**Лабораторная работа №1 (ЛР1)   
«Экономико-математические методы и модели решения задачи управления запасами в АСУ предприятия»**

[Л1.1 Цель работы 1](#_Toc343693978)

[Л1.2 Теоретические и методические сведения 1](#_Toc343693979)

[Л1.2.1 Задачи, методы и модели управления запасами 1](#_Toc343693980)

[Л1.2.2 Пример решения задачи управления запасами 3](#_Toc343693981)

[Л1.3 Варианты заданий и порядок выполнения ЛР1 9](#_Toc343693982)

[Л1.4 Правила оформления отчета по ЛР1 9](#_Toc343693983)

[Л1.5 Контрольные вопросы по ЛР1 10](#_Toc343693984)

[Приложение Л1.1 Образец оформления титульного листа 11](#_Toc343693985)

## Л1.1 Цель работы

1. Изучение теоретических сведений об использовании экономико-математических методов и моделей при решении задач в функциональных подсистемах АСУ предприятия на примере задачи управления запасами.

2. Приобретение практических навыков постановки и решения вероятностной задачи управления запасами в составе АСУ предприятия.

## Л1.2 Теоретические и методические сведения

### Л1.2.1 Задачи, методы и модели управления запасами

Задачи управления запасами представляют собой важный класс задач, решаемых в АСУ предприятия. Решение этих задач состоит в определении сроков, объемов и источников пополнения запасов сырья, комплектующих и других продуктов, расходуемых в процессе работы предприятия. Критериями оптимальности при решении задач управления запасами обычно являются обеспечение бесперебойного снабжения предприятия продуктами, необходимыми для его работы, и минимизация затрат, связанных с запасами этих продуктов.

Имеется большое количество постановок задач управления запасами. В зависимости от постановок задач, для их решения применяются различные математические методы и модели [53,54]. Их классификация приведена в табл.Л1.1.

Таблица Л1.1

Классификация методов и моделей управления запасами

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Признак классификации | Методы и модели управления запасами | Описание |
| Количество видов запасов | Однопродуктовые | Требуется составить план управления запасом одного продукта. |
| Многопродуктовые | Требуется составить план управления запасами нескольких продуктов. |
| Степень информирован-ности о параметрах задачи | Детерминированные | Все параметры задачи точно известны. |
| Вероятностные | Все или некоторые параметры задачи представляют собой случайные величины. |
| Интервал пополнения запасов | Уровневые | Заказ на пополнение запаса оформляется, когда запас снижается до определенного уровня (точка заказа). |
| Циклические | Заказ на пополнение запаса оформляется через фиксированные интервалы времени. |
| Постоянство параметров задачи | Статические | Параметры задачи постоянны в течение многих плановых периодов. |
| Динамические | Параметры задачи различны в разные плановые периоды. |
| Наличие скидки на размер заказа | Со скидкой | Цена продукта, составляющего запас, зависит от количества закупаемого продукта (от размера заказа): чем больше размер заказа, тем ниже цена. |
| Без скидки | Цена продукта, составляющего запас, не зависит от количества закупаемого продукта. |

Исходными данными для решения задач управления запасами обычно являются следующие величины:

*V* – потребность в продукте, т.е. количество продукта (сырья, комплектующих и т.д.), необходимое предприятию в течение единицы времени. Другие названия этой величины – интенсивность расхода запаса, спрос и т.д.;

*C* – цена продукта, т.е. затраты предприятия на закупку единицы продукта;

*K* – затраты предприятия, связанные с получением партии продукта и не зависящие от *размера* этой партии (т.е. от количества поставляемого продукта). Эта величина может представлять собой, например, затраты, связанные с наладкой производственного оборудования для выпуска продукта;

*S* – затраты предприятия, связанные с хранением единицы продукта в течение единицы времени;

*d* – потери от дефицита, т.е. потери предприятия, связанные с нехваткой единицы продукта в течение единицы времени. Эти потери могут представлять собой как непосредственные убытки, так и недополученный выигрыш;

Θ – срок выполнения заказа, т.е. период времени от момента оформления предприятием заказа на очередную партию продукта до момента получения предприятием заказанной партии.

В некоторых случаях эти величины известны точно, в других - приближенно.

По результатам решения задач управления запасами обычно требуется определить следующие величины:

*q* – размер партии (размер заказа), т.е. количество продукта, заказываемое предприятием при каждой поставке;

*r* – точка заказа, т.е. запас продукта, при котором требуется заказывать очередную партию продукта для поставки. Другими словами, когда запас продукта снижается до величины *r*, предприятие должно заказывать поставку очередной партии продукта;

*T* – интервал времени между заказами на поставку партий продукта (или между поставками продукта).

