1

Оснвные понятия(система отсчета, материальная точка, поступательное и вращательное движение):

Механическое движение – это изменение положения тела в пространстве относительно других тел.

Основные виды механического движения:

Поступательное движение – это движение тела, при котором все его точки движутся одинаково.

Например, всё тот же автомобиль совершает по дороге поступательное движение. Точнее, поступательное движение совершает только кузов автомобиля, в то время как его колёса совершают вращательное движение.

Вращательное движение – это движение тела вокруг некоторой оси. При таком движении все точки тела совершают движение по окружностям, центром которых является эта ось.

Упоминавшиеся нами колёса совершают вращательное движение вокруг своих осей, и в то же время колёса совершают поступательное движение вместе с кузовом автомобиля. То есть относительно оси колесо совершает вращательное движение, а относительно дороги – поступательное.

Относительность механического движения – это зависимость траектории движения тела, пройденного пути, перемещения и скорости от выбора системы отсчёта.

Система отсчёта – это система координат, тело отсчета, с которым связана система координат, и прибор для измерения времени. Относительно системы отсчёта и рассматривается движение тела. У одного и того же тела относительно разных тел отсчёта в разных системах координат могут быть совершенно различные координаты.

Виды систем отсчёта могут быть различными, например, неподвижная система отсчёта, подвижная система отсчёта, инерциальная система отсчёта, неинерциальная система отсчёта.

Материальная точка – это тело, размерами которого в данных условиях можно пренебречь.

Многократно упоминавшийся нами автомобиль можно принять за материальную точку относительно Земли.

**2**

Скорость и путь при произвольном движении материальной точки.

Траектория движения материальной точки – линия, описываемая этой точкой в пространстве. В зависимости от формы траектории движение может быть прямолинейным или криволинейным. Длина участка АВ, пройденного материальной точкой с момента начала отсчета времени, называется длиной пути https://studfiles.net/html/2706/631/html_WfmfAjTv8G.Oadt/img-cIJmFg.pngи является скалярной функцией времени: https://studfiles.net/html/2706/631/html_WfmfAjTv8G.Oadt/img-OKNlO2.png. Векторhttps://studfiles.net/html/2706/631/html_WfmfAjTv8G.Oadt/img-MmYm3Y.png, проведенный из начального положения движущейся точки в положение ее в данный момент времени называется перемещением.

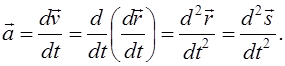
Мгновенная скорость (скорость) — предел отношения вектора перемещения к промежутку времени, за который это перемещение произошло, при стремлении длительности промежутка времени к нулю. Модуль мгновенной скорости равен первой производной пути по времени.

(квадрат – это скорость без значка вектора)

https://studfiles.net/html/2706/631/html_WfmfAjTv8G.Oadt/img-57EDA0.png Средняя скорость (средняя путевая скорость) – отношение длины пути, пройденного телом, ко времени, за которое этот путь был пройден. https://studfiles.net/html/2706/631/html_WfmfAjTv8G.Oadt/img-6sPCyw.png Средняя путевая скорость, в отличие от мгновенной скорости не является векторной величиной. Средняя скорость равна среднему арифметическому от скоростей тела во время движения только в том случае, когда тело двигалось с этими скоростями одинаковые промежутки времени.

**3**

Ускорение. Нормальное и тангенциальное ускорения.

Быстроту изменения скорости определяют, введя понятие **мгновенного ускорения** http://ok-t.ru/studopediaru/baza3/240913992109.files/image034.gif– ускорения в данной точке траектории, равного первой производной от скорости http://ok-t.ru/studopediaru/baza3/240913992109.files/image035.gifпо времени t: 

Проекцию вектора ускорения http://ok-t.ru/studopediaru/baza3/240913992109.files/image039.gifна направление касательной к траектории называют **касательным (тангенциальным**) ускорением http://ok-t.ru/studopediaru/baza3/240913992109.files/image041.gif, а на направление, перпендикулярное к касательной, – **нормальным (центростремительным)** ускорением http://ok-t.ru/studopediaru/baza3/240913992109.files/image043.gif: http://ok-t.ru/studopediaru/baza3/240913992109.files/image045.gif где v– числовое значение скорости; R– радиус кривизны траектории в данной ее точке, он равен радиусу окружности R, вписанный в малый участок траектории вблизи этой точки.

**16**

Закон сохранения момента импульса. Уравнение моментов.

Зако́н сохране́ния моме́нта и́мпульса — один из фундаментальных законов сохранения. Математически выражается через векторную сумму всех моментов импульса относительно выбранной оси для замкнутой системы тел и остается постоянной, пока на систему не воздействуют внешние силы. В соответствии с этим, момент импульса замкнутой системы в любой системе координат не изменяется со временем.

Закон сохранения момента импульса есть проявление изотропности пространства относительно поворота.

В упрощённом виде: https://studfiles.net/html/2706/1227/html_J6lCVYeAUy.uRyL/img-TMjkv1.png, если система находится в равновесии. Уравнение момента: dL/dt = Mвнешн.

4

Кинематика вращательного движения. Угловая скорость и угловое ускорение. Связь между угловыми и линейными величинами.

При вращательном движении точки тела описывают окружности, расположенные в параллельных плоскостях. Центры всех окружностей лежат на одной прямой, перпендикулярной к плоскостям окружностей и называемой осью вращения. Вращательное движение тела или точки характеризуется углом поворота, угловой скоростью и угловым ускорением. Если точка движется по окружности радиусом R, то через https://studfiles.net/html/2706/631/html_WfmfAjTv8G.Oadt/img-3KvPTI.pngеё положение можно задать углом поворота https://studfiles.net/html/2706/631/html_WfmfAjTv8G.Oadt/img-xgYrKK.png- элементарный угол поворота. Угол поворота – координата точки при вращательном движении; векторная величина, модуль которой равен углу поворота, а направление этого вектора связано с направлением вращения (по правилу правого винта). Сам вектор находится на оси вращения.

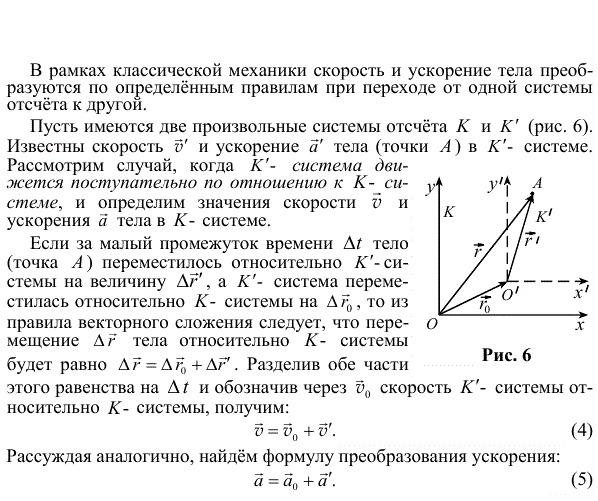
Угловая скорость https://studfiles.net/html/2706/631/html_WfmfAjTv8G.Oadt/img-2_4dg1.png- векторная физическая величина, показывающая, как изменяется угол поворота в единицу времени и численно равная первой производной от угла поворота по времени. Направлен так же, как и векторhttps://studfiles.net/html/2706/631/html_WfmfAjTv8G.Oadt/img-D3n5AE.png. https://studfiles.net/html/2706/631/html_WfmfAjTv8G.Oadt/img-5_aoxr.png Если угловая скорость остается постоянной, то вращение будет равномерное, и оно характеризуется периодом вращения (время полного оборота на угол https://studfiles.net/html/2706/631/html_WfmfAjTv8G.Oadt/img-l9uh9F.png). https://studfiles.net/html/2706/631/html_WfmfAjTv8G.Oadt/img-P5LFG_.png

Угловым ускорением https://studfiles.net/html/2706/631/html_WfmfAjTv8G.Oadt/img-uiR2hC.pngназывается векторная величина, равная первой производной угловой скорости по времени. https://studfiles.net/html/2706/631/html_WfmfAjTv8G.Oadt/img-Fla93_.pngСвязь линейных и угловых величин(квадрат – скорость без значка вектора):

https://studfiles.net/html/2706/631/html_WfmfAjTv8G.Oadt/img-tdKHeZ.png;https://studfiles.net/html/2706/631/html_WfmfAjTv8G.Oadt/img-dvpngI.png;https://studfiles.net/html/2706/631/html_WfmfAjTv8G.Oadt/img-DM0KLn.png;https://studfiles.net/html/2706/631/html_WfmfAjTv8G.Oadt/img-Ags9H8.png

**5**

Преобразования скорости и ускорения при переходе к другой системе отсчета (поступательное движение).



