مجموعه‌ها

مجموعه نقطه آغازین برای ریاضیات پایه و کاربرد آن در سایر علوم می‌باشد.

تعریف: یک گروه از اشیاء یا عناصر کاملاً مشخص و معین که با نام بردن اعضا یا معرفی خاصیت مشترک آنها مشخص می‌شود:

مجموعه تولیدات یک کارخانه - مجموعه اعداد فرد - مجموعه حروف الفبا - مجموعه دانشجویان کلاس

نکته: از نظر ریاضی یک مجموعه هنگامی معین است که اشیاء تشکیل دهنده آن کاملاً مشخص باشند - صفاتی مانند کوچکی، خوشمزگی، مهارت ... که تعریف دقیق ندارند نمی‌توانند مشخص کننده مجموعه باشند

نحوه نمایش: با حروف بزرگ لاتین $A, B, \ldots$ - اعضا داخل $\{\ \}$ و اعضا با نماد «,» از هم جدا می‌شوند:

$$A = \{1, 2, 3\} \qquad B = \{a, b, c, d\} \qquad C = \{1, 2, 3, \ldots, 40\}$$

اعضاء مجموعه: عوامل یا اشیایی که داخل مجموعه هستند - نحوه نمایش: علامت $\in$ (عضوی است از) و $\notin$ (عضوی نیست از)

x عضوی از مجموعه S باشد $\Longrightarrow x \in S$

x عضوی از مجموعه S نباشد $\Longrightarrow x \notin S$

مثال: $A=\{1,a,3,6\} \rightarrow 1\in A \,;\, 4\notin A \,;\, 3\in A \,;\, c\notin A$

نکات: ۱ـ ترتیب نوشتن اعضا مجموعه اهمیتی ندارد. یعنی اگر در یک مجموعه ترتیب عضوها

را عوض کنیم که آن مجموعه تغییر نخواهد کرد

$$D=\{2,3,4,5,6\} \,,\, E=\{3,2,4,5,6\} \,;\, F=\{6,5,4,3,2\}$$

$$\Rightarrow D=E=F$$

خاصیت جابجایی اعضا مجموعه اهمیتی ندارد $\quad D=\{4,6,5,3,2\}$

2ـ اگر در یک مجموعه عضوی بیش از یک بار تکرار شود آن عضو فقط یک بار به حساب

می آید: $\quad D=\{2,3,4,5\} \,;\, F=\{2,3,2,4,5,4\} \rightarrow D=F$

تعریف مجموعه‌های متناهی و نامتناهی: مجموعه‌ای که اعضا آن قابل شمارش باشد متناهی و

مجموعه‌ای که اعضا آن غیر قابل شمارش باشد مجموعه نامتناهی گفته می شود.

- M مجموعه روزهای هفته باشد $\leftarrow$ M متناهی است

- A مجموعه اعداد زوج باشد $\leftarrow$ A نامتناهی است

نکته: تعداد اعضا مجموعه را با n نشان می دهیم

$A=\{1,a,3\} \rightarrow n(A)=3 \qquad B=\{1,2,3,\dots,10\} \rightarrow n(B)=10$

بیان مجموعه به فرم توصیفی: در این نمایش از خاصیت مشترک بین اعضا مجموعه استفاده می‌شود

اگر $p(x)$ بیانگر خاصیت مشترک مربوط به x باشد در این صورت اگر S مجموعه شامل تمامی xهایی

باشد که به ازای آنها گزاره $p(x)$ درست است می‌نویسیم: $S = \{x \mid p(x)\}$

مثال مجموعه اعداد: ۱- مجموعه اعداد طبیعی $\mathbb{N}$

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

2- مجموعه اعداد حسابی: W

$$W = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

3- مجموعه اعداد صحیح: $\mathbb{Z}$

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots\}$$

4- مجموعه اعداد گویا: Q

$$Q = \left\{\frac{a}{b} \;\middle|\; a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\right\}$$

5- مجموعه اعداد اصم: Q' هر عددی که گویا نباشد گنگ است مثل اعدادی که جذر کامل ندارند

$$Q = \{\pi, e, \sqrt{2}, \ldots\} \quad , \quad \pi = 3{,}14\ldots \; ; \; e = 2{,}71\ldots$$

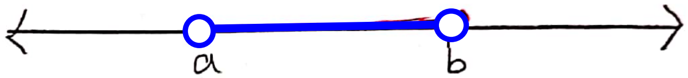
6- مجموعه اعداد حقیقی: $\mathbb{R}$ تمامی اعداد گویا و اصم

فاصله - نمایش مجموعه با استفاده از بازه ها

اگر بخواهیم زیرمجموعه‌هایی مجموعه اعداد حقیقی را بصورت فاصله - بازه نشان دهیم از علائم باز ( )

