 24
3.  [Done] exited with code=0 in 0.129 seconds
```

اما توابعی به نام **توابع بازگشتی** یا (**Recursive Functions**) که همزمان با اجرای خود آن تابع، در کد خطی دیگر صدا میشوند، وجود دارند. توجه داشته باشید که اگه توابع بازگشتی را که نوشته ایم را دیباگ کنیم، متوجه میشیم که برنامه در تابع مربوطه به محض اینکه خودش را صدا میکند، اگه کد خطی بعد از آن باشد صورت نمیگیرد و آن خطی که تابع را صدا زده با ورودی متفاوت صورت میگیرد، تا زمانی که بالاخره، توسط یک شرطی، بقای این حلقه (باطنی) تمام شود، و به آن خطی که تابع خودش را صدا میزد مقداری برگردانده شود، که بوسیله ساختاری که در حافظه استک ساخته شده، نتیجه آن قسمت هایی که صورت نگرفته محاسبه شود.



برنامه نوشته با زبان جاوا اسکریپت:

```
1.  const fact = (a) => {
2.      if (a <= 1) {
3.          return 1
4.      }else {
5.          var factorial = a * fact(a – 1)
6.          return factorial
7.      }
8.  }
```

یا به نحوی بهتر:

function ➔ return n x fact(n – 1)

4! = 4 x fact(3)

fact(3) = 3 x fact(2)

fact(2) = 2 x fact(1)

با توجه به روندی که صورت گرفته، از پایین به بالا آنرا باهم بررسی میکنیم: (از راست به چپ)

همانطور که گفته شد تا زمانی که شرطی وجود نداشته باشد تا این حلقه را بشکند، این حلقه بی نهایت خواهد شد و به نتیجه ای نمی رسید، با توجه به شرط نوشته، اگر ورودی ما خود یک یا کوچک تر از 1 باشد، سریعا عدد یک ریترن خواهد شد، همین که یک Return برای تابع داریم کارمان را آسان میکند، پس از پایین، fact(1) بما یک بر میگرداند که با 2 میشه 1، در نهایت fact(2) برابر با 2 میشود، در مرحله

بعد با وجود داشتن جواب، Fact(2) که میدانیم 2 به ما میدهد، 2 در 3 برابر 6 و در مرحله آخر هم همین صورت اتفاق میوفتد که در نهایت به عدد 24 خواهیم رسید.

تابع بازگشتی جمع دو عدد:

```
1. const p = (a, b) =>{
2.   if (b == 0) return a
3.   else return 1 + p(a, b-1)
4. }
5. console.log(pluser(3, 5))
```

تریس مسئله بالا: (از پایین به بالا بخوان)

p(3, 5)

p(3, 5) ➔ (3, 4) + 1 ➔ (3, 4) ➔ 7 + 1 =8

p(3, 4) ➔ (3, 3) + 1 ➔ (3, 3) ➔ 6 + 1 = 7

p(3, 3) ➔ (3, 2) + 1 ➔ (3, 2) ➔ 5 + 1 = 6

p(3, 2) ➔ (3, 1) + 1 ➔ (3, 1)➔ 4 + 1 = 5

p(3, 1) ➔ (3, 0) + 1 ➔ (3, 0)➔ 3 + 1 = 4

تابع بازگشتی فیبوناچی:

```
1. const fib = (a) => {
2.     if (a == 1 || a == 2)
3.         return 1
4.     else {
5.         const fibonacci = fib(a - 1) + fib(a - 2)
6.         return fibonacci
7.     }
8. }
```

تریس مسئله بالا اگر تعداد نمایش دنباله عدد 5 باشد.

fib(5) ➔ fib(4) + **fib(3)** ➔ fib(4) = 3 + fib(3) = 2 ➔ 5

fib(4) ➔ **fib(3)** + **fib(2)** ➔ fib(3) = 2 + fib(2) = 1 ➔ 3

fib(3) ➔ **fib(2)** + fib(1) ➔ fib(2) = 1 + fib(1) = 1 ➔ 2

ضرب دو عدد با استفاده از تابع بازگشتی

در نوشتن این گونه تابع بازگشتی باید توجه داشته باشیم که نیاز به یک پایان دهنده داریم که بر اساس شرطی منطقی انجام تکرار، متوقف شود، در این تابع در ضرب دو عدد نیاز به دو عدد داریم که برای مثال من از عدد دوم استفاده کرده ام که در هربار یکی از آن کم شود، اگر به صفر رسید، صفر را بر گرداند، که در آخر وقتی آن عدد صفر را با عدد اول خود جمع می‌کنیم و این مراحل را تا مرحله مناسب تکرار کنیم، به ضرب دو عدد می‌رسیم، یا به نوعی دیگر مثلا 3 x 2 در تابع بازگشتی مانند سه بسته دوتایی عمل می‌کند:

```
1.  1.          # Q1
2.  # a * b
3.  def mul(a=8, b=9):
4.      if b == 0:
5.          return 0
6.      else:
7.          return a + mul(a, b – 1)
8.
9.  print(mul()) # 17
```

انجام عمل توان به وسیله توابع بازگشتی

در انجام این نوع تابع، من عدد توان را به عنوان عامل اصلی و شرط بقا انتخاب کردم که وقتی به عدد کوچکتر از 1 رسید بتواند عدد یک را برگرداند تا در مراحل بعدی به عنوان عامل ضرب استفاده شود:

```
1.  1.# Q2
2.  # a ^ b
```

```
def pow(a=16, b=3):
    if b < 1:
        return 1
    else:
        return a * pow(a, b - 1)


print(pow()) # 4096
```

تابع بازگشتی بنویسید که بتواند حاصل مسئله مقابل را در تعداد 50 بار جمع **رادیکال 6**، بدست بیاورد.

$$\sqrt{6}\ \sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6}}}}}$$

در این مسئله هر بار نسبت به عدد وارد شده، تابع خودش را صدا میکند تا زمانی که به مقدار صفر برسد که عدد صفر را برگرداند و بعد از آن صفر با رادیکال 6 آخرین مرحله (اولیه مرحله از پایین) جمع میشود و وارد مراحل بالاتر خود خواهد شد.

```
1.          # Q3
# SQRT recursion
def sqrt(n=6, r=50):
    if r == 0:
        return math.sqrt(n)
    else:
        return math.sqrt(n + math.sqrt(n, r - 1))


print(sqrt()) # 3.0
```

مسئله زیر را تریس کنید.

```
1.  1.              # Q4
2.  # Tst
3.  def t(x=5, y=2):
4.      if x <= y or y == 0:
5.          return x
6.      elif y == 1:
7.          return t(x - 1, y) + 1
8.      else:
9.          return t(t(y, x), y - 1) + 2
10.
11.
12. print(t()) #4
```

شرح مسئله بالا:

T(5, 2) = T(T(y=2, x=5), y−1=1) + 2 ➔ T(T(2, 5) = 2, 1) ➔ T(2, 1) + 2.13

T(2, 1) = {T(1, 1)] = 1} + 1 ➔ 2.14

T(2, 1) =2 + 2 ➔ 4.15

جزء صحیح برای عدد 25

L(n) = {

0 n = 1

L([n/2])+1 n>1

} L(25)

```
1.  1.# Q5
2.  # floor division for recursive def
3.  def fd(n=25):
4.      if n == 1:
5.          return 0
6.      else:
```

```
7.          return fd(n // 2) + 1
8.
9.  print(fd()) #4
```

از پایین به بالا:

l(25) = l([25/2]) +1 ➔ [12.5] ➔ 12 ➔ 3 + 1 = **4**

l(12) = l([12/2]) + 1 ➔ [6] ➔6 ➔ 2 + 1 = 3

l(6) = l([6/2]) +1 ➔ [3] ➔ 1 + 1 = 2

l(3) = l([3/2]) + 1 ➔ [1.5] ➔ 1 ➔0 + 1 = 1

مسئله زیر را تریس کنید:

```
1.  int f (int a, int b){
2.     if (b==0) return a;
3.     else return f(b, a%b)
4.  }
```

راه سریعی برای فهمیدن این که این مسئله چه نتیجه ای را میدهد، وجود دارد، اول به قسمت else نگاهی کنیم، هیچ عملیاتی (جمع، تفریق، ضرب، تقسیم، جزء صحیح، رادیکال وغیره) انجام نمی شود، یعنی اگر B

به صفر برسد خود عدد a را بر میگرداند، و این یعنی اگر ما عدد 3 و 4 را به ترتیب برای a و b در نظر بگیریم، دوباره سه 3 میرسیم، و این نتیجه یعنی: باقی مانده 3 بر 4 میشود خود 3.

مسئله زیر را بررسی کنید.

(اثبات از پایین به بالا)

$$A(m,n) = \begin{cases} n+1, & m = 0 \\ A(m-1,1), & n = 0 \\ A\big(m-1, A(m,n-1)\big), & outher\ points \end{cases}$$

A(1,3)

A(1, 3) = A(0, A(1, 2)) ➔ A(0, (A(1, 2)=4)) = m=0, n=4 ➔ n+1 = 5

A(1, 2) = A(0, A(1, 1)) ➔ A(0, (A(1, 1)=3)) = m=0, n=3 ➔ n+1 = 4

A(1, 1) = A(0, $A(1,0)$) ➔ A(0, (A(1, 0)=2)) = m=0, n=2 ➔ n+1 = 3

A(1, 0) = **A(0, 1) ➔ n + 1 ➔ 2**

مسئله زیر را تریس کنید. با فرض x = 2 و n = 7 :

```
1. int f(int x, int n){
2.   if (n == 1) return x;
3.   else if (n % 2 == 0) return x * f(x, n/2);
4.   else return 2 * f(x, n−1);
5. }
```

f(2, 7) = 2 * f(2, 6) ➔ 2 * 16 = 32

f(2, 6) = 2 * f(2, 3) ➔ 2 * 8 = 16

f(2, 3) = 2 * f(2 ,2) ➔ 2 * 4 = 8

f(2, 2) = 2 * f(2, 1) ➔ 2 * 2 = 4

f(2, 1) = **2**

جست و جو ها

دو نوع جست و جو وجود دارد:

جست و جوی خطی

```
1. data = [1, 5, 58 , 12, −9, 42, 33, 44, 87, 54]
2. def linearSearch(ls, sk):
3.     for i in range(len(ls)):
4.         if ls[i] == sk:
5.             return ls[i] , i
6.     return −1
7. linearSearch(data, −9) # (−9, 4)
```

جست و جوی دودویی

```
1.  data = [1, 5, 58 , 12, -9, 42, 33, 44, 87, 54]
2.  def binarySearch(ls, sk):
3.      ls.sort()
4.      low = 0
5.      high = len(ls) - 1
6.      while(low <= high):
7.          middle = (low + high) // 2
8.          if sk > ls[middle]:
9.              low = middle + 1
10.         elif sk < ls[middle]:
11.             high = middle - 1
12.         else: return ls[middle], middle
13.     return -1
14.binarySearch(data, 42) # (42, 5)
```

ماتریس اسپارس

$$Sparse\ matrix = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 & 27 & 0 & -15 \\ 0 & 11 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -60 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 91 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 28 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

در این نوع ماتریکس در بیشتر ستون و سطر ها دارای مقدار صفر هستیم، در مثال بالا یک ماتریکس 6 در 6 داریم که 36 مقدار دارد که فقط 8 مقدار واقعی در آن غیر از صفر است، برای بر طرف کردن صفر های بیخودی میتوانیم به صورت زیر عمل کنیم:

	سطر	ستون	مقدار غیر صفر
1	6	6	8
2	0	0	15
3	0	3	27
4	0	5	−15
5	1	1	11
6	1	2	3
7	2	3	6
8	4	0	91
9	5	2	28

پس در نتیجه خواهیم داشت که 3x9 = 29 < 6x6 = 36

مرتب سازی

مرتب سازی انتخابی

```
1.  def selectionSorting(arr):
2.      for i in range(len(arr)-1, 0, -1):
3.          max_i = 0
4.          max_v = 0
5.          for j in range(i):
6.              if arr[j] > max_v:
7.                  max_v = arr[j]
8.                  max_i = j
9.          if arr[i] < max_v:
10.             temp = arr[i]
11.             arr[i], arr[max_i] = arr[max_i], temp
12.     return arr
```