**6**

Первый закон Ньютона. Преобразования Галилея.

Первый закон Ньютона: все тала сохраняют состояние покоя или прямолинейного и равномерного движения (скорость постоянна), пока воздействие со стороны других тел не изменит скорость тела. Это свойство называется свойством инерции, а закон – законом инерции. Очевидно, что закон инерции выполняется не во всех системах отсчёта. Если 2 СО движутся с ускорением относительно друг друга, то как минимум в одной СО тело, не подверженное воздействию других тел, движется с ускорением. СО, в которой выполняется 1-ый закон, называют инерциальной (ИСО).Современная формулировка 1-ого закона Ньютона: существуют СО, называемые инерциальными, относительно которых тела неподверженные воздействию других тел, движутся с постоянной скоростью.

Пусть относительно ИСО К поступательно со скоростью 𝑣0 движется СО К’. Предполагаем, что при 𝑡0=0 начало систем ОО’ совпадает. Тогда 𝑟̅0=𝑣̅0𝑡. Радиус-векторы частицы в системе К и К’ связаны соотношением 𝑟̅=𝑣̅0𝑡+𝑟̅′ (по правилу сложения векторов). Т.к. движение К’ поступательное, то её все точки движутся одинаково как О’. Поэтому скорости определим, взяв производную. 𝑣̅=𝑣̅0+𝑣̅′ - закон сложения скоростей Галилея. Если СО К инерциальная, то и К’- ИСО. Взяв 2-ую производную получаем а̅=а̅′. Следовательно, во всех ИСО данное тело движется с одинаковым ускорением.

**7**

Масса. Сила. Второй закон Ньютона.

Из 1-ого закона Ньютона следует, что нужно объяснять не причины движения тела с некоторой скоростью, а причины её изменения, т.е. возникновение ускорения. Одинаковые воздействия на различные тела приводит к различным ускорениям. Свойство тел различным образом реагировать на одинаковое воздействие называется инертностью. Количественная мера инертности – масса. Воздействие одних тел на другие в механике описывается с помощью векторной величины силы. Сила даёт количественную характеристику и направление воздействия, оказываемого на данное тело со стороны других тел. Силы, действующие на тело, складываются векторно вне зависимости от их физической природы и дают результирующую силу. 2-ой закон Ньютона: ускорение тел прямо пропорционально действующей на него результирующей силе и обратно пропорционально массе тела.𝑎̅=𝐹𝑝̅/𝑚 или 𝐹̅=𝑚𝑑𝑣/𝑑𝑡=𝑑𝑚𝑣/𝑑𝑡=𝑑𝑝̅/𝑑𝑡. Т.е. скорость изменения импульса тела равна результирующей сил, действующих на тело. 2-ой закон, как и 1-ый, справедлив только в ИСО. 𝐹̅х=𝑚𝑑2х/𝑑𝑡2.

**8**

Третий закон Ньютона. Принцип относительности Галилея.

3-ий закон Ньютона: силы, с которыми 2 тела действуют друг на друга, равны по величине, противоположны по направлению, лежат на одной прямой, проходящей через тела и имеют одинаковую физическую природу.

Три закона Ньютона позволяют решить основную задачу динамики: по заданным силам, начальному положению и начальным скоростям тел можно определить дальнейшее движение механической системы. 1-ый закон даёт критерий отыскания ИСО; 2-ой закон даёт динамическое уравнение движения; 3-ий закон позволяет ввести в рассмотрение все силы, действующие в системе. При переходе одной ИСО в другую ИСО скорости преобразовываются по закону , а ускорение - , т.е. ускорение тел не меняется, также как и силы, следовательно, остаётся неизменным уравнение 2-ого закона. Следовательно, при одинаковых начальных условиях (координаты и скорости) мы получим в обоих случаях одинаковое решение. Значит, ИСО – эквивалентны.

Принцип относительности Галилея: все механические явления в различных ИСО протекают одинаковым образом при одинаковых начальных условиях, вследствие чего нельзя выделить какую-либо ИСО как абсолютно покоящуюся.

**9**

Фундаментальные взаимодействия. Силы в механике.

В современной физике выделяют 4 фундаментальных взаимодействия:

гравитационное взаимодействие определяется законом всемирного тяготения: 2 материальные точки массы 𝑚1 и 𝑚2 расположенные на расстоянии r друг от друга притягиваются силой 𝐹=𝐺𝑚1𝑚2/.

электромагнитное взаимодействие осуществляется посредством электрических и магнитных полей. Сила Лоренса 𝐹л=𝑞+𝑞[𝑣̅,].

сильное взаимодействие приводит к образованию атомных ядер, осуществляющееся посредством П-мезонов и глюонов.

слабое взаимодействие отвечает за распад бета-частиц.

Силы, возникающие в механике, обусловлены гравитационным и электромагнитным взаимодействиями. Выделяют силы:

сила тяжести =𝑚𝑔̅–вызванная гравитационным взаимодействием Земли и тел, находящихся у её поверхности, незначительно отличается от силы гравитационного взаимодействия, т.к. поверхность Земли не является ИСО.

вес тела – сила, с которой тело действует на опору или подвес, неподвижно относительно его, вследствие гравитационного взаимодействия Земли.

сила упругости. Все тела под действием внешних сил изменяют форму и размеры – деформируются. Деформация препятствует возникновению в телах силы упругости. Если тело после устранения внешнего воздействия восстанавливает форму и размеры, то говорят об упругой деформации. Различают деформацию растяжения и сжатия, сдвига, кручения и изгиба. Деформацию растяжения и сжатия хорошо описывает закон Гука (удлинение пружины пропорционально действующей на неё силе). Правда, этот закон справедлив только в случае не слишком больших деформаций. 𝐹=𝑘Δ𝑙. Коэффициент жёсткости k зависит от материалов и размеров стержня.

Силы сопротивления. При попытке вызвать перемещение одного тела относительно другого, когда их поверхности соприкасаются, возникают силы препятствующая этому – силы трения покоя. Они компенсируют взаимодействие внешней побуждающей силы. Сила трения покоя max = 𝜇𝑁. N– нормальная сопоставляющая сил взаимодействия поверхностей 2-ух тел. При дальнейшем увеличении сила трения покоя переходит в силу трения скольжения = 𝜇𝑁. Сила трения скольжения направлена противоположно относительной скорости тел. При движении твёрдого тела в жидкостях или в газообразной среде возникают силы сопротивления, которые при малых скоростях = 𝑘1𝑣, а при больших = 𝑘2.

**10**

Законы сохранения. Закон сохранения импульса.

В механике существуют 3 фундаментальные закона сохранения . Законы сохранения позволяют решать задачи, используя уравнения дифференциалов 1-ого порядка. Векторная величина р̅=𝑚𝑣̅ называется импульсом материальной точки . Из 2-ого закона Ньютона следует, что скорость изменения импульса механической системы равна сумме внешних сил, действующих на систему . Система, на которую не действуют внешние силы, называется замкнутой, или изолированной. Для замкнутой системы правая часть уравнения равна 0. Значит, р̅̇=0,р̅=со𝑛𝑠𝑡. Получаем закон сохранения импульса: импульс замкнутой системы сохраняется (не меняется) со временем р̅1=р̅2.

Закон сохранения импульса является следствием однородности пространства. Замечания: 1) Импульс незамкнутой системы будет сохранятся, если внешние силы компенсируют друг друга, и их результирующая = 0; 2) если результирующая внешних сил ≠0, но = 0 её проекция на некоторое направление (пр. ОХ), то проекция импульса на это направление будет сохранятся р̅х=со𝑛𝑠𝑡; 3)если внешние силы присутствуют, но рассматривается кратковременных процесс (удар, взрыв), то действующими внешними силами можно пренебречь и использовать закон сохранения импульса 𝑑𝑝̅/𝑑𝑡=𝐹̅р, 𝐹̅р/𝑑𝑡=𝑑𝑝̅, т.к. dt мало, то импульс внешних сил мал, и им можно пренебречь 0=𝑑𝑝̅.

**11**

Кинетическая энергия и работа. Теорема о кинетической энергии.

Начнем с определения. Работа А силы F при перемещении х тела, к которому она приложена, определяется как скалярное произведение векторов F и х.

А= F·х=Fxcosα. Где α – угол между направлениями силы и перемещения.

Сейчас нам пригодится выражение , которое получено при равноускоренном движении. Но вывод мы сделаем универсальный, который и называется теоремой о кинетической энергии. Итак, перепишем равенство

a·x =(V2 –V02)/2. Умножим обе части равенства на массу частицы, получим Fx = m(V2 –V02)/2. Окончательно

А= mV2/2 – mV02/2. Величину Е= mV2/2 называют кинетической энергией частицы.