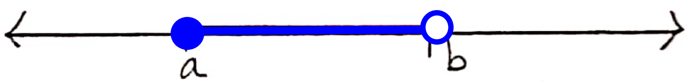
و یا از علائم بسته [ ] بصورت زیر استفاده می کنیم

$$(a,b)=\{x \mid a<x<b\}$$



$$(a,b]=\{x \mid a<x\leq b\}$$

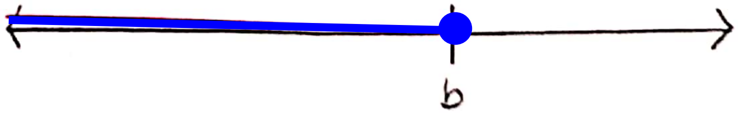
$$[a,b)=\{x \mid a\leq x<b\}$$



$$[a,b]=\{x \mid a\leq x\leq b\}$$

$$(a,+\infty)=\{x \mid x>a\}$$

$$(-\infty,b]=\{x \mid x\leq b\}$$



بیان مجموعه به فرم توصیف : در این نمایش از خاصیت مشترک بین اعضا مجموعه استفاده می شود. اگر $p(x)$ بیانگر خاصیت مشترک مربوط به x باشد در اینصورت اگر S مجموعه شامل تمامی x های باشد که به ازای آنها گزاره $p(x)$ درست است می نویسیم :

$$S = \{x \mid p(x)\}$$

مثال: یادآوری

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$: مجموعه اعداد طبیعی

$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$: مجموعه اعداد صحیح

$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\} =$ مجموعه اعداد حسابی

$\mathbb{R} = ?$: مجموعه اعداد حقیقی

مجموعه اعداد طبیعی بین 10 تا 20 را به فرم توصیفی بیان کنید:

$$A = \{10, 11, \dots, 20\} = \{x \in \mathbb{N} \mid 10 \leq x \leq 20\}$$

اعضا مجموعه های زیر را مشخص کنید:

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x < 3\} = \{2, 1, 0, -1, -2, \dots\}$$

$$B = \{2x+1 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 4\} \rightarrow x = 4, 3, 2, 1$$

$$x = 4 \rightarrow 2x+1 = 2(4)+1 = 9$$

$$x = 3 \rightarrow 2x+1 = 2(3)+1 = 7 \rightarrow B = \{3, 5, 7, 9\}$$

$$x = 2 \rightarrow 2x+1 = 2(2)+1 = 5$$

$$x = 1 \rightarrow 2x+1 = 2(1)+1 = 3$$

$$H = \{x \mid (x^4 - 81)(x^2 + 4x) = 0\}$$

$$x^4 - 81 = 0 \to x^4 = 81 \to x = \pm\sqrt[4]{81} = \pm 3$$

$$x^2 + 4x = 0 \to x(x+4) = 0 \to x = 0 \quad , \quad x + 4 = 0 \to x = -4$$

$$H = \{-4, -3, 0, 3\}$$

$$I = \{x \mid (4 - 2x)(49 - x^2) = 0\}$$

$$4 - 2x = 0 \to 4 = 2x \to x = 2$$

$$49 - x^2 = 0 \to 49 = x^2 \to x = \pm\sqrt{49} = \pm 7$$

$$\to I = \{-7, 2, 7\}$$

$$J = \{x \mid (x^2 - 1)(x^2 + 1) = 0\}$$

$$x^2 - 1 = 0 \to x^2 = 1 \to \boxed{x = \pm 1}$$

$$x^2 + 1 = 0 \to x^2 = -1$$

$$x = \pm\sqrt{-1}$$

عدد حقیقی نداریم که به توان ۲ برسد و حاصل منفی باشد ∴
معادله جواب ندارد

$$J = \{+1, -1\}$$

$$K = \{x \mid (x^3 - 1)(x+1)^3 = 0\}$$

$$x^3 - 1 = 0 \to x^3 = 1 \to x = \sqrt[3]{1} = 1$$

$$(x+1)^3 = 0 \to x + 1 = 0 \to x = -1$$

$$\to K = \{-1, 1\}$$

$$L = \{x \mid 4x = x^2\} \quad 4x = x^2 \to 4x - x^2 = 0 \to x(4 - x) = 0$$

$$x = 0 \to L = ?$$

$$4 - x = 0 \to x = 4$$

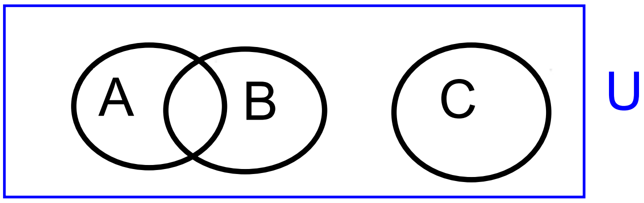
$$P = \{x \mid x^2 = x^5\} \quad x^2 = x^5 \to x^2 - x^5 = 0 \to x^2(1 - x^3) = 0$$

