1. **Скорость. Путь.**

Пусть материальная точка совершает движение в выбранной СО. Вектор, проведённый из начального положения точки в конечное называется перемещением (). Тогда векторная величина называется средней скоростью перемещения. Длина участка траектории, пройденного точкой за промежуток , называется путёмS (). Среднюю быстроту движения тела по траектории характеризует средняя путевая скорость. Как быстро и в каком направлении движется тело в данный момент t характеризует мгновенная скорость. Мгновенная путевая скоростьПриМодуль мгновенной скорости равен мгновенной путевой скорости Мгновенная скорость всегда направленна по касательной к траектории. Для бесконечно малого перемещения . Для небольших промежутков выполняется приближённо.

Скорость – векторная величина, значит, её можно записать в виде . С другой стороны . Следовательно, проекция скорости … Величина (модуль) скорости .

Выражение для скорости в полярных координатах (): , . Направление задаётся углом или единичным вектором . Радиус-вектор точки, , – единичный вектор, перпендикулярный . .

Пройденный путь частицы от до .

**2.Ускорение. Нормальное и тангенциальное ускорения.**

При движении материальной точки её скорость меняется как по величине, так и по направлению. Как быстро это происходит в произвольный момент времени, характеризует векторная величина ускорение. . Проекция вектора ускорения…

Рассмотрим движение частицы, совершаемое в плоскости. Скорость направлена по касательной траектории, поэтому можно записать .Здесь единичный вектор задаёт направление касательной, .

Ускорение, направленное по касательной к траектории, определяемое скоростью изменение величины скорости, или модуля, называется тангенциальным ускорением.

– нормальное ускорение (характеризует быстроту изменения направления скорости), - единичный вектор, перпендикулярный и направленный внутрь кривой, R – радиус кривизны линии.

3.**скорость и угловое ускорение. Связь между угловыми и линейными величинами.**

Поворот абсолютно твёрдого тела на угол вокруг некоторой оси можно задать с помощью направляющего отрезка . – длина этого отрезка совпадает с углом поворота, а направление параллельно оси вращения и определяется правилом правого винта.

Для не выполняется правило сложения векторов.однако при бесконечно малых (элементарных) поворотах правило сложения векторов выполняется. Как быстро происходит вращение характеризует векторная (псевдовекторная) величина угловая скорость. При равномерном движении вокруг неподвижной оси величина угловой скорости . Естественным образом обобщена на случай вращения с переменной понятие количества оборотов, или частота вращения (, ) и период (, ). При произвольном вращении угловая скорость может меняться как по величине, так и по направлению. Для характеристики такого измерения вводится псевдовектор углового ускорения. При вращении тела вокруг неподвижной оси все его точки движутся по окружности, скорости и ускорения различных точек различны, а угловые скорости и ускорения одинаковы. Угол, измеряемый в радианах , l – длина дуги, на которую опирается угол, .

Точка движется по окружности, поэтому у неё есть нормальное ускорение () и тангенциальное ().

*.*

4.**Первый закон Ньютона. Преобразования Галилея.**

Первый закон Ньютона: все тала сохраняют состояние покоя или прямолинейного и равномерного движения (скорость постоянна), пока воздействие со стороны других тел не изменит скорость тела. Это свойство называется свойством инерции, а закон – законом инерции.Очевидно, что закон инерции выполняется не во всех системах отсчёта. Если 2 СО движутся с ускорением относительно друг друга, то как минимум в одной СО тело, не подверженное воздействию других тел, движется с ускорением. СО, в которой выполняется 1ый закон, называют инерциальной (ИСО).Современная формулировка 1ого закона Ньютона: существуют СО, называемые инерциальными, относительно которых тела неподверженные воздействию других тел, движутся с постоянной скоростью.

Пусть относительно ИСО К поступательно со скоростью движется СО К’. Предполагаем, что при начало систем ОО’ совпадает. Тогда . Радиус-векторы частицы в системе К и К’ связаны соотношением (по правилу сложения векторов). Т.к. движение К’ поступательное, то её все точки движутся одинаково как О’. Поэтому скорости определим, взяв производную. - закон сложения скоростей Галилея.Если СО К инерциальная, то и К’- ИСО. Взяв 2-ую производную получаем . Следовательно, во всех ИСО данное тело движется с одинаковым ускорением.