Мы привыкли, что в геометрии теоремы имеют свою устную формулировку. Чтобы не отстать от этой традиции, представим теорему о кинетической энергии в виде текста: Изменение кинетической энергии тела равно работе всех сил, действующих на него.

**12**

Консервативные силы.

Силы, работа которых не зависит от пути, по которому двигалась частица, а зависит лишь от начального и конечного положений частицы, называются консервативными. Легко показать, что работа сил на любом замкнутом пути равна нулю. Разобьем произвольный замкнутый путь (рис.1) точками 1 и 2 (взятыми также произвольно) на два участка, обозначенных римскими цифрами I и II. Работа на замкнутом пути слагается из работ, совершаемых на этих участках:https://studfiles.net/html/2706/501/html_ZyKGpx00gu.PK8K/img-4JNRQw.png

Изменение направления движения по участку II на обратное сопровождается заменой всех элементарных перемещений ds на -ds, вследствие чего https://studfiles.net/html/2706/501/html_ZyKGpx00gu.PK8K/img-uHtCua.png изменяет знак на обратный. Отсюда заключаем, чтоhttps://studfiles.net/html/2706/501/html_ZyKGpx00gu.PK8K/img-xyh3ml.png. Произведя замену, получим, что

https://studfiles.net/html/2706/501/html_ZyKGpx00gu.PK8K/img-Qx4qgg.png. Вследствие независимости работы от пути последнее выражение равно нулю. Таким образом, консервативные силы можно определить как силы, работа которых на любом замкнутом пути равна нулю.

**13**

Потенциальная энергия во внешнем поле сил. Связь между потенциальной энергией и силой.

Работу консервативных сил всегда можно представить как разность некоторой функции координат, взятой в начальных и конечных точках движения. https://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-k4ayGC.png. Функцию https://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-q84KN5.pngназовём потенциальной энергией соответствующего силового поля. Если на частицу действуют только консервативные силы, то в соответствии с теоремой о кинетической энергии можем записатьhttps://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-AbFGRM.png. Сумма кинетической и потенциальной энергий называется полной механической энергией. https://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-ms9cOn.png. При движении частицы в поле консервативных сил полная механическая энергия сохраняется.https://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-piS7VF.png.Если на частицу действуют неконсервативные силы, то приращение полной механической энергии равно работе неконсервативных силhttps://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-ffOIEe.png– это закон изменения полной механической энергии. Интегрируя выражение для силы, получаем потенциальную энергию этой силы.





**14**

Потенциальная энергия взаимодействия. Законы сохранения и изменения энергии.

Потенциальная энергия —скалярная физическая величина, представляющая собой часть полной механической системы, находящейся в [поле](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%BB%D0%B5_(%D1%84%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D0%BA%D0%B0)) [консервативных сил](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BD%D1%81%D0%B5%D1%80%D0%B2%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BD%D1%8B%D0%B5_%D1%81%D0%B8%D0%BB%D1%8B). Зависит от положения [материальных точек](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%82%D0%BE%D1%87%D0%BA%D0%B0), составляющих систему, и характеризует [работу](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%85%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%80%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%82%D0%B0), совершаемую полем при их перемещении. А′=Е2−Е1=ΔЕ⇒Е=со𝑛𝑠𝑡 – закон сохранения энергии: полная механическая энергия замкнутой системы тел, между которыми действуют только консервативные силы, остаётся постоянной. Если в замкнутой системе действуют также неконсервативные силы, то полная механическая энергия системы не сохраняется. Анек.с=Е2−Е1.

**15**

Момент импульса. Момент силы.

Момент силы — векторная физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора (проведённого от оси вращения к точке приложения силы — по определению), на вектор этой силы. Характеризует вращательное действие силы на твёрдое тело. В физике момент силы можно понимать как «вращающая сила». В Международной системе единиц (СИ) единицей измерения момента силы является ньютон-метр.. Более точно, момент силы частицы определяется как векторное произведение:https://studfiles.net/html/2706/1227/html_J6lCVYeAUy.uRyL/img-mEjfMK.png, где https://studfiles.net/html/2706/1227/html_J6lCVYeAUy.uRyL/img-CodoeK.png— сила, действующая на частицу, а https://studfiles.net/html/2706/1227/html_J6lCVYeAUy.uRyL/img-_sTEFx.png—радиус-вектор частицы.

Моме́нт и́мпульса характеризует количество вращательного движения. Величина, зависящая от того, сколько массы вращается, как она распределена относительно оси вращения и с какой скоростью происходит вращение. Момент импульса замкнутой системы сохраняется. https://studfiles.net/html/2706/1227/html_J6lCVYeAUy.uRyL/img-ZeiMxZ.png

**17**

Уравнения моментов относительно движущегося начала и движущейся оси.

1) Уравнение моментов может быть записано не только относительно неподвижной точки, но и относительно любой точки, движущейся с постоянной скоростью в силу равноправия всех ИСО.

2) Точку приложения любой силы можно перемещать по прямой, на которой лежит эта сила.

3) При действии на тело нескольких параллельных сил их можно заменить равнодействующей, приложенной к такой точке, чтобы момент равнодействующей = сумме моментов действующих сил: https://konspekta.net/studopediaorg/baza14/3632062240816.files/image312.png, С – точка, к которой приложена равнодействующая. В однородном поле силы тяжести точка приложения равнодействующей совпадает с центром масс. Если гравитационное поле неоднородно, то положение центра масс и центра тяжести не совпадает. Пусть точка А, относительно которой будет вычисляться момент импульса и сил, движется с произвольной скоростью https://konspekta.net/studopediaorg/baza14/3632062240816.files/image314.png, точка О – неподвижна. Тогда скорость изменения момента импульса https://konspekta.net/studopediaorg/baza14/3632062240816.files/image316.png(уравнение моментов относительно движущего начала). Уравнение моментов относительно точки А:https://konspekta.net/studopediaorg/baza14/3632062240816.files/image318.png Если А совпадает с С, то можно использовать выражение для момента импульса как скорость https://konspekta.net/studopediaorg/baza14/3632062240816.files/image320.pngи скорость относительно движущегося центра масс: https://konspekta.net/studopediaorg/baza14/3632062240816.files/image322.png.

**18**

Движение твердого тела. Движение центра инерции твердого тела.

(штрих над символом – значок вектора)

Движение твёрдого тела можно представить как результат суммы поступательного (любая связанная с телом прямая перемещается параллельно самой себе, т.е. все точки тела движутся по одинаковым траекториям) и вращательного (все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемою осью вращения; все окружности лежат в параллельных плоскостях и перпендикулярно оси вращения) движений (неоднозначно). Произвольная точка твёрдого тела испытывает перемещение https://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-btzUCL.png, причёмhttps://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-tz5gL6.pngдля всех точек тела одно и то же. Разделивhttps://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-Zvsw58.pngна соответствующий промежуток времениhttps://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-ujpMMb.png, получим скорость точки:https://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-NAV49r.png.https://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-AUrDNJ.png– одинаковая для всех точек скорость поступательного движения,https://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-p5mpEn.png– скорость, обуславливаемая вращением (различная в разных точках).https://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-RsHEbP.png– радиус-вектор данной точки,https://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-HVyTz9.png– угловая, независящая от выбора точки О скорость. Следовательно,https://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-jgAEqf.png. Любое твёрдое тело можно представить как совокупность материальных точек массы https://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-lBaEHC.png, расстояние между которыми неизменно. Каждая материальна точка движется под действием, как внутренних сил, так и внешних. Движение определяется 2-ым законом Ньютона.https://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-DLk6KP.png.https://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-e1d722.png.

Центр масс твёрдого тела движется таким же образом, как двигалась бы материальная точка массы https://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-YpcbNa.pngпод действием всех внешних сил.

Движение твёрдого тела определяется 3-мя уравнениями:

https://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-sf3Kyf.pnghttps://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-aHE20j.png;https://studfiles.net/html/2706/349/html_PWX5gpHL5Z.XPJs/img-2Vgsbl.png–при плоском движении.

**21**

Кинетическая энергия вращающегося твердого тела.