$$x^2 = 0 \to \boxed{x = 0}$$

$$1 - x^3 = 0 \to x^3 = 1 \quad \boxed{x = 1}$$

مجموعه مرجع - مجموعه جهانی : Universal Set

مجموعه‌ای که تمامی مجموعه‌های دیگر یا اشیائی که می‌خواهیم معرفی کنیم یا روی آنها عملیاتی انجام دهیم باید عضو آن مجموعه مرجع باشند. این مجموعه را با U یا M نمایش می‌دهند



نمودار ون

- دانشگاه مجموعه مرجع برای مجموعه کلاسهاست ....

مجموعه تهی ϕ مجموعه‌ای که هیچ عضوی ندارد. این مجموعه را با نمادهای ϕ و یا $\{\ \}$ نشان می‌دهند.

مثال: مجموعه‌ای از ماه‌های سال که بیش از 32 عضو دارد $A=\phi$

$$B=\{x\in\mathbb{Z} \mid -6<x<-5\}$$

اگر $U=\{x\in\mathbb{Z} \mid -6\le x<5\}$ اعضا $A=\{x \mid 2x+14\le 0\}$ را تعیین کنید.

$$U=\{-6,-5,-4,-3,\dots,4\}$$

$$A:\ 2x+14\le 0 \rightarrow 2x\le -14 \rightarrow x\le \frac{-14}{2} \rightarrow x\le -7 \rightarrow A=\phi$$

اعضا $B=\{x \mid x^2+1=0\}$ ؟؟

$$x^2+1=0 \rightarrow x^2=-1 \quad \times \quad \rightarrow B=\phi$$

یادآوری حل نامعادله درجه اول با مثال : به ازای مجموعه جهانی $U=\{x\in\mathbb{Z} \mid -3<x\leq 2\}$

اعضا مجموعه‌های زیر را مشخص کنید: $A=\{x \mid 2x-1\leq 0\}$

$B=\{x \mid -4x+4>0\}$ $\quad$ $C=\{x \mid 0<-6x+4\leq 2\}$

$U=\{-2,-1,0,1,2\}$

$A: \; 2x-1\leq 0 \rightarrow 2x\leq 1 \rightarrow x\leq \frac{1}{2} \rightarrow A=\{-2,-1,0\}$

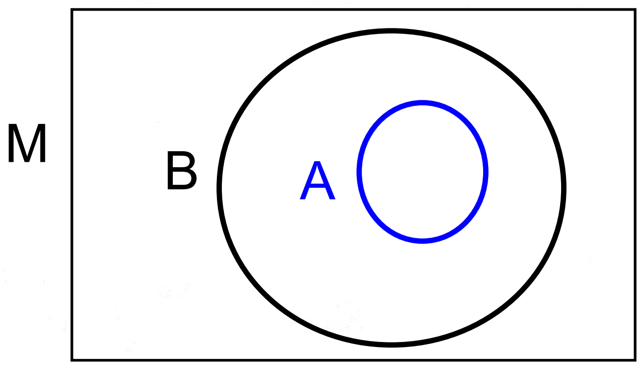
$B: \; -4x+4>0 \rightarrow -4x>-4 \rightarrow \frac{-4x}{-4}<\frac{-4}{-4} \rightarrow x<1 \rightarrow B=\{-2,-1,0\}$

$C: \; 0<-6x+4\leq 2 \xrightarrow{-4} 0-4<-6x+4-4\leq 2-4 \rightarrow -4<-6x\leq -2 \xrightarrow{\div(-6)}$

$\frac{-4}{-6}>\frac{-6x}{-6}\geq\frac{-2}{-6} \rightarrow \frac{2}{3}>x\geq\frac{1}{3} \rightarrow C=\phi$

نکته: اگر طرفین نامعادله در یک عدد منفی ضرب (تقسیم) شود جهت نامعادله عوض می‌شود.