Как исходные данные, так и результаты решения задач управления запасами могут включать и другие величины: максимальный уровень запасов на складах предприятия, максимально допустимый уровень дефицита продукта и т.д. Кроме того, управление запасами может включать решение задач прогнозирования потребности в продукте, выбора поставщиков и т.д.

### Л1.2.2 Пример решения задачи управления запасами

**Постановка задачи.** В работе предприятия используются некоторые детали. Потребность предприятия в деталях представляет собой случайную величину, распределенную по гауссовскому закону. В среднем потребность в деталях составляет 80 шт/день, стандартное отклонение – 10 шт/день. Цена одной детали составляет 2 ден.ед. Затраты, связанные с хранением одной детали в течение года, составляют 0,1 ден.ед. Затраты, связанные с получением одной партии деталей (не зависящие от размера партии), составляют 25 ден.ед. Срок выполнения заказа – 6 дней.

Потери от нехватки одной детали в течение года составляют 0,4 ден.ед.

На предприятии предполагается заказывать очередную партию деталей при снижении запаса до определенного (фиксированного) уровня.

Требуется составить план управления запасом деталей, при котором общие затраты, связанные с запасом, будут минимальны.

**Анализ и характеристика задачи.** Данная задача является *вероятностной*, так как один из важнейших параметров задачи – потребность в деталях – является случайной величиной. Данная задача является *однопродуктовой*, так как в ней требуется составить план управления запасом деталей одного типа (а не нескольких). Задача является *статической*, так как параметры задачи предполагаются одинаковыми для любого планового периода (например, для любого дня или любого года). В данной задаче *не используется скидка* *на размер заказа*: цена одной детали составляет 2 ден.ед., независимо от количества закупаемых деталей.

Примечание. Важно понимать, что постоянным здесь является *среднее* значение потребности в деталях (80 шт/день). Конкретные значения потребности в деталях в различные дни являются *различными*, так как из постановки задачи известно, что потребность в деталях является *случайной* величиной. Можно лишь утверждать, что, согласно правилу “трех сигм”, потребность в деталях практически всегда (примерно в 99,7% случаев) будет составлять от 50 до 110 шт/день (80‑3·10=50, 80+3·10=110).

Согласно постановке задачи, для ее решения требуется использовать *уровневую* модель, т.е. заказывать очередную партию деталей при снижении запаса до определенного (фиксированного) уровня.

Введем обозначения. В данной задаче *V*=80 шт/день = 28 800 шт/год, *C*=2 ден.ед., *K*=25 ден.ед., *S*=0,1 ден.ед./год, *d*=0,4 ден.ед./год, Θ=6 дней.

План управления запасом деталей необходимо составить таким образом, чтобы минимизировать общие затраты, связанные с запасом деталей. Эти затраты включают:

* затраты на приобретение деталей. Расход деталей составляет в среднем 80 шт/день, или 360·80=28 800 шт/год. Таким образом, затраты на их приобретение составят 2·80=160 ден.ед./день, или 2·28 800=57 600 ден.ед./год. Эта величина не зависит от того, когда и в каком количестве будут закупаться детали;
* затраты, связанные с партиями деталей. Затраты на получение *одной партии,* независимо от ее размера, составляют 25 ден.ед. Чем крупнее размер партии закупаемых деталей, тем меньше *партий* деталей потребуется закупить в течение года и тем меньше будут затраты, связанные с партиями деталей;
* затраты на хранение деталей. Чем крупнее размер партии закупаемых деталей, тем больше деталей потребуется хранить на складах предприятия и тем большую величину составят затраты на их хранение;
* потери от дефицита деталей. Чем больше деталей будет закупать предприятие, тем меньше будет вероятность их дефицита и тем меньше - потери, связанные с дефицитом. Однако в этом случае будут возрастать затраты на приобретение деталей, затраты на их хранение, а также затраты, связанные с партиями деталей.

Составление плана управления запасами в данном случае состоит в определении следующих величин:

* + размер заказа *q*;
  + точка заказа *r*.

Решим задачу, используя метод, предлагаемый в [53].

**Определение размера партии.** Размер партии (заказа) определяется по следующей формуле:

шт.

Таким образом, размер партии деталей, заказываемой предприятием, будет составлять 3795 шт.

**Анализ потребности в деталях в течение периода выполнения заказа.** Чтобы определить точку заказа (т.е. остаток запаса к моменту оформления заказа на очередную партию деталей), проанализируем возможные значения потребности в деталях за период выполнения заказа.