Пусть тело вращается вокруг неподвижной оси z. Мысленно разбиваем тело на элементарные массы ­­https://studfiles.net/html/2706/275/html_YclAWYpOdX.aOWz/img-vPVzii.png,https://studfiles.net/html/2706/275/html_YclAWYpOdX.aOWz/img-IdSJgr.png…https://studfiles.net/html/2706/275/html_YclAWYpOdX.aOWz/img-J7_no1.png, находящиеся от оси вращения на расстоянияхhttps://studfiles.net/html/2706/275/html_YclAWYpOdX.aOWz/img-fWBtYk.png,https://studfiles.net/html/2706/275/html_YclAWYpOdX.aOWz/img-MMf3Tj.png…https://studfiles.net/html/2706/275/html_YclAWYpOdX.aOWz/img-K_81lS.png. При вращении твердого тела элементарные объемы массами https://studfiles.net/html/2706/275/html_YclAWYpOdX.aOWz/img-DtAPDL.png опишут окружности различных радиусовhttps://studfiles.net/html/2706/275/html_YclAWYpOdX.aOWz/img-ccMvQz.png. Причем https://studfiles.net/html/2706/275/html_YclAWYpOdX.aOWz/img-TOrq6C.png. Линейную скорость i-частицы выразим через угловую скорость:https://studfiles.net/html/2706/275/html_YclAWYpOdX.aOWz/img-XzYiUA.png. Кинетическая энергия i-ой элементарной частицы: https://studfiles.net/html/2706/275/html_YclAWYpOdX.aOWz/img-cUL0V5.png

Кинетическая энергия вращающегося твердого тела:

https://studfiles.net/html/2706/275/html_YclAWYpOdX.aOWz/img-gY5yfs.png, где I – момент инерции. Из сравнения формул https://studfiles.net/html/2706/275/html_YclAWYpOdX.aOWz/img-eOARL2.pngиhttps://studfiles.net/html/2706/275/html_YclAWYpOdX.aOWz/img-8_7zQB.pngследует, что момент инерции – мера инертности тела при вращательном движении.

**19**

Вращение тела вокруг неподвижной оси.

Вращательным движением твердого тела называется такое движение, при котором все точки тела движутся по концентрическим окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения ОО.

Движение же тела как целого можно характеризовать только такими величинами, которые в данный момент времени для всех его точек одинаковы. Поэтому вращательное движение твердого тела характеризуют не линейными, а угловыми величинами: углом поворота http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/492027699277.files/image082.gif, угловой скоростью http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/492027699277.files/image086.gifи угловым ускорением. Если, вращаясь равномерно, за промежуток времени http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/492027699277.files/image090.gif тело повернулось на угол http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/492027699277.files/image092.gif, то модуль его угловой скорости w определится соотношениемhttp://ok-t.ru/studopediaru/baza8/492027699277.files/image094.gif из которого следует, что угловая скорость численно равна углу, на который тело поворачивается за единицу времени. Если тело вращается неравномерно, то находят его среднюю угловую скорость. В тех случаях, когда известна зависимость угла поворота от времени, т. е. функция http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/492027699277.files/image096.gif, можно найти мгновенную угловую скорость как производную от угла поворота по времени http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/492027699277.files/image098.gif. Если тело вращается с постоянным угловым ускорением, то модуль его углового ускорения определяется соотношением http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/492027699277.files/image100.gif из которого видно, что угловое ускорение численно равно изменению угловой скорости в единицу времени. В случае произвольного движения находят среднее угловое ускорение. Мгновенное угловое ускорение можно найти как производную от угловой скорости по времени, если известна функция http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/492027699277.files/image102.gif,

http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/492027699277.files/image104.gif Модули угловых величин, характеризующих вращательное движение тела как целого, и модули линейных величин, характеризующих движение отдельных его точек, связаны между собой соотношениями

http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/492027699277.files/image108.gif, http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/492027699277.files/image110.gif, http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/492027699277.files/image112.gif, где R – радиусы окружностей, по которым движутся точки. Угол поворота, угловая скорость и угловое ускорение – величины векторные. Векторы http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/492027699277.files/image084.gifи http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/492027699277.files/image086.gifнаправлены вдоль оси вращения и связаны с направлением вращения правилом правого винта , а вектор http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/492027699277.files/image088.gifнаправлен так же, как вектор http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/492027699277.files/image086.gif, если вращение ускоренное, и противоположно вектору http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/492027699277.files/image086.gif, если движение замедленное. Итак, если движение происходит вокруг неподвижной оси, все перечисленные величины направлены вдоль одной прямой.

**20**

Момент инерции. Теорема Штейнера.

Мерой инертности тел при поступательном движении является масса. Инертность тел при вращательном движении зависит не только от массы, но и от ее распределения в пространстве относительно оси вращения. Мерой инертности при вращательном движении служит величина, назы­ваемая моментом инерции тела относительно оси вращения. Моментом инерции материальной точки относительно оси враще­ния называют произведение массы этой точки на квадрат расстояния её от оси: Ii=miri2 Момент инерции тела относительно оси вращения называют сумму мо­ментов инерции материальных точек, из которых состоит это тело:

https://studfiles.net/html/2706/311/html_AZGVTw8NNK.VTZe/img-81c9sv.pngВ зависимости от вида или формы объекта момент инерции находится по-разному. Например:

Момент инерции однородного стержня относительно оси, проходящей через центр инерции и перпендикулярной стержню:https://studfiles.net/html/2706/311/html_AZGVTw8NNK.VTZe/img-NRgPU2.png. Момент инерции однородного цилиндра относительно оси, перпен­дикулярной его основанию и проходящей через центр инерции:

https://studfiles.net/html/2706/311/html_AZGVTw8NNK.VTZe/img-uYvbvG.png. Момент инерции тонкостенного цилиндра или обруча относительно оси, перпендикулярной плоскости его основания и проходящей через его центр:

https://studfiles.net/html/2706/311/html_AZGVTw8NNK.VTZe/img-hRrmtz.png. Приведенные формулы для моментов инерции тел даны при условии, что ось вращения проходит через центр инерции. Чтобы определить моменты инерции тела относительно произвольной оси, следует воспользоваться теоремой Штейнера: момент инерции тела относительно произвольной оси вращения равен сумме момента инерции тела относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела на квадрат расстояния между осями:https://studfiles.net/html/2706/311/html_AZGVTw8NNK.VTZe/img-pXuIRr.png

**22**

Гироскопы.

Гироскоп – массивное твёрдое тело, симметричное некоторой оси, совершающее вращения вокруг неё с большой угловой скоростью. В силу симметрии гироскопа выполняется =𝐼𝜔̅. При попытке повернуть вращающийся гироскоп вокруг некоторой оси наблюдается гироскопический эффект – под действием сил, которые, казалось бы, должны были вызвать поворот оси гироскопа ОО вокруг прямой О’O’, ось гироскопа поворачивается вокруг прямой О’’О’’ (ось ОО и прямая О’O’ предполагаются лежащими в плоскости чертежа, а прямая О’’О’’ и силы f1 и f2 – перпендикулярными к этой плоскости). Объяснение эффекта основано на использование уравнения момента 𝑑=𝑑𝑡⇒′=+𝑑𝐿. Момент импульса поворачивается вокруг оси ОХ в силу соотношения =𝐼𝜔̅. Вместе с вокруг ОХ поворачивается и гироскоп. Вследствие гироскопического эффекта на подшипнике, на котором вращается гироскоп, начинают действовать гироскопические силы. Под действием гироскопических сил ось гироскопа стремиться занять положение, параллельное угловой скорости вращения Земли. Описанное поведение гироскопа положено в основу гироскопического компаса. Преимущества гироскопа: указывает точное направление на географический северный полюс, его работа не подвержена воздействию металлических предметов. Прецессия гироскопа – особый вид движения гироскопа имеет место в том случае, если момент действующих на гироскоп внешних сил, оставаясь постоянным по величине, поворачивается одновременно с осью гироскопа, образуя с ней всё время прямой угол. Рассмотрим движение гироскопа с одной закреплённой точкой на оси под действием силы тяжести 𝑀=𝑙𝑚𝑔𝑠𝑖𝑛𝛼, 𝑙 – расстояние от закреплённой точки до центра инерции гироскопа, 𝛼 – угол между гироскопом и вертикалью направлен момент перпендикулярно к вертикальной плоскости, проходящей через ось гироскопа. Уравнение движения: приращение импульса = 𝑑𝐿=𝑀𝑑𝑡,𝐿=𝑐𝑜𝑛𝑠𝑡. Следовательно, 𝐿 изменяет своё положение в пространстве таким образом, что его конец описывает окружность в горизонтальной плоскости. За промежуток времени 𝑑𝑡 гироскоп повернулся на угол 𝑑𝜑=𝑑𝐿/𝐿𝑠𝑖𝑛𝛼=𝑚𝑔𝑙𝑑𝑡/𝐼𝜔⇒ ось гироскопа описывает конус вокруг вертикальной оси с угловой скоростью 𝜔′=𝑑𝜑/𝑑𝑡=𝑚𝑔𝑙/𝐼𝜔– угловая скорость прецессии.