زیرمجموعه: مجموعه A را زیرمجموعه B نامند هرگاه تمامی اعضا A عضوی از B نیز باشند



$A\subset B$

زیرمجموعه بودن یا نبودن را به ترتیب با نمادهای $\subset$ (زیرمجموعه‌ای است از) و

$\not\subset$ (زیرمجموعه‌ای نیست از) نشان می‌دهیم

مثال: $A=\{x\in \mathbb{Z} \mid 1\leqslant x\leqslant 10\}$, $B=\{3,4,8\}$, $C=\{8,9,10,11\}$

$B\subset A$; $C\not\subset A$

نکته: ۱- تهی زیرمجموعه تمامی مجموعه‌هاست $\phi \subset A$

2- هر مجموعه‌ای زیرمجموعه خودش است. $A\subset A$

3- اگر مجموعه A دارای m عضو باشد $(n(A)=m)$ آنگاه تعداد کل زیرمجموعه‌های A برابر 2^m است. مثلاً $A=\{a,b,c,d\} \Leftarrow n(A)=4 \Leftarrow A$ دارای $2^4=16$ زیرمجموعه

نحوه نوشتن زیرمجموعه‌های یک مجموعه: ۱- نوشتن مجموعه تهی و خود مجموعه 2- نوشتن مجموعه‌های تک عضوی 3- نوشتن مجموعه‌های سه عضوی 4-......

تعریف: مجموعه تمامی زیرمجموعه‌های A را مجموعه توانی A نامند و با $P(A)$ نشان می‌دهند.

مثال: زیرمجموعه‌ها و مجموعه توانی $A=\{a,b,c\}$ را بیابید:

$n(A)=3 \Leftarrow 2^3=8$ زیرمجموعه داریم.

ϕ , $\{a,b,c\}$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$

$\{a,b\}$, $\{a,c\}$, $\{b,c\}$

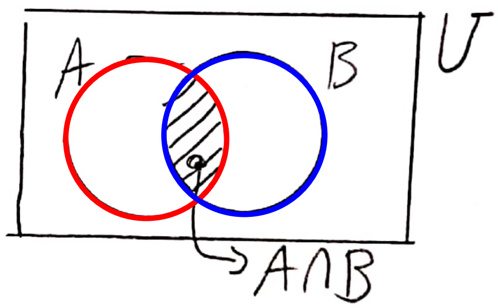
$$P(A)=\Big\{\phi,\{a,b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\}\Big\}$$

اعمال جبری روی مجموعه‌ها

۱- تساوی $A\subset B$ و $B\subset A \iff A=B$

2- اشتراک دو مجموعه $\cap$ منظور از اشتراک دو مجموعه، مجموعه‌ای است که عضوهای مشترک دو مجموعه در آن قرار دارند که آن را با نماد $\cap$ نشان می‌دهند. تعریف ریاضی:

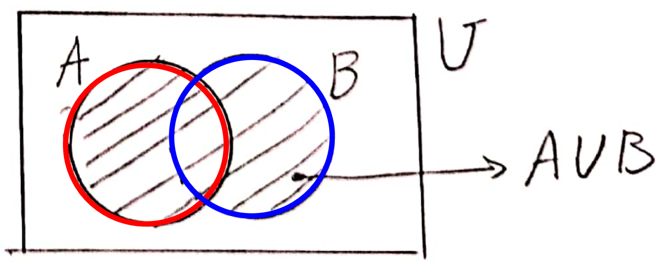
$$A\cap B=\{x \mid x\in A , x\in B\}$$



مثال: $A=\{-3,-2,3,4,6\}$ و $B=\{7,-7,8,3,6\} \Leftarrow A\cap B=\{3,6\}$

3- اجتماع دو مجموعه $\cup$: منظور از اجتماع دو مجموعه، مجموعه‌ای است که تمامی اعضا دو مجموعه در آن وجود داشته باشد که آن را با نماد $\cup$ نشان می‌دهند. تعریف ریاضی:

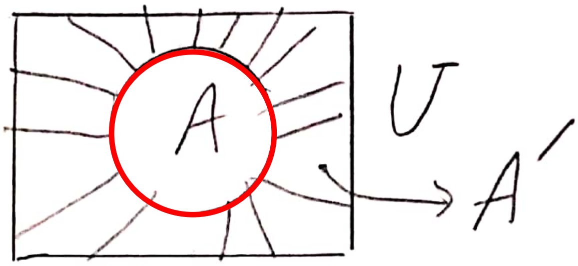
$$A\cup B=\{x \mid x\in A \text{ یا } x\in B\}$$



در مثال بالا: $A\cup B=\{-7,-3,-2,3,4,6,7,8\}$

۴- متمم یک مجموعه: اگر A زیرمجموعه‌ای مجموعه جهانی U باشد $(A \subset U)$ تمامی اعضایی که در U وجود دارد ولی در A وجود ندارد را مجموعه متمم مجموعه A نامند و با نماد A' نشان می‌دهند