Заказ выполняется за Θ = 6 дней. Так как потребность в деталях в течение одного дня представляет собой случайную величину, распределенную по гауссовскому закону со средним значением (математическим ожиданием) *V*=80 шт., потребность в деталях в течение шести дней также можно считать случайной величиной, распределенной по гауссовскому закону, со средним значением *V*Θ= 6·80 = 480 шт. Это значит, что *фактическая* потребность в деталях за период Θ может с вероятностью 50% составлять менее 480 шт. и с такой же вероятностью превышать 480 шт.

Найдем *стандартное отклонение* потребности в деталях за период выполнения заказа (эта величина потребуется для дальнейших расчетов). Стандартное отклонение потребности в деталях за один день составляет σ=10 шт. Значит, дисперсия этой случайной величины составляет *D* = σ2 = =100 шт2. Дисперсию потребности в деталях за период Θ можно считать равной *D*Θ=Θ·*D* = 6·100 = =600 шт2. Таким образом, стандартное отклонение потребности в деталях за период Θ составляет σΘ==24,5 шт.

Будем считать, что точка заказа должна быть не меньше средней потребности в деталях за срок выполнения заказа, т.е. 480 шт. В противном случае вероятность нехватки деталей будет превышать 50%, что явно недопустимо.

Проанализируем возможные значения потребности в деталях за срок выполнения заказа (т.е. за Θ=6 дней), *превышающие* среднюю потребность.

Как показано выше, потребность в деталях за период выполнения заказа - случайная величина, распределенная по гауссовскому закону, с математическим ожиданием (средним значением) *V*Θ= 480 шт. и стандартным отклонением σΘ=24,5 шт. Рассмотрим возможные значения потребности в деталях, превышающие среднюю потребность, с шагом 20 шт. (для более точного решения можно использовать меньший шаг).

Найдем, например, вероятность того, что фактическая потребность в деталях за период Θ (будем обозначать эту величину как *X*) составит от 480 до 500 шт. Из теории вероятностей известно, что эту вероятность можно найти следующим образом: *P*(480<*X*<500) = *P*(*X*<500) – *P*(*X*<480). Закон распределения случайной величины *X* известен: это гауссовская случайная величина с математическим ожиданием 480 и стандартным отклонением 24,5. Поэтому вероятности *P*(*X*<500) и *P*(*X*<480) легко определить с помощью таблиц гауссовского (нормального) распределения или с помощью средств табличного процессора Excel.

Найдем с помощью Excel вероятность *P*(*X*<500), т.е. вероятность того, что потребность в деталях за период выполнения заказа не превысить 500 шт. Для этого воспользуемся функцией НОРМРАСП с аргументами X: 500, Среднее: 480, Стандартное\_откл: 24,5, Интегральный: 1. Будет получен результат 0,7928.

Вероятность *P*(*X*<480) равна 0,5, так как 480 – математическое ожидание анализируемой гауссовской случайной величины. В этом легко убедиться, воспользовавшись функцией НОРМРАСП с аргументами X: 480, Среднее: 480, Стандартное\_откл: 24,5, Интегральный: 1.

Таким образом, вероятность того, что фактическая потребность в деталях за период Θ составит от 480 до 500 шт., равна *P*(480<*X*<500) = 0,7928 - 0,5 = = 0,2928.

Аналогично найдем вероятности того, что потребность в деталях будет принимать значения из других диапазонов. Эти величины сведены в табл. Л1.2.

Таблица Л1.2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Диапазон значений потребности в деталях *X*,  (*a*; *b*) | (480; 500) | (500; 520) | (520; 540) | (540; 560) | (560; 580) |
| Вероятность, *P*(*a*<*X*<*b*) | 0,2928 | 0,1559 | 0,0441 | 0,0066 | 0,0005 |

Вероятность того, что потребность в деталях превысит 580 шт., близка к нулю.

Для упрощения расчетов вместо *интервалов* значений потребности в деталях будем рассматривать *средние значения* этих интервалов. Будем считать, что потребность в деталях может принимать значение 490 шт. с вероятностью 0,2928, значение 510 – с вероятностью 0,1559, и т.д. Эти значения приведены в табл. Л1.3.

Таблица Л1.3

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Потребность в деталях (*X*), шт. | 490 | 510 | 530 | 550 | 570 |
| Вероятность | 0,2928 | 0,1559 | 0,0441 | 0,0066 | 0,0005 |

**Определение точки заказа**. Рассмотрим возможные значения точки заказа *r*. Как показано выше, она должна составлять не менее 480 шт.