**23**

Гармонические колебания.

Гармоническое колебание — явление периодического изменения какой-либо величины, при котором зависимость от аргумента имеет характер функции синуса или косинуса. Например, гармонически колеблется величина, изменяющаяся во времени следующим образом:

https://studfiles.net/html/2706/634/html_LsdBqHCps2.1xcH/img-AMhjA6.png или https://studfiles.net/html/2706/634/html_LsdBqHCps2.1xcH/img-AtczXv.png,

где х — значение изменяющейся величины, t — время, остальные параметры — постоянные: А — амплитуда колебаний, ω — циклическая частота колебаний, https://studfiles.net/html/2706/634/html_LsdBqHCps2.1xcH/img-TtDWN4.png— полная фаза колебаний, https://studfiles.net/html/2706/634/html_LsdBqHCps2.1xcH/img-eFtTkH.png— начальная фаза колебаний. Обобщенное гармоническое колебание в дифференциальном виде https://studfiles.net/html/2706/634/html_LsdBqHCps2.1xcH/img-BDDE_O.png

Виды колебаний

Свободные колебания совершаются под действием внутренних сил системы после того, как система была выведена из положения равновесия. Чтобы свободные колебания были гармоническими, необходимо, чтобы колебательная система была линейной (описывалась линейными уравнениями движения), и в ней отсутствовала диссипация энергии (последняя вызвала бы затухание).

Вынужденные колебания совершаются под воздействием внешней периодической силы. Чтобы они были гармоническими, достаточно чтобы колебательная система была линейной (описывалась линейными уравнениями движения), а внешняя сила сама менялась со временем как гармоническое колебание (то есть чтобы зависимость от времени этой силы была синусоидальной).

Уравнение гармонических колебаний

https://studfiles.net/html/2706/634/html_LsdBqHCps2.1xcH/img-xauyC_.png        дает зависимость колеблющейся величины S от времени t; это и есть уравнение свободных гармонических колебаний в явном виде. Однако обычно под уравнением колебаний понимают иную запись этого уравнения, в дифференциальной форме. Возьмем для определенности уравнение (1) в виде

https://studfiles.net/html/2706/634/html_LsdBqHCps2.1xcH/img-ztUsNI.png(1)

 дважды продифференцируем его по времени:

https://studfiles.net/html/2706/634/html_LsdBqHCps2.1xcH/img-3kQFSe.png ; https://studfiles.net/html/2706/634/html_LsdBqHCps2.1xcH/img-yfI4uF.png

  Видно, что выполняется следующее соотношение:

https://studfiles.net/html/2706/634/html_LsdBqHCps2.1xcH/img-_vEmks.png(2) которое и называется уравнением свободных гармонических колебаний (в дифференциальной форме). Уравнение (1) является решением дифференциального уравнения (2). Поскольку уравнение (2) - дифференциальное уравнение второго порядка, необходимы два начальных условия для получения полного решения (то есть определения входящих в уравнение (1) констант A и ϕ0); например, положение и скорость колебательной системы при t = 0.

**24**

Математический маятник. Физический маятник.

Физическим маятником называется твердое тело, которое может совершать колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси. Точка пересечения оси "О" с вертикальной плоскостью, проходящей через центр масс "А" тела, называется точкой подвеса маятника. Положение тела в каждый момент t можно охарактеризовать углом отклонения его из положения равновесия φ. Вращение тела происходит под действием силы тяжести, момент силы М для нее равен: https://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-KW__Yt.png, где a1 - расстояние от оси вращения до Центра масс тела. Уравнение динамики вращательного движения для физического маятника записывается в виде:

https://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-UHZIL4.png(1) где J1 - момент инерции тела относительно оси вращения, проходящего через точку подвеса маятника. При малых колебаниях маятника https://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-fM4mXp.png, и уравнение (1) преобразуется к виду:

(2)https://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-qNOYUe.png Полученное уравнение является дифференциальным уравнением второго порядка с постоянным коэффициентом перед φ. Обозначив его за https://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-Qn1j_1.png приходим к широко известному уравнению гармонических колебаний.

(3) https://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-lI43C3.png. Подстановкой легко убедиться, что решением этого уравнения является функция

(4) https://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-xsZwR6.pngДанное соотношение аналитически описывает гармонические колебания, которые совершает физический маятник без учета сил сопротивления среды. Величина φ0 определяет максимальное отклонение колеблющегося тела от положения равновесия и называется амплитудой колебания. Величина ω называется циклической частотой. Величину https://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-xePcZl.pngназывают фазой колебания, а ее значение при t=0, т.е. величину https://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-LhpRWW.png- начальной фазой. Начальная фаза определяется положением тела, в котором оно находилось в момент начала отсчета времени. Если при t=O, φ=0; то https://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-iGkOjG.png=0 иhttps://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-VP4tfE.png. Если же при t=O, φ=φ0; то https://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-XcpPeg.png=π/2 иhttps://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-zRjPcD.png. Периодом гармонического колебательного движения называется наименьшее время Т, по истечении которого все величины, характеризующие это движение принимают первоначальное значение. Учитывая, что период синусоидальной функции равен 2л, из (4) следует, что за время Т фаза колебаний должна измениться на 2π. https://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-rPSyv2.png

Поскольку за https://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-9yr0UX.pngмы обозначили величинуhttps://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-ZTR5xZ.png, то период колебаний физического маятника

(5)https://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-yE5wIB.png

Если период колебаний не зависит от амплитуды, то такие колебания называются изохронными. Мы видим, что малые колебания физического маятника, с амплитудой порядка нескольких угловых градусов изохронны.

Математический маятник является частным случаем физического маятника. Так называется маятник, вся масса которого практически сосредоточена в одной Точке. Примером математического маятника может служить шарик, подвешенный на длинной нити. В случае математического маятника https://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-qRFhIT.png, где l - длина маятника и формула (5) переходит в

(6)https://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-a_okT_.png

Сравнивая формулы (5) и (6) заключаем, что физический маятник колеблется так же, как математический с длиной(7)https://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-QpJJCE.pngкоторая называется приведенной длиной физического маятникаhttps://studfiles.net/html/2706/280/html_DtcoZwd8yB.2Ypl/img-Pat14t.png(8)

**25**

Затухающие колебания.

**Свободные затухающие колебания**– колебания, амплитуда которых из-за потерь энергии реальной колебательной системой с течением времени уменьшается. Простейшим механизмом уменьшения энергии колебаний является ее превращение в теплоту вследствие трения в механических колебательных системах, а также омических потерь и излучения электромагнитной энергии в электрических колебательных системах.

Дифференциальное уравнение **свободных затухающих колебаний имеет вид:**

http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/316470364757.files/image034.gif(1), где:

|  |  |
| --- | --- |
| x – | колеблющаяся величина, описывающая тот или иной физический процесс; |
| d – | коэффициент затухания; |
| w0 – | циклическая частота собственных незатухающих колебаний (собственная частота колебательной системы). |

Решение уравнения (1) в случае малого затухания (d2 << http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/316470364757.files/image036.gif) имеет вид http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/316470364757.files/image038.gif, где:

|  |  |
| --- | --- |
| http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/316470364757.files/image040.gif– | амплитуда затухающих колебаний; |
| A0 – | начальная амплитуда; |
| http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/316470364757.files/image042.gif– | циклическая частота затухающих колебаний; |
| j0 – | начальная фаза колебаний. |

Промежуток времени http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/316470364757.files/image044.gif, в течение которого амплитуда уменьшается в e раз, называется **временем релаксации**. Затухание нарушает периодичность колебаний, поэтому затухающие колебания не являются периодическими. Однако, если затухание мало, то можно условно пользоваться понятием периода как промежутка времени между двумя следующими друг за другом максимумами (или минимумами) колеблющейся величины. **Тогда период затухающих колебаний вычисляют по формуле:**http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/316470364757.files/image046.gif. Если A(t) и A(t + T) – амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период, то отношение

http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/316470364757.files/image048.gifназывается **декрементом затухания**, а его логарифм:http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/316470364757.files/image050.gif–**логарифмическим декрементом затухания**. Величина Ne – это число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в е раз. Логарифмический декремент затухания – постоянная величина для данной колебательной системы.

Для характеристики колебательной системы используют понятие добротности Q, которая при малых значениях логарифмического декремента равна

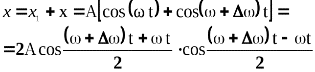
http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/316470364757.files/image052.gif. Добротность пропорциональна числу колебаний, совершаемых системой за время релаксации.