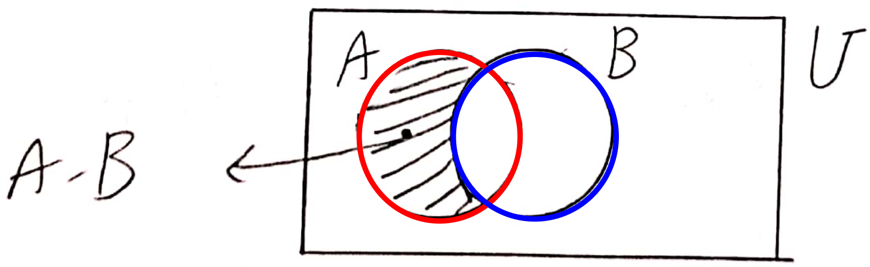
$$A' = \{x \mid x \notin A\}$$



مثال: $U=\{1,3,5,7,9,11,13\}$ و $A=\{1,5,11\} \Leftarrow A'=\{3,7,9,13\}$

۵- تفاضل دو مجموعه: تفاضل مجموعه A از مجموعه B را با نماد $A-B$ نشان می‌دهیم و عبارت است از تمامی عضوهای A که عضو B نباشند.

$$A-B=\{x \mid x \in A, x \notin B\}$$



$B-A=?$

تمرین: $1-\ \phi' = U \quad 2-\ U' = \phi \quad 3-\ (A')' = A$

خواص مهم روی اعمال مجموعه‌ها.

۱- خاصیت جابجایی اجتماع

$$A \cup B = B \cup A$$

2- خاصیت جابجایی اشتراک

$$A \cap B = B \cap A$$

3- خاصیت شرکت پذیری

$$\begin{cases} A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C \\ A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C \end{cases}$$

4- خاصیت توزیع پذیری

$$\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{cases}$$

5- قوانین دمرگان

$$\begin{cases} (A \cap B)' = A' \cup B' \\ (A \cup B)' = A' \cap B' \end{cases}$$

6- $A - B = A \cap B'$; و $\left(A' - B' = A' \cap B \, ; \, A' - B = A' \cap B'\right)$

به ازای مجموعه مرجع $U=\{x\in \mathbb{Z} \mid -3\leq x<3\}$ مجموعه‌های زیر مفروض اند

$$A=\{x \mid (5x^2-20)(2x+6)(x^3-1)=0\}$$

$$B=\{x \mid -3x-6\geq 0\} \quad C=\{x \mid x^2=x^5\}$$

ابتدا اعضا مجموعه‌ها را مشخص کنید سپس طرف دوم رابطه $(A'\cup C)\cap B'$ را بیابید.

$$U=\{-3,-2,-1,0,1,2\}$$

$$A: (5x^2-20)(2x+6)(x^3-1)=0 \rightarrow \begin{cases} 5x^2-20=0 \rightarrow 5x^2=20 \rightarrow x^2=4 \rightarrow x=\pm\sqrt{4}=\pm 2 \\ 2x+6=0 \rightarrow 2x=-6 \rightarrow x=-3 \\ x^3-1=0 \rightarrow x^3=1 \rightarrow x=\sqrt[3]{1}=1 \end{cases}$$

$$\rightarrow A=\{-3,-2,1,2\}$$

$$B: -3x-6\geq 0 \rightarrow -3x\geq 6 \rightarrow \frac{-3x}{-3}\leq\frac{6}{-3} \rightarrow x\leq -2 \Rightarrow B=\{-3,-2\}$$

$$C: x^2=x^5 \rightarrow x^5-x^2=0 \rightarrow x^2(x^3-1)=0 \begin{cases} x^2=0 \rightarrow x=0 \\ x^3-1=0 \rightarrow x^3=1 \end{cases} \rightarrow C=\{0,1\}$$

$$A'=\{-1,0\} \rightarrow A'\cup C=\{-1,0,1\}$$

$$B'=\{-1,0,1,2\}$$

$$(A'\cup C)\cap B'=\{-1,0,1\}\cap\{-1,0,1,2\}=\{-1,0,1\}$$

قضیه: هرگاه A و B دو مجموعه متناهی باشند $A\cup B$ و $A\cap B$ نیز متناهی اند و داریم:

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

نتیجه:

$$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)+n(A\cap B\cap C)-n(A\cap B)-n(A\cap C)-n(B\cap C)$$

مثال: در تحقیقات از 60 نفر ایرانی معلوم شده که 25 نفر روزنامه همشهری ، 26 نفر روزنامه خراسان و 26 نفر روزنامه قدس می خوانند. همچنین 9 نفر روزنامه همشهری و قدس ، 11 نفر روزنامه همشهری و خراسان ، 8 نفر روزنامه خراسان وقدس و 8 نفر هیچ روزنامه ای نمی خوانند

الف) تعداد افرادی که هر سه روزنامه را می خوانند بیابید.