Предположим, что точка заказа *r*=490 (т.е. новая партия деталей заказывается, когда на предприятии остается 490 деталей). Заказ будет выполнен за время Θ=6 дней. Дефицит возникнет, если потребность в деталях за этот период составит свыше 490 шт. При выполнении расчетов будем предполагать, что потребность в деталях, превышающая 490 шт., может составлять *X*=510, 530, 550 или 570 шт. Вероятности этих значений указаны в табл. Л1.4. Дефицит определяется как *X*-*r* = *X*-490 шт. Таким образом, будем считать, что дефицит может принимать значения 20 шт. (с вероятностью 0,1559), 40 (с вероятностью 0,0441), 60 (с вероятностью 0,0066) или 80 шт. (с вероятностью 0,0005).

Найдем средний дефицит (математическое ожидание дефицита) при каждой поставке партии деталей:

*y*1 = 20·0,1559 + 40·0,0441 + 60·0,0066 + 80·0,0005 =5,32 шт.

Это означает следующее: если при имеющейся на предприятии потребности в деталях и имеющихся условиях поставок заказывать новую партию деталей, когда на предприятии остается 490 деталей, то дефицит деталей при каждой поставке будет составлять в среднем 5,32 шт. (конечно, при каждой конкретной поставке дефицит может оказаться как больше, так и меньше найденной величины).

Так как годовая потребность в деталях составляет в среднем *V*=28 800 шт., а размер партии – *q*=3795 шт. (см. выше), в течение года потребуется в среднем *N*= *V*/*q*= 28 800/3795=7,59 поставок. Значит, средний дефицит за год составит *y*=*N*·*y*1=7,59·5,32=40,4 шт.

Найдем составляющие средних годовых затрат, связанных с запасом деталей:

* затраты на приобретение деталей:

*Z*приобр = *C*·*V* = 2·28 800 = 57 600 ден.ед./год;

* затраты, связанные с партиями деталей:

*Z*парт =  = 189,72 ден.ед./год;

* затраты на хранение деталей:

*Z*хран =  = 190,75 ден.ед./год;

* потери от дефицита деталей:

*P*деф = *d*·*y* = 0,4·40,4 = 16,16 ден.ед./год.

Таким образом, средние годовые затраты, связанные с запасом деталей, составят:

*Z* = *Z*приобр + *Z*парт + *Z*хран + *P*деф = 57996,63 ден.ед./год.

Рассмотрим другое возможное значение точки заказа: *r*=510 (т.е. новая партия деталей заказывается, когда на предприятии остается 510 деталей). Дефицит возникнет, если потребность в деталях за период выполнения заказа (Θ = = 6 дней) составит свыше 510 шт. Будем считать (см. табл. Л1.3), что дефицит может принимать значения 20 шт. (с вероятностью 0,0441), 40 (с вероятностью 0,0066) или 60 шт. (с вероятностью 0,0005).

Средний дефицит при каждой поставке партии деталей:

*y*1 = 20·0,0441 + 40·0,0066 + 60·0,0005 =1,18 шт.

Средний дефицит за год: *y*=*N*·*y*1=7,59·1,18=8,94 шт.

Средние годовые затраты, связанные с запасом деталей:

*Z*приобр = *C*·*V* = 2·28 800 = 57 600 ден.ед./год;

*Z*парт =  = 189,72 ден.ед./год;

*Z*хран =  = 192,75 ден.ед./год;

*P*деф = *d*·*y* = 0,4·8,94 = 3,58 ден.ед./год.

*Z* = *Z*приобр + *Z*парт + *Z*хран + *P*деф = 57986,05 ден.ед./год.

Аналогично выполним расчеты для других возможных значений точки заказа. Результаты приведены в табл. Л1.4.

Таблица Л1.4

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Точка заказа (*r*), шт. | 490 | 510 | 530 | 550 | 570 |
| Средние годовые затраты (*Z*), ден.ед./год | 57996,63 | 57986,05 | 57984,94 | 57986,50 | 57988,47 |

Таким образом, затраты, связанные с запасом, принимают минимальное значение при точке заказа *r*=530 шт. Значит, решение задачи управления запасом деталей состоит в следующем: требуется заказывать партию деталей в количестве 3795 шт., когда запас деталей на предприятии снижается до 530 шт. Средние годовые затраты, связанные с запасом деталей, составят 57984,94 ден.ед./год.