**27**

Биения.

Пусть в некотором направлении частица совершает 2 колебания, частоты которых ω и Δω, которые незначительно отличаются(Δω<< ω)([] – модуль):

https://studfiles.net/html/2706/1197/html_CvWVVxMZEd.dtoy/img-jeiULs.png; https://studfiles.net/html/2706/1197/html_CvWVVxMZEd.dtoy/img-buLBYu.png



https://studfiles.net/html/2706/1197/html_CvWVVxMZEd.dtoy/img-yrfOua.png

Результирующие колебания есть гармонические колебания частоты ω, амплитуда которого медленно, периодически меняется в пределах от 0 до 2A:

https://studfiles.net/html/2706/1197/html_CvWVVxMZEd.dtoy/img-XsYGpD.png Такие колебания называют биениями.

Они возникают при наложении колебаний с незначительно различающимися частотами. = 2π/ Δω

**28**

Сложение взаимно перпендикулярных колебаний.

Пусть 2 гармонических колебания совершаются системой во взаимно перпендикулярных направлениях по закону х=аcos𝜔𝑡, у=𝑏cos(𝜔𝑡+𝛼). В результате сложения этих колебаний частица будет двигаться по некоторой траектории в плоскости ХОУ. Производим вычисления и получаем уравнение траектории движения частицы:

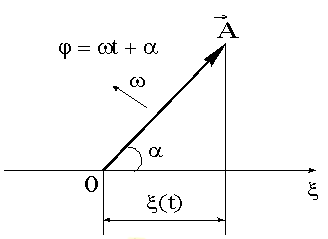
+ −2𝑥𝑦cos𝛼/𝑎𝑏 = – уравнение эллипса. При 𝛼=0 или 𝛼=𝜋 эллипс вырождается в отрезок, проходящий через начало координат 𝑥/𝑎=±𝑦/𝑏.

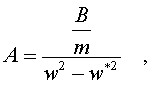
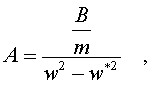
При 𝛼=±𝜋/2 получаем уравнение эллипса :+ =1. В колебательной системе колебания можно возбудить и поддерживать не только благодаря внешнему воздействию, но и в результате изменения периодичным образом параметров в системе. При этом наблюдается явление параметрического резонанса. При колебании математический маятник будет уменьшать его длину в положении равновесия, когда сила натяжения максимальная, и увеличивать длину при прохождении амплитудных точек, когда сила натяжения минимальная. Результирующая работа будет положительной. Эта работа идёт на приращение механической энергии маятника, его амплитуда колебаний увеличивается.

**26**

Векторная диаграмма. Вынужденные колебания.

Векторная диаграмма - это способ графического задания колебательного движения в виде вектора.

https://studfiles.net/html/1363/144/html_7OPfStzSXN.2KOo/img-IPI3r3.pnghttps://studfiles.net/html/1363/144/html_7OPfStzSXN.2KOo/img-hwjkcc.png

Вдоль горизонтальной оси откладывается колеблющаяся величина ξ (любой физической природы). Вектор , отложенный из точки 0 равен по модулю амплитуде колебания A и направлен под углом α , равным начальной фазе колебания, к оси ξ. Если привести этот вектор во вращение с угловой скоростью ω , равной циклической частоте колебаний, то проекция этого вектора на ось ξ дает значение колеблющейся величины в произвольный момент времени. Если колебательная система подвеpгается воздействию внешней пеpиодической силы, то возникают так называемые вынужденные колебания, имеющие незатухающий хаpактеp. В случае вынужденных колебаний система подталкивается постоpонней силой. Ниже мы остановимся на этом случае, пpедполагая, что сопpотивление в системе невелико и им можно пpенебpечь. В качестве модели вынужденных колебаний будем иметь в виду то же тело, подвешенное на пpужине, на котоpое действует внешняя пеpиодическая сила. Без учета сопpотивления уpавнение движения такого тела в пpоекции на ось х имеет вид: https://studfiles.net/html/1363/144/html_7OPfStzSXN.2KOo/img-z2u9s0.pngгде w\* - циклическая частота, В - амплитуда внешней силы. Заведомо известно, что колебания существуют. Поэтому будем искать частное pешение уpавнения в виде синусоидальной функции https://studfiles.net/html/1363/144/html_7OPfStzSXN.2KOo/img-KqgDrf.pngПодставим функцию в уравнение, для чего дважды продифференцируем по времени https://studfiles.net/html/1363/144/html_7OPfStzSXN.2KOo/img-N7xZ4K.png. Подстановка приводит к соотношениюhttps://studfiles.net/html/1363/144/html_7OPfStzSXN.2KOo/img-_N2bGE.pngУравнение обpащается в тождество пpи соблюдении тpех условий: https://studfiles.net/html/1363/144/html_7OPfStzSXN.2KOo/img-kcb4AV.png.Тогдаи уpавнение вынужденных колебаний можно пpедставить в виде https://studfiles.net/html/1363/144/html_7OPfStzSXN.2KOo/img-1lmRqr.pngОни пpоисходят с частотой, совпадающей с частотой внешней силы, и их амплитуда задается не пpоизвольно, как в случае свободных колебаний, а сама собой устанавливается. Это устанавливающееся значение зависит от соотношения собственной частоты колебаний системы и частоты внешней силы согласно фоpмуле 

**29**

Распространение волн в упругой среде. Уравнение плоской и сферической волны.

Если в каком-либо месте упругой среды (тв., жидк., газообр.) возникают колебания её частиц, то из-за взаимодействия между частицами эти колебания будут распространяться в среде от частицы к частице с некоторой скоростью v. Процесс распространения колебаний в пространстве называют волной. При этом частицы среды не совершают поступательного движения вместе с волной, а колеблются вблизи своего положения равновесия. В зависимости от направления колебаний частиц по отношению к направлению распространения волны различают продольные(частицы колеблются вдоль направления распространения волны) и поперечные(частицы колеблются перпендикулярно направлению распространения волны) волны. Продольные волны возникают в средах, где существуют упругие деформации сжатия или растяжения. Поперечные волны возникают при наличии упругой деформации сдвига. Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к некоторому моменту времени, называют фронтом волны. Он перемещается в пространстве со временем. Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называют волновой поверхностью. 𝑣=𝜆𝜈.Длина волны – расстояние между 2-мя ближайшими точками, совершающими колебания с разностью фаз 2𝜋. В зависимости от формы волновой поверхности различают плоские, сферические и цилиндрические волны. Уравнением волны называется функция координат и времени, определяющая смещение точек среды из положения равновесия в любой момент времени во всём пространстве. Уравнение плоской волны𝜀 =𝑎cos(𝜔𝑡−𝑘𝑟+𝛼),𝑘=𝜔/𝑣, 𝑘 – волновое число. Уравнение сферической волны 𝜀 =cos(𝜔(𝑡−𝑟𝑣)+𝛼)/ 𝑟.

**33**

Плотность потока энергии волны.

https://studfiles.net/html/2706/1197/html_Tcnkb24wLE.Alzy/img-_4sa4F.pngВеличина называется вектором Умова - Пойнтинга. Этот вектор определяет количество энергии, переносимое волной в направленииhttps://studfiles.net/html/2706/1197/html_Tcnkb24wLE.Alzy/img-__6umq.pngза единицу времени, через единицу площади поперечного сечения волны.

https://studfiles.net/html/2706/1197/html_Tcnkb24wLE.Alzy/img-NpVKW1.png Учитывая, что скорость величина векторная, можно записать:https://studfiles.net/html/2706/1197/html_Tcnkb24wLE.Alzy/img-LoQACm.png.

**30**

Волновое уравнение.

Уравнение любой волны есть решение некоторого дифференциального уравнения, называемого волновым. Исходя из физических свойств среды и основных законов механики мы получаем волновое уравнение из явного выражения для уравнения плоской волны.

𝜀=𝑎cos(𝜔𝑡−𝑘𝑟)=аcos(𝜔𝑡−𝑘𝑥,𝑥−𝑘𝑦,𝑦−𝑘𝑧,𝑧+𝛼).

= −𝑎cos(𝜔𝑡−𝑘𝑟), =−𝑎cos(𝜔𝑡−𝑘𝑟), =−𝑎cos(𝜔𝑡−𝑘𝑟), =... Можно записать: ++ =/ = – волновое уравнение. Волновому уравнению будет удовлетворять любая волна произвольной частоты 𝜔, распространяющаяся со скоростью 𝑣. 𝑣 определяется физическими свойствами среды. В случае плоской волны, распространяющейся в направлении по х, волновое уравнение записывается в виде: = /= .