ب) نواحی نمودار ون را با استفاده از اعداد آن پر کنید ج) تعداد افرادی که فقط یک روزنامه می خوانند

A: همشهری می خوانند $\rightarrow n(A)=25$

B: خراسان می خوانند $\rightarrow n(B)=26$ $\Rightarrow$ اشتراک $\Rightarrow$ $n(A\cap B)=11$ ، $n(A\cap C)=9$ ، $n(B\cap C)=8$

C: قدس می خوانند $\rightarrow n(C)=26$

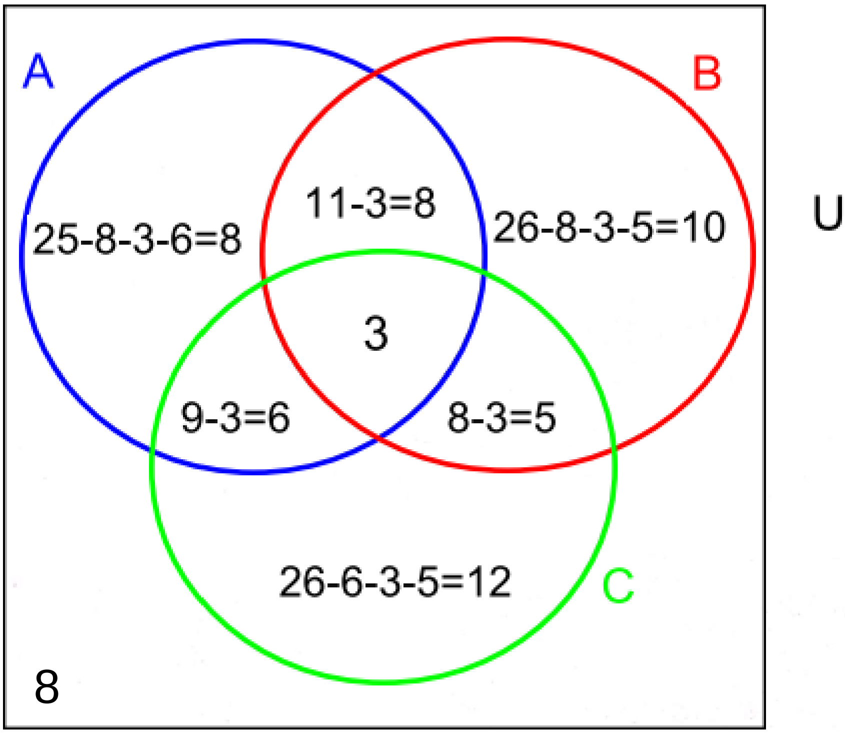
$\Rightarrow n(A\cup B\cup C)=$ تعداد افرادی که حداقل یک روزنامه می خوانند $=$ افراد کل $-$ افرادی که اصلا نمی خوانند $=60-8=52$

الف) $\rightarrow n(A\cap B\cap C)=?$

$$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)+n(A\cap B\cap C)-n(A\cap B)-n(A\cap C)-n(B\cap C)$$

$$52=25+26+26+n(A\cap B\cap C)-11-9-8\Rightarrow \boxed{n(A\cap B\cap C)=3}$$

از $n(A\cap B\cap C)=3$ برای پر کردن نمودار ون استفاده می کنیم.



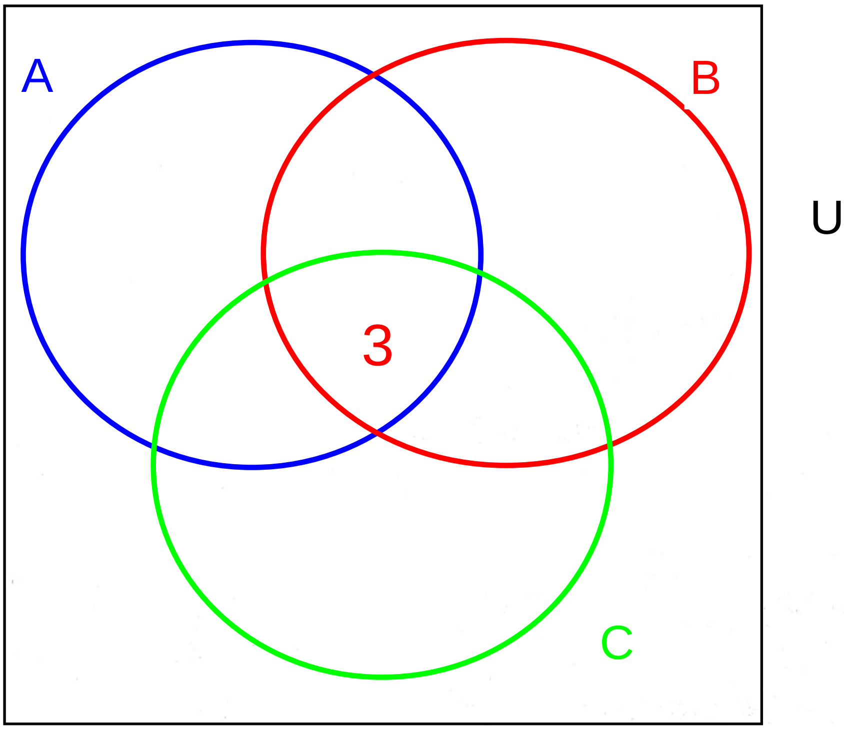
A: همشهری می خوانند
B: خراسان می خوانند
C: قدس می خوانند