**Определение вероятности дефицита.** Найдем вероятность возникновения дефицита при таком плане управления запасом деталей. Дефицит возникнет, если потребность в деталях за период выполнения заказа (Θ=6 дней) превысит 530 шт. Как показано выше, эта потребность представляет собой гауссовскую случайную величину с математическим ожиданием 480 и стандартным отклонением 24,5. Используя Excel, найдем вероятность того, что эта величина *не превысит* 530 шт. Для этого воспользуемся функцией НОРМРАСП с аргументами X: 530, Среднее: 480, Стандартное\_откл: 24,5, Интегральный: 1. Будет получен результат 0,9794. Таким образом, вероятность дефицита составит 1 - 0,9794 = 0,0206.

## Л1.3 Варианты заданий и порядок выполнения ЛР1

Выбор варианта задания по работе осуществляется студентом по указанию преподавателя из данных табл. Л1.5.

Таблица Л1.5

**Варианты заданий ЛР1**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Исходные данные | Вариант | | | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| *V*, шт./день | 100 | 80 | 70 | 60 | 100 | 75 | 80 | 70 |
| σ, шт./день | 12 | 5 | 6 | 5 | 15 | 5 | 7 | 5 |
| *C*, ден.ед. | 2,5 | 4 | 3 | 4 | 4 | 6 | 2,5 | 4 |
| *K*, ден.ед. | 40 | 30 | 20 | 35 | 35 | 40 | 30 | 40 |
| *S*, ден.ед./год | 0,3 | 0,2 | 0,5 | 0,4 | 0,4 | 0,2 | 0,5 | 0,3 |
| *d*, ден.ед./год | 0,7 | 0,5 | 1,2 | 0,8 | 0,7 | 0,6 | 0,8 | 0,8 |
| θ, дней | 10 | 8 | 7 | 8 | 10 | 8 | 7 | 8 |

Рекомендуется следующий порядок выполнения лабораторной работы.

1. Изучить теоретические сведения об использовании экономико-математических методов и моделей при решении задач в функциональных подсистемах АСУ предприятия на примере задачи управления запасами (п. Л1.2).
2. Согласно полученному варианту задания решить задачу управления запасом определенного продукта. Потребность в продукте считать случайной величиной, распределенной по гауссовскому закону, с математическим ожиданием *V* и стандартным отклонением σ. Модель пополнения запаса – уровневая. Определить размер партии заказа, точку заказа, вероятность дефицита. В ходе решения задачи для вычисления вероятностей использовать табличный процессор Excel.
3. Оформить отчет по выполненной работе в соответствии с правилами, описанными в п. Л1.4.
4. Ответить на контрольные вопросы.
5. Сдать отчет на проверку преподавателю и защитить работу.

## Л1.4 Правила оформления отчета по ЛР1

Отчет по лабораторной работе ЛР1 должен содержать следующие разделы:

1. Титульный лист.
2. Цель работы.
3. Постановка задачи.
4. Характеристика задачи: классификация задачи, искомые величины.
5. Определение размера партии.
6. Анализ потребности в продукте в течение периода выполнения заказа.
7. Определение точки заказа (для одного из значений точки заказа все расчеты должны быть показаны подробно).
8. Определение вероятности дефицита.
9. Результаты решения задачи и выводы.

Образец оформления титульного листа представлен ниже в Приложении Л1.1.

## Л1.5 Контрольные вопросы по ЛР1

1. Какова цель решения задач управления запасами предприятия?
2. Назовите критерии оптимальности при решении задач управления запасами.
3. Приведите классификацию методов и моделей управления запасами.
4. Каковы типовые исходные данные при решении задач управления запасами?
5. Приведите пример формальной постановки задачи управления запасами.
6. Из чего складываются общие затраты, связанные с запасом деталей?
7. В чем заключается составление плана управления запасами?
8. Как выполняется определение размера партии?
9. Как выполняется анализ потребности в деталях в течение периода выполнения заказа?
10. Как выполняется определение точки заказа?
11. Как выполняется определениевероятности дефицита?

## Приложение Л1.1 Образец оформления титульного листа

**Министерство образования Республики Беларусь**

**Учреждение высшего образования**

**«Белорусский государственный университет**

**информатики и радиоэлектроники»**

**Факультет информационных технологий и управления**

**Кафедра информационных технологий автоматизированных систем**

**Лабораторная работа № 1 по дисциплине**

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ**

**на тему**

**«Экономико-математические методы и модели**

**решения задачи управления запасами в АСУ предприятия»**

**Вариант задания \_\_\_**

**Выполнил студент группы \_0062\_**

**Фамилия И.О. студента**

**Проверил преп. каф. ИТАС**

**Фамилия И.О. преподавателя**

**Минск 20\_\_**