**31**

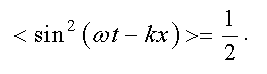
Скорость упругих волн в твердой среде.

Выясним, от каких физических свойств среды зависит скорость распространения волны. Рассмотрим плоскую волну, распространяющуюся в направлении ОХ в твёрдой упругой среде. Распространение колебаний происходит за счёт сил упругости в различных сечениях, перпендикулярных ОХ, поэтому будут различны и возникающие силы упругости, а также нормальное напряжение. Будем рассматривать продольные волны. Из-за неоднородности возникающих механических напряжений вместо закона Гука 𝐹=𝑘Δ𝑙 следует рассматривать закон Гука в дифференциальной форме 𝜎=𝐸æ=𝐹/𝑆 – механическое напряжение. В случае неоднородных растяжений или сжатий относительные деформации будут различны в различных сечениях. Выделим в среде цилиндрический объем с площадью основания ∆S и высотой ∆x. Если основание цилиндра с координатой х имеет в некоторый моментвремени смещение, то смещение основания с координатой x, x+∆x будет x+𝜀, x+∆x+𝜀+∆𝜀. æ=Δl/ =𝑑𝜀/𝑑𝑥− относительная деформация. 𝜀 – абсолютная погрешность. Следовательно, закон Гука записывается 𝜎=𝐸𝑑𝜀𝑑𝑥. Выберем цилиндр с достаточно малой высотой ∆x, чтобы можно было считать ускорения всех его частиц одинаковыми. Тогда его движение будет подчиняться 2-ому закону Ньютона. Масса цилиндра 𝑚=𝛽Δ𝑆Δ𝑥, =. Воспользуемся разложением функции 𝜎=𝐸𝑑𝜀/𝑑𝑥. в ряду Тейлора. Из-за малости +∆x+𝜀+∆𝜀 и 𝜀 ограничимся разложением величин 1-ого порядка. Преобразуем и получим: = (1+Δε/Δx). При упругих колебаниях относительная деформация мала, и (или) ей можно пренебречь Δε/Δx≪1. Таким образом, получаем волновое уравнение =. Скорость распространения волны определяется модулем Юнга и плотностью среды: 𝑣= .

**32**

Энергия упругой волны.

Распространение волн связано с переносом энергии. При этом частицы среды не переносятся волной, а совершают колебание около положения равновесия. Скорость колеблющейся частицы, в соответствии с формулами (3.11) и (3.24), равнаhttps://konspekta.net/studopediaorg/baza12/2588339813467.files/image345.gif.

Кинетическая энергия частиц, заключенных в объеме https://konspekta.net/studopediaorg/baza12/2588339813467.files/image346.gif, равна https://konspekta.net/studopediaorg/baza12/2588339813467.files/image347.gif. Масса выделенного объема m равна https://konspekta.net/studopediaorg/baza12/2588339813467.files/image348.gif, где ρ - плотность среды. Тогда значение кинетической энергии выделенного объема равноhttps://konspekta.net/studopediaorg/baza12/2588339813467.files/image349.gif. Выделенный объем обладает также потенциальной энергией https://konspekta.net/studopediaorg/baza12/2588339813467.files/image350.gif. Можно показать, чтоhttps://konspekta.net/studopediaorg/baza12/2588339813467.files/image351.gif, Где https://konspekta.net/studopediaorg/baza12/2588339813467.files/image352.gifСледовательно, кинетическая энергия выделенного объема равна потенциальной энергии. Полная энергия равна сумме кинетической и потенциальной энергииhttps://konspekta.net/studopediaorg/baza12/2588339813467.files/image353.gif. Полная энергия, возникающая в упругой среде при распространении в ней плоской гармонической волны, равнаПлотностью энергии называется энергия, заключенная в единице объема, т. е. Из формулы следует, что плотность энергии в каждый момент времени в разных точках пространства различна. Среднее значение плотности энергии определяется средним значением квадрата синуса Следовательно, среднее по времени значение плотности энергии в данной точке среды равноИтак, энергия волны, плотность энергии и ее среднее значение пропорциональны плотности среды, квадрату амплитуды и квадрату частоты.

**34**

Эффект Доплера.

Его суть заключается в изменении частоты звука, воспринимаемого наблюдателем, вследствие относительного движения источника и приемника звука. Когда звук отражается от движущегося объекта, частота отраженного сигнала изменяется (происходит сдвиг частоты). Частота колебаний воспринимаемых наблюдателем, определяется выражениемhttps://studfiles.net/html/2706/521/html_ZIarOdjTnA.LK64/img-oLuerP.png,

где https://studfiles.net/html/2706/521/html_ZIarOdjTnA.LK64/img-WjhwS6.pngиhttps://studfiles.net/html/2706/521/html_ZIarOdjTnA.LK64/img-zh2mm3.png- скорости наблюдателя и источника упругой волны относительно среды,https://studfiles.net/html/2706/521/html_ZIarOdjTnA.LK64/img-HX1gtI.png- скорость распространения волны в этой среде, https://studfiles.net/html/2706/521/html_ZIarOdjTnA.LK64/img-Sg_FF4.png-частота испускаемых колебаний. Верхние знаки соответствуют встречному движению наблюдателя и источника, нижние - в противоположные стороны. Доплеровский сдвиг частоты определяется выражением https://studfiles.net/html/2706/521/html_ZIarOdjTnA.LK64/img-gzErvd.png, гдеhttps://studfiles.net/html/2706/521/html_ZIarOdjTnA.LK64/img-WFIG5t.png- скорость движущегося объекта,https://studfiles.net/html/2706/521/html_ZIarOdjTnA.LK64/img-W9KEif.png- скорость волны (ультразвука), https://studfiles.net/html/2706/521/html_ZIarOdjTnA.LK64/img-wGIDA9.png- частота сигнала.

**35**

Неинерциальные системы отсчета.

Неинерциа́льная систе́ма отсчёта — произвольная система отсчёта, не являющаяся инерциальной. Примеры неинерциальных систем отсчета: система, движущаяся прямолинейно с постоянным ускорением, а также вращающаяся система. При рассмотрении уравнений движения тела в неинерциальной системе отсчета необходимо учитывать дополнительные силы инерции. Законы Ньютона выполняются только в инерциальных системах отсчёта. Для того, чтобы найти уравнение движения в неинерциальной системе отсчёта, нужно знать законы преобразования сил и ускорений при переходе от инерциальной системы к любой неинерциальной. Силы инерции. В инерциальной системе координат единственной причиной ускорения движения тела являются силы, действующие на него со стороны других тел. Сила всегда есть результат взаимодействия материальных тел. В неинерциальной системе отсчета можно ускорить тело простым изменением состояния движения системы отсчета. В неинерциальных системах отсчета существуют ускорения, которые не связаны с силами такого же характера, какие известны в инерциальных системах отсчета. Благодаря этому первый закон Ньютона в них не имеет смысла. Третий закон так же утрачивает ясное физическое содержание. В неинерциальных системах, так же как и в инерциальных, ускорения вызываются только силами, но наряду с «обычными» силами взаимодействия существуют еще силы особой природы, называемые силами инерции. Второй закон Ньютона в неинерциальных системах имеет следующий вид:

https://konspekta.net/studopediaru/baza19/4138636540612.files/image375.pngГде https://konspekta.net/studopediaru/baza19/4138636540612.files/image376.png-ускорение в неинерциальной системе отсчета, https://konspekta.net/studopediaru/baza19/4138636540612.files/image377.png- «обычные» силы, как результат взаимодействия, https://konspekta.net/studopediaru/baza19/4138636540612.files/image378.png-силы инерции. Запишем уравнения движения некоторого тела в неинерциальной и инерциальной системах координат:

https://konspekta.net/studopediaru/baza19/4138636540612.files/image375.png и https://konspekta.net/studopediaru/baza19/4138636540612.files/image379.png; «обычные» силы взаимодействия https://konspekta.net/studopediaru/baza19/4138636540612.files/image377.pngодинаковы в обеих системах, https://konspekta.net/studopediaru/baza19/4138636540612.files/image380.pngи https://konspekta.net/studopediaru/baza19/4138636540612.files/image381.png- ускорения соответственно в инерциальной и неинерциальной системах координат. Из последних уравнений получаем:

https://konspekta.net/studopediaru/baza19/4138636540612.files/image382.png Отсюда видно, что силы инерции обуславливают разность между относительным https://konspekta.net/studopediaru/baza19/4138636540612.files/image383.pngи абсолютным https://konspekta.net/studopediaru/baza19/4138636540612.files/image384.pngускорениями. переносное движение — это движение второй СО относительно первой.