نتیجه: تعداد افرادی که فقط یک روزنامه می خوانند $10+8+12=30$

افرادی که فقط همشهری می خوانند؟ همشهری و قدس می خوانند ولی خراسان نمی خوانند؟

خراسان و همشهری می خوانند ولی قدس نمی خوانند؟ ......

$n(A)=25$
$n(B)=26$
$n(C)=26$
$n(A\cap B)=11$
$n(A\cap C)=9$
$n(B\cap C)=8$
$\boxed{n(A\cap B\cap C)=3}$



مثال ۴.۱. فرض کنیم 100 تا از 120 دانشجوی ریاضی دست کم یکی از درسهای زبان فرانسه، آلمانی، و روسی را گرفته باشند. همچنین 65 نفر فرانسه، 45 نفر آلمانی، 42 نفر روسی، 20 نفر فرانسه و آلمانی، 25 نفر فرانسه و روسی، و 15 نفر آلمانی و روسی بخوانند. فرض کنیم F ، G ، و R مجموعهٔ دانشجویانی باشند که به ترتیب فرانسه، آلمانی، و روسی می‌خوانند. می خواهیم تعداد شاگردانی که هـــر ســـه زبان رامی خوانند یافته و تعدادانشجویان در هر یک از هشت ناحیهٔ نمودار ون شکل ۴.۱ رامشخص سازیم.

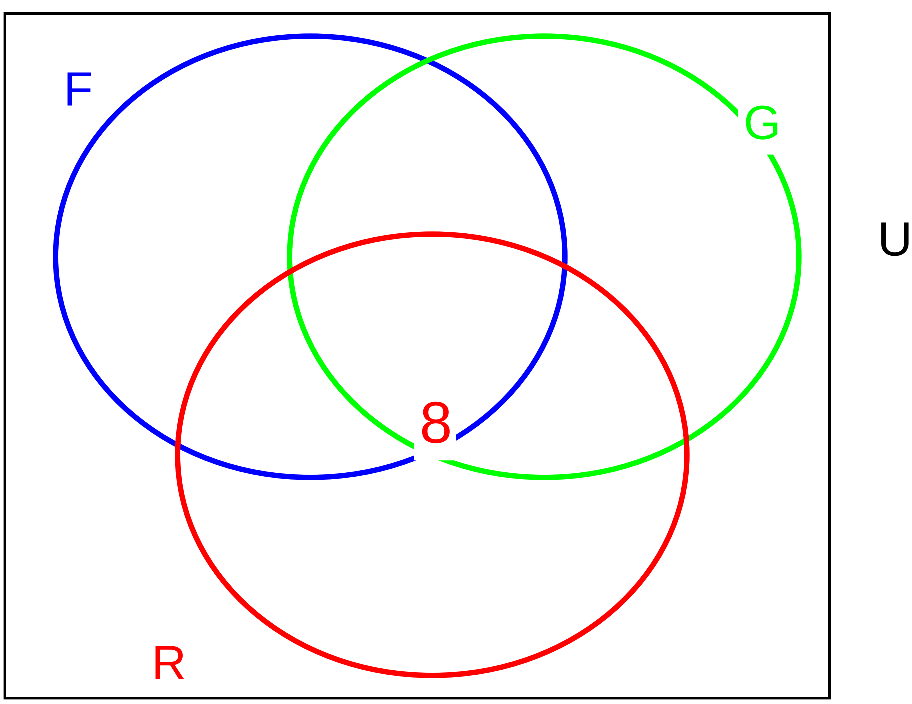
$$\overset{100}{n(F\cup G\cup R)} = \overset{65}{n(F)} + \overset{45}{n(G)} + \overset{42}{n(R)} - \overset{20}{n(F\cap G)} - \overset{25}{n(F\cap R)} - \overset{15}{n(G\cap R)} + n(F\cap G\cap R)$$