**5.Масса. Сила. Второй закон Ньютона.**

Из 1-ого закона Ньютона следует, что нужно объяснять не причины движения тела с некоторой скоростью, а причины её изменения, т.е. возникновение ускорения. Одинаковые воздействия на различные тела приводит к различным ускорениям. Свойство тел различным образом реагировать на одинаковое воздействие называется инертностью. Количественная мера инертности – масса. Воздействие одних тел на другие в механике описывается с помощью векторной величины силы. Сила даёт количественную характеристику и направление воздействия, оказываемого на данное тело со стороны других тел. Силы, действующие на тело, складываются векторно вне зависимости от их физической природы и дают результирующую силу. 2-ой закон Ньютона: ускорение тел прямо пропорционально действующей на него результирующей силе и обратно пропорционально массе тела.или .Т.е. скорость изменения импульса тела равна результирующей сил, действующих на тело. 2-ой закон, как и 1-ый, справедлив только в ИСО.…

**6.Фундаментальные взаимодействия. Силы в механике.**

В современной физике выделяют 4 фундаментальных взаимодействия:

гравитационное взаимодействие определяется законом всемирного тяготения: 2 материальные точки массы и расположенные на расстоянии r друг от друга притягиваются силой .

электромагнитное взаимодействие осуществляется посредством электрических и магнитных полей. Сила Лоренса .

сильное взаимодействие приводит к образованию атомных ядер, осуществляющееся посредством П-мезонов и глюонов.

слабое взаимодействие отвечает за распад бета-частиц.

Силы, возникающие в механике, обусловлены гравитационным и электромагнитным взаимодействиями. Выделяют силы:

сила тяжести –вызванная гравитационным взаимодействием Земли и тел, находящихся у её поверхности, незначительно отличается от силы гравитационного взаимодействия, т.к. поверхность Земли не является ИСО.

вес тела – сила, с которой тело действует на опору или подвес, неподвижно относительно его, вследствие гравитационного взаимодействия Земли.

сила упругости. Все тела под действием внешних сил изменяют форму и размеры – деформируются. Деформация препятствует возникновению в телах силы упругости. Если тело после устранения внешнего воздействия восстанавливает форму и размеры, то говорят об упругой деформации. Различают деформацию растяжения и сжатия, сдвига, кручения и изгиба. Деформацию растяжения и сжатия хорошо описывает закон Гука (удлинение пружины пропорционально действующей на неё силе). Правда, этот закон справедлив только в случае не слишком больших деформаций. . Коэффициент жёсткости k зависит от материалов и размеров стержня. Чтобы убрать зависимость от размеров запишем закон Гука следующим образом , , , . Следовательно, . – нормальное напряжение, – относительная деформация, Е – модуль Юнга, – абсолютная деформация.

силы сопротивления. При попытке вызвать перемещение одного тела относительно другого, когда их поверхности соприкасаются, возникают силы препятствующая этому – силы трения покоя. Они компенсируют взаимодействие внешней побуждающей силы. Сила трения покоя max = . N– нормальная сопоставляющая сил взаимодействия поверхностей 2-ух тел. При дальнейшем увеличении сила трения покоя переходит в силу трения скольжения = . Сила трения скольжения направлена противоположно относительной скорости тел. При движении твёрдого тела в жидкостях или в газообразной среде возникают силы сопротивления, которые при малых скоростях = , а при больших = .

**.3-ий закон Ньютона**: силы, с которыми 2 тела действуют друг на друга, равны по величине, противоположны по направлению, лежат на одной прямой, проходящей через тела и имеют одинаковую физическую природу.

Три закона Ньютона позволяют решить основную задачу динамики: по заданным силам, начальному положению и начальным скоростям тел можно определить дальнейшее движение механической системы. *1-ый закон* даёт критерий отыскания ИСО; *2-ой закон* даёт динамическое уравнение движения; *3-ий закон* позволяет ввести в рассмотрение все силы, действующие в системе. При переходе одной ИСО в другую ИСО скорости преобразовываются по закону , а ускорение - , т.е. ускорение тел не меняется, также как и силы, следовательно, остаётся неизменным уравнение 2-ого закона. Следовательно, при одинаковых начальных условиях (координаты и скорости) мы получим в обоих случаях одинаковое решение. Значит, ИСО – эквивалентны.

Принцип относительности Галилея: все механические явления в различных ИСО протекают одинаковым образом при одинаковых начальных условиях, вследствие чего нельзя выделить какую-либо ИСО как абсолютно покоящуюся.

**8.Закон сохранения импульса.**

В механике существуют 3 фундаментальные закона сохранения (-это некоторая функция координат скоростей частиц и времени, которая остаётся постоянной при движении). Законы сохранения позволяют решать задачи, используя уравнения дифференциалов 1-ого порядка. Векторная величина называется импульсом материальной точки (импульс – количество движения). Из 2-ого закона Ньютона следует, что скорость изменения импульса механической системы равна сумме внешних сил, действующих на систему . N – количество материальных точек. Система, на которую не действуют внешние силы, называется замкнутой, или изолированной. Для замкнутой системы правая часть уравнения равна 0. Значит, . Получаем закон сохранения импульса: импульс замкнутой системы сохраняется (не меняется) со временем .

Закон сохранения импульса является следствием однородности пространства. Замечания: 1) Импульс незамкнутой системы будет сохранятся, если внешние силы компенсируют друг друга, и их результирующая = 0; 2) если результирующая внешних сил , но = 0 её проекция на некоторое направление (пр. ОХ), то проекция импульса на это направление будет сохранятся; 3)если внешние силы присутствуют, но рассматривается кратковременных процесс (удар, взрыв), то действующими внешними силами можно пренебречь и использовать закон сохранения импульса , , т.к. dt мало, то импульс внешних сил мал, и им можно пренебречь .

Пусть задана система материальных точек, массами , радиус-векторы которых относительно некоторого начала О. Точка С, радиус-вектор которой определяется выражением , называется центром масс, или центром инерции системы. Её положение относительно тел, не зависит от выбора О. Скорость центра масс. ИСО, связанную с центром масс, называют системой центра масс.

**9.Кинетическая энергия и работа.**

Кинетическая энергия – общая количественная мера способности тел к движению и взаимодействию. Энергия не исчезает, а передаётся от одного тела к другому, в процессе движения виды энергии могут меняться, но суммарная энергия остаётся. Это закон сохранения энергии.Закон сохранения энергии является следствием однородности времени. Энергия от одного тела к другому может передаваться в частности посредством совершения работы. В механике изучают кинетическую, потенциальную и полную механическую энергии. Рассмотрим материальную точку массы m, действующую под воздействием силы F. Её движение определяется динамическим уравнением . За элементарный промежуток времени частицы совершают перемещение . Левую часть уравнения движения скалярно умножим на , правую – на . . После некоторых преобразований мы получим – кинетическая энергия.

. Выражение называется работой, совершённой силой при бесконечно малом перемещении . Таким образом, за элементарный промежуток времени приращение кинетической энергии = работе результирующих мил на соответственном участке . – теорема о кинетической энергии в дифференциальной форме. Отношение совершённой работы к промежутку времени, за который она выполнялась называется средней мощностью. При получим мгновенную мощность.

10.**Консервативные силы.**

Взаимодействие между телами, находящимися на некотором расстоянии друг от друга, осуществляется посредством силовых полей, создаваемых во всём окружающем пространстве. Если поле не меняется, то такое поле называется стационарным. Пусть существует точка О (центр силового поля), такая что в любой точке пространства сила, действующая на частицу, лежит на прямой, проходящей через данную точку пространства и силовой центр. Если модуль сил зависит только от расстояния между этими точками, то мы имеем центральное силовое поле (пр. кулоновское поле). Если во всех точках пространства сила одинакова по величине и направлению, то говорят об однородном силовом поле. Если работа, совершаемая над частицей силами стационарного поля, не зависит от выбора траектории движения, определяется только начальным и конечным положениями тел, то такое поле называют консервативным.

поле силы тяжести называют стационарным однородным. . Значит, поле силы тяжести – консервативное. Поле силы упругости. . Значит, поле силы упругости – консервативное. Покажем, что любое центральное силовое поле является консервативным. , . . Здесь работа определяется начальным и конечным положением точек, а не видом траектории. Следовательно, центральное силовое поле является консервативным. Центральными силами являются:

1. кулоновская сила взаимодействия, .
2. гравитационная сила взаимодействия, .

Эквивалентным определением консервативных сил является: сила называется консервативной, если её работа на произвольной замкнутой траектории = 0.

**11.Потенциальная энергия во внешнем поле сил. Связь между потенциальной энергией и силой.**

Работу консервативных сил всегда можно представить как разность некоторой функции координат, взятой в начальных и конечных точках движения. . Функцию назовём потенциальной энергией соответствующего силового поля. Если на частицу действуют только консервативные силы, то в соответствии с теоремой о кинетической энергии можем записать. Сумма кинетической и потенциальной энергий называется полной механической энергией. . При движении частицы в поле консервативных сил полная механическая энергия сохраняется.. Если на частицу действуют неконсервативные силы, то приращение полной механической энергии равно работе неконсервативных сил – это закон изменения полной механической энергии. Интегрируя выражение для силы, получаем потенциальную энергию этой силы.

Сила равна градиенту потенциальной энергии .

**12.Потенциальная энергия взаимодействия. Закон сохранения энергии.**

*–* закон сохранения энергии: полная механическая энергия замкнутой системы тел, между которыми действуют только консервативные силы, остаётся постоянной. Если в замкнутой системе действуют также неконсервативные силы, то полная механическая энергия системы не сохраняется.

**13.Момент импульса. Момент силы.**

Моментом импульса частицы относительно некоторой точки О называется векторная (псевдовекторная) величина .Свойства: 1) Зависит от выбора точки О; 2) Модуль L=rpsin=; 3) L– плечо,. Моментом импульса относительно некоторой оси называют проекцию момента импульса на эту ось. При движении частицы с постоянной скоростью момент импульса сохраняется.Векторная величина называется моментом силы относительно некоторой точки О. Моментом силы относительно некоторой оси, проходящую через точку О, называют проекцию момента силы на эту ось. Вращение происходит в направлении, задаваемом М. Момент силы относительно некоторой оси характеризует способность силы вызывать вращение вокруг этой оси. Две силы, равные по величине, противоположные по направлению и не лежащие на одной прямой, называются парой силы.

**14.Закон сохранения момента импульса.уравнение моментов.**

Моментом импульса механической системы называется векторная сумма моментов импульса частиц, образующих эту систему. Таким образом, скорость изменения момента импульса механической системы = сумме моментов внешних сил, действующих на систему . Если система замкнута (), то выполняется закон сохранения момента импульса: момент импульса замкнутой системы материальных точек остаётся постоянным. Закон сохранения момента импульса выполняется также для незамкнутых систем, если суммарный момент внешних сил = 0.

Уравнение моментов: производная момента импульса относительно некоторой оси по времени равна моменту действующей на материальную точку силы относительно той же оси..

**15.Движение в центральном поле сил.**

Пусть частица массы m движется в центральном силовом поле. Момент сил, действующих на частицу момент импульса частицы . В силу сохранения , направление движения частицы должно происходить перпендикулярно направлению . Частица совершает плоское движение. Для описания движения воспользуемся полярной системой координат: , – проекция моментов на ось Z сохраняется. Т.к. силовое поле является центральным, то оно консервативное, значит, для него можно найти выражение для потенциальной энергии U. При движении в консервативном силовом поле сохраняется полная механическая энергия. , таким образом, задача по движению частицы в центральном силовом поле свелась к решению системы 2-ух дифференциальных уравнений 1-ого порядка. При этом мы используем момент энергии и момент сил.

**16.Задача 2-ух тел.**

Задача 2-ух тел по движению изолированной системы 2-ух материальных точек, взаимодействующих друг с другом. В силу изолированности системы её импульс сохраняется, а центр масс движется с постоянной скорость, относительно системы отсчёта К’. Это позволяет перейти в систему центра масс (она будет инерциальная, как и К’). – радиус-вектор относительно . - радиус-векторы и относительно С. Составляем систему: . Решая систему, получаем: , . Движение тел определяется силами, . Учли 3-ий закон Ньютона и изотропность пространства (если поворот СОна произвольный угол не приведёт к изменению результатов измерений). Получаем уравнения: , . Решаем, в результате получаем: .

Центр масс твёрдого тела движется таким же образом, как двигалась бы материальная точка массы m под действием всех внешних сил, действующих на твёрдое тело.

**17.Уравнение моментов относительно движущегося начала и движущейся оси.**

1. Уравнение моментов может быть записано не только относительно неподвижной точки, но и относительно любой точки, движущейся с постоянной скоростью в силу равноправия всех ИСО.
2. Точку приложения любой силы можно перемещать по прямой, на которой лежит эта сила.
3. При действии на тело нескольких параллельных сил их можно заменить равнодействующей, приложенной к такой точке, чтобы момент равнодействующей = сумме моментов действующих сил: , С – точка, к которой приложена равнодействующая.

В однородном поле силы тяжести точка приложения равнодействующей совпадает с центром масс. Если гравитационное поле неоднородно, то положение центра масс и центра тяжести не совпадает.

Пусть точка А, относительно которой будет вычисляться момент импульса и сил, движется с произвольной скоростью , точка О – неподвижна. Тогда скорость изменения момента импульса (уравнение моментов относительно движущего начала). Уравнение моментов относительно точки А: Если А совпадает с С, то можно использовать выражение для момента импульса как скорость и скорость относительно движущегося центра масс: .

18.**Движение твёрдого тела. Движение центра инерции твёрдого тела.** Движение твёрдого тела можно представить как результат суммы поступательного (любая связанная с телом прямая перемещается параллельно самой себе, т.е. все точки тела движутся по одинаковым траекториям) и вращательного (все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемою осью вращения; все окружности лежат в параллельных плоскостях и перпендикулярно оси вращения) движений (неоднозначно). Произвольная точка твёрдого тела испытывает перемещение , причём для всех точек тела одно и то же. Разделив на соответствующий промежуток времени , получим скорость точки: . – одинаковая для всех точек скорость поступательного движения, – скорость, обуславливаемая вращением (различная в разных точках). – радиус-вектор данной точки, – угловая, независящая от выбора точки О скорость. Следовательно, . Любое твёрдое тело можно представить как совокупность материальных точек массы , расстояние между которыми неизменно. Каждая материальна точка движется под действием, как внутренних сил, так и внешних. Движение определяется 2-ым законом Ньютона.. .Центр масс твёрдого тела движется таким же образом, как двигалась бы материальная точка массы под действием всех внешних сил.Движение твёрдого тела определяется 2-мя (3-мя) уравнениями: ;–при плоском движении.

**19.Вращение тела вокруг неподвижной оси.**

1. Рассмотрим произвольное тело, ось вращения которого закреплена в неподвижных подшипниках. Разобьём тело на элементарные массы , модуль момента импульса которых. Тогда момент импульса точки относительно оси OZ. Момент импульса всего тела относительно осиOZ. Момент инерции твёрдого тела - сумма произведений элементарных масс на квадрат их расстояния до произвольно выбранной оси. Момент инерции зависит от выбора оси и распределения массы тела. Воспользуемся уравнением моментов . Спроецируем это уравнение на ось OZ и подставим в полученную формулу для : - основное уравнение динамики вращательного движения, – угловое ускорение тела.является аналогом и характеризует инертность тела по отношению к вращению. Если суммарный момент внешних сил = 0, а в пределах тела происходит перемещение масс, то проекция момента импульса сохраняется . если распределение массы несимметрично относительно оси вращения, то момент импульса тела будет образовывать некоторый угол с. при вращении тела вращается, образуя некоторый конус. Если распределение масс симметрично, ,вместо.

**20.Момент инерции. Теорема Штейнера.**

Момент инерции определяется как , если распределение массы равномерно, то заменяется на – элементарный объём, – плотность вещества. .

Теорема Штейнера: момент инерции относительно произвольной оси равен сумме момента инерции относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр инерции тела, и произведения массы тала на квадрат расстояния а между осями: .

Момент инерции:

1. однородного тонкого стержня массы , длины относительно оси, проходящей через центр масс и перпендикулярной стержню:
2. однородного тонкого стержня массы , длины относительно оси, проходящей через один из концов стержня:
3. тонкого кольца массы , радиуса Rотносительно оси симметрии, перпендикулярной плоскости кольца:
4. однородного диска (цилиндра) массы , радиуса R, высоты hотносительно оси симметрии, перпендикулярной основанию:.

**21.Кинетическая энергия вращающегося твёрдого тела.**

При вращении тела с угловой скоростью все его элементарные массы движутся со скоростью они обладают кинетической энергией , –для тела, вращающегося вокруг неподвижной оси. При вращении на материальные точки массы , образующие твёрдое тело, действуют как внешние, так и внутренние силы. За промежуток времени испытывает перемещение ,при этом силы совершают работу. Работа всех сил будет равна . При сложении с учётом 3-его закона Ньютона сумма работ внутренних сил = 0. Следовательно, . В соответствии с теоремой о кинетической энергии, приращение кинетической энергии = работе всех сил, действующих на тело. Вычислим кинетическую энергию твёрдого тела, совершающего произвольное плоское движение.все точки движутся в параллельных плоскостях. Вращение совершается вокруг оси, перпендикулярно плоскостям, и движется вместе с некоторой точкой О. Скорость материальной точки массы представим в виде . Тело перемещается поступательно, следовательно, , –выражение кинетической энергии тела, совершающего произвольное плоское движение. Если в качестве точки О выбрать центр масс, тогда и .

**22.Гироскоп** (или волчок) – массивное твёрдое тело, симметричное некоторой оси, совершающее вращения вокруг неё с большой угловой скоростью. В силу симметрии гироскопа выполняется. При попытке повернуть вращающийся гироскоп вокруг некоторой оси наблюдается гироскопический эффект – под действием сил, которые, казалось бы, должны были вызвать поворот оси гироскопа ОО вокруг прямой О’O’, ось гироскопа поворачивается вокруг прямой О’’О’’ (ось ОО и прямая О’O’ предполагаются лежащими в плоскости чертежа, а прямая О’’О’’ и силы f1 и f2 – перпендикулярными к этой плоскости). Объяснение эффекта основано на использование уравнения момента . Момент импульса поворачивается вокруг оси ОХ в силу соотношения . Вместе с вокруг ОХ поворачивается и гироскоп. Вследствие гироскопического эффекта на подшипнике, на котором вращается гироскоп, начинают действовать гироскопические силы. Под действием гироскопических сил ось гироскопа стремиться занять положение, параллельное угловой скорости вращения Земли. Описанное поведение гироскопа положено в основу гироскопического компаса. Преимущества гироскопа: указывает точное направление на географический северный полюс, его работа не подвержена воздействию металлических предметов. Прецессия гироскопа – особый вид движения гироскопа имеет место в том случае, если момент действующих на гироскоп внешних сил, оставаясь постоянным по величине, поворачивается одновременно с осью гироскопа, образуя с ней всё время прямой угол. Рассмотрим движение гироскопа с одной закреплённой точкой на оси под действием силы тяжести , – расстояние от закреплённой точки до центра инерции гироскопа, – угол между гироскопом и вертикалью.направлен момент перпендикулярно к вертикальной плоскости, проходящей через ось гироскопа. Уравнение движения: приращение импульса = Следовательно, изменяет своё положение в пространстве таким образом, что его конец описывает окружность в горизонтальной плоскости. За промежуток времени гироскоп повернулся на угол ось гироскопа описывает конус вокруг вертикальной оси с угловой скоростью – угловая скорость прецессии.

**23.Гармонические колебания.**

Колебания – процессы, характеризующиеся той или иной степенью повторяемости по времени. В зависимости от физической природы повторяющегося процесса различают колебания: механические, электромагнитные, электромеханические и другие. Все эти процессы, несмотря на различную физическую природу, описываются одинаковыми математическими уравнениями и имеют ряд общих свойств. Рассмотрим небольшой шарик массы m, подвешенный на лёгкой упругой пружине жёсткости k. В положении равновесия (х=0) сумма сил, действующих на шар, равна 0, т.е. . При отклонении шарика от положения равновесия его движение будет описываться уравнением: . Уравнение запишем в следующем виде: . Положение тела описывается через функцию косинуса (или синуса), которая называется гармонической, поэтому такие колебания называются гармоническими. – амплитуда колебаний – даёт максимальное отклонение от положения равновесия. – фаза колебания – определяется смещением тела в данный момент времени. – начальная фаза. Функция косинуса имеет период . Значит, состояние колеблющегося тела повторяется при изменении фазы на . Промежуток времени, в течение которого фаза изменяется на , называется периодом колебаний. Период – время, за которое совершается одно полное колебание . Частота колебаний – количество колебаний за единицу времени , . – круговая (циклическая) частота, т.е. количество колебаний за секунд. Зная начальное положение и скорость тела, можно определить амплитуду и начальную фазу: .Движение тела при гармоническом колебании происходит под действием квазиупругой силы: , которая является консервативной, а, значит, выполняется закон сохранения энергии , . Среднее значение кинетической и потенциальной энергий по времени: .

**24.Математический маятник. Физический маятник.** Небольшое тело массой , подвешенное на лёгкой нерастяжимой нити длины , находящееся в однородном поле силы тяжести, называют математическим маятником.При отклонении от положения равновесия тело будет двигаться по дуге окружности, следовательно, его движение описывается основным уравнением динамики , . Рассмотрим малые отклонения от положения равновесия, тогда . .Подставим всё в основным уравнением динамики и получим стандартное уравнение динамики гармонических колебаний: изменение угла отклонения .Период колебаний математического маятника . Твёрдое тело, способное вращаться вокруг некоторой оси ОО’, не проходящее через центр масс тала (С) и находящееся в однородном поле силы тяжести, называют физическим маятником. При колебании тело совершает вращательное движение, следовательно, его движение подчиняется уравнению . При малых колебаниях . . – расстояние от центра масс до оси вращения OO’. – момент инерции тела относительно оси вращения OO’. закону. ,.

**25.Затухающие колебания.** В реальных физических системах всегда действуют силы сопротивления, в результате действия которых амплитуда колебаний с течением времени убывает.рассмотрим движение тела в вязкой среде, когда силы сопротивления противоположны скорости движения тела: , –коэффициент сопротивления. . Подставим вместо – дифференциальное уравнение 2-ого порядка сводится к квадратному алгебраическому уравнению . Колебательный процесс возможен, если силы сопротивления достаточно малы. Это означает, что должно выполняться условие . В этом случае . Следовательно, общим решением нашего уравнения будет функция –кинематический закон затухающих колебаний. Можно сказать, что наблюдаются гармонические колебания с частотой , амплитуда же колебаний убывает по экспоненциальному закону. Скорость затухания определяется величиной коэффициента затухания. Затухание характеризуется также декрементом затухания, который показывает во сколько раз уменьшилась амплитуда колебаний за время, равное периоду : . Логарифм этого выражения называют логарифмическим декрементом затухания: . В затухающих системах используется также такая величина как добротность: .

26.**Векторная диаграмма. Вынужденные колебания.**

При сложении нескольких колебаний одинакового направления удобно использовать метод векторных диаграмм. В этом методе колебанию сопоставляется вектор , модуль которого равен амплитуде колебаний, а направление задаётся углом , отсчитанным от некоторого направления ОХ: . С течением времени вращается вокруг точки О с угловой скоростью .

Пусть заданы 2 колебания одинаковой частоты : , . Результирующее колебание будет совпадать с проекцией вектора на ОХ.Амплитуда результирующих колебаний.

Начальная фаза результирующих колебаний определяется уравнением .

Вынужденными называются такие колебания, которые возникают в колебательной системе под действием внешней периодически изменяющейся силы (вынуждающая сила). Пусть вынуждающая сила меняется по гармоническому закону. С учётом сил сопротивления и упругости получим динамическое уравнение движения системы: Предположим, что система совершает гармонические колебания с частотой , отставая по фазе от вынуждающей силы на . Находим 1-ую и 2-ую производные и подставляем в динамическое уравнение движения системы: .В левой части стоит сумма 3-х колебаний одинаковой частоты, сдвинутой по фазе и с различными амплитудами. При фаза результирующих колебаний должна равняться 0. С помощью векторной диаграммы определили амплитуду результирующих колебаний .

Начальная фаза определена условием:.

В отличие от гармонических и затухающих колебаний частота вынужденных колебаний не определяется свойствами системы, а только частотой вынуждающей силы. При некоторой определённой для данной системы частоте , амплитуда достигает максимального значения. Колебательная система оказывается особенно отзывчивой на действие вынуждающей силы при этой частоте. Это явление называется резонансом, а частота – резонансной частотой. , .

**27.Биение. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний.**

Рассмотрим случай сложения 2-ух колебаний одинакового направления, частота которых незначительно отличается друг от друга:. При этом возникают колебания, амплитуда которых периодически меняется от некоторого максимального значения до минимального. Рассмотрим простой случай, когда амплитуды и начальные фазы обоих колебаний равны. Сложим оба уравнения волны по принципу суперпозиции. Данное колебание можно рассматривать как гармоническое с частотой и периодом . Однако амплитуда этого колебания медленно меняется в пределах от 0 до 2а с частотой и периодом . В таком случае говорят, что наблюдаются биения. Пусть 2 гармонических колебания совершаются системой во взаимно перпендикулярных направлениях по закону , . В результате сложения этих колебаний частица будет двигаться по некоторой траектории в плоскости ХОУ. Производим вычисления и получаем уравнение траектории движения частицы: – уравнение эллипса.

При эллипс вырождается в отрезок, проходящий через начало координат .

При получаем уравнение эллипса :.

В колебательной системе колебания можно возбудить и поддерживать не только благодаря внешнему воздействию, но и в результате изменения периодичным образом параметров в системе. При этом наблюдается явление параметрического резонанса. При колебании математический маятник будет уменьшать его длину в положении равновесия, когда сила натяжения максимальная, и увеличивать длину при прохождении амплитудных точек, когда сила натяжения минимальная. Результирующая работа будет положительной. Эта работа идёт на приращение механической энергии маятника, его амплитуда колебаний увеличивается.

**28.Распространение волн в упругой среде. Уравнение плоской и сферической волны.**

Если в каком-либо месте упругой среды (тв., жидк., газообр.) возникают колебания её частиц, то из-за взаимодействия между частицами эти колебания будут распространяться в среде от частицы к частице с некоторой скоростью v. Процесс распространения колебаний в пространстве называют волной. При этом частицы среды не совершают поступательного движения вместе с волной, а колеблются вблизи своего положения равновесия. В зависимости от направления колебаний частиц по отношению к направлению распространения волны различают продольные(частицы колеблются вдоль направления распространения волны) и поперечные(частицы колеблются перпендикулярно направлению распространения волны) волны. Продольные волны возникают в средах, где существуют упругие деформации сжатия или растяжения. Поперечные волны возникают при наличии упругой деформации сдвига. Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к некоторому моменту времени, называют фронтом волны. Он перемещается в пространстве со временем. Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называют волновой поверхностью. Длина волны – расстояние между 2-мя ближайшими точками, совершающими колебания с разностью фаз . В зависимости от формы волновой поверхности различают плоские, сферические и цилиндрические волны. Уравнением волны называется функция координат и времени, определяющая смещение точек среды из положения равновесия в любой момент времени во всём пространстве. Уравнение плоской волны, – волновое число.

Уравнение сферической волны

**29.Волновое уравнение.**

Уравнение любой волны есть решение некоторого дифференциального уравнения, называемого волновым. Исходя из физических свойств среды и основных законов механики мы получаем волновое уравнение из явного выражения для уравнения плоской волны.

.Можно записать : – волновое уравнение. Волновому уравнению будет удовлетворять любая волна произвольной частоты , распространяющаяся со скоростью . определяется физическими свойствами среды. В случае плоской волны, распространяющейся в направлении по х, волновое уравнение записывается в виде: .

**30.Скорость упругих волн в твёрдой среде.**

Выясним, от каких физических свойств среды зависит скорость распространения волны. Рассмотрим плоскую волну, распространяющуюся в направлении ОХ в твёрдой упругой среде. Распространение колебаний происходит за счёт сил упругости в различных сечениях, перпендикулярных ОХ, поэтому будут различны и возникающие силы упругости, а также нормальное напряжение. Будем рассматривать продольные волны. Из-за неоднородности возникающих механических напряжений вместо закона Гука следует рассматривать законГука в дифференциальной форме – механическое напряжение.В случае неоднородных растяжений или сжатий относительные деформации будут различны в различных сечениях. Выделим в среде цилиндрический объем с площадью основания S и высотой x.Если основание цилиндра с координатой х имеет в некоторый моментвремени смещение, то смещение основания с координатой x, x+x будет x+, x+x+. . – абсолютная погрешность. Следовательно, закон Гука записывается . Выберем цилиндр с достаточно малой высотой x, чтобы можно было считать ускорения всех его частиц одинаковыми. Тогда его движение будет подчиняться 2-ому закону Ньютона. Масса цилиндра . Воспользуемся разложением функции . в ряду Тейлора. Из-за малости +x+ и ограничимся разложением величин 1-ого порядка. Преобразуем и получим: .

При упругих колебаниях относительная деформация мала, и (или) ей можно пренебречь. Таким образом, получаем волновое уравнение . Скорость распространения волны определяется модулем Юнга и плотностью среды:

**31.Энергия упругой волны.**

Пусть плоская продольная волна распространяется в направлении ОХ в некоторой упругой среде. Её уравнение: . Частицы среды, отклоняясь от положения равновесия, движутся с некоторыми скоростями. Следовательно, они обладают кинетической и потенциальной энергиями. Выделим в среде цилиндрический объем V с площадью основания S и высотой x. Его величина такова, что можем считать скорости частиц и относительное смещение одинаковыми. Энергия, заключённая в этом объёме . Таким образом, плотность энергии упругой волны. Подставим в него уравнение плоской волны, преобразуем и воспользуемся тем, что :.Затем найдём среднюю по периоду плотность энергии: . Из выражения для плотности энергии видно, что её величина меняется со временем от 0 до некоторого максимального значения, а значит, энергия от источников колебания переносится волной из одного места пространства в другое со скоростью Волна осуществляет процесс переноса энергии, но не вещества. Перенос энергии осуществляется посредством сил упругого взаимодействия между частицами среды. Количество энергии, переносимое через некоторую поверхность за единицу времени, называется потоком энергии через эту поверхность: . Для более детальной характеристики процесса переноса энергии используется вектор плотности потока энергии . По величине он равен потоку энергии, переносимой через площадку, перпендикулярную направлению распространения волны, делённому на площадь этой площадки: – последнее – вектор Умова. По направлению он совпадает с направлением распространения волны. Среднее. Модуль этого выражения называется интенсивностью волны.

**32.Эффект Доплера. Стоячие волны.**

Пусть в некоторой среде расположен неподвижный источник колебаний . Приёмник волн, также неподвижный относительно среды, будет воспринимать колебания той же частоты . Если же источник и приёмник движутся относительно среды, то частота колебаний, воспринимаемых источником, будет отличаться от частоты колебания приёмника. Это явление называется эффектом Доплера. Определим связь между частотами колебаний. Будем считать, что источник и приёмник движутся вдоль прямой, соединяющей их. Их скорости считаются положительными, если они движутся навстречу, и отрицательными в противоположном случае: – длина волны. Период колебаний, воспринимаемых приёмником, Т=, а частота .

Если в среде распространяется несколько волн, то частицы среды будут совершать колебания, равные векторной сумме колебаний, возникающих от каждой из волн, взятые по отдельности. Это положение называется принципом суперпозиции, и оно следует из опытных данных. Когда колебания, обусловленные отдельными волнами, в каждой из точек среды обладают постоянной разностью фаз, то их называют когерентными. При наложении когерентных волн наблюдается их интерференция, т.е. усиление в одних точках пространства и ослабление в других. Важным случаем интерференции является наложение 2-ух встречных волн (одна из них может быть отражённой волной). В этом случае возникают стоячие волны. Запишем уравнения 2-ух плоских волн, распространяющихся вдоль ОХ в противоположном направлении, и сложим их: . Таким образом, в каждой точке пространства совершаются гармонические колебания частоты . Амплитуда этих колебаний меняется от 0 до по закону. Точки, в которых амплитуда достигает максимальной величины, называются пучностями стоячей волны, их координаты: . Точки, где амплитуда обращается в 0, называются узлами стоячей волны, их координаты: . Расстояние между соседними пучностями (узлами) равно половине длины волны.