Силы инерции существуют только в неинерциальных системах координат. Использование понятия сил инерции при анализе движения в инерциальных системах координат является ошибочным, поскольку в них эти силы отсутствуют.

**37**

Стоячие волны.

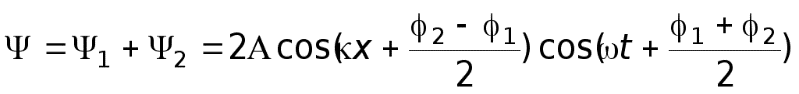
Если в среде распространяется одновременно несколько волн, то колебания частиц среды оказываются геометрической суммой колебаний, которые совершали бы частицы при распространении каждой из волн по отдельности. Это вытекающее из опыта утверждение называется принципом суперпозиции (наложения) волн. В случае, когда колебания, обусловленные отдельными волнами в каждой из точек среды, обладают постоянной разностью фаз, волны называются когерентными. При сложении когерентных волн возникает явление интерференции, заключающееся в том, что колебания в одних точках усиливают, а в других точках ослабляют друг друга. Очень важный случай интерференции наблюдается при наложении двух встречных плоских волн с одинаковой амплитудой. Возникающий в результате колебательный процесс называется стоячей волной. Стоячая волна - это волна, которая образуется при наложении двух волн с одинаковой амплитудой и частотой, когда волны движутся навстречу друг другу.

Практически стоячие волны возникают при отражении волн от преград. Падающая на преграду волна и бегущая ей навстречу отраженная волна налагаясь друг на друга, дают стоячую волну.

Напишем уравнения двух плоских волн, распространяющихся вдоль оси x в противоположных направлениях:

https://studfiles.net/html/1546/187/html_BEwq9rJ2SY.IcZq/img-9Bv5h_.png,https://studfiles.net/html/1546/187/html_BEwq9rJ2SY.IcZq/img-3HoG_b.png.

Сложив эти уравнения и преобразовав результат по формуле для суммы косинусов, получим:

.

Чтобы упростить это уравнение, выберем начало отсчета x так, чтобы разность https://studfiles.net/html/1546/187/html_BEwq9rJ2SY.IcZq/img-mSadWz.pngстала равной нулю, а начало отсчета t - так, чтобы оказалась равной нулю сумма https://studfiles.net/html/1546/187/html_BEwq9rJ2SY.IcZq/img-yIPGcE.png.Тогда https://studfiles.net/html/1546/187/html_BEwq9rJ2SY.IcZq/img-5bwESv.png- уравнение стоячей волны. Заменив волновое число к его значением https://studfiles.net/html/1546/187/html_BEwq9rJ2SY.IcZq/img-LzO1eT.png, получим уравнение стоячей волны, удобное для анализа колебаний частиц в стоячей волне:

https://studfiles.net/html/1546/187/html_BEwq9rJ2SY.IcZq/img-pDx3Uv.png. Из этого уравнения видно, что в каждой точке стоячей волны происходят колебания той же частоты, что и у встречных волн, причем амплитуда колебаний зависит от x:

https://studfiles.net/html/1546/187/html_BEwq9rJ2SY.IcZq/img-woZoxb.png. В точках, координаты которых удовлетворяют условию

https://studfiles.net/html/1546/187/html_BEwq9rJ2SY.IcZq/img-gckgYM.pnghttps://studfiles.net/html/1546/187/html_BEwq9rJ2SY.IcZq/img-XF4SD6.png, амплитуда колебаний достигает максимального значения. Эти точки называются пучностями стоячей волны. Значения координат пучностей равны:

https://studfiles.net/html/1546/187/html_BEwq9rJ2SY.IcZq/img-NOzus9.pnghttps://studfiles.net/html/1546/187/html_BEwq9rJ2SY.IcZq/img-rHIOHt.png.В точках, координаты которых удовлетворяют условию:

https://studfiles.net/html/1546/187/html_BEwq9rJ2SY.IcZq/img-G96whA.pnghttps://studfiles.net/html/1546/187/html_BEwq9rJ2SY.IcZq/img-Dc1nNX.png,амплитуда колебаний обращается в нуль. Эти точки называются узлами стоячей волны. Точки среды, находящиеся в узлах, колебаний не совершают. Координаты узлов имеют значения:

https://studfiles.net/html/1546/187/html_BEwq9rJ2SY.IcZq/img-Aq4kbv.pnghttps://studfiles.net/html/1546/187/html_BEwq9rJ2SY.IcZq/img-WZdtM9.png.

Из этих формул следует, что расстояние между соседними пучностями, так же как и расстояние между соседними узлами, равно https://studfiles.net/html/1546/187/html_BEwq9rJ2SY.IcZq/img-SGZJhA.png. Пучности и узлы сдвинуты друг относительно друга на четверть длины волны.

Стоячая волна не переносит энергию. Дважды за период происходит превращение энергии стоячей волны то полностью в потенциальную, сосредоточенную в основном вблизи узлов волны, то полностью в кинетическую, сосредоточенную в основном вблизи пучностей волны. В результате происходит переход энергии от каждого узла к соседним пучностям и обратно. Средний по времени поток энергии в любом сечении волны равен нулю.

**36**

Центробежная сила инерции. Сила Кориолиса.

Центробежная сила инерцииhttp://ok-t.ru/studopediaru/baza4/551372463694.files/image097.gif− сила инерции, действующая на тело (материальную точку), находящееся во вращающейся системе отсчета, и равная: http://ok-t.ru/studopediaru/baza4/551372463694.files/image099.gif; модуль (величина) центробежной силы инерции рассчитывается по формуле: http://ok-t.ru/studopediaru/baza4/551372463694.files/image101.gif, где http://ok-t.ru/studopediaru/baza4/551372463694.files/image103.gif− масса тела; http://ok-t.ru/studopediaru/baza4/551372463694.files/image105.gif− угловая скорость вращения системы; http://ok-t.ru/studopediaru/baza4/551372463694.files/image107.gif− расстояние от оси вращения до тела. Направление вектора центробежной силы инерции http://ok-t.ru/studopediaru/baza4/551372463694.files/image109.gifвсегда по http://ok-t.ru/studopediaru/baza4/551372463694.files/image111.gifот оси вращения. Сила Кориолиса http://ok-t.ru/studopediaru/baza4/551372463694.files/image113.gif−сила инерции, действующая на тело (материальную точку), движущееся со скоростью http://ok-t.ru/studopediaru/baza4/551372463694.files/image115.gifотносительно вращающейся системы отсчета, и равная: http://ok-t.ru/studopediaru/baza4/551372463694.files/image117.gif; модуль (величина) силы Кориолиса рассчитывается по формуле: http://ok-t.ru/studopediaru/baza4/551372463694.files/image119.gif, где http://ok-t.ru/studopediaru/baza4/551372463694.files/image120.gif− масса тела; http://ok-t.ru/studopediaru/baza4/551372463694.files/image121.gif− угловая скорость вращения системы; http://ok-t.ru/studopediaru/baza4/551372463694.files/image123.gif− скорость тела относительно вращающейся системы отсчета; http://ok-t.ru/studopediaru/baza4/551372463694.files/image125.gif− угол между векторами http://ok-t.ru/studopediaru/baza4/551372463694.files/image127.gifи http://ok-t.ru/studopediaru/baza4/551372463694.files/image129.gif. Направление вектора силы Кориолиса http://ok-t.ru/studopediaru/baza4/551372463694.files/image131.gifопределяется по векторному произведению. Причина появления силы Кориолиса — в кориолисовом (поворотном) ускорении. В инерциальных системах отсчёта действует закон инерции, то есть, каждое тело стремится двигаться по прямой и с постоянной скоростью. Если рассмотреть движение тела, равномерное вдоль некоторого вращающегося радиуса и направленное от центра, то станет ясно, что чтобы оно осуществилось, требуется придавать телу ускорение, так как чем дальше от центра, тем должна быть больше касательная скорость вращения. Это значит, что с точки зрения вращающейся системы отсчёта, некая сила будет пытаться сместить тело с радиуса. Для того, чтобы тело двигалось с кориолисовым ускорением, необходимо приложение силы к телу, равной F = ma, где a — кориолисово ускорение. Соответственно, тело действует по третьему закону Ньютона с силой противоположной направленности. FK = − ma. Сила, которая действует со стороны тела, и будет называться силой Кориолиса. Не следует путать Кориолисову силу с другой силой инерции — центробежной силой, которая направлена по радиусу вращающейся окружности. Если вращение происходит по часовой стрелке, то двигающееся от центра вращения тело будет стремиться сойти с радиуса влево. Если вращение происходит против часовой стрелки — то вправо.