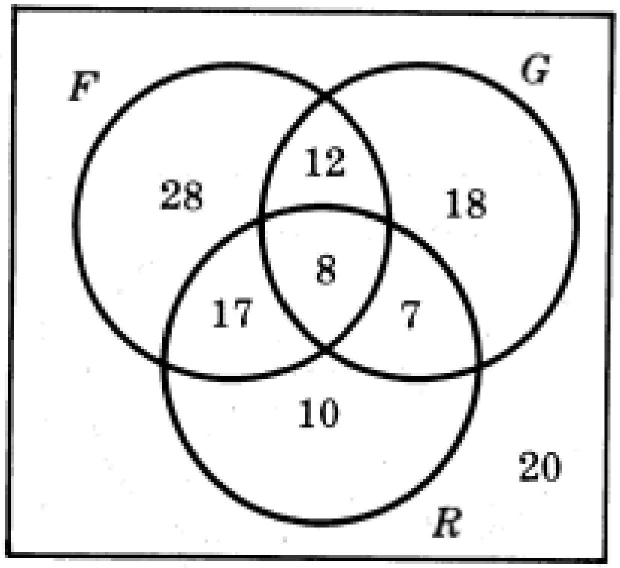
اما $n(F\cup G\cup R) = 100$ زیرا هریک از 100 دانشجو دست کم یکی از زبانها رامی خوانند. باجانشانی داریم

$$100 = 65 + 45 + 42 - 20 - 25 - 15 + n(F\cap G\cap R)$$

ودرنتیجه، $n(F\cap G\cap R) = 8$ ؛ یعنی، 8 دانشجو هر سه زبان را می خوانند.

حال از این نتیجه برای پر کردن نمودار ون استفاده می کنیم. داریم:





8 نفر هر سه زبان را می خوانند؛

$12 = 8 - 20$ نفر فرانسه و آلمانی می خوانند ولی روسی نمی خوانند؛

$17 = 8 - 25$ نفر فرانسه و روسی می خوانند ولی آلمانی نمی خوانند؛

$7 = 8 - 15$ نفر آلمانی و روسی می خوانند ولی فرانسه نمی خوانند؛

$28 = 17 - 8 - 12 - 65$ نفر فقط فرانسه می خوانند؛

$18 = 7 - 8 - 12 - 45$ نفر فقط آلمانی می خوانند؛

$10 = 7 - 8 - 17 - 42$ نفر فقط روسی می خوانند؛

$20 = 100 - 120$ نفر هیچ زبانی رانمی خوانند.

بدین ترتیب، نمودار کامل به شکل ۱ . ۵ می باشد. توجه کنید که $28 + 18 + 10 = 56$ نفر فقط یکی از زبانها رامی خوانند.

تعریف: اگر A و B دو مجموعه غیرتهی باشند در این صورت حاصل‌ضرب دکارتی مجموعه A در مجموعه B، مجموعه تمام زوج‌های مرتب مانند (a,b) است که a عضوی از مجموعه A و b عضوی از مجموعه B است و حاصل‌ضرب دکارتی A در B را با نماد $A\times B$ نمایش می‌دهیم یعنی:

$$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A,\ b \in B\}$$

مثال ۳۱ـ اگر $A = \{۱,۲\}$ و $B = \{۳,۷\}$ مطلوبست محاسبه $A \times B$ و $B \times A$.

حل:

$$A \times B = \{(۱,۳),(۱,۷),(۲,۳),(۲,۷)\}$$

$$B \times A = \{(۳,۱),(۳,۲),(۷,۱),(۷,۲)\}$$

نتیجه: از مثال ۳۱ می‌توان نتیجه گرفت که ضرب دکارتی دو مجموعه در حالت کلی خاصیت جابجایی ندارد یعنی در حالت کلی $A \times B \neq B \times A$.

حالت خاص: اگر A یک مجموعه باشد در این صورت ضرب دکارتی مجموعه A در A یعنی $A \times A$ را با نماد $A^۲$ نمایش می‌دهیم و $A^۲ = \{(a,b) \mid a\in A\ ,\ b\in A\}$

مثال ۳۲ـ اگر $A = \{۵و۷\}$ مطلوب است محاسبه $A^۲$.

حل:

$$A^۲ = \{(۵,۵),(۵,۷),(۷,۵),(۷,۷)\}$$

۲ـ۵ـ۱ ضرب دکارتی چند مجموعه

حاصل‌ضرب دکارتی n مجموعه $A_۱$، $A_۲$،...وA_n را با نماد $A_۱\times A_۲\times \ldots \times A_n$ نمایش می‌دهیم و این مجموعه شامل تمام nتایی‌های مرتبی مانند $(a_۱, a_۲, \ldots, a_n)$ است که $a_۱ \in A_۱$ و $a_۲ \in A_۲$ ،...، $a_n \in A_n$ بنابراین:

$$A_۱\times A_۲\times\ldots\times A_n = \{(a_۱,a_۲,\ldots,a_n) \mid a_۱\in A_۱,\ a_۲\in A_۲,\ \ldots,\ a_n \in A_n